ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

СПРАВОЧНИК

Под общей редакцией
В. А. ГРИГОРЬЕВА И В. М. ЗОРИНА

МОСКВА ЭНЕРГОИЗДАТ 1982

ББК 31.32
Т 34
УДК 621.1.016.4

Рецензенты: Ю. В. Барышев (разд. 1), А. И. Леонтьев (разд. 2), З. Л. Миропольский (разд. 3), Г. Е. Тарле (разд. 4), В. А. Алексеев (разд. 5), М. Б. Гутман (разд. 6), Б. Г. Тнмнпский (разд. 7), В. Н. Жуков (разд. 8), В. Е. Люстерник (разд. 9), М. Г. Харченко (разд. 10).

Авторы: Е. В. Аметистов, В. А. Григорьев, Б. Т. Емцев, А. В. Клименко, А. С. Комендантов, Г. К. Круг, А. Б. Кувалдин, Д. А. Лабунцов, В. П. Морозкин, Ю. М. Павлов, В. С. Протопопов, Р. И. Созиев, Е. Е. Тоцкий, В. С. Чистяков, Э. Э. Шпильрайн, В. В. Ягов.

Ответственный редактор Н. Г. Рассохин

Т 34 **Тепло-** и массообмен. Теплотехнический эксперимент: Справочник/Е. В. Аметистов, В. А. Григорьев, Б. Т. Емцев и др.; Под общ. ред. В. А. Григорьева и В. М. Зорина. — М.: Энергоиздат, 1982.— 512 с., ил. — (Теплоэнергетика и теплотехника).

В пер.: 3 р. 20 к.

Предлагаемый справочник входит в справочную серию «Теплоэнергетика и теплотехника» (первая книга этой серии «Теплоэнергетика и теплотехника. Общие вопросы» вышла в свет в 1980 г.). Приведены сведения по гидроаэромеханике и теплообмену в различных системах. Описаны методы экспериментального исследования процессов тепло- и массообмена, теплофизических свойств веществ и теплотехнических измерений.

Справочник предназначен для инженеров-теплотехников и теплоэнергетиков, работающих на ТЭС и промышленных предприятиях различных отраслей народного хозяйства страны, а также для научных работников и студентов вузов соответствующих специальностей.

Т $\frac{2303000000\text{-}119}{051(01)\text{-}82}$ 16-81

ББК 31.32
6П.2.

© Энергоиздат, 1982

СОДЕРЖАНИЕ КНИГ СПРАВОЧНОЙ СЕРИИ «ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА»

1. ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ

Раздел первый	ЭНЕРГЕТИКА И ЭЛЕКТРИФИКАЦИЯ
Раздел второй	ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН
Раздел третий	ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ГРАФИЧЕСКОЙ КОНСТРУКТОРСКОЙ ДОКУМЕНТАЦИИ
Раздел четвертый	ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ
Раздел пятый	ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА В ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТАХ
Раздел шестой	ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ФИЗИКЕ
Раздел седьмой	ТЕРМОДИНАМИКА
Раздел восьмой	ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ ХИМИИ
Раздел девятый	МЕТОДЫ ПРЯМОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ И ВОПРОСЫ УПРАВЛЯЕМОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО СИНТЕЗА
Раздел десятый	ЭКОНОМИКА ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКИ
Раздел одиннадцатый	ЭНЕРГЕТИКА И ОХРАНА ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

2. ТЕПЛО- И МАССООБМЕН. ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Раздел первый	МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
Раздел второй	ОСНОВЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА
Раздел третий	ТЕПЛООБМЕН В ЭЛЕМЕНТАХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ СИСТЕМ
Раздел четвертый	ОХЛАЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН И ТРАНСФОРМАТОРОВ
Раздел пятый	ТЕПЛООБМЕН В РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЕ
Раздел шестой	ТЕПЛООБМЕН В ЭЛЕКТРОТЕРМИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ
Раздел седьмой	ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ
Раздел восьмой	МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА
Раздел девятый	ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ
Раздел десятый	ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

3. ТЕПЛОВЫЕ И АТОМНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СТАНЦИИ

Раздел первый	КОНСТРУКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ
Раздел второй	ТОПЛИВО И ПРОЦЕССЫ ГОРЕНИЯ

Раздел третий КОТЕЛЬНЫЕ УСТАНОВКИ
Раздел четвертый ПАРОПРОИЗВОДЯЩИЕ УСТАНОВКИ АЭС
Раздел пятый ПАРОТУРБИННЫЕ УСТАНОВКИ
Раздел шестой ГАЗОТУРБИННЫЕ И ПАРОГАЗОВЫЕ УСТАНОВКИ
Раздел седьмой НАСОСЫ И ГАЗОВОЗДУШНЫЕ МАШИНЫ
Раздел восьмой ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И КОМПОНОВКИ ТЭС И АЭС
Раздел девятый ОБРАБОТКА ВОДЫ НА ТЭС И АЭС

4. ПРОМЫШЛЕННАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА

Раздел первый ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫЕ ТЕПЛОТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ
Раздел второй ПРОМЫШЛЕННЫЕ ТЕПЛО- И МАССООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ И УСТАНОВКИ
Раздел третий ХОЛОДИЛЬНЫЕ И КРИОГЕННЫЕ УСТАНОВКИ
Раздел четвертый ТЕПЛОФИКАЦИЯ И ТЕПЛОВЫЕ СЕТИ
Раздел пятый ОТОПЛЕНИЕ, ВЕНТИЛЯЦИЯ, КОНДИЦИОНИРОВАНИЕ ВОЗДУХА
Раздел шестой АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕПЛОВЫМИ ПРОЦЕССАМИ
Раздел седьмой ОХРАНА ТРУДА В ТЕПЛОТЕХНИКЕ И ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКЕ

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие к справочной серии «Теплоэнергетика и теплотехника» . . 7
Предисловие 9

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ.
МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

1.1. Основные физические свойства жидкостей и газов 12
1.1.1. Объемные свойства . . . 12
1.1.2. Вязкость жидкостей и газов 12
1.2. Кинематика жидкой среды . . 13
1.3. Напряженное состояние жидкой среды 16
1.4. Статика жидкостей и газов . . 17
1.5. Общие уравнения динамики жидкостей и газов 19
1.5.1. Уравнения движения вязких жидкостей и газов . . . 19
1.5.2. Уравнения движения идеальных (невязких) жидкостей и газов 21
1.5.3. Уравнения количества движения, момента количества движения и энергии . . 22
1.5.4. Основы теории подобия гидромеханических процессов . 22
1.6. Одномерные течения вязкой жидкости 25
1.6.1. Уравнение Бернулли для потока несжимаемой жидкости 25
1.6.2. Гидравлические сопротивления . . . . . .
1.6.3. Истечение несжимаемой жидкости 34
1.6.4. Гидравлический расчет трубопроводных систем . . . 37
1.6.5. Силовое воздействие потока на твердые поверхности . 38
1.6.6. Неустановившееся движение в напорном трубопроводе . 39
1.7. Потенциальные течения несжимаемой жидкости 42
1.7.1. Общие свойства потенциальных течений 42
1.7.2. Примеры плоских потенциальных течений 43
1.7.3. Приближенные методы построения плоских потенциальных течений 45
1.7.4. Струйные потенциальные течения 46
1.7.5. Пространственные потенциальные течения 47
1.8. Ламинарные течения несжимаемой жидкости 48
1.8.1. Течения в ограниченных пространствах 48
1.8.2. Ламинарный пограничный слой 50
1.9. Турбулентные течения 54
1.9.1. Турбулентные напряжения и некоторые гипотезы . . 54
1.9.2. Универсальные законы распределения скоростей . . 56
1.9.3. Турбулентный пограничный слой 57
1.9.4. Турбулентные струи несжимаемой жидкости 59
1.10. Одномерные течения газа . . 60
1.10.1. Основные расчетные зависимости для адиабатного течения невязкого идеального газа. Изоэнтропийные формулы 60
1.10.2. Газодинамические функции 62
1.10.3. Изменение параметров одномерного адиабатного потока газа вдоль трубы переменного сечения . . 64
1.10.4. Прямой скачок уплотнения 64
1.10.5. Истечение газа через сужающееся сопло. Формула Сен-Венана — Ваицеля . . . 65
1.10.6. Адиабатное течение идеального газа с трением в трубе постоянного сечения . 68
1.10.7. Изотермическое течение в трубе 69
1.10.8. Одномерное течение при различных внешних воздействиях 70
1.11. Плоские и осесимметричные течения невязкого газа 70
1.11.1. Общие уравнения потенциального движения баротропной невязкой среды 70
1.11.2. Распространение малых возмущений. Обтекание тел при малых возмущениях 71
1.11.3. Косые скачки уплотнения 73
1.11.4. Основы методов расчета плоских дозвуковых течений газа 76
1.11.5. Сверхзвуковые течения. Метод характеристик . . . 77
1.11.6. Простые волны. Сверхзвуковые течения в криволинейных плоских каналах 81
1.12. Гидростатика двухфазных систем 83
1.12.1. Поверхностная энергия и поверхностное натяжение 83
1.12.2. Условия смачивания жидкостью твердой поверхности 85

1.12.3. Уравнение равновесия поверхности раздела фаз . 86
1.12.4. Высота подъема жидкости в капиллярах 87
1.12.5. Осесимметричные равновесные поверхности раздела 87
1.13. Волновые движения жидкости . 91
1.13.1. Математическое описание волновых движений идеальной жидкости . . 91
1.13.2. Стоячие и прогрессивные гравитационные волны . 92
1.13.3. Капиллярные и капиллярно-гравитационные волны 93
1.13.4. Волны конечной амплитуды 94
1.13.5. Неустойчивость границы раздела двух фаз . . 94
1.14. Движение одиночных капель и пузырьков 95
1.14.1. Методы подобия и размерностей 95
1.14.2. Скорость движения капли и пузырька при $Re \ll 1$ . . 96
1.14.3. Скорость всплытия газового пузырька в жидкости 96
1.14.4. Особенности движения капель в газовых потоках 97
1.14.5. Схлопывание (расширение) полости в жидкости . . 98
1.14.6. Рост паровых пузырьков в объеме перегретой жидкости и на твердой поверхности . 99
1.14.7. Условия отрыва паровых пузырьков от твердой поверхности при кипении . 100
1.15. Адиабатные газожидкостные потоки в каналах 100
1.15.1. Основные определения . 100
1.15.2. Режимы течения двухфазных потоков 101
1.15.3. Истинное объемное паросодержание адиабатных двухфазных потоков . . . 103
1.15.4. Гидравлическое сопротивление двухфазных потоков 105
1.16. Парожидкостные потоки в условиях теплообмена 106
1.16.1. Изменение параметров потока по длине обогреваемого канала 106
1.16.2. Паросодержание неадиабатных потоков 108
1.16.3. Гидравлическое сопротивление двухфазных потоков в условиях теплообмена . 109
1.17. Критические истечения двухфазных смесей 111
Список литературы 113

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

ОСНОВЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

2.1. Основные определения . . . 115

Теплопроводность

2.2. Основные положения 115
2.2.1. Температурное поле. Тепловой поток 115
2.2.2. Закон Фурье. Коэффициент теплопроводности . . . 116
2.2.3. Дифференциальное уравнение теплопроводности. Краевые условия 116
2.3. Стационарная теплопроводность . 128
2.3.1. Теплопроводность однородной стенки при отсутствии внутренних источников теплоты 128
2.3.2. Многослойные стенки . . 133
2.3.3. Интенсификация процесса теплопередачи 134
2.3.4. Теплопроводность стержня . 134
2.3.5. Теплопередача через оребренную стенку 135
2.3.6. Теплопроводность при наличии внутренних источников теплоты 136
2.4. Нестационарная теплопроводность 137
2.4.1. Классификация процессов . 137
2.4.2. Переходные процессы . . 137
2.4.3. Регулярный режим охлаждения (нагрева) 148
2.4.4. Процессы непрерывного нагрева (охлаждения) . . 149
2.4.5. Периодические процессы. Тепловые волны в полуограниченном теле 150

Конвективный теплообмен в однофазной среде

2.5. Основные положения 151
2.5.1. Определяющий размер, определяющая температура . . 162
2.5.2. Гидродинамическая аналогия теплообмена при турбулентном течении 162
2.6. Теплоотдача при течении жидкости (газа) в трубах 163
2.6.1. Вязкостный режим . . . 164
2.6.2. Вязкостно-гравитационный режим 165
2.6.3. Турбулентный режим . . 165
2.7. Теплоотдача при внешнем обтекании тел 173
2.8. Теплообмен при высокой скорости газового потока 177
2.9. Теплоотдача при свободном движении жидкости 177

Конвективный теплообмен при изменении агрегатного состояния

2.10. Теплообмен при кипении жидкостей 178
2.10.1. Общие сведения . . . 178
2.10.2. Кипение в большом объеме 179
2.10.3. Кипение при вынужденном течении в трубах . . . 184
2.11. Теплоотдача при конденсации пара 188
2.11.1. Общие сведения . . . 188
2.11.2. Пленочная конденсация неподвижного пара . . . 188
2.11.3. Пленочная конденсация движущегося пара . . . 189
2.11.4. Капельная конденсации пара 190

Тепловое излучение

2.12. Общие положения 191
2.12.1. Основные понятия . . 191
2.12.2. Законы теплового излучения 192
2.13. Теплообмен между телами, разделенными прозрачной средой . . 195
2.13.1. Постановка задачи и общий метод расчета 195
2.13.2. Угловые коэффициенты . 197
2.14. Теплообмен между газом и поверхностью твердого тела . . . 199
2.14.1. Особенности излучения и поглощения газов 199
2.14.2. Основной закон переноса лучистой энергии в излучающе-поглощающей среде . 200
2.14.3. Собственное излучение газового объема 200
2.14.4. Методы расчета теплообмена 203

Совместные процессы тепло- и массообмена

2.15. Общие сведения 205
2.15.1. Классификация процессов . 205
2.15.2. Основные понятия и соотношения 206
2.15.3. Диффузионные потоки. Коэффициент диффузии . . 206
2.16. Перенос энергии и импульса в бинарной смеси 208
2.16.1. Поток энергии 208
2.16.2. Поток импульса . . . 209
2.17. Система дифференциальных уравнений 209
2.18. Условия совместности на проницаемой межфазной границе . . . 210
2.18.1. Общее понятие 210
2.18.2. Универсальные условия . . 211
2.18.3. Специальные условия . . 212
2.18.4. Характерные случаи . . 213
2.19. Аналогия процессов тепло- и массообмена 213
2.19.1. Умеренная интенсивность массообмена 213
2.19.2. Высокая интенсивность массообмена 215
Список литературы 218

РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

ТЕПЛООБМЕН В ЭЛЕМЕНТАХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ СИСТЕМ

3.1. Сверхпроводимость. Применение сверхпроводников в технике . . . 222
3.2. Свойства гелия 223
3.3. Свойства конструкционных материалов при низких температурах . . 230
3.3.1. Теплоемкость 230
3.3.2. Теплопроводность . . . 232
3.3.3. Электропроводность . . . 234
3.4. Кипение гелия в большом объеме . 237
3.4.1. Пузырьковое кипение . . . 237
3.4.2. Пленочное кипение . . . 240
3.5. Течение гелия в каналах . . . 241
3.5.1. Теплоотдача к кипящему гелию 241
3.5.2. Кризис теплоотдачи . . . 242
3.5.3. Гидравлическое сопротивление 244
3.5.4. Теплоотдача к сверхкритическому гелию 245
3.6. Теплообмен в He-II 245
3.6.1. Общие закономерности теплопередачи в He-II 245
3.6.2. Режим сопротивления Капицы 247
3.6.3. Критические тепловые потоки 248
3.6.4. Пленочное кипение . . . 249
3.7. Расчет расхода криоагента для охлаждения 250
3.8. Особенности расчета теплопритоков в криостаты 251
3.8.1. Приток теплоты через теплоизоляцию 251
3.8.2. Приток теплоты по тепловым мостам 255
3.8.3. Приток теплоты по токовводам 256
Список литературы 257

РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

ОХЛАЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН И ТРАНСФОРМАТОРОВ

4.1. Схема охлаждения электрических машин и трансформаторов . . . 260
4.2. Вентиляционный и гидравлический расчет схемы охлаждения электрических машин и трансформаторов 267
4.3. Тепловой расчет элементов электрических машин и трансформаторов . . 269
4.4. Теплообменники электрических машин и трансформаторов 270
Список литературы 275

РАЗДЕЛ ПЯТЫЙ

ТЕПЛООБМЕН В РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЕ

5.1. Общие положения и терминология 276
5.1.1. Понятие о тепловом режиме РЭА 276
5.1.2. Общая характеристика тепловых моделей РЭА 276
5.2. Способы охлаждения РЭА . . . 277
5.2.1. Системы охлаждения РЭА на основе конвекции 277
5.2.2. Кондуктивная и комбинированная системы охлаждения . . 279
5.2.3. Системы охлаждения и термостабилизации РЭА с использованием различных физических эффектов 280
5.3. Методы расчета стационарного и нестационарного теплообмена в РЭА 282
5.3.1. Расчет стационарного теплообмена в РЭА с использованием тепловых коэффициентов и термических сопротивлений . 282
5.3.2. Метод тепловых характеристик 291
5.3.3. Метод расчета стационарных температурных полей в РЭА с использованием коэффициентов 294
5.3.4. Приближенные расчеты нестационарных температурных полей в РЭА 294

5.4. Применение коэффициентных методов для расчета стационарного теплообмена в различных конструкциях РЭА 295
5.4.1. Коэффициентные методы расчета температурных полей в РЭА с герметичным корпусом 295
5.4.2. Температурное поле аппаратуры кассетной конструкции с герметичным корпусом . . . 297
5.4.3. Коэффициентные методы расчета температурных полей в РЭА с перфорированным корпусом 301
5.4.4. Температурное поле в радиоэлектроиной аппаратуре при общей принудительной вентиляции 303
5.4.5. Принудительно вентилируемые радиоэлектронные стойки . . 304
Список литературы 306

РАЗДЕЛ ШЕСТОЙ

ТЕПЛООБМЕН В ЭЛЕКТРОТЕРМИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ (ЭТУ)

6.1. Основные положения 307
6.1.1. Классификация и основные характеристики 307
6.1.2. Основные задачи тепловых расчетов ЭТУ 307
6.1.3. Энергетический баланс . . . 307
6.2. Определение полезной и установленной мощности 311
6.3. Тепловые потери в ЭТУ . . . 311
6.3.1. Потери через футеровку и экранную теплоизоляцию . 311
6.3.2. Потери через тепловые короткие замыкания 313
6.3.3. Прочие виды потерь . . 314
6.4. Нагрев изделий 315
6.4.1. Температура и время индукционного сквозного нагрева изделий 315
6.4.2. Время нагрева и удельная поверхностная мощность при индукционной поверхностной закалке 315
6.4.3. Время нагрева заготовки в установке электроконтактного нагрева 315
6.4.4. Характеристика печных загрузок 315
6.5. Теплообмен между нагревателем и нагреваемым изделием в электропечах сопротивления 321
6.5.1. Теплообмен излучением . 321
6.5.2. Теплообмен конвекцией . 324
6.5.3. Теплообмен теплопроводностью 325
6.6. Инфракрасный нагрев . . . 326
6.6.1. Определение и основные области применения . . . 326
6.6.2. Характеристика ИК-излучателей 326
6.6.3. Оптические характеристики материалов 327
6.6.4. Расчет процесса ИК-нагрева 327
6.7. Электронно-лучевой нагрев . . 329
6.7.1. Определение и осиовные области применения 329
6.7.2. Теплообмен при электронно-лучевом нагреве . . . 329
6.8. Плазменный нагрев 330
6.8.1. Общие вопросы 330
6.8.2. Энергетический балаис дугового плазмотроиа . . . 330
6.8.3. Теплообмен на электродах . 332
Список литературы 332

РАЗДЕЛ СЕДЬМОЙ

ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

7.1. Общие сведения об измерениях и погрешностях 334
7.2. Измерение температуры . . . 338
7.2.1. Основные сведеиия о температурных шкалах . . . 338
7.2.2. Стеклянные термометры расширения 339
7.2.3. Манометрические термометры 341
7.2.4. Термометры сопротивления. 343
7.2.5. Термоэлектрические термометры 345
7.2.6. Средства измерения температуры по излучению . . . 349
7.2.7. Вторичиые измерительные приборы для термометров . 351
7.2.8. Особеиности измерения температуры 355
7.3. Измерение давления и вакуума . 356
7.3.1. Общие сведения об измерении давления 356
7.3.2. Жидкостные приборы для измерения давлеиия . . 356
7.3.3. Приборы для измерения давления с упругимн чувствительными элементами . . 357
7.3.4. Приборы для измерения вакуума 369
7.3.5. Методы измерения давления и вакуума 370
7.4. Измерение расхода 370
7.4.1. Общие сведения об измерении расхода 370
7.4.2. Измерение расхода по перепаду давлеиия в сужающем устройстве 370
7.4.3. Дифференциальные маиометры-расходомеры . . . 373
7.4.4. Расходомеры постоянного перепада давления . . . 376
7.4.5. Электромагиитные расходомеры 380
7.4.6. Тахометрические расходомеры и счетчики количества . 383
7.5. Измереиие уровия жидкостей . . 386
7.5.1. Методы измереиия уровня . 386
7.5.2. Гидростатические уровнемеры 387
7.5.3. Поплавковые, емкостные и другие уровнемеры . . . 388

7.6. Измерение состава газовых смесей и концентрации растворов . 389
7.6.1. Методы измерения состава газовых смесей и концентрации растворов 389
7.6.2. Газоанализаторы 389
7.6.3. Концентратомеры 394
Список литературы 398

РАЗДЕЛ ВОСЬМОЙ
МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

8.1. Методы моделирования 399
8.1.1. Классификация методов экспериментальных исследований 399
8.1.2. Электротепловая аналогия (ЭТА) для задач теплопроводности 399
8.1.3. Электротепловая аналогия для задач конвективного теплообмена в трубах . . . 402
8.1.4. Электрогидродинамическая аналогия (ЭГДА) . . . 403
8.1.5. Диффузионное моделирование 404
8.1.6. Моделирование радиационного теплообмена . . . 406
8.2. Методы экспериментального исследования полей температуры, давления, скорости, плотности и концентрации 407
8.2.1. Измерение полей температуры в потоках жидкости и газа 407
8.2.2. Измерение температуры твердых тел 409
8.2.3. Зондовые методы измерения полей давления в потоках жидкости и газа 411
8.2.4. Зондовые методы измерения полей скорости 412
8.2.5. Бесконтактные методы измерения полей скорости . . 414
8.2.6. Методы исследования полей плотностей и концентрации в потоках жидкости и газа и структуры двухфазных потоков 415
8.3. Методы экспериментального исследования конвективного тепло- и массообмена 420
8.3.1. Создание и измерение стационарных тепловых потоков при электрическом обогреве 420
8.3.2. Создание и измерение стационарных тепловых потоков при жидкостном обогреве . 422
8.3.3. Электронный обогрев . . 423
8.3.4. Определение тепловых потоков по измеренным температурам в стенке трубы . . 423
8.3.5. Тепломеры и датчики тепловых потоков 424
8.3.6. Определение тепловых потоков по измеренным полям температуры и скорости . 424
8.3.7. Методы регулярного теплового режима 425
8.3.8. Измерение нестационарных тепловых потоков . . 425
8.3.9. Методы определения среднемассовых энтальпий, температуры и паросодержания при течении жидкости в трубах 426
8.3.10. Методы определения коэффициентов теплоотдачи . . 427
8.3.11. Методы исследования критических тепловых потоков при кипении жидкости . . 428
8.3.12. Методы определения местных и средних коэффициентов сопротивления трения . . 428
8.3.13. Методы определения характеристик массообмена . . 430
Список литературы 430

РАЗДЕЛ ДЕВЯТЫЙ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ

9.1. Классификация теплофизических свойств 433
9.2. Методы изучения термических свойств веществ 433
9.2.1. Определение плотности твердых тел 433
9.2.2. Определение плотности жидкостей и газов 435
9.2.3. Определение поверхностного натяжения 439
9.3. Методы определения калорических свойств веществ 440
9.3.1. Определение калорических свойств твердых тел . . 440
9.3.2. Определение калорических свойств жидкостей . . . 443
9.3.3. Определение калорических свойств газов и паров . . 444
9.4. Методы изучения термодинамических свойств при фазовом равновесии 446
9.4.1. Определение давления насыщенных паров 446
9.4.2. Определение температур и теплот плавления . . . 448
9.4.3. Определение теплоты парообразования 449
9.4.4. Определение плотности на линии насыщения 449
9.5. Методы изучения транспортных свойств веществ 450
9.5.1. Определение теплопроводности 450
9.5.2. Определение вязкости . . 456
9.6. Методы изучения оптических свойств веществ 460
9.6.1. Определение интегрального коэффициента теплового излучения 460
9.6.2. Определение спектрального коэффициента теплового излучения 461
9.7. Особенности исследования теплофизических свойств при низких температурах 462

9.7.1. Создание и поддержание низких температур 462
9.7.2. Измерение низких температур 462
9.8. Особенности исследования теплофизических свойств при высоких давлениях 464
9.8.1. Устройства для создания высоких давлений 464
9.8.2. Измерение высокнх давлений 465
Список литературы 466

РАЗДЕЛ ДЕСЯТЫЙ

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

10.1. Типовые статистические методы обработки опытных данных 470
10.1.1. Экспериментальный анализ случайных величин . . 470
10.1.2. Свойства статистических оценок 472
10.1.3. Проверка статистических гипотез 475
10.2. Элементы планирования эксперимента 478
10.2.1. Характеристики объектов исследования и решаемых задач 478
10.2.2. Полный и дробный факторные эксперименты . . . 479
10.2.3. Планирование экстремальных экспериментов . . . 483
10.2.4. Планирование второго порядка 486
10.3. Системы автоматизации экспериментальных исследований . . 489
10.3.1. Общие принципы построения систем автоматизации экспериментальных исследований 489
10.3.2. Требования к устройствам сопряжения 490
10.3.3. Стандартный интерфейс КАМАК 491
10.3.4. Приборный интерфейс . 494
10.3.5. Измерительно - вычислительные комплексы (ИВК) . 496
Список литературы 498
Предметный указатель 499

ПОПРАВКА

В книге «Теплоэнергетика и теплотехника. Общие вопросы» по техническим причинам оказались пропущенными названия граф в продолжении табл. 9.19 на с. 417

Рабочее тело, элементы МГД-установки	Параметры МГД-установки	Страна, фирма, название установки, год запуска												
		Япония			ФРГ		ПНР	СССР						
		ETL, Mark II, 1976	ETL, Mark V, 1975	ETL, Mark VI	VEGAS	IPP, 1971	Технический университет	ЭНИН-II, 1968	МФТИ, 1964	У-02, 1965	У-25, 1971	«Памир-0»	«Памир-1»

Поправка к табл. 2.25

На с. 170 в колонке «Пределы измерения параметров» условие $10^4 < Re < 5 \cdot 10^6$ и $0{,}6 < Pr < 2{,}5 \cdot 10^2$ относится к формуле $Nu = 0{,}021\, Re^{0{,}8} Pr^{0{,}43}\, (Pr/Pr_c)^{0{,}25}\, \varepsilon_l'\, \varepsilon_n$; $Re > 2 \cdot 10^3$ к формуле $\xi = (1{,}82 \lg Re - 1{,}64)^{-2}$; $10^4 \leqslant Re < 10^5$ к формуле $\xi = (100\, Re)^{-0{,}25}$; $2 < Pr < 140$ и $5 \cdot 10^2 < Re < 1{,}5 \cdot 10^5$ к формуле $\varepsilon_l = (\mu/\mu_c)^n$.

На с. 171 условие $x/d_э > 15$ к формуле $\varepsilon_l = 1$; $15 < l/d_э < 60$ к формуле $\varepsilon_l = 0{,}86 + 0{,}90\, (d/l)^{0{,}4}$; $l/d_э > 60$ к формуле $\varepsilon_l = 1$.

Условия $l/d_э < 50$ и $l/d_э > 50$ относятся к формулам для ε_l' на с. 172 соответственно.

СПИСОК ОПЕЧАТОК

Страница	Колонка	Строка	Напечатано	Должно быть
4	Список авторов	4 сверху	Созиев, Е. Е. Тоцкий	Созиев, Л. Г. Ткачев, Е. Е. Тоцкий
41	правая	4 сверху	$\alpha = \Omega/\Omega_{\text{макс}}$	$\alpha = \Omega/\Omega_m$
49	правая	8 снизу	$u_{\text{макс}} = \frac{h^2}{4\mu}\frac{dp}{dx}$	$u_{\text{макс}} = -\frac{h^2}{8\mu}\frac{dp}{dx}$
51	правая	10 снизу	$\tau_0 = \mu\,(du/dy)\ y = 0$	$\tau_0 = \mu\,(du/dy);\ \ y = 0$
53	правая	3 сверху	$u_x = 0{,}4543\left(\frac{k^2}{\nu x}\right)^{1/3}(1 - \text{th}\,\xi)$	$u_x = 0{,}4543\left(\frac{k^2}{\nu x}\right)^{1/3}(1 - \text{th}^2\,\xi)$
65	правая	11 сверху	$= \lambda_1^2\left(\frac{1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2}{1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_2^2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}$	$= \lambda_1^2\left(\frac{1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2}{1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^{-2}}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}$
75	правая	12 снизу	полярной	полярой
92	левая	8 сверху	совместимости	совместности
100	левая	21 снизу	$G'' - G'$	$G^*,\ G'$
104	правая	2 сверху	$= \beta\frac{w_{\text{см}}}{w'} =$	$= \beta\frac{w_{\text{см}}}{w''}$
112	левая	1 сверху	$\beta_{\text{ср}} = p_0/p_{\text{ср}}$	$\beta_{\text{ср}} = p_{\text{ср}}/p_0$
121	Табл. 2, 4 1-я графа	6 сверху	25Л, 35Л,	25Л, 30Л, 35Л
127	Табл. 2, 8 3-я графа	4 сверху	$-0{,}251\cdot10-3$	$-0{,}251\cdot10^{-3}\ T$
174	2-я слева графа	6 сверху	$\overline{\text{Nu}} = 0{,}37\ \text{Re}^{08}\ldots$	$\overline{\text{Nu}} = 0{,}037\text{Re}^{0,8}\ldots$
174	2-я слева графа	1 снизу	$\overline{\text{Nu}} = \ldots$	$\text{Nu} = \ldots$
177	левая	27 снизу	$d_\Phi = (6V/\Pi)^{1/3}$	$d_\Phi = (6V/\pi)^{1/3}$
282	левая	29 сверху	2	2—10
282	левая	31 сверху	10	10—100
282	правая	16 сверху	$\Pi_{ij} = \frac{1}{Q}\int_{l_i}^{l_j}\frac{Q\,(l)\,dl}{\lambda F\,(l)}$	$\Pi_{ij} = \frac{1}{Q_i}\int_{l_j}^{l_i}\frac{Q\,(l)\,dl}{\lambda F\,(l)}$
284	левая	9 сверху	$\delta_{xi} = \delta_{yi} = \delta_{zi}$	$\delta_{xi} = \delta_{yi} = \delta_{zi} = \delta$
284	Табл. 5,3 графы 2—4	пропущена 2-я строка	10^4—$3{,}5\cdot10^7$ 0,55	$0{,}25\cdot10^4$—$3{,}5\cdot10^7$ 0,55 0,25 $3{,}5\cdot10^7$—10^{12} 0,13 0,33
317	левая	3 снизу	выше 110° С	выше 1100° С
317	левая	6 снизу	Для стали	Для стали при нагреве выше 1100° С
325	правая	14, 15 сверху	определяемые	определяется
325	правая	23 сверху	$\text{Nu} = \alpha\sqrt{f}/\varkappa$	$\text{Nu} = \alpha\sqrt{f}/\lambda$
331	правая	18 снизу	$\text{St} = (8{,}87 - \ldots$	$\text{St} = (6{,}87 - \ldots$
332	левая	3 сверху	$\times\,(G/d)^{0,265}\ \ldots$	$\times\,(G/d)^{-0,265}\,(\ldots$
496	правая	7 снизу	опра-	вопра-

ПРЕДИСЛОВИЕ К СПРАВОЧНОЙ СЕРИИ «ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА»

Быстрое развитие советской теплоэнергетики, освоение нового мощного оборудования, внедрение в практику новых методов расчетов и конструирования, появление новых конструктивных решений, обновление нормативных материалов требуют непрерывного повышения уровня знаний специалиста-энергетика как в той области техники, в которой он непосредственно работает, так и в смежных с ней областях. Издательством «Энергия» дважды — в 1957—1958 и 1975—1976 гг. был выпущен двухтомный «Теплотехнический справочник», хорошо известный специалистам. Опыт использования «Теплотехнического справочника» в различных организациях выявил целый ряд его недостатков, заключающихся прежде всего в недостаточной широте охвата материала. Анализ писем читателей и отзывов энергопредприятий, научно-исследовательских, проектно-конструкторских и учебных институтов побудил издательство предпринять попытку создания нового, не имеющего аналогов в советской технической литературе справочного издания по теплоэнергетике и теплотехнике. Структура и содержание справочной серии «Теплоэнергетика и теплотехника» были обстоятельно обсуждены на специальном заседании редакционного совета издательства «Энергия», которому редакторы и авторы серии выражают искреннюю благодарность за многочисленные конструктивные предложения, направленные на улучшение содержания ряда разделов, а также на обеспечение удобства пользования включаемыми в данное издание материалами.

В справочную серию войдут четыре книги. Общий объем справочной серии увеличен по сравнению с ранее издававшимся «Теплотехническим справочником». Это позволило включить ряд новых разделов. Большинство разделов написано заново, и лишь некоторые из них сохранили структуру аналогичных разделов второго издания «Теплотехнического справочника», подвергшись при этом существенной переработке и дополнению. Все книги справочной серии ориентированы в первую очередь на специалистов-теплотехников и теплоэнергетиков — инженерно-технический персонал тепловых электростанций, промышленных предприятий, проектных, конструкторских и научно-исследовательских институтов, монтажных и наладочных организаций, энергоуправлений. Они могут быть использованы в качестве учебного пособия преподавателями и студентами энергетических и политехнических вузов. Первая и вторая книги серии содержат справочные сведения по ряду общетехнических дисциплин и будут полезны инженерам, работающим практически во всех областях техники.

Авторами разделов являются в осиовном ведущие профессора и доценты Московского ордена Ленина и ордена Октябрьской Революции энергетического института.

В первую книгу «Теплоэнергетика и теплотехника. Общие вопросы» вошли материалы базовых дисциплин, а также разделы, в которых читатель может найти сведения о современном состоянии энергетики и электрификации СССР, о нетрадиционных методах преобразования энергии, о защите окружающей среды от вредных выбросов тепловых электростанций и т. д.

Во вторую книгу «Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент» вошли основные положения механики жидкостей и газа и теории тепло- и массообмена. Так как теплотехнические задачи приобретают все большее значение при проектировании устройств в различных областях техники, в книгу включены разделы, освещающие особенности теплообмена и методы тепловых расчетов в элементах сверхпроводящих систем, электромеханике, радиоэлектронной аппаратуре, электротермических установках. Изложение в одной книге различных методов расчета теплообмена в ряде случаев сможет помочь найти наиболее эффективный путь к решению еще не решенных задач. Значительное место в книге уделено методам и технике экспериментов и измерений.

В третьей книге «Тепловые и атомные электрические станции» в основном будут приведены методы расчета различных процессов и устройств, а также характеристики оборудования тепловых и атомных электрических станций. Первые два раздела содержат данные по топливу и материалам, необходимые и для специалистов в области промышленной теплотехники.

Материалы, отиосящиеся к различным процессам и установкам промышленной теплотехники, составят основу четвертой книги «Промышленная теплоэнергетика и теплотехника». Особое внимание в этой книге, особенно в первом ее разделе, уделено методологическим вопросам создания высокоэффективных теплотехнологических систем, включающих использование тепловых и материальных отходов основного производства. Для широкого круга специалистов предназначаются материалы разделов «Ав-

томатическое управление тепловыми процессами» и «Охрана труда в теплотехнике и теплоэнергетике». Из многочисленных вопросов техники безопасности в последнем разделе излагаются лишь важнейшие, которые необходимо иметь в виду при проектировании и эксплуатации оборудования тепловых и атомных электростанций, а также промышленных предприятий.

Все книги справочной серии представляют собой единое целое. Их объединяет стремление издательства и авторского коллектива дать возможно более полный свод знаний по теплотехнике и теплоэнергетике при едином методическом подходе к подбору и построению материала. Свойства материалов, применяемых в теплотехнике, приводятся в разных разделах в зависимости от их назначения: основные термодинамические свойства вещества даны в разделе «Термодинамика», коэффициенты теплопроводности и вязкости — в разделах «Основы теории тепло- и массообмена» и «Конструкционные материалы теплотехники», данные по сжимаемости жидкостей и поверхностному натяжению — в разделе «Механика жидкости и газа». Все разделы будут снабжены списками литературы, а все книги серии — предметными указателями.

Поскольку издание справочной серии по теплотехнике, охватывающей столь широкий круг вопросов, осуществляется впервые, может оказаться, что не все специалисты найдут в ней интересующие их сведения в нужном объеме. Замечания и предложения, направленные на улучшение содержания или структуры разделов, будут с благодарностью встречены редакторами и коллективом авторов. Направлять их следует по адресу: 113114 Москва М-114 Шлюзовая наб., 10, Энергоиздат.

В. А. Григорьев
В. М. Зорин

ПРЕДИСЛОВИЕ

Практически любая деятельность специалистов-теплотехников (проектирование, эксплуатация, исследование), объектом которой являются теплотехнические устройства, требует сведений о тепло- и массообмене, механике сплошных сред. С одной стороны, эта область науки достаточно хорошо разработана, получены надежные данные, которые можно использовать при решении тех или иных конкретных задач, возникающих при проектировании и эксплуатации современного теплотехнического и теплоэнергетического оборудования; с другой, — проблемная, поскольку увеличение единичной мощности энергетических объектов, использование новых веществ, расширение диапазона действия теплотехнических устройств требуют создания новых, более надежных методов расчета, проведения новых исследований, и в ряде случаев единственно возможным методом исследования является экспериментальный, причем существенной особенностью *теплотехнического эксперимента* является его большая трудоемкость и сравнительно невысокая точность, а также то, что он проводится в основном на установках индивидуального изготовления.

Поэтому в данную книгу, являющуюся второй в справочной серии «Теплоэнергетика и теплотехника», наряду с классическими разделами механики сплошной среды и тепло- и массообмена включены разделы, которые познакомят специалистов с методами расчета гидростатики и гидродинамики двухфазных сред, с методами тепловых расчетов и схемами устройств, применяемыми в элементах сверхпроводящих систем, при охлаждении электрических машин и трансформаторов, в радиоэлектронной аппаратуре, в электротермических установках, а также разделы, посвященные методам и технике теплотехнического эксперимента и измерений.

При отборе материала и его изложении учитывалось, что к справочникам чаще всего обращаются либо за фактическими данными и конкретными рекомендациями, необходимыми при проведении определенного инженерного расчета или научного исследования, либо в случаях, когда требуется ознакомиться или восстановить в памяти основные положения дисциплины, не являющейся основной для исследователя, но необходимой для решения поставленной задачи. Поэтому в книге можно найти как основные исходные определения, формулировки теорем и законов, так и результирующие расчетные зависимости с кратким изложением методик их применения, а также табличные данные.

В разд. 1 «Механика жидкости и газа» содержится сжатое изложение основных положений гидромеханики и газовой динамики, актуальных для теплотехников. Наряду с фундаментальными определениями и понятиями, относящимися к кинематике, статике и динамике, даются формулировки классических теорем и приводятся основные уравнения покоя и движения жидкостей и газов в формах, наиболее употребительных в инженерной практике. Раздел содержит также основные сведения о газожидкостных средах, в частности, важные для теплотехников сведения о течении парожидкостных смесей в адиабатных условиях и условиях теплообмена, в том числе при наличии термодинамической неравновесности в потоке.

В разд. 2 приведены основные положения теории тепло- и массообмена, конкретные рекомендации для расчетов соответствующих процессов. Для удобства выбора формулы в ряде случаев сведены в таблицы с указанием пределов их применимости, определяющих размеров и температуры. Раздел содержит сведения, достаточные для понимания и построения расчетных схем сложных процессов совместного тепло- и массообмена, а также значительный по объему табличный материал, содержащий теплофизические свойства веществ, данные по критическим тепловым нагрузкам парогенерирующих каналов и др.

В разд. 3 приведены сведения, необходимые для расчета теплообмена в устройствах, работающих при низких температурах в элементах сверхпроводящих систем. Практическое использование сверхпроводимости привело в настоящее время к созданию принципиально новых энергетических и электротехнических устройств. Обеспечение надежной работы таких устройств неразрывно связано с решением вопросов тепловой стабилизации сверхпроводящих элементов при гелиевых температурах. В разделе освещаются необходимые для этого закономерности теплоотдачи к гелию, находящемуся в жидком или газообразном состоянии, методики расчета теплопритоков в криогенные системы, а также свойства конструкционных материалов при низких температурах.

В разд. 4 рассмотрены основные положения методов тепловых и гидравлических расчетов, применяемые схемы охлаждения

электрических машин, трансформаторов, генераторов, используемых в теплоэнергетике.

В разд. 5 приведены описания различных систем охлаждения радиоэлектронной аппаратуры; сформулированы принципы, позволяющие изучать температурные поля сложных тел с источниками теплоты; изложены методы расчета тепловых режимов, разработанные советскими учеными на основе многочисленных экспериментальных и теоретических исследований. Включение этого раздела обусловлено тем, что в настоящее время теплотехнические знания все шире применяются в областях техники, которые сравнительно недавно считались далеко отстоящими от теплотехники в буквальном понимании этого слова. К таким областям относится радиоэлектроника. Увеличение мощности радиоэлектронных устройств, уменьшение габаритов, повышение требований к надежности работы в значительной мере связаны с проблемами обеспечения необходимого теплового режима этих устройств, т. е. с проблемами охлаждения. В наибольшей степени это касается радиоэлектронной аппаратуры, устанавливаемой на подвижных объектах. Знания общих законов теплообмена оказываются недостаточными для решения названных проблем, и сведения о теплообмене в радиоэлектронной аппаратуре оформляются в настоящее время в специальный раздел теплофизики.

В разд. 6 приведены методы и фактические данные для решения характерных для электротермических установок задач теплообмена; к таким задачам относятся нестационарный процесс нагрева изделий с внутренними источниками теплоты, теплообмен между нагревателем и изделием в печи сопротивления с учетом конфигурации нагревателя, инфракрасный нагрев изделий с использованием темных и светлых излучателей и т. д. Особо следует выделить приведенные в разделе данные для расчета высокотемпературных процессов теплообмена при нагреве и плавке металлов в электронно-лучевых и плазменных установках, отличающихся специфическими видами теплопереноса (за счет кинетической энергии пучка электронов или энергии струи плазмы).

В разд. 7 «Теплотехнические измерения» содержится материал по методам и средствам измерения, применяемым в промышленных установках. Рассмотрены основные разновидности технических средств, области их применения и характеристики; приведен сравнительный анализ и даны рекомендации по выбору метода измерения того или иного параметра; помещены таблицы для выбора конкретных типов приборов. Вопросы анализа и оценки погрешностей измерений в теплотехнике и теплоэнергетике с каждым годом приобретают все более важное значение. Особенностью раздела является краткое, но систематическое изложение вопросов оценки погрешностей реальных измерительных систем на основе вероятностно-статистических методов. Именно такая оценка погрешностей позволяет проводить обоснованное нормирование метрологических характеристик средств измерений в соответствии с действующими ГОСТ.

В разд. 8 содержатся сведения, необходимые при проведении экспериментальных исследований механизма явлений переноса (тепло- и массообмена). Описаны методы современных экспериментальных исследований, в том числе подробно рассмотрены методы исследования структуры потоков, значительное внимание уделено методам аналогий. Следует особо указать на практическую значимость экспериментальных исследований интегральных характеристик: тепловых потоков, коэффициентов теплоотдачи, массоотдачи, сопротивления трения. В разделе дано систематизированное изложение методов определения этих величин, указаны источники погрешностей и способы их уменьшения.

В разд. 9 излагаются экспериментальные методы исследования важнейших термодинамических и транспортных свойств веществ. Наряду с широко используемыми методами рассматриваются новые, разработанные в последнее время. Приведены описания и характеристики большого числа оригинальных экспериментальных установок, а также сведения о точности метода. Материал раздела поможет инженеру-теплотехнику обоснованно выбрать методику при необходимости экспериментального определения того или иного свойства вещества, вынести правильное суждение об имеющихся в литературе в ряде случаев, к сожалению, разноречивых данных по теплофизическим свойствам веществ.

В разд. 10 рассматриваются вопросы статистической обработки опытных данных, оптимального планирования эксперимента и построения систем автоматизации экспериментальных исследований. Особое внимание уделяется перспективным методам, позволяющим сократить сроки и материальные затраты на экспериментальные исследования. Дается описание типовых методов планирования, позволяющих эффективно осуществлять поиск оптимальных условий эксперимента и разрабатывать по результатам специально спланированных опытов математические модели исследуемых объектов и процессов. При изложении вопросов построения систем автоматизации экспериментальных исследований на базе современных средств вычислительной техники особое внимание уделено описанию стандартных устройств сопряжения (интерфейса) экспериментальной установки с вычислительной машиной. Приведенный материал, раскрывающий широкие возможности современных средств автоматизации эксперимента, может быть использован для разработки систем применительно к широкому классу теплотехнических объектов.

Существенному улучшению содержания данной книги, несомненно, способствовали замечания и пожелания рецензентов. Все,

кто работал над материалами книги, искренне благодарят рецензентов разделов за большую проделанную ими работу: старшего научного сотрудника Института высоких температур АН СССР канд. техн. наук Ю. В. Барышева (разд. 1); зав. кафедрой МВТУ им. Н. Э. Баумана, доктора техн. проф. А. И. Леонтьева (разд. 2); зав. лабораторией Энергетического института им. Кржижановского АН СССР, доктора техн. наук, проф. З. Л. Миропольского (разд. 3); главного конструктора проекта ЦКБ Главэнергоремонта Г. Е. Тарле (разд. 4); начальника лаборатории канд. техн. наук В. А. Алексеева (разд. 5); зав. отделом ВНИИЭТО канд. техн. наук М. Б. Гутмана (разд. 6); главного метролога Метрологической службы Минэнерго СССР Б. Г. Тиминского (разд. 7); старшего научного сотрудника Института высоких температур АН СССР канд. техн. наук В. М. Жукова (разд. 8); старшего научного сотрудника Института высоких температур АН СССР канд. техн. наук В. Е. Люстерника (разд 9); старшего научного сотрудника Всесоюзного теплотехнического института им. Ф. Э. Дзержинского канд. техн. наук М. Г. Харченко (разд. 10).

Коллектив авторов благодарит также канд. техн. наук В. Д. Виленского за большую и кропотливую работу, проделанную им по редактированию данной книги.

Материал книги распределился следующим образом:

Раздел 1 — доктор техн. наук Б. Т. Емцев (§ 1.2—1.11), канд. техн. наук В. В. Ягов (§ 1.12—1.16).

Раздел 2 — доктор техн. наук Д. А. Лабунцов (§ 2.12—2.19), канд. техн. наук А. В. Клименко (§ 2.2.—2.4, 2.10), канд. техн. наук Р. И. Созиев (§ 2.1, 2.5—2.9, 2.11).

Раздел 3 — доктор техн. наук В. А. Григорьев, кандидаты техн. наук Е. В. Аметистов, Ю. М. Павлов.

Раздел 4 — канд. техн. наук В. П. Морозкин.

Раздел 5 — канд. техн. наук А. С. Комендантов.

Раздел 6 — кандидаты техн. наук А. Б. Кувалдин, Л. Г. Ткачев.

Раздел 7 — канд. техн. наук В. С. Чистяков.

Раздел 8 — доктор техн. наук В. С. Протопопов.

Раздел 9 — доктор техн. наук Э. Э. Шпильрайн, канд. техн. наук Е. Е. Тоцкий.

Раздел 10 — доктор техн. наук Г. К. Круг.

Авторы. Редакторы

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

1.1. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

1.1.1. ОБЪЕМНЫЕ СВОЙСТВА

В технических расчетах однофазные жидкости и газы рассматриваются как сплошные среды с непрерывно распределенной *плотностью*, определяемой отношением

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta M}{\Delta V},$$

где ΔV — элементарный объем среды; ΔM — заключенная в нем масса (данные о плотностях жидкостей и газов приведены в § 2.20).

Сжимаемость жидкостей и газов характеризуется *изотермическим коэффициентом сжимаемости*

$$\chi = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T.$$

Для идеальных газов $\chi = p^{-1}$. Значения коэффициента сжимаемости некоторых жидкостей приведены в табл. 1.1. Сжимаемость сплошных сред может быть описана обобщенным законом Гука

$$d\rho/\rho = dp/\mathscr{E},$$

где $\mathscr{E}$ — *изотермический объемный модуль упругости* среды, связанный с коэффициентом сжимаемости соотношением $\mathscr{E} = \chi^{-1}$.

Таблица 1.1

Изотермический коэффициент сжимаемости некоторых жидкостей при нормальных условиях, 1/Па

Жидкость	$\chi \cdot 10^9$	Жидкость	$\chi \cdot 10^9$
Вода	0,462	Скипидар	0,806
Ртуть	0,0402	Спирт	1,12
Керосин	0,786	Толуол	0,807
Бензин 95/130	0,77	Эфир	1,87
		Сероуглерод	0,908
Глицерин	0,255	Масло оливковое	0,642
Бензол	0,906		
Бром	0,591	Жидкий гелий	81,5

Тепловое расширение жидкостей и газов характеризуется изобарным коэффициентом *расширения*

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right).$$

Для идеальных газов $\beta = 1/T$. Значения коэффициента β приведены в табл. 1.2, 1.3.

Таблица 1.2

Изобарный коэффициент расширения воды (на линии насыщения), 1/К

T, °С	$\beta \cdot 10^3$	T, °С	$\beta \cdot 10^3$
10	0,09	90	0,71
20	0,21	100	0,77
30	0,30	120	0,9
40	0,38	140	1,02
50	0,46	160	1,14
60	0,52	180	1,30
70	0,59	200	1,45
80	0,65		

Таблица 1.3

Изобарный коэффициент расширения, 1/К, некоторых жидкостей при температуре 20 °С

Жидкость	$\beta \cdot 10^3$	Жидкость	$\beta \cdot 10^3$
Ртуть	0,18	Эфир	1,7
Керосин	1,0	Глицерин	0,53
Спирт этиловый	1,1	Масло оливковое	0,72

1.1.2. ВЯЗКОСТЬ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Вязкостью называется свойство среды оказывать сопротивление сдвигающим усилиям при относительном движении слоев. У большинства жидкостей и всех газов сопротивление сдвигу в состоянии покоя равно нулю. Между слоями жидкости или газа при их относительном движении возникает сила вязкости или внутреннего трения, определяемая формулой Ньютона

$$F_\mu = \mu S \left|\frac{du}{dy}\right|,$$

где μ — динамический коэффициент вязкости, Па·с; S — площадь соприкосновения слоев; u — скорость движения среды; y — направление нормали к скорости.

Широко употребителен также *кинематический коэффициент* вязкости

$$\nu = \mu/\rho,$$

измеряемый в м²/с.

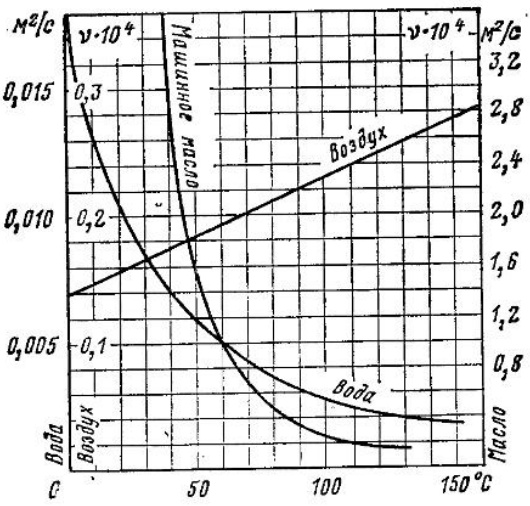


Рис. 1.1. Зависимость кинематического коэффициента вязкости воды, масла и воздуха от температуры.

Напряжение силы вязкости определяется формулой

$$\tau = \mu \left| \frac{du}{dy} \right|.$$

Жидкости и газы, для которых справедлива эта зависимость, называются ньютоновскими. Приводимые ниже сведения относятся только к таким средам. Данные о неньютоновских жидкостях можно найти в [57, 58].

Коэффициенты μ и ν сильно зависят от температуры (рис. 1.1) и слабо от давления. Зависимость μ от давления в жидкостях становится существенной при давлениях около 10^3 МПа и более (табл. 1.4). Данные о коэффициентах вязкости некоторых жидкостей и газов приведены в § 2.20.

Таблица 1.4

Зависимость вязкости воды от давления при различных температурах

T, °C	$\frac{\mu_{100}-\mu_1}{\mu_1}\cdot 100$	T, °C	$\frac{\mu_{100}-\mu_1}{\mu_1}\cdot 100$	T, °C	$\frac{\mu_{100}-\mu_1}{\mu_1}\cdot 100$
18	—1,6	36	0,0	70	+2,5
29	—0,3	40	+0,7	80	+2,6
31	0,0	51	+1,6	90	+3,4
32	0,0	56	+2,1	98	+3,6
33	0,0				

Примечание. μ_1, μ_{100} — значения динамического коэффициента вязкости воды при атмосферном давлении (101, 337 кПа) и при давлении в 400 раз большем.

1.2. КИНЕМАТИКА ЖИДКОЙ СРЕДЫ

Жидкой частицей называется малый объем жидкости или газа, который при движении деформируется и масса которого не смешивается с окружающей средой.

Скоростью жидкой частицы называется скорость какой-либо точки этой частицы, выбираемой произвольно.

Существуют два режима движения реальных жидкостей и газов: *ламинарный* и *турбулентный*.

При ламинарном режиме частицы среды движутся упорядоченно, образуя слоистое течение без перемешивания слоев. Ламинарное течение может быть как установившимся, так и неустановившимся.

При турбулентном режиме имеет место неупорядоченное изменение местных скоростей во времени, называемое пульсацией.

Существуют два метода описания движения жидкости.

Метод Лагранжа. Движение жидкости или газа описывается радиусом-вектором жидкой частицы $\mathbf{r}(\tau, a, b, c)$ или его проекциями $x(\tau, a, b, c)$, $y(\tau, a, b, c)$, $z(\tau, a, b, c)$, причем за параметры a, b, c, определяющие индивидуальную частицу, обычно принимают значения x, y, z в начальный момент времени τ_0. Векторы скорости и ускорения жидкой частицы и их проекции определяются формулами

$$\mathbf{u} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \tau}; \quad u_x = \frac{\partial x}{\partial \tau}; \quad u_y = \frac{\partial y}{\partial \tau}; \quad u_z = \frac{\partial z}{\partial \tau};$$

$$\mathbf{a} = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial \tau^2}; \quad a_x = \frac{\partial^2 x}{\partial \tau^2}; \quad a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial \tau^2};$$

$$a_z = \frac{\partial^2 z}{\partial \tau^2}.$$

Метод Эйлера. Метод заключается в отыскании поля местных скоростей, т. е. скоростей жидких частиц, находящихся в данный момент в различных точках пространства. Если местные скорости зависят явно от времени, то движение называется *неустановившимся или нестационарным* и вектор местной скорости

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r}, \tau); \quad u_x = u_x(x, y, z, \tau);$$

$$u_y = u_y(x, y, z, \tau); \quad u_z = u_z(x, y, z, \tau).$$

Если вектор $\mathbf{u}$ от времени не зависит, то движение называется установившимся или стационарным и

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r}); \quad u_x = u_x(x, y, z);$$

$$u_y = u_y(x, y, z); \quad u_z = u_z(x, y, z).$$

Ускорение жидкой частицы в векторной форме и в проекциях на координатные оси выражается формулами

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{u}}{d\tau} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau} + (\mathbf{u}\nabla)\,\mathbf{u},$$

где $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$ — символический вектор набла или оператор Гамильтона;

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{du_x}{d\tau} = \frac{\partial u_x}{\partial \tau} + u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + \\ &+ u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}; \\ a_y &= \frac{du_y}{d\tau} = \frac{\partial u_y}{\partial \tau} + u_x\frac{\partial u_y}{\partial x} + \\ &+ u_y\frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}; \\ a_z &= \frac{du_z}{d\tau} = \frac{\partial u_z}{\partial \tau} + u_x\frac{\partial u_z}{\partial x} + \\ &+ u_y\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}. \end{aligned}\right\} \quad (1.1)$$

Частная производная $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau}\left(\frac{\partial u_x}{\partial \tau}, \frac{\partial u_y}{\partial \tau}, \frac{\partial u_z}{\partial \tau}\right)$ выражает *местное* или *локальное ускорение*. Совокупность остальных членов в формулах (1.3) называют *конвективным ускорением*.

Линией тока называется кривая, в каждой точке которой в данный момент времени вектор скорости направлен по касательной. Система дифференциальных уравнений линий тока имеет вид:

$$dx/u_x = dy/u_y = dz/u_z. \quad (1.2)$$

При установившемся движении линии тока совпадают с траекториями жидких частиц. При неустановившемся — такого совпадения может не быть.

Совокупность линий тока, проведенных через малый замкнутый контур, образует *элементарную трубку тока*. Конечный поток может быть представлен совокупностью трубок тока при выполнении условия

$$\mathbf{u}\cdot\mathrm{rot}\,\mathbf{u} = 0. \quad (1.3)$$

В этом случае в потоке можно провести сечение, нормальное линиям тока в каждой его точке и называемое *живым сечением*.

Объемным расходом трубки тока называется величина

$$dV = |u_n\,dS|,$$

где u_n — нормальная к площади dS составляющая вектора скорости $\mathbf{u}$; dS — площадь произвольного сечения трубки тока.

Поток вектора скорости через поверхность S определяется формулой

$$V = \int_S u_n\,dS,$$

а модуль этой величины является *объемным расходом* через поверхность S.

Абсолютные значения величин $dG = \rho u_n dS$ и $G = \int_s \rho u_n dS$ называют соответственно массовым расходом элементарной струйки и *массовым расходом* через поверхность.

Уравнение сплошности (неразрывности). При отсутствии источников и стоков массы уравнение может быть записано в следующих формах:

интегральной

$$\int_S \rho u_n\,dS + \int_V \frac{\partial \rho}{\partial \tau}\,dV = 0, \quad (1.4)$$

где S — поверхность, ограничивающая объем V;

дифференциальной

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \mathrm{div}\,\rho\mathbf{u} = 0,$$

или в проекциях на прямоугольные оси координат

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho u_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho u_z}{\partial z} = 0; \quad (1.5)$$

в гидравлической (для элементарной трубки тока при установившемся движении)

$$\rho_1 u_{n1}\,dS_1 = \rho_2 u_{n2}\,dS_2, \quad (1.6)$$

или для полного живого сечения трубки тока конечных размеров при равномерном распределении параметров среды по сечению

$$\rho_1 u_1 S_1 = \rho_2 u_2 S_2, \quad (1.7)$$

где S_1 и S_2 — площади поперечного сечения трубки тока.

В криволинейных ортогональных системах координат дифференциальное уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{H_1 H_2 H_3}\left[\frac{\partial}{\partial q_1}(\rho u_1 H_2 H_3) + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial}{\partial q_2}(\rho u_2 H_1 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_3}(\rho u_3 H_1 H_2)\right] = 0, \quad (1.8)$$

где q_1, q_2, q_3 — криволинейные координаты; H_1, H_2, H_3 — коэффициенты Ляме.

Для цилиндрической системы координат ($q_1 = r$; $q_2 = \theta$; $q_3 = z$; $H_1 = H_3 = 1$; $H_2 = r$)

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(\rho r u_r) + \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho u_\theta) + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial}{\partial z}(\rho r u_z)\right] = 0. \quad (1.8a)$$

Теорема Кошн — Гельмгольца. Движение жидкой частицы в общем случае можно разложить на переносное движение вместе с некоторым полюсом, вращательное движение с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ вокруг мгновенной оси, проходящей через этот полюс, и деформационное движение, которое заключается в линейных деформациях со скоростями ε_{xx}, ε_{yy}, ε_{zz} и угловых деформациях со скоростями $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$; $\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy}$; $\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz}$.

Выражения для компонентов угловой скорости (вихря) и скоростей деформации имеют вид:

$$\omega_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right);$$

$$\omega_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right);$$

$$\omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right); \qquad (1.9)$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x}; \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right); \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right); \\ \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (1.10)$$

Совокупность девяти величин ε_{xx}, ε_{xy}... образует *тензор скоростей деформации*. Он симметричен, поскольку $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$.

Линия, в каждой точке которой в данный момент времени вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ направлен по касательной, называется *вихревой линией*. Ее конфигурация описывается системой двух дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{\omega_x} = \frac{dy}{\omega_y} = \frac{dz}{\omega_z}.$$

Совокупность вихревых линий, проведенных через все точки малого замкнутого контура, образует *вихревую трубку*. Если $d\sigma$ — произвольное поперечное сечение вихревой трубки, то величина $dJ = \omega_n d\sigma$ представляет собой ее интенсивность или напряженность. Величина

$$J = \int_\sigma \omega_n \, d\sigma$$

является суммарной интенсивностью вихревых трубок, пересекающих поверхность σ. Для количественной оценки интенсивности вихревого движения служит также *циркуляция* Γ вектора скорости $\mathbf{u}$ по замкнутому контуру L. По определению

$$\Gamma = \oint_L \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l} = \oint_L u_l \, dl, \qquad (1.11)$$

где $d\mathbf{l}$ — элементарный направленный отрезок контура L.

Согласно теореме Стокса для контура L, лежащего на поверхности σ и ограничивающего односвязную область,

$$\Gamma = 2J.$$

Если движение жидкости происходит без вращения жидких частиц, то оно называется *безвихревым* или *потенциальным*. Для такого движения существует *потенциал скорости* $\varphi(x, y, z)$ [для неустановившегося движения $\varphi(x, y, z, \tau)$], связанный с вектором скорости соотношением

$$\mathbf{u} = \operatorname{grad} \varphi$$

или

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \qquad (1.12)$$

Поверхности $\varphi(x, y, z) = \text{const}$ называются эквипотенциальными; они пересекаются линиями тока по нормалям. Если в области течения отсутствуют вихри, то потенциал скорости является однозначной функцией координат.

В случае, когда движение жидкости происходит так, что конфигурация линий тока в параллельных плоскостях оказывается одинаковой, течение называется *плоским*. Для всякого плоского движения несжимаемой жидкости существует *функция тока* $\psi(x, y)$ [при неустановившемся движении $\psi(x, y, \tau)$], которая обладает тем свойством, что

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \qquad (1.13)$$

Вдоль одной и той же линии тока функция тока сохраняет постоянное значение. Разность значений функции тока на двух

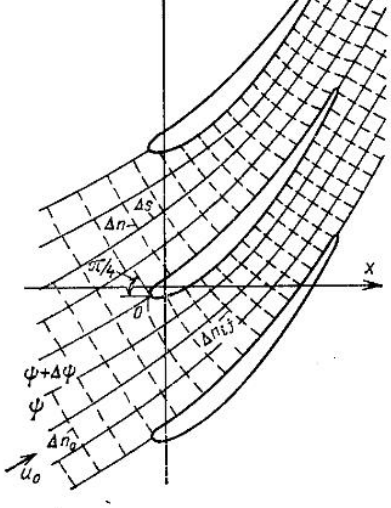


Рис. 1.2. Пример гидродинамической сетки течения.

——— — линии тока; — — — — эквипотенциали.

линиях тока равна расходу жидкости между ними.[1]

Для плоского безвихревого течения линии $\varphi=\text{const}$ и $\psi=\text{const}$ (эквипотенциали и линии тока) образуют гидродинамическую сетку, обладающую следующими свойствами: а) через каждую неособую точку (где скорость отлична от нуля и бесконечности) проходит только одна линия тока и одна эквипотенциаль; б) в неособых точках разноименные линии сетки пересекаются под прямым углом; в) если сетка состоит из криволинейных квадратов, т. е. $\Delta s \approx \Delta n$ (рис. 1.2), то $\Delta\varphi=\Delta\psi$ (квадратичность или изотермичность сетки).

Гидродинамическая сетка может служить для приближенного расчета поля скоростей (см. п. 1.7.3).

1.3. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЖИДКОЙ СРЕДЫ

Все силы, действующие на жидкость или газ, делятся на массовые или объемные (например, гравитационная сила, сила инерции) и поверхностные (например, сила вязкости, сила давления).

Если $\Delta\mathbf{F}$ — массовая сила, действующая на массу в объеме ΔV, то величина

$$\mathbf{F} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta \mathbf{F}}{\rho \Delta V}$$

представляет собой плотность массовой силы в данной точке.

Поверхностные силы всегда распределены по некоторой поверхности в сплошной среде. Если $\Delta\mathbf{P}$ — поверхностная сила, приходящаяся на площадку ΔS, то

$$\mathbf{p} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta S}$$

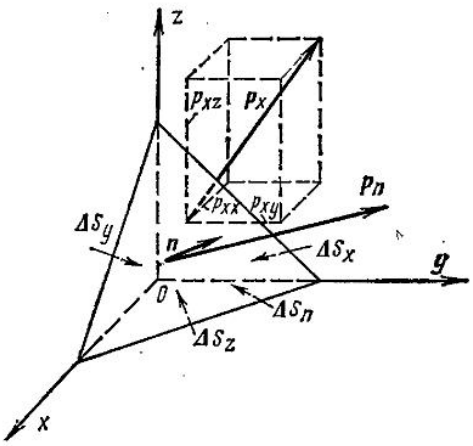


Рис. 1.3. Напряжения поверхностных сил в движущейся вязкой жидкости.

[1] Имеется в виду объемный удельный расход, т. е. расход на единице ширины потока в направлении нормали к плоскости течения.

называется *напряжением* поверхностной силы в данной точке. Вектор $\mathbf{p}$ в общем случае направлен как угодно по отношению к площадке ΔS. В идеальной (невязкой) жидкости, а также в покоящейся вязкой жидкости вектор $\mathbf{p}$ направлен по внутренней нормали к площадке действия и может быть выражен в виде

$$\mathbf{P} = -p\mathbf{n},$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор внешней нормали; p — давление. Давление не зависит от ориентации площадки. В общем случае давление не равно нормальному напряжению.

Для произвольной площадки ΔS_n с нормалью $\mathbf{n}$ напряжение на ней $\mathbf{p}_n$ может быть выражено через напряжения $\mathbf{p}_x$, $\mathbf{p}_y$, $\mathbf{p}_z$ на площадках ΔS_x, ΔS_y, ΔS_z, нормальных соответствующим координатным осям (рис. 1.3), по формуле

$$\mathbf{p}_n = \mathbf{p}_x \cos(n, x) + \mathbf{p}_y \cos(n, y) + \mathbf{p}_z \cos(n, z).$$

Введя обозначения $\cos(n, x)=n_x$ и т. п., эту формулу можно записать в проекциях на оси координат в следующем виде:

$$p_{nx} = p_{xx} n_x + p_{yx} n_y + p_{zx} n_z;$$
$$p_{ny} = p_{xy} n_x + p_{yy} n_y + p_{zy} n_z;$$
$$p_{nz} = p_{xz} n_x + p_{yz} n_y + p_{zz} n_z.$$

Величины p_{xx}, p_{yy} и p_{zz} являются скалярными выражениями нормальных напряжений на координатных площадках, а величины p_{xy}, p_{yz} ... — касательных. Между касательными напряжениями существует связь вида

$$p_{xy} = p_{yx}; \quad p_{yz} = p_{zy}; \quad p_{zx} = p_{xz},$$

называемая законом парности или взаимности касательных напряжений.

В вязкой жидкости (газе) за давление принимают взятое со знаком минус среднее арифметическое из нормальных напряжений на трех взаимно-ортогональных площадках, проходящих через данную точку:

$$p = -\frac{1}{3}(p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}). \quad (1.14)$$

Уравнение движения жидкости. Это уравнение, выражающее закон количества движения, может быть представлено в формах:

интегральной

$$\int_V \rho \mathbf{F} dv + \int_S \mathbf{p}_n \, dS = \int_V \rho \frac{d\mathbf{u}}{d\tau} dV, \quad (1.15)$$

где V — произвольный жидкий объем; S — ограничивающая его поверхность;

дифференциальной в напряжениях

$$\rho \mathbf{F} + \frac{\partial \mathbf{p}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{p}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{p}_z}{\partial z} = \rho \frac{d\mathbf{u}}{d\tau}, \quad (1.16)$$

или в проекциях на прямоугольные оси координат

$$\left.\begin{aligned} F_x+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial p_{yx}}{\partial y}+\right.\\ \left.+\frac{\partial p_{zx}}{\partial z}\right)=\frac{du_x}{d\tau};\\ F_y+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial p_{yy}}{\partial y}+\right.\\ \left.+\frac{\partial p_{zy}}{\partial z}\right)=\frac{du_y}{d\tau};\\ F_z+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial p_{yz}}{\partial y}+\right.\\ \left.+\frac{\partial p_{zz}}{\partial z}\right)=\frac{du_z}{d\tau}. \end{aligned}\right\} \quad (1.16a)$$

1.4. СТАТИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Уравиенне Эйлера. Если жидкость или газ покоятся отиосительно системы координат, связаиной с Землей, то в гидромехаиике условно покой называют абсолютным. Если жидкость неподвижна относительио системы координиат, которая движется с постоянным ускореиием отиосительно Земли, то покой иазывают относительным. Примерами отиосительного покоя служат: жидкость, покоящаяся во вращающемся резервуаре или резервуаре, который движется прямолинейно ускореино.

Как дли абсолютиого покоя, так и для относительного справедливы уравнения Эйлера в векториой форме

$$\mathbf{F}-\frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p=0, \quad (1.17)$$

или в проекциях на оси координат

$$F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=0;\quad F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=0;$$
$$F_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}=0. \quad (1.17a)$$

При относительном покое вектор плотности массовых сил $\mathbf{F}$ включает силы инерцин.

Поскольку массовые силы в большинстве случаев обладают потенциалом, то $\mathbf{F}=-\operatorname{grad}\Phi$, где Φ — *потенциал массовых сил* или силовая функция. Уравнению (1.17) можно придать вид

$$\operatorname{grad}\Phi+\frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p=0.$$

Общим интегралом этого уравнеиия в случаях, когда $\rho=\rho(p)$, является соотношение

$$\Phi+\mathcal{P}=\text{const}, \quad (1.18)$$

где $\mathcal{P}=\int\frac{dp}{\rho}$ — *функция давления* (для несжимаемой жидкости ($\rho=\text{const}$) $\mathcal{P}=p/\rho$; для сжимаемой — вид функции $\mathcal{P}$ зависит от связи между p и ρ).

Если из числа массовых снл на жидкость действует только гравитационная (тяжелая жидкость), то $\Phi=gz+\text{const}$, где z — координата, отсчитываемая вертикально вверх.

Для тяжелой несжимаемой жидкостн интеграл (1.18) принимает вид:

$$z+\frac{p}{\rho g}=\text{const}; \quad (1.19)$$

эта формула выражает гидростатический закон распределения давлеиий.

Из (1.19) вытекает основная формула гидростатики

$$p=p_0+\rho g h,$$

где p_0 — давлеиие в точке, лежащей выше даниой точки с давлеиием p, иа величииу h. Если p_0 — давление иа свободной поверхностн, то его называют внешиим. Величина $\rho g h$ иосит наименоваиие *весового давления*, p — *абсолютного давления*.

При сравнеии давлеиия с атмосферным, принимаемым равиым 101,337 кПа, употребительиы следующие поиятня:

избыточное или *манометрическое* давлеиие — разность между абсолютным и атмосферным давленнями ($p_{\text{абс}}>p_{\text{атм}}$):

$$p_{\text{изб}}=p_{\text{абс}}-p_{\text{атм}};$$

вакуумметрическое давление — разиость между атмосфериым и абсолютным давлениями ($p_{\text{абс}}<p_{\text{атм}}$):

$$p_{\text{вак}}=p_{\text{атм}}-p_{\text{абс}}.$$

Давлеиие измеряется в едииицах силы, деленных на единицу площади (см. разд. 2, кн. 1). Наряду с этим давление можио измерять в лииейных едииицах. Эта возможность вытекает из следующего варианта основной формулы гидростатики:

$$\frac{p}{\rho g}=\frac{p_0}{\rho g}+h,$$

где все члены имеют линейную размерность. Это уравиеиие показывает, что каждому давлению p соответствует столб данной жидкости высотой $p/\rho g$. Употребительны в качестве единиц измереиия высот, соответствующих давлению: метры водяного столба, миллиметры ртутиого или спиртового столба.

В покоящемся изотермическом газе связь между давлеиием и плотностью может быть представлена в виде

$$\rho=\rho_0\frac{p}{p_0},$$

где ρ_0 и p_0 — плотиость и давление газа в некоторой фиксироваиной точке (например, на уровне океаиа). С учетом этой связи функция давлеиия приннмает вид:

$$\mathcal{P}=(p_0/\rho_0)\ln p+\text{const},$$

а интеграл (1.18) дает закон распределения давления в покоящемся газе

$$gz + (p_0/\rho_0)\ln p = \text{const},$$

или при $z=0$ в точке, где $p=p_0$ и $\rho=\rho_0$,

$$p/p_0 = \rho/\rho_0 = \exp(-\rho_0 gz/p_0).$$

При линейном изменении (убывании) температуры газа с высотой z по закону $T=T_0-\beta z$ изменения давления и плотности выражаются формулами

$$p = p_0\left(1-\frac{\beta}{T_0}z\right)^{\frac{T_0}{\beta}\frac{\rho_0 g}{p_0}};$$

$$\rho = \rho_0\left(1-\frac{\beta}{T_0}z\right)^{\frac{T_0}{\beta}\frac{\rho_0 g}{p_0}-1}.$$

При определении сил давления покоящейся жидкости или газа на твердую поверхность (стенку) следует учитывать следующие случаи:

1. Равномерное давление на плоскую поверхность может быть создано газом (считая, что весовая часть давления пренебрежимо мала) при любой ориентации плоской стенки или тяжелой жидкостью при горизонтальном расположении поверхности. Сила давления вычисляется по формуле $P=pS$.

2. Равномерное давление на криволинейную поверхность может быть создано только газом (при указаном выше предположении). Результирующая сила давления определяется через свои проекции. Например, проекция на ось x

$$P_x = \int_S p\cos(n, x)\,dS = pS_x,$$

где S_x — площадь проекции криволинейной поверхности S на плоскость, нормальную оси x (рис. 1.4).

Аналогично выражаются две другие проекции. Тогда

$$P = \sqrt{P_x^2+P_y^2+P_z^2}.$$

Линия действия силы $\mathbf{P}$ определяется направляющими косинусами:

$$\cos(P, x) = P_x/P;\quad \cos(P, y) = P_y/P;$$
$$\cos(P, z) = P_z/P.$$

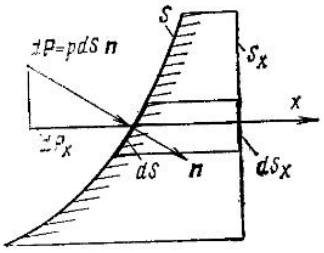


Рис. 1.4. К вычислению силы равномерного давления на криволинейную поверхность.

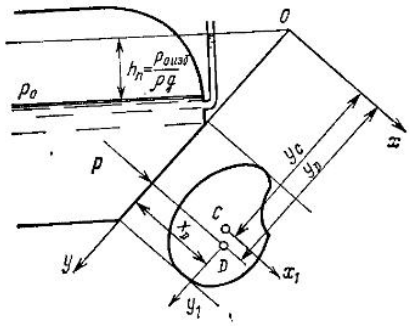


Рис. 1.5. К вычислению силы неравномерного давления покоящейся жидкости на плоскую стенку.

3. Неравномерное давление на плоскую поверхность создается тяжелой жидкостью при наклонном к горизонту положении стенки. Если на свободной поверхности жидкости избыточное давление $p_{изб}$, то сила избыточного давления на площадь S

$$P = (p_{изб} + \rho g h_C)\,S,$$

где h_C — глубина погружения центра масс площади S под свободной поверхностью. Точка D приложения силы $\mathbf{P}$, называемая центром давления, определяется координатами

$$x_D = x_C + J_{x_1y_1}/(y_C S);$$

$$y_D = y_C + J_{x_1}/(y_C S),$$

где $J_{x_1y_1}$ — центробежный момент инерции площадки S относительно осей x_1y_1 (рис. 1.5); J_{x_1} — момент инерции той же площадки относительно оси x_1; x_C, y_C — координаты центра масс C.

4. Неравномерное давление на криволинейную поверхность создается тяжелой жидкостью. Систему элементарных сил давления в общем случае

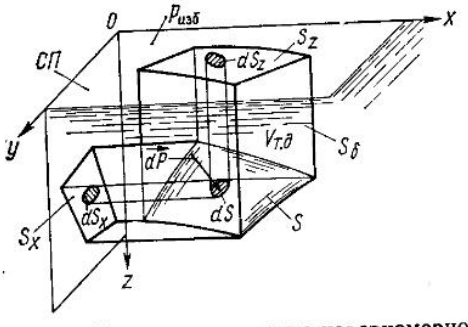


Рис. 1.6. К вычислению силы неравномерного давления покоящейся жидкости на криволинейную поверхность.

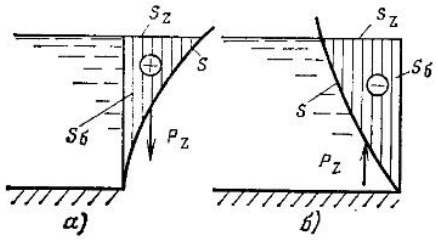


Рис. 1.7. Два вида тела давления.

необходимо привести к равнодействующей и моменту. Результирующую сил весового давления определяют через составляющие. Любая из двух горизонтальных составляющих (рис. 1.6) может быть вычислена по формулам

$$P_x = (p_{0изб} + \rho g z_{Cx}) S_x;$$

$$P_y = (p_{0изб} + \rho g z_{Cy}) S_y,$$

где S_x, S_y — площади проекций криволинейной поверхности S на плоскость, нормальную оси x или y; z_{Cx}, z_{Cy} — глубина погружения центров масс этих площадок под свободную поверхность.

Вертикальная проекция силы давления определяется внешним давлением и массой жидкости в объеме *тела давления* $V_{т.д}$. Под телом давления подразумевается тело, образованное криволинейной поверхностью S, ее проекцией S_z на свободную поверхность и цилиндрической проектирующей поверхностью $S_б$. Таким образом

$$P_z = (p_{0изб} + \rho g V_{т.д}) S_z.$$

Если тело давления заполнено жидкостью (рис. 1.7, *а*), то сила P_z направлена вниз, в противном случае — вверх (рис. 1.7, *б*).

Если криволинейная поверхность S замкнута и полностью погружена в жидкость, то на нее действует направленная вертикально вверх сила, равная весу жидкости в объеме, ограниченном поверхностью S (*закон Архимеда*). Линия действия архимедовой силы проходит через центр массы этого объема.

1.5. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

1.5.1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Уравнения Навье—Стокса. Если принять обобщенную гипотезу Ньютона о существовании линейной связи между напряжениями и скоростями деформаций

$$\left.\begin{aligned}
p_{xx} &= -p - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div}\mathbf{u} + 2\mu\frac{\partial u_x}{\partial x};\\
p_{yy} &= -p - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div}\mathbf{u} + 2\mu\frac{\partial u_y}{\partial y};\\
p_{zz} &= -p - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div}\mathbf{u} + 2\mu\frac{\partial u_z}{\partial z};\\
p_{xy} &= p_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right);\\
p_{yz} &= p_{zy} = \mu\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right);\\
p_{zx} &= p_{xz} = \mu\left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right),
\end{aligned}\right\} \quad (1.20)$$

то путем подстановки (1.20) в (1.16а) можно получить уравнения движения (*уравнения Навье—Стокса*):

$$\left.\begin{aligned}
&\rho F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u_x}{\partial x}\right) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right)\right] + \\
&+ \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right)\right] - \\
&- \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial x}(\mu \operatorname{div}\mathbf{u}) = \rho\frac{du_x}{d\tau};\\
&\rho F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + 2\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u_y}{\partial y}\right) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right)\right] + \\
&+ \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right)\right] - \\
&- \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial y}(\mu \operatorname{div}\mathbf{u}) = \rho\frac{du_y}{d\tau};\\
&\rho F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + 2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right)\right] + \\
&+ \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right)\right] - \\
&- \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial z}(\mu \operatorname{div}\mathbf{u}) = \rho\frac{du_z}{d\tau}.
\end{aligned}\right\} \quad (1.21)$$

Уравнения (1.21) справедливы для ламинарного движения жидкости или газа, но полагают, что они справедливы также для турбулентного движения, если под скоростью $\mathbf{u}(u_x, u_y, u_z)$ понимать актуальную (местную мгновенную) скорость.

Если вязкость жидкости считать постоянной (μ=const), то система (1.21) приводится к виду

$$\left.\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\operatorname{div}\mathbf{u} + \\ + \nu\nabla^2 u_x = \frac{du_x}{d\tau}; \\ F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial y}\operatorname{div}\mathbf{u} + \\ + \nu\nabla^2 u_y = \frac{du_y}{d\tau}; \\ F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial z}\operatorname{div}\mathbf{u} + \\ + \nu\nabla^2 u_z = \frac{du_z}{d\tau}. \end{aligned}\right\}$$

Эта система эквивалентна векторному уравнению

$$\mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p + \frac{\nu}{3}\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{u} + \nu\nabla^2\mathbf{u} = \frac{d\mathbf{u}}{d\tau},$$

где $\nabla^2\mathbf{u} = -\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{u}$.

Для несжимаемой жидкости с постоянной вязкостью $\rho=\text{const}$, $\mu=\text{const}$, $\operatorname{div}\mathbf{u}=0$ и уравнения Навье—Стокса принимают более простой вид:

$$\left.\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u_x = \frac{du_x}{d\tau}; \\ F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\nabla^2 u_y = \frac{du_y}{d\tau}; \\ F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\nabla^2 u_z = \frac{du_z}{d\tau}, \end{aligned}\right\} \quad (1.22)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

В векторной форме:

$$\mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p + \nu\Delta^2\mathbf{u} = \frac{d\mathbf{u}}{d\tau}. \quad (1.23)$$

После выделения в правой части конвективного ускорения это уравнение примет вид:

$$\mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p + \nu\nabla^2\mathbf{u} = \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\tau} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u}. \quad (1.24)$$

Употребительны также следующие формы уравнения движения несжимаемой жидкости, получаемые при использовании некоторых формул векторного анализа:

$$\mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p - \operatorname{grad}\frac{u^2}{2} + \nu\nabla^2\mathbf{u} = \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\tau} - \mathbf{u}\times\boldsymbol{\Omega}; \quad (1.25)$$

$$-\operatorname{grad}\left(\Phi + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right) + \nu\nabla^2\mathbf{u} = \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\tau} - \mathbf{u}\times\boldsymbol{\Omega}; \quad (1.26)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\Omega}}{d\tau} = (\boldsymbol{\Omega}\nabla)\mathbf{u} + \nu\nabla^2\boldsymbol{\Omega},$$

где $u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$; $\boldsymbol{\Omega} = \operatorname{rot}\mathbf{u} = 2\boldsymbol{\omega}$ — вектор вихря.

В проекциях на оси цилиндрической системы координат уравнение (1.23) имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} F_r - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial\theta}\right) = \frac{\partial u_r}{\partial\tau} + u_r\frac{\partial u_r}{\partial r} + \\ + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_r}{\partial\theta} + u_z\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r}; \\ F_\theta - \frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial\theta} + \nu\left(\nabla^2 u_\theta - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial\theta}\right) = \frac{\partial u_\theta}{\partial\tau} + u_r\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \\ + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial\theta} + u_z\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{u_r u_\theta}{r}; \\ F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\nabla^2 u_z = \frac{\partial u_z}{\partial\tau} + \\ + u_r\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_z}{\partial\theta} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}, \end{aligned}\right\} \quad (1.27)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Уравнение Бернулли. Для неустановившегося движения тяжелой вязкой несжимаемой жидкости из (1.26) следует, что вдоль линии тока для любого момента времени τ справедливо уравнение, называемое *уравнением Бернулли*:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_c' + h_i', \quad (1.28)$$

где z_1 и z_2 — вертикальные координаты двух точек на линии тока (рис. 1.8); p_1, p_2 и u_1, u_2 — давления и местные скорости в этих точках; h_c' и h_i' — величины, определяемые формулами

$$h_c' = -\frac{\nu}{g}\int_{s_1}^{s_2}\nabla^2\mathbf{u}\cdot d\mathbf{s};$$

$$h_i^{\cdot} = \frac{1}{g}\int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau}\cdot d\mathbf{s}, \qquad (1.29)$$

причем s — криволинейная координата, отсчитываемая вдоль линии тока в направлении от точки *1* к точке *2*.

Уравнение (1.28) выражает закон сохранения механической энергии для вязкой несжимаемой жидкости. Члены z и $u^2/(2g)$ выражают удельную (т. е. отнесенную к единице веса жидкости) потенциальную энергию положения z и кинетическую энергию $u^2/(2g)$. Величина $p/(\rho g)$ представляет собой удельную работу сил давления, член $h_c^{\cdot}$ — работу сил трения (вязкости), а $h_i^{\cdot}$ — изменение удельной энергии на участке s_2-s_1, специфичное для неустановившегося движения. Поскольку величина $h_c^{\cdot}$ выражает часть механической энергии, необратимо преобразующуюся в тепловую, то она называется потерей энергии.

Если на данной линии тока как на оси построить элементарную трубку тока (рис. 1.8), то уравнение (1.28) можно считать справедливым для сечений *1* и *2*.

Уравнения Рейнольдса. Турбулентное движение в практических расчетах описывают не мгновенными, а осредненными во времени скоростями:

$$\bar{\mathbf{u}} = \frac{1}{T}\int_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} \mathbf{u}\,d\tau, \qquad (1.30а)$$

где T — интервал усреднения, или в проекциях на координатные оси

$$\bar{u}_x = \frac{1}{T}\int_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} u_x\,d\tau; \quad \bar{u}_y = \frac{1}{T}\int_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} u_y\,d\tau;$$

$$\bar{u}_z = \frac{1}{T}\int_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} u_z\,d\tau. \qquad (1.30б)$$

Разность $\mathbf{u}'=\mathbf{u}-\bar{\mathbf{u}}$ называют *пульсационной скоростью*. Если осредненная скорость не зависит от времени, то турбулентное течение условно считают установившимся.

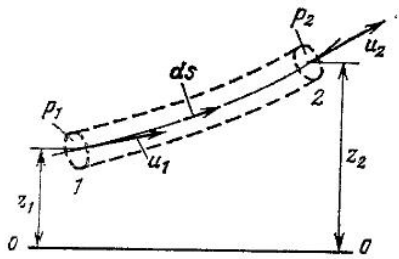


Рис. 1.8. Элементарная струйка тока (к уравнению Бернулли).

Уравнения движения, выраженные через усредненные скорости (*уравнения Рейнольдса*), для случая турбулентного неустановившегося движения несжимаемой жидкости имеют вид (приведено только первое из трех уравнений):

$$F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu\nabla^2\bar{u}_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\overline{u_x' u_x'}\right) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\overline{u_x' u_y'}\right) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\overline{u_x' u_z'}\right) = \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \tau} + \bar{u}_x\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} + \bar{u}_y\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} + \bar{u}_z\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z}. \qquad (1.30в)$$

Величины типа $\tau_{ij}^{\cdot} = -\rho\overline{u_i' u_j'}$, входящие в уравнение Рейнольдса, называются турбулентными напряжениями. Связь между ними и скоростями деформаций устанавливается на основе гипотез, составляющих основу полуэмпирических теорий турбулентности (см. п. 1.9.1).

1.5.2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ИДЕАЛЬНЫХ (НЕВЯЗКИХ) ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Уравнения Эйлера. *Идеальная*, т. е. лишенная вязкости, жидкость служит одной из моделей реальной жидкости или газа. Пренебрежение вязкостью приводит к существенному упрощению уравнений движения и позволяет в ряде случаев получить эффективные решения, методы расчета и конечные формулы.

Уравнения движения невязкой жидкости или газа (уравнения Эйлера) вытекают из (1.21) при $\mu = 0$ и имеют вид:

$$F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{d\tau};$$

$$F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{du_y}{d\tau};$$

$$F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{du_z}{d\tau}, \qquad (1.31)$$

или $$\mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p = \frac{d\mathbf{u}}{d\tau}. \qquad (1.31а)$$

Другие формы этого уравнения:

$$\mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau} + (\mathbf{u}\nabla)\,\mathbf{u}; \qquad (1.32)$$

$$\mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p - \operatorname{grad}\frac{u^2}{2} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau} - \mathbf{u}\times\boldsymbol{\Omega}; \qquad (1.33)$$

$$-\operatorname{grad}\left(\Phi+\mathscr{R}+\frac{u^2}{2}\right)=\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau}-\mathbf{u}\times\Omega; \quad (1.34)$$

где $\mathscr{P}=\int\frac{dp}{\rho}$ (см. § 1.4).

Уравнения Эйлера (1.31) или (1.31а) для *установившегося* движения допускают общий интеграл (интеграл Бернулли)

$$E=\Phi+\mathscr{P}+\frac{u^2}{2}=\text{const}, \quad (1.35)$$

который справедлив для следующих частных случаев движения:

1. *Безвихревое движение.* В этом случае трехчлен E сохраняет постоянное значение для всего пространства, занятого движущейся жидкостью.

2. *Вихревое движение*, при котором $\Omega\|\mathbf{u}$ (*винтовое движение*). В этом случае также $E=\text{const}$ для всего пространства.

3. *Произвольное вихревое движение.* В этом случае $E=\text{const}$ вдоль каждой из линий тока или вихревых линий, а также на поверхностях, образуемых линиями тока, проходящими через одну и ту же вихревую линию, или вихревыми линиями, проходящими через точки одной линии тока.

Для тяжелой несжимаемой жидкости интеграл имеет вид:

$$z+\frac{p}{\rho g}+\frac{u^2}{2g}=\text{const}.$$

Для невесомой несжимаемой жидкости

$$p+\frac{\rho u^2}{2}=\text{const}. \quad (1.36)$$

Для изотермического течения невесомого газа

$$\frac{p_0}{\rho_0}\ln\frac{p}{p_0}+\frac{u^2-u_0^2}{2}=0, \quad (1.37)$$

где p_0 и ρ_0 — давление и плотность в некоторой фиксированной точке.

Для адиабатного течения невесомого газа

$$\frac{u^2}{2}+\frac{\varkappa}{\varkappa-1}\frac{p}{\rho}=\frac{u_0^2}{2}+\frac{\varkappa}{\varkappa-1}\frac{p_0}{\rho_0}, \quad (1.38)$$

где $\varkappa$ — показатель идеальной адиабаты (показатель изоэнтропы).

Для *неустановившегося* безвихревого движения уравнения Эйлера (1.31) имеют общий интеграл (интеграл Лагранжа)

$$\Phi+\mathscr{P}+\frac{u^2}{2}+\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}=f(\tau), \quad (1.39)$$

где φ — потенциал скорости; $f(\tau)$ — произвольная функция времени. В случае тяжелой несжимаемой жидкости интеграл (1.39) принимает вид:

$$z+\frac{p}{\rho g}+\frac{u^2}{2g}+\frac{1}{g}\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}=f_1(\tau). \quad (1.40)$$

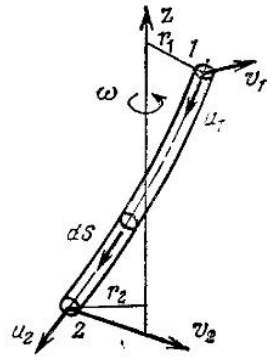


Рис. 1.9. Элементарная струйка тока при относительном движении.

Отсюда после некоторых преобразований вытекает частный случай уравнения (1.28) при $h_c'=0$:

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{u_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{u_2^2}{2g}+\frac{1}{g}\int_{s_1}^{s_2}\frac{\partial u}{\partial\tau}\,ds. \quad (1.41)$$

При *относительном* движении тяжелой жидкости или газа вдоль линии тока (рис. 1.9) справедливо уравнение

$$gz_1+\frac{u_1^2-v_1^2}{2}+\mathscr{P}_1=gz_2+\frac{u_2^2-v_2^2}{2}+\mathscr{P}_2,$$

где v — окружная скорость вращения линии тока как целого. В случае несжимаемой жидкости

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{u_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{u_2^2}{2g}+\frac{v_1^2-v_2^2}{2g}.$$

1.5.3. УРАВНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ, МОМЕНТА КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ И ЭНЕРГИИ

Уравнение количества движения. Для жидкого объема V, ограниченного поверхностью S (контрольной поверхностью), в общем случае неустановившегося движения уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\tau}+\int_S\rho u_n\mathbf{u}\,dS=\int_V\rho\mathbf{F}\,dV+\int_S p_n\,dS, \quad (1.42)$$

где $\mathbf{K}=\int_V \rho \mathbf{u} dV$ — колнчество двнження массы в объеме V; u_n — нормальная к поверхности S составляющая скорости; $\mathbf{p}_n$ — напряжение поверхностных снл. Для установившегося движения $\partial \mathbf{K}/\partial \tau = 0$.

Уравнение момента количества движения нмеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \tau} + \int_V [\mathbf{r}\times\mathbf{u}]\rho u_n dS = \int_V [\mathbf{r}\times\mathbf{F}]\rho dV + \int_S [\mathbf{r}\times\mathbf{p}_n] dS, \tag{1.43}$$

где $\mathbf{L}=\int_V [\mathbf{r}\times\mathbf{u}]\rho dV$ — момент колнчества движения.

Уравнение энергии. Для жндкой н газовой среды уравненне может быть представлено в интегральной

$$\frac{d}{d\tau}\int_V \rho\left(U+\frac{u^2}{2}\right)dV = \int_S \mathbf{p}_n\cdot\mathbf{u}dS + \int_V \mathbf{F}\cdot\mathbf{u}\rho dV + \int_V \rho q dV$$

нлн в дифференцнальной форме:

$$\rho\frac{d}{d\tau}\left(U+\frac{u^2}{2}\right) = \rho\mathbf{F}\cdot\mathbf{u} + \rho q + \left(\frac{\partial \mathbf{p}_x}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{p}_y}{\partial y}+\frac{\partial \mathbf{p}_z}{\partial z}\right)\mathbf{u} + \mathbf{p}_x\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \mathbf{p}_y\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} + \mathbf{p}_z\frac{d\mathbf{u}}{dz},$$

где U — удельная (отнесенная к единнце массы) внутренняя энергня; q — количество теплоты, подводнмое к еднннце массы за единицу времени.

Использованне формул (1.10) н (1.20) позволяет это уравненне прнвестн к виду

$$\rho dU/d\tau = -\rho\,\mathrm{div}\,\mathbf{u} + \mu\Phi_д + \rho q, \tag{1.44}$$

где через $\Phi_д$ обозначена дпссипативная функция, выражающая часть механнческой энергнн, расходуемой на преодоленне снл вязкостн, и необратнмо преобразующаяся в теплоту при движенни жндкости илн газа. Эта функция определяется завнснмостью

$$\Phi_д = 2\left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial u_y}{\partial x}+\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u_z}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_x}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial x}\right)^2 - \frac{2}{3}(\mathrm{div}\,\mathbf{u})^2.$$

Для несжнмаемой жндкостн $\mathrm{div}\,\mathbf{u}=0$ н $U=cT$, где c — удельная теплоемкость. Тогда, выражая приток теплоты по закону Фурье, (1.44) можно привести к внду

$$\rho c\frac{dT}{d\tau} = \lambda\nabla^2 T + \mu\Phi_д,$$

где коэффициент теплопроводностн λ принят постоянным.

Для совершеиных газов $U=c_vT$ и (1.44) можно записать в виде

$$\rho c_v\frac{dT}{d\tau} = -p\,\mathrm{div}\,\mathbf{u} + \mathrm{div}\,(\lambda\,\mathrm{grad}\,T) + \mu\Phi_д.$$

Используя термодинамическую формулу $c_p - c_v = R$, а также уравнение неразрывности

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\tau} + \mathrm{div}\,\mathbf{u} = 0,$$

это уравнение можно преобразовать к внду

$$\rho c_p\frac{dT}{d\tau} = \frac{dp}{d\tau} + \mathrm{div}\,(\lambda\,\mathrm{grad}\,T) + \mu\Phi_д.$$

В развернутой форме два последних уравнения имеют внд:

$$\rho c_v\left(\frac{\partial T}{\partial\tau}+u_x\frac{\partial T}{\partial x}+u_y\frac{\partial T}{\partial y}+u_z\frac{\partial T}{\partial z}\right) = -p\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\mu\Phi_д;$$

$$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial\tau}+u_x\frac{\partial T}{\partial x}+u_y\frac{\partial T}{\partial y}+u_z\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \frac{\partial p}{\partial\tau}+u_x\frac{\partial p}{\partial x}+u_y\frac{\partial p}{\partial y}+u_z\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\mu\Phi_д.$$

Еслн движенне установнвшееся н можно пренебречь дпссипацней, то

$$\rho c_v\,\mathbf{u}\,\mathrm{grad}\,T = -p\,\mathrm{div}\,\mathbf{u} + \mathrm{div}\,(\lambda\,\mathrm{grad}\,T)$$

нлн

$$\rho c_p\,\mathbf{u}\,\mathrm{grad}\,T = \mathbf{u}\,\mathrm{grad}\,p + \mathrm{div}\,(\lambda\,\mathrm{grad}\,T).$$

Прн $\lambda=\mathrm{const}$ последнее уравненне прнобретает внд:

$$\rho c_p\,\mathbf{u}\,\mathrm{grad}\,T = \mathbf{u}\,\mathrm{grad}\,p + \lambda\nabla^2 T.$$

1.5.4. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Теорня подобия гидромеханнческих процессов является теоретической основой гндроднамнческого эксперимснтнрования н моделнрования; она также дает методы анализа н обобщення экспернментальных и теоретнческих результатов. Теория гидродинамнческого подобия является частью общей теорин физнческого подобия, в которой од-

ним из основных является понятие о сходственных величинах.

Две величины φ_A и $\varphi_Б$, имеющие одинаковый физический смысл, называются сходственными, если они имеют общее начало отсчета и связаны соотношением

$$\varphi_A = m_\varphi \varphi_Б,$$

где m_φ — положительная безразмерная величина, одна и та же для всей группы величин φ, но, вообще говоря, иная для группы величин ψ, имеющих иной математический или физический смысл. Например, точки А и Б являются сходственными, если их радиусы-векторы r_A и $r_Б$ имеют общее начало координат и связаны соотношением

$$r_A = m_r r_Б.$$

Моменты времени τ_A и $\tau_Б$ сходственны, если имеют общее начало отсчета и связаны соотношением

$$\tau_A = m_\tau \tau_Б.$$

Величины $m_i (i=r, \tau...)$ называются константами или масштабами подобия, а связи типа $\varphi_A = m_\varphi \varphi_Б$ — преобразованием подобия.

Два гидромеханических процесса А и Б называются подобными, если они удовлетворяют следующим трем требованиям:

1) математическое описание процессов А и Б в одной и той же системе координат отличается только значениями входящих в него размерных величин, тогда как вид уравнений, связывающих эти величины, одинаков;

2) для любой величины $\varphi_Б$ процесса Б существует сходственная ей величина $\varphi_A = m_\varphi \varphi_Б$ в процессе А;

3) безразмерные уравнения процессов А и Б одинаковы.

Как вытекает из анализа уравнений движения вязкой жидкости, необходимым условием подобия двух потоков является одинаковость условий однозначности (начальных и граничных условий), сформулированных в безразмерных величинах, а также одинаковость безразмерных чисел подобия, составленных из параметров, заданных в условиях задачи. Такими числами для неустановившегося движения вязкой жидкости служат:

Число Фруда . . .	$\mathrm{Fr}=v^2/(FL)$
Число Рейнольдса .	$\mathrm{Re}=vL/\nu$
Число Эйлера . . .	$\mathrm{Eu}=p/(\rho v^2)$
Число Струхаля . .	$\mathrm{Sh}=L/(vT)$

Здесь L, v, F, p, T — соответственно длина, скорость, массовая сила, давление и время, характерные для данной задачи.

Указанные необходимые условия являются также и достаточными для всех случаев, для которых доказана теорема существования и единственности решения дифференциальных уравнений движения вязкой жидкости.

Числа подобия, составленные из параметров, заданных в условиях однозначности, называют критериями подобия.

Из равенства критериев подобия в двух сравниваемых потоках вытекают соотношения между масштабами величин, представленные в табл. 1.5. Последняя колонка этой таблицы относится к подобию так называемых автомодельных по числу Re или квадратичных течений (см. п. 1.6.2), для которых характерна независимость коэффициента сопротивления от числа Re. При практическом моделировании обычно масштабы физических параметров (например, вязкостей, плотностей жидкостей), а также линейный масштаб задаются, а остальные масштабы вычисляются через них соответственно данным табл. 1.5. Для обеспечения подобия необходимо, строго говоря, равенство всех чисел, однако это нередко оказывается практически невозможным. Так, например, одновременное равенство чисел Fr и Re требует моделирования вязкости, что возможно лишь в исключительных случаях. Поэтому на практике моделирование выполняют по одному «главному» числу, обеспечивающему подобие «главной» (доминирующей в данном явлении) силы. Соответственно опыту практического моделирования для подобия потоков со свободной поверхностью (безнапорных) должно быть обеспечено равенство чисел Фруда, а для напорных потоков — равенство чисел Рейнольдса (вне области квадратичного сопротивления). Число Эйлера при моделировании потоков несжимаемой жидкости обычно является неопределяющим и зависит от чисел Re и Fr. Для потоков сжимаемого газа число Эйлера связано с числом Маха $M=v/a$ соотношением $\mathrm{Eu}=1/\varkappa M^2$. Число Маха является в большинстве случаев определяющим критерием.

Пример 1. Требуется рассчитать гидродинамические параметры модели некоторого теплотехнического устройства с напорным режимом течения (без образования свободных поверхностей) при известных параметрах натурного объекта.

Решение. Возможны случаи:

а) Режим течения в проточной части натурного объекта не достигает области квадратичного сопротивления, т. е. зависит от числа Рейнольдса.

Считая геометрический масштаб модели выбранным, а модель выполненной геометрически подобной натуре, из условия равенства чисел Re для натуры и модели находим:

$$\mathrm{Re_н} = \mathrm{Re_м}, \quad \frac{u_н L_н}{\nu_н} = \frac{u_м L_м}{\nu_м};$$

$$\frac{u_н}{u_м} = \frac{\nu_н}{\nu_м} \frac{L_м}{L_н}$$

или

$$m_u = m_\nu / m_l,$$

Таблица 1.5

Масштабы величин при различных законах подобия

Величина	Масштаб	Подобие по Fr	Подобие по Re	Автомодельные течения
Длина	m_l	m_l	m_l	m_l
Площадь	m_s	m_l^2	m_l^2	m_l^2
Объем	m_v	m_l^3	m_l^3	m_l^3
Время	m_τ	$m_l^{0,5}$	m_l^2/m_ν	m_l/m_u
Скорость	m_u	$m_l^{0,5}$	m_ν/m_l	m_u
Ускорение	m_a	1	m_ν^2/m_l^3	m_u^2/m_l
Расход	m_V	$m_l^{5/2}$	$m_\nu m_l$	m_u/m_l^2
Сила	m_F	$m_\rho m_l^3$	m_ρ/m_ν^2	$m_\rho m_u^2 m_l^2$
Давление	m_p	$m_\rho m_l$	$m_\rho m_\nu^2/m_l^2$	$m_\rho m_u^2$
Работа, энергия	$m_э$	$m_\rho m_l^4$	$m_\rho m_\nu^2 m_l$	$m_\rho m_u^2 m_l^3$
Мощность	m_N	$m_\rho m_l^{7/2}$	$m_\rho m_\nu^3/m_l$	$m_\rho m_u^3 m_l^2$

Этой формулой определяется масштаб скоростей, который можно в некоторых пределах изменить, выбирая для моделирования различные жидкости. При одинаковой для натуры и модели среде $m_\nu = 1$ и $m_u = m_l^{-1}$. Масштаб для расхода получим из соотношения

$$m_V = V_н/V_м = \frac{u_н S_н}{u_м F_м} = m_u m_S = m_u m_l^2$$

или

$$m_V = m_l m_\nu .$$

Масштаб для перепадов давлений можно получить, учитывая, что число Эйлера, будучи определяемым критерием, является функцией числа Рейнольдса и в нашем случае $Eu_н = Eu_м$. Следовательно,

$$\frac{\Delta p_н}{\rho_н u_н^2} = \frac{\Delta p_м}{\rho_м u_м^2}; \quad \frac{\Delta p_н}{\Delta p_м} = \frac{\rho_н u_н^2}{\rho_м u_м^2}$$

или

$$m_{\Delta p} = m_\rho \frac{m_\nu^2}{m_l^2} .$$

Аналогично получаются масштабы других величин (см. табл. 1.5).

б) Режим течения в натурном устройстве — автомодельный, т. е. безразмерные характеристики не зависят от Re. Поэтому масштаб скорости m_u, так же как и масштабы m_l, m_ν, m_ρ, является независимым. Масштабы других физических величин получаются соответственно формулам размерностей (см. табл. 1.15).

Пример 2. Требуется рассчитать гидродинамические параметры течения, в котором существенную роль играют гравитационные силы и силы вязкости (например, стекание слоя вязкой жидкости по наклонной поверхности).

Решение. Из требования равенства чисел Фруда подобно предыдущему следует, что

$$m_u = \sqrt{m_l}$$

и из равенства чисел Рейнольдса

$$m_u = m_\nu / m_l .$$

Для совместности этих требований должно быть

$$m_\nu = m_l^{3/2},$$

т. е. необходимо моделирование вязкости.

В случае квадратичного сопротивления расчет модели выполняется по закону $Fr = idem$. Значения масштабов для этого случая см. в табл. 1.5.

1.6. ОДНОМЕРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

1.6.1. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ПОТОКА НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Одномерными называют течения, для описания которых можно ограничиться одной геометрической координатой. К одномерной модели сводятся плавно изменяющиеся течения, т. е. такие, которые обладают малой кривизной струек (линий тока) и малым углом расхождения между ними. Для таких установившихся течений уравне-

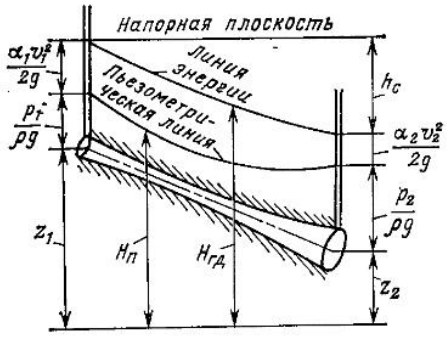


Рис. 1.10. Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли для потока несжимаемой жидкости.

ние Бернулли (1.28) может быть распространено на поток конечных размеров и приведено к виду

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_c, \qquad (1.45)$$

где v_1 и v_2 — средние скорости в сечениях, определяемые как отношение расхода V к площади живого сечения: $S: v = V/S$; α — коэффициент кинетической энергии, учитывающий неравномерность распределения местных скоростей по живому сечению:

$$\alpha = \frac{\int_S u^3\, dS}{v^3 S}. \qquad (1.46)$$

При ламинарном течении в круглых трубах $\alpha=2$, при развитом турбулентном $\alpha \approx 1{,}1$. В общем случае значение α зависит от формы эпюры (профиля) скорости и может значительно превышать единицу. Члеи h_c (в 1.45) выражает потерю напора (энергии) между сечениями *1* и *2*. Употребительны следующие обозначения и термины:

$H_{гд} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g}$ — гидродинамический или полный напор;

$H_п = z + \frac{p}{\rho g}$ — пьезометрический напор (p — избыточное давление);

$H_v = \frac{\alpha v^2}{2g}$ — скоростной напор или скоростная высота.

Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли (1.45) дана на рис. 1.10.

1.6.2. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Первопричиной потерь энергии h_c во всех случаях является сила внутреннего трения (вязкости), однако ее действие проявляется по-разному в зависимости от внешних факторов на границе потока. Обычно эти факторы называют гидравлическими сопротивлениями. В общем случае потери энергии в гидравлических сопротивлениях h_c слагаются из потерь в сопротивлениях по длине $h_д$ и в местных сопротивлениях $h_м$.

Сопротивление по длине. В чистом виде это сопротивление имеет место при течениях жидкостей или газов по цилиндрическим трубам или каналам с постоянной по длине потока средней скоростью. В этих случаях потери гидродинамического напора (механической энергии), выраженные в линейных единицах столба данной жидкости, определяют по формуле Вейсбаха—Дарси [1]

$$h_д = \lambda \frac{l}{4R} \frac{v^2}{2g}, \qquad (1.47)$$

где l — длина участка, на котором определяются потери; v — средняя скорость; R — гидравлический радиус, определяемый как отношение площади живого сечения потока к смоченному периметру.

Для круглых труб $4R=d$ (d — диаметр трубы) и формула (1.47) приобретает вид:

$$h_д = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}. \qquad (1.48)$$

Гидравлический коэффициент трения λ в общем случае зависит от конфигурации пограничных поверхностей и числа Re. Понятие конфигурации включает в себя форму поперечного сечения и шероховатость стенок. Общий характер зависимости λ от числа Re и шероховатости стенок для круглых труб по данным опытов Никурадзе показан на рис. 1.11. В этих опытах шероховатость создавалась искусственно и оценивалась средним размером выступа $\Delta_э$. Как показывает ход экспериментальных кривых, возможны следующие течения:

Ламинарный режим .	$\lambda_1 = f_1$ (Re)
Гладкостенный турбулентный режим . .	$\lambda_2 = f_2$ (Re)
Доквадратичный турбулентный режим .	$\lambda_3 = f_3$ (Re, $d/\Delta_э$)
Квадратичный турбулентный режим . .	$\lambda_4 = f_4$ ($d/\Delta_э$)

Для промышленных труб, в которых шероховатость неравномерна, в качестве ее характеристики применяется *эквивалентная абсолютная шероховатость* Δ, значения которой для некоторых типов труб приведены в табл. 1.6 [4]. Графическая зависимость λ от Re для таких труб, обобщенная по результатам многих исследований (главным образом ВТИ), представлена на рис. 1.12 (ламинарный режим не показан).

Более подробные таблицы значений эквивалентных шероховатостей приведены в [20].

[1] Для горизонтальных цилиндрических труб падение напора связано с потерей давления соотношением $\Delta p_g = \rho g h_g$.

Таблица 1.6

Значения эквивалентной абсолютной шероховатости Δ для труб из разных материалов

Материал и способ изготовления труб	Состояние трубы	Δ, мм
Тянутые из стекла и цветных металлов	Новые, технически гладкие	0,001—0,002 0,0015
Бесшовные стальные	Новые и чистые	0,01—0,02 0,014
Стальные сварные	После нескольких лет эксплуатации	0,15—0,3 0,2
	Новые и чистые	0,03—0,12 0,05
	С незначительной коррозией, после очистки	0,10—0,20 0,15
	Умеренно заржавевшие	0,30—0,70 0,50
	Старые заржавевшие	0,80—1,5 1,0
	Сильно заржавевшие или с большими отложениями	2,0—4,0 3,0
Клепаные стальные	Легко клепанные	От 0,5—3,0
	Сильно клепанные	до 9,0
Стальные оцинкованные	Новые и чистые	0,10—0,20 0,15
	После нескольких лет эксплуатации	0,40—0,70 0,50
Чугунные	Новые асфальтированные	0,08—0,26 0,12
	Новые без покрытия	0,20—0,50 0,30
	Бывшие в употреблении	0,5—1,5 1,0
	Очень старые	До 3,0
Деревянные	Из деревянных клепок, тщательно оструганных	0,10—0,30 0,15
	Из деревянных клепок, обычные	0,3—1,0 0,5
	Из неоструганных досок	1,0—2,5 2,0
Фанерные	Новые	0,02—0,05 0,03
Асбоцементные	Новые	0,05—0,10 0,085
Бетонные	Новые из предварительно напряженного бетона	0,02—0,05 0,03

Продолжение табл. 1.6

Материал и способ изготовления труб	Состояние трубы	Δ, мм
Бетонные	Новые центробежные	0,15—0,30 / 0,20
	Бывшие в употреблении	0,30—0,80 / 0,50
	Из необработанного бетона	1,0—3,0

Примечание. В числителе приведены пределы изменения Δ, в знаменателе — его средние значения.

Наиболее употребительные расчетные формулы для коэффициента λ см. в табл. 1.7. Там же указаны ориентировочные границы применимости каждой из формул.

В случае труб некруглого сечения для определения потерь напора следует пользоваться формулой (1.47). Значения коэффициента λ для некоторых форм поперечного сечения приведены на рис. 1.13 [49]. Для других форм поперечного сечения данные о λ можно найти в [20].

Сжимаемость газов мало влияет на закономерность $\lambda = f(\mathrm{Re})$, о чем свидетельствуют опытные данные, приведенные на рис. 1.14 [49]. Однако в области чисел M, близких к 1, наблюдаются заметные отклонения значений λ для газа от значений этого коэффициента для несжимаемой жидкости [16] (рис. 1.15).

Внутренняя структура течения в круглых трубах зависит от режимов течения. *При стабилизированном ламинарном режиме*[1] распределение местных скоростей подчиняется параболическому закону

$$u = \frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\left(r^2 - r_0^2\right), \qquad (1.49)$$

[1] Стабилизированным называется такой поток в трубе, распределение скоростей в котором не изменяется по его длине.

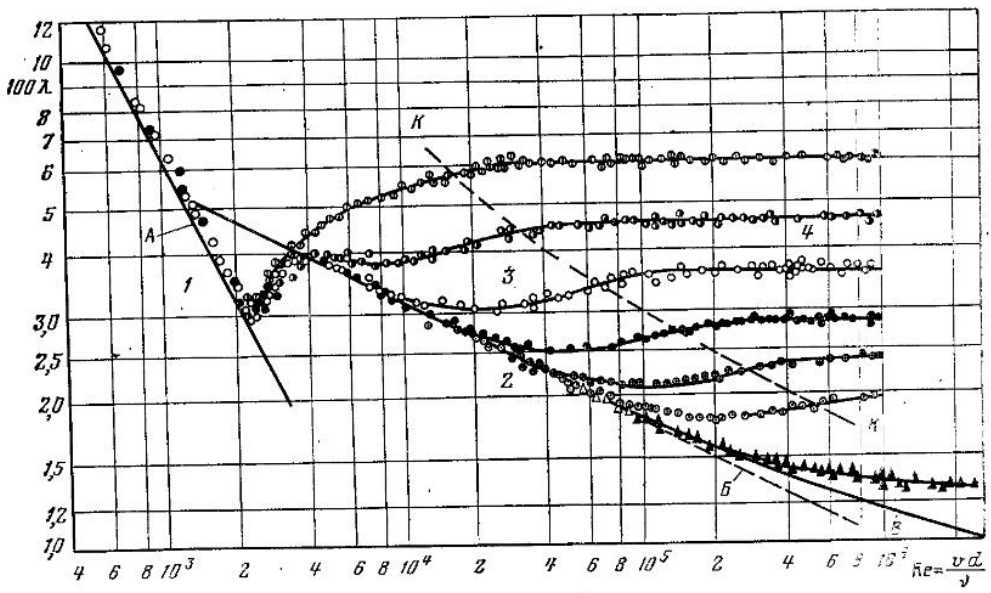


Рис. 1.11. Зависимость гидравлического коэффициента трения от числа Рейнольдса для круглых труб с равнозернистой (песочной) шероховатостью.

1 — зона ламинарного режима; *2* — зона гладкостенного режима; *3* — зона доквадратичного сопротивления; *4* — зона квадратичного сопротивления; *K-K* — приблизительная нижняя граница квадратичного режима; *A* — расчет по формуле $\lambda = 64/\mathrm{Re}$; *Б* — расчет по формуле $\lambda = 0{,}316/\mathrm{Re}^{0{,}25}$; *B* — расчет по формуле Праидтля $1/\sqrt{\lambda} = 2\lg(\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}) - 0{,}8$.

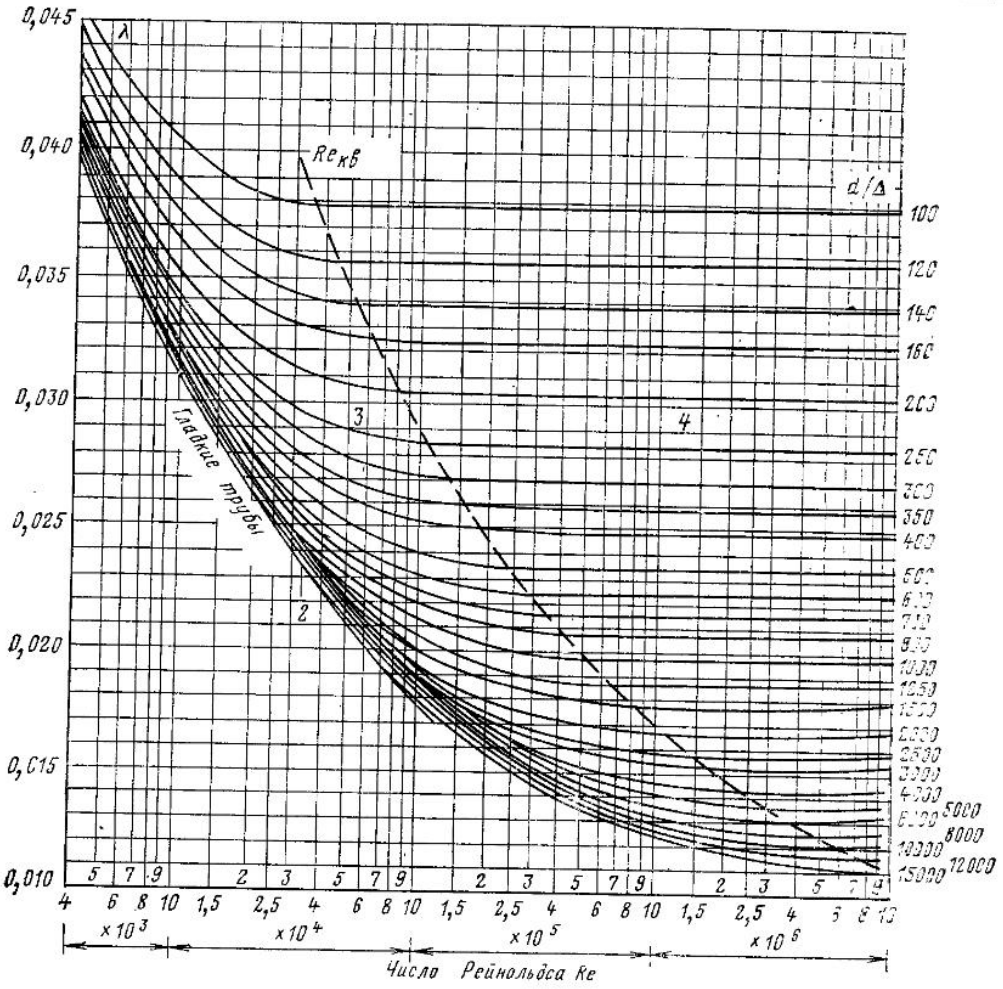


Рис. 1.12. Расчетный график гидравлического коэффициента трения для стальных круглых труб с естественной шероховатостью по данным ВТИ.

2, 3, 4 — соответственно зоны гладкостенного, доквадратичного и квадратичного режимов; $Re_{кв}$ — нижнее граничное значение числа Рейнольдса квадратичной зоны сопротивления.

или в безразмерном виде

$$\frac{u}{u_{макс}} = 1 - \frac{r^2}{r_0^2},$$

где p — давление; r_0 — радиус трубы; z — координата, отсчитываемая вдоль оси трубы вниз по течению; $u_{макс}$ — максимальная скорость:

$$u_{макс} = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz} r_0^2.$$

Средняя скорость в 2 раза меньше максимальной: $v = u_m/2$. Падение давления Δp на участке горизонтальной трубы длиной l определяют по *формуле Пуазейля*

$$\Delta p = 32\mu l v/d^2. \qquad (1.50)$$

Из уравнения Бернулли (1.45), составленного для граничных сечений участка l, следует, что $\Delta p = \rho g h_д$ и, следовательно,

$$h_д = \frac{32\nu l v}{g d^2}, \qquad (1.50а)$$

откуда вытекает, что $\lambda = 64/\mathrm{Re}$, где $\mathrm{Re} = vd/\nu$.

Для наклонной трубы формула (1.50а) выражает падение гидродинамического напора: $\Delta H_{гд} = \Delta p/\rho g + z_1 - z_2 = h_д$, где z_1 и z_2 — отметки центров тяжести сечений трубы в начале и конце участка l.

Стабилизированное течение устанавливается лишь на некотором расстоянии от входа в трубу, за пределами так называемого *начального участка*, длина которого для круглой трубы

$$l_{нач} \approx 0{,}04 d\,\mathrm{Re}.$$

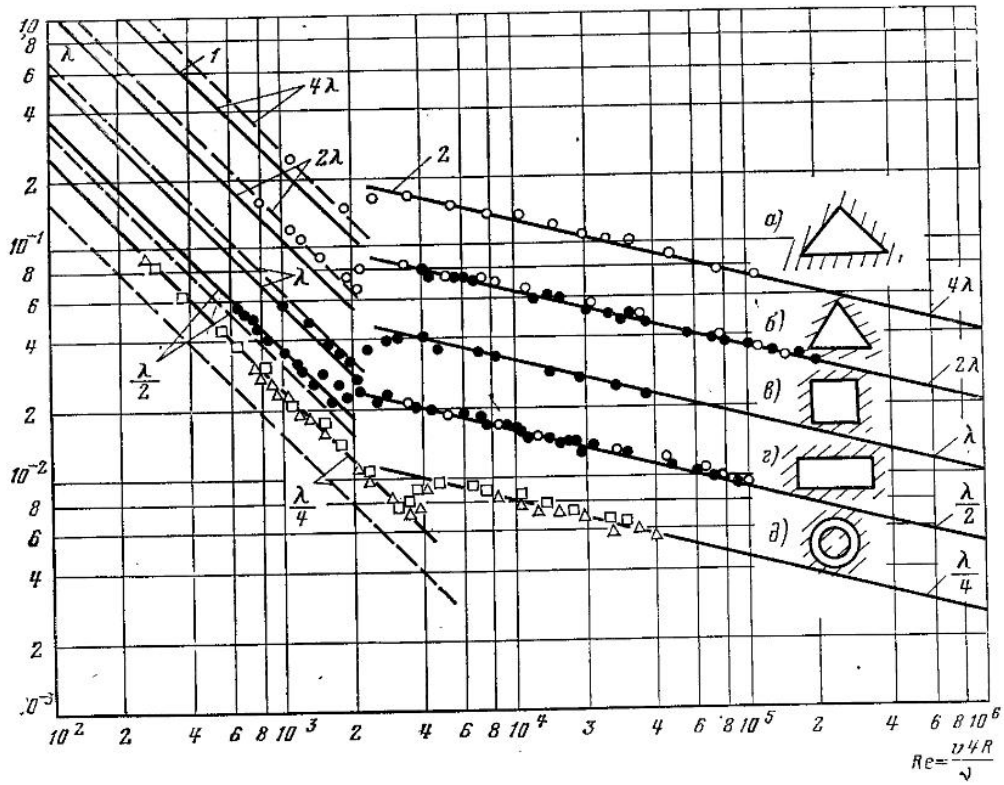


Рис. 1.13. Зависимость гидравлического коэффициента трения для труб некруглого сечения.

1 — ламинарное течение, $\lambda = C/\mathrm{Re}$; *2* — турбулентное течение, $\lambda = 0{,}316/\mathrm{Re}^{0,25}$; — — — — ламинарное течение в круглой трубе, $C = 64$; *а* — равнобедренный прямоугольный треугольник, $C = 52$; *б* — равносторонний треугольник, $C = 53$; *в* — квадрат, $C = 57$; *г* — прямоугольник (3,5 : 1), $C = 71$; *д* — кольцевая щель, $C = 96$; ○ — измерения Никурадзе; ● — измерения Шиллера; △ — $d_1/d_2 = 0{,}6$; □ — $d_1/d_2 = 0{,}8$ — измерения Коха и Файнда.

Таблица 1.7

Сводная таблица расчетных формул для гидравлического коэффициента трения λ

Зона сопротивления (рис. 1.11)	Режим течения	Границы зоны	Расчетные формулы	
1	Ламинарный	$\mathrm{Re} < 2300$	$\lambda = 64/\mathrm{Re}$	
2	Турбулентный, гладкостенный	$4000 < \mathrm{Re} < 20\ d/\Delta$	$\lambda = 0{,}316/\mathrm{Re}^{0,25}$, $\mathrm{Re} < 10^5$ (Блазиус) $\lambda = (1{,}8\ \lg\mathrm{Re} - 1{,}5)^{-2}$ (Конаков)	Для всех турбулентных режимов $\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0,25}$ (Альтшуль)
3	Турбулентный, доквадратичный	$20\ d/\Delta < \mathrm{Re} < 500\ d/\Delta$	$\lambda = f_3\ (\mathrm{Re},\ d/\Delta)$	
4	Турбулентный, квадратичный	$\mathrm{Re} > 500\ d/\Delta$	$\lambda = 0{,}11\ (\Delta/d)^{0,25}$ (Шифринсон) $\lambda = \left(1{,}74 + 2\lg\frac{r_0}{\Delta}\right)^{-2}$ (Никурадзе)	

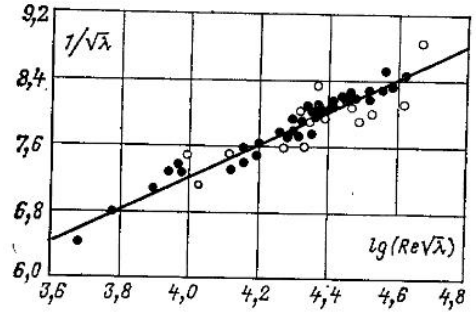


Рис. 1.14. Зависимость гидравлического коэффициента трения для гладкой трубы от числа Рейнольдса при дозвуковом и сверхзвуковом течениях газа.

● — дозвуковое течение; ○ — сверхзвуковое течение. Расчет по формуле Прандтля — Никурадзе $1/\sqrt{\lambda}=2\lg(\mathrm{Re}\sqrt{\lambda})-0{,}8$.

Наиболее известные из них:

а) *логарифмическая формула для гладкостенного режима* течения

$$\frac{u}{u_*}=5{,}75\lg\frac{u_* y}{\nu}+5{,}5. \quad (1.51)$$

где $u_*=\sqrt{\tau_0/\rho}$ — динамическая скорость; τ_0 — касательное напряжение на стенке; y — расстояние от стенки. Другая форма этой зависимости имеет вид:

$$(u_{\text{макс}}-u)/u_*=-5{,}75y/r_0. \quad (1.52)$$

где $u_{\text{макс}}$ — максимальная скорость (на оси трубы). Средняя скорость связана с максимальной соотношением

$$(u_{\text{макс}}-v)/u_*=4{,}03; \quad (1.53)$$

б) *универсальная логарифмическая формула* для всех турбулентных режимов в шероховатых трубах

$$\frac{u}{u_*}=5{,}75\lg\frac{y}{\Delta}+f\left(\frac{u_*\Delta}{\nu}\right), \quad (1.54)$$

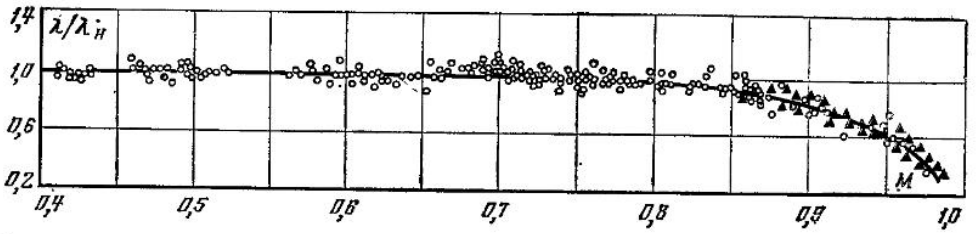


Рис. 1.15. Влияние числа Маха на гидравлический коэффициент трения при дозвуковом течении газа в гладкой трубе.

λ, $\lambda_{\text{н}}$ — коэффициенты трения для газа и несжимаемой жидкости; ○ — опыты МЭИ; ■▲ — опыты МО ЦКТИ.

Падение давления на начальном участке не подчиняется формуле Пуазейля (1.50), но приближенно может быть определено по формуле [45]

$$p_0-p_2=\frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{l_{\text{нач}}}{d}\frac{\rho v^2}{2}+2{,}41\frac{\rho v^2}{2},$$

где p_0 — давление в резервуаре, откуда берет начало труба; p_2 — давление в конце начального участка. Подробнее о начальном участке см. [44].

Разрушение ламинарного режима в трубе и переход к турбулентному происходят при достижении критического значения *числа Рейнольдса*. Для круглых труб это значение составляет приблизительно 2300. При $\mathrm{Re}<\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ наблюдается устойчивый ламинарный режим; при $\mathrm{Re}>\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ возможно появление турбулентности, но не исключено и сохранение ламинарного режима, который, однако, является неустойчивым.

При *турбулентном стабилизированном течении* в трубах распределение местных осредненных скоростей описывается полуэмпирическими или эмпирическими формулами, где функция $f(u_*\Delta/\nu)=B_1$ определяется графиком, приведенным на рис. 1.16;

в) *степенная формула* (эмпирическая)

$$u/u_{\text{макс}}=(y/r_0)^n, \quad (1.55)$$

где показатель n в зависимости от числа Re изменяется от 1/6 до 1/10 (см. п. 1.9.2). Значение, соответствующее гладкостенному режиму: $n=1/7$.

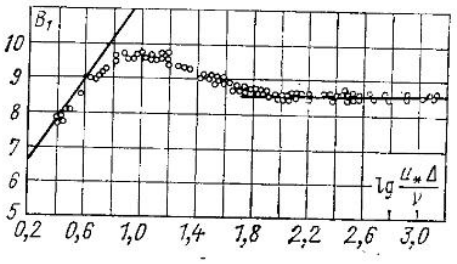


Рис. 1.16. Вид функции B_1, определяющей закон распределения скоростей в шероховатых трубах [по уравнению (1.54)].

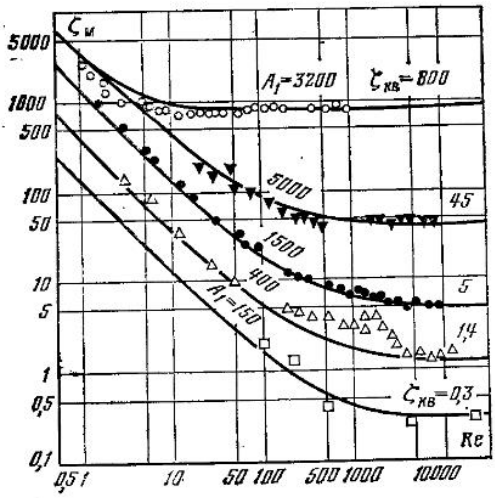


Рис. 1.17. Зависимость коэффициента местных сопротивлений от числа Рейнольдса.

□ — тройник; ▼ — шаровой клапан; △ — угольник 90°; ● — разъемный клапан; ○ — диафрагма (при отношении площади отверстия к площади трубы $n=0{,}05$).

Местные гидравлические сопротивления. К этим сопротивленням относятся всякие резкие изменения формы граничных поверхностей потока (расширения, сужения, изгибы, изломы и т. п.). Общей зависимостью для определения потерь напора в местных сопротивлениях служит формула Вейсбаха

$$h_м = \zeta_м \frac{v^2}{2g}, \qquad (1.56)$$

где $\zeta_м$ — коэффициент местного сопротивления, зависящий в общем случае от числа Re и конфигурации граничных поверхностей.

Общий характер этой зависимости для нескольких типов местных сопротивлений приведен на рис. 1.17 [4]. Эти кривые удовлетворительно описываются формулой вида

$$\zeta_м = \frac{A_1}{\mathrm{Re}} + \zeta_{кв},$$

где A_1 и $\zeta_{кв}$ — постоянные, зависящие только от геометрии местного сопротивления.

В табл. 1.8 [4] приводятся значения этих постоянных для нескольких видов местных сопротивлений. Величина $\zeta_{кв}$ выполняет функцию коэффициента местного сопротивления при весьма больших числах Re (в области квадратичного сопротивления). Значения $\zeta_м$ отнесены к скоростному напору перед местным сопротивлением.

В большинстве случаев местные сопротивления работают при больших числах Re или в условиях квадратичного режима, когда $\zeta_м \approx \zeta_{кв}$, а потому основное внимание уделено зависимости постоянной $\zeta_{кв}$ от геометрических параметров. Наиболее полные данные о коэффициентах местных сопротивлений собраны в [20]. В настоящем разделе приводятся данные лишь для некоторых наиболее часто встречающихся видов местных сопротивлений.

Таблица 1.8

Значения A_1 и $\zeta_{кв}$ для некоторых местных сопротивлений

Вид сопротивления	A_1	$\zeta_{кв}$
Внезапное расширение трубопровода (выход трубы в большой резервуар)	30	1
Пробочный кран	150	0,40
Вентиль:		
обыкновенный	3000—5000	2,5—5,0
Косва	900	2,5
Угловой вентиль	400	0,8
Шаровой клапан	5000	45
Угольник:		
90°	400	1,4
135°	600	0,4
Колено 90°	130	0,2
Тройник	150	0,3
Задвижка:		
$n^*=1$	75	0,15
$n=0{,}75$	350	0,2
$n=0{,}5$	1300	2
$n=0{,}25$	3000	20
Диафрагма:		
$n=0{,}64$	70	1
$n=0{,}40$	120	7
$n=0{,}16$	500	70
$n=0{,}05$	3200	800

* Через n обозначено отношение площади проходного сечения, открытого задвижкой, или отверстия диафрагмы к площади сечения трубы.

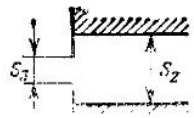
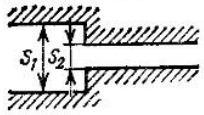
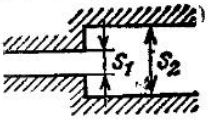
При проходе потока из трубы площадью S_1 через диафрагму с площадью отверстия S_3 в трубу площадью S_2 формула для коэффициента сопротивления, отнесенного к скоростному напору за сопротивлением, может быть представлена в виде [4]

$$\zeta_м = \zeta_3 = \zeta_{сж}\left(\frac{S_3}{S_3\varepsilon}\right)^2 + k\left(\frac{S_3}{S_3\varepsilon} - 1\right)^2,$$

где $\zeta_{сж}$ — коэффициент местного сопротивления при входе в диафрагму; k — поправочный коэффициент к потерям на расширение (при больших Re допустимо принимать [4] $\zeta_{сж}=0$, $k\approx 1$).

Таблица 1.9

Расчетные формулы для коэффициента ζ_2, отнесенного к сечению S_2

Конфигурация	Значения параметров	Расчетная формула
	$S_1 = \infty$, $\varepsilon = 0{,}611$	$\zeta_2 = \left(\frac{S_2}{S_3\, 0{,}611} - 1\right)^2$
	$S_3 = S_2$	$\zeta_2 = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^{2*}$ (формула Альтшуля)
	$S_1 = S_3$, $\varepsilon = 1{,}0$	$\zeta_2 = \left(\frac{S_2}{S_1} - 1\right)^2$ (Формула Борда)

* Для этого случая рекомендуется также эмпирическая формула И. Е. Идельчика: $\zeta_м = 0{,}5(1 - S_2/S_1)^{3/4}$.

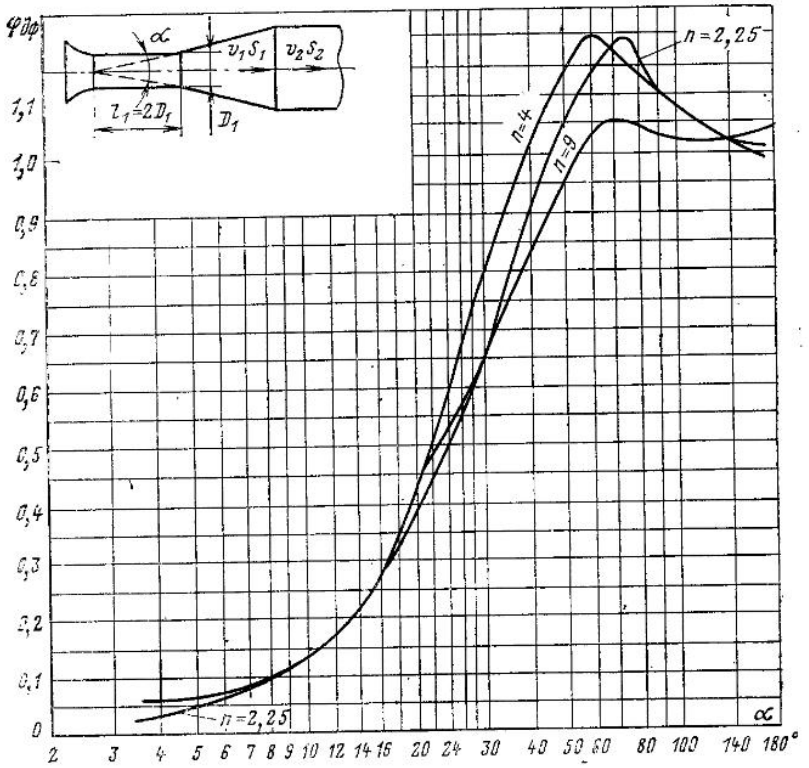


Рис. 1.18. Зависимость коэффициента потерь в круглом диффузоре от угла его раскрытия при трех значениях степени расширения $n = S_2/S_1$.

Коэффициент сжатия за диафрагмой $\varepsilon = S_{сж}/S_з$ имеет значения:

$S_з/S_1$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ε	0,611	0,612	0,616	0,622	0,633	0,644	0,662	0,687	0,722	0,781	1,0

Формулы для определения коэффициента ζ_2 приведены в табл. 1.9.

Постепенное расширение (диффузор) также может рассматриваться как вид местного сопротивления. Потери в диффузорах можно выражать в долях потерь при внезапном расширении

$$h_{дф} = \varphi_{дф} h_{вн.р}$$

и, следовательно,

$$h_{дф} = \varphi_{дф} \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}.$$

Коэффициент $\varphi_{дф}$ связан с коэффициентом сопротивления, отнесенным к скорости v_1, формулой

$$\zeta_{дф} = \varphi_{дф}\left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$$

и при фиксированных входных условиях (включая число Re) зависит главным образом от угла раскрытия диффузора (рис. 1.18) [19].

Подробные сведения о местных сопротивлениях можно найти в [4, 19, 20].

При наличии на трубопроводе нескольких местных сопротивлений, разделенных участками равномерного движения, суммарные потери напора могут быть определены на основе *принципа сложения потерь*:

$$h_c = \sum_{i=1}^{m} h_{дi} + \sum_{k=1}^{n} h_{мk},$$

где m — число участков равномерного течения; n — число местных сопротивлений. При этом суммирование потерь в местных сопротивлениях допустимо лишь при условии, что они расположены на таких расстояниях друг от друга, что искажение стабилизированной эпюры скоростей, вызванное прохождением потока через сопротивление, становится незначительным при подходе к следующему. Минимально необходимые расстояния между местными сопротивлениями определяются из условия [4]

$$l_{доп} = \frac{r_0}{\lambda} \zeta_{кв},$$

где r_0 — радиус трубы.

Ориентировочно при больших числах Re можно принимать:

$$l_{доп} = (30 \div 40)\, d.$$

При наличии взаимного влияния местных сопротивлений они должны рассматриваться как одно сложное сопротивление; коэффициент сопротивления в этом случае необходимо определять экспериментально.

1.6.3. ИСТЕЧЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Истечение через отверстия и насадки может происходить в газовую среду или под уровень той же или иной жидкости. В первом случае отверстие или насадок называется незатопленным, во втором — затопленным. Отверстие считается малым, если его высота не превосходит $0{,}1\,H$ (рис. 1.19).

При истечении через малое незатопленное отверстие струя при выходе претерпевает сжатие и площадь ее сечения S_c становится меньше, чем площадь отверстия S_0. Отношение $\varepsilon = S_c/S_0$ называется *коэффициентом сжатия*.

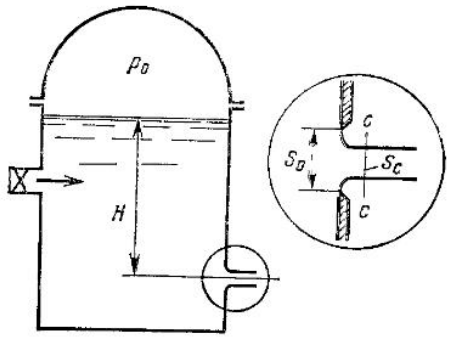


Рис. 1.19. Истечение несжимаемой жидкости через малое отверстие в тонкой стенке.

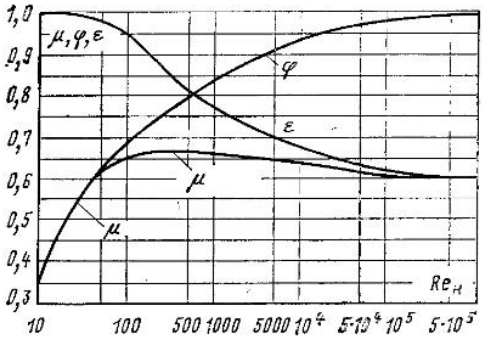


Рис. 1.20. Зависимость коэффициентов расхода μ, скорости φ и сжатия ε от числа Рейнольдса при истечении через малое отверстие.

Скорость истечения через малое отверстие из большого резервуара с постоянным уровнем

$$v = \varphi \sqrt{2g\left(H + \frac{p_0 - p_1}{\rho g}\right)},$$

где $\varphi = 1/\sqrt{1+\zeta}$ — коэффициент скорости; ζ — коэффициент потерь на вход в отверстие; p_0 и p_1 — давления на свободной поверхности и во внешней среде соответственно.

Объемный расход истечения

$$V = \mu S_0 \sqrt{2g\left(H + \frac{p_0 - p_1}{\rho g}\right)}, \quad (1.57)$$

где $\mu = \varphi\varepsilon$ — коэффициент расхода, причем μ, φ и ε зависят от числа Re (рис. 1.20), которое в данном случае рекомендуется представлять в виде [4]

$$\mathrm{Re}_H = \frac{d}{\nu}\sqrt{2g\left(H + \frac{p_0 - p_1}{\rho g}\right)}.$$

При $\mathrm{Re}_H > 10^4$ значения μ можно рассчитать по формуле [4]

$$\mu = 0{,}592 + \frac{5{,}5}{\sqrt{\mathrm{Re}_H}}.$$

Ориентировочные значения ε, φ, μ и ζ для круглых отверстий при $\mathrm{Re}_H > 10^5$ следующие:

$$\varepsilon = 0{,}61 \div 0{,}63; \quad \varphi = 0{,}97 \div 0{,}98;$$
$$\mu = 0{,}6 \div 0{,}62; \quad \zeta = 0{,}04 \div 0{,}06.$$

Для истечения через большое отверстие, площадь которого сопоставима с площадью сечения потока перед ним (рис. 1.21), при $p_0 = p_1$ расход можно определить по формуле (1.57), если напор H заменить на величину

$$H_0 = H + v_\text{п}^2/2g,$$

где $v_\text{п} = V/S_\text{п}$ — скорость подхода (рис. 1.21).

Значения μ в этих случаях мало отличаются от его значений для малых отверстий.

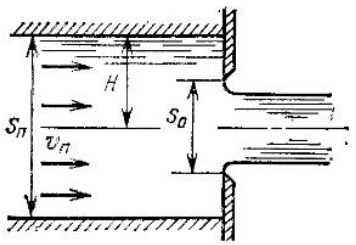


Рис. 1.21. Истечение несжимаемой жидкости через большое отверстие.

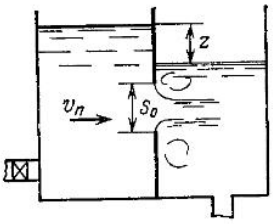


Рис. 1.22. Истечение несжимаемой жидкости через затопленное отверстие.

При истечениях через затопленные отверстия (рис. 1.22) расход

$$V = \mu S_0 \sqrt{2gz_0},$$

где $z_0 = z + v_\text{п}^2/(2g)$.

Значения коэффициента μ для затопленных отверстий приближенно можно принимать такими же, как и для незатопленных.

Насадки или короткие трубы (длиной около трех диаметров входного отверстия) могут существенно влиять на параметры вытекающей струи. В табл. 1.10 приведены некоторые встречающиеся в практике конфигурации насадков (круглого сечения) и соответствующие им средние значения коэффициентов истечения.

Более подробные сведения о гидравлических характеристиках отверстий и насадков можно найти в [4, 19].

Истечение под переменным напором (медленно изменяющееся во времени неустановившееся движение). В этом случае коэффициенты μ, ε, φ и ζ могут приближенно приниматься такими же, как и для случая установившегося истечения. Время изменения уровня в резервуаре от положения H_1 до положения H_2 (рис. 1.23) рассчитывают по уравнению

$$\tau = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega dH}{V_\text{п} - \mu\omega\sqrt{2g\left(H + \frac{p_0 - p_1}{\rho g}\right)}},$$

где Ω — площадь свободной поверхности в резервуаре; $V_\text{п}$ — расход притока; ω — площадь выходного отверстия.

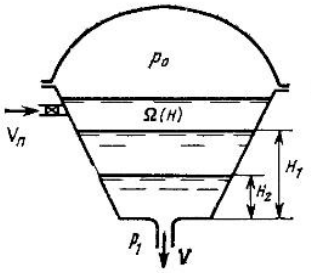
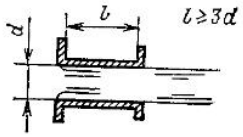
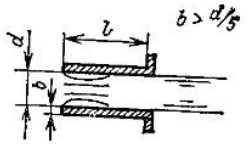
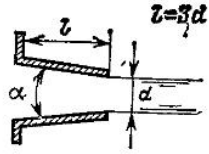
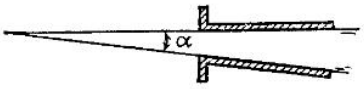


Рис. 1.23. Истечение при переменном напоре.

Таблица 1.10

Значения коэффициентов истечения для различных форм насадков

Вид насадка	ε	g	μ	ζ
Внешний цилиндрический 	1	0,82	0,82	0,5
Внутренний цилиндрический 	1	0,81	0,81	0,53
Коноидальный (по форме свободной струи) 	1	0,96—0,99	0,96—0,99	0,09—0,02
Коннческий сходящийся $\alpha=12\div15°$ 	0,98	0,96	0,94	0,09
Конический расходящийся $\alpha=5\div7°$ 	—	0,45—0,5	0,45—0,5	3,94—3,00

Примечание. Для всех насадков значения коэффициентов даны применительно к выходному сечению.

Для цилиндрических резервуаров ($\Omega=\Omega_0=\text{const}$) при постоянном притоке ($V_п=V_0=\text{const}$) время опорожнения или наполнения

$$\tau=\frac{2\Omega_0}{\mu\omega\sqrt{2gH_*}}\left(\sqrt{H_1}-\sqrt{H_2}+\sqrt{H_*}\ln\frac{\sqrt{H_*}-\sqrt{H_1}}{\sqrt{H_*}-\sqrt{H_2}}\right),$$

где $H_*=V_0^2/(2g\mu^2\omega^2)$ — напор, при котором через отверстие (насадок) проходит расход, равный притоку.

При отсутствии притока время полного опорожнения

$$\tau=\frac{2\Omega_0\sqrt{H_1}}{\mu\omega\sqrt{2g}}=\frac{2v_{рез}}{V_{нач}},$$

где $v_{рез}$ — объем жидкости в резервуаре в начальный момент; $V_{нач}$ — начальный рас[illegible]

1.6.4. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ

Гидравлический расчет трубопроводных систем основывается на формулах (1.48) и (1.56), определяющих потери в гидравлических сопротивлениях. В случае, когда потерями в местных сопротивлениях можно пренебречь, формулу (1.48) преобразуют к виду

$$V = K\sqrt{h_д/l}, \qquad (1.58)$$

где $K = S\sqrt{2gd/\lambda}$ — *модуль расхода (расходная характеристика)*, здесь $S = \pi d^2/4$ — площадь поперечного сечения трубы.

Для квадратичного режима значение K зависит только от геометрических характеристик трубы (диаметра и шероховатости); при других режимах — также и от числа Рейнольдса. В некоторых расчетах формулу (1.58) удобно использовать в виде

$$h_д = \sigma V^2, \qquad (1.59)$$

где $\sigma = l/K^2$ — полное сопротивление трубопровода.

Гидравлический уклон или уклон трения, т. е. потерю напора на единицу длины трубопровода, определяют по формуле

$$i = h_д/l = MV^2/d^5,$$

где $M = 16\lambda/(2g\pi^2)$.

Значения модуля расхода K для промышленных труб табулированы и приводятся в гидравлических справочниках [39].

Для новых стальных труб значения K, вычисленные с использованием формулы Шифринсона (см. табл. 1.7), при $\Delta = 0{,}2$ мм следующие:

d, мм	40	50	75	100	125	150	175	200	225	250
$K\cdot10^3$, м³/с	6,16	11,1	32	68,5	128	204	303	421	581	780

Продолжение

d, мм	300	350	400	450	500	600	700	800	900
$K\cdot10^3$, м³/с	1235	1890	2630	3980	4720	7550	11 350	16 200	22 300

При наличии местных сопротивлений на длинном трубопроводе потери в них можно учесть по способу *эквивалентной длины*, который заключается в том, что вместо местного сопротивления с коэффициентом $\zeta_м$ вводится эквивалентная длина трубы

$$l_э = \zeta_м d/\lambda,$$

потери напора на которой равны потерям в местном сопротивлении. Эту длину суммируют с длиной цилиндрического участка ($l_0 = l + l_э$) и эту сумму затем подставляют в (1.59).

Последовательное соединение труб разных диаметров (рис. 1.24 *а*). В этом случае потери напора на отдельных участках суммируются. Так как расход V для всех участков одинаков, то

$$H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = V^2 \sum_{i=1}^{m} \frac{l_{0i}}{K_i^2},$$

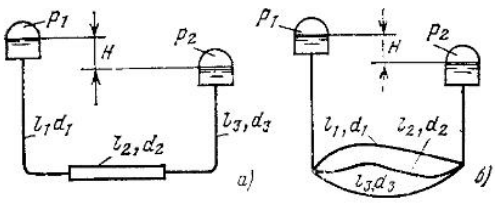


Рис. 1.24. Расчетные схемы трубопроводных систем при последовательном (*а*) и параллельном (*б*) соединении труб.

где m — число участков постоянного диаметра.

Вместе с формулами потерь для отдельных участков эта зависимость образует расчетную систему уравнений. Другая форма этой зависимости имеет вид:

$$V = \mu_c S_0 \sqrt{2g\left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right)}, \qquad (1.60)$$

где S_0 — площадь поперечного сечения трубы на основном (расчетном) участке; μ_c — коэффициент расхода системы:

$$\mu_c = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{l_i}{d_i}\frac{S_0^2}{S_i^2} - \sum_{k=1}^{n} \zeta_{мk}\frac{S_0^2}{S_k^2}}};$$

здесь n — число местных сопротивлений, а $\zeta_{мk}$ — их коэффициенты потерь.

Параллельное соединение труб (рис. 1.24, *б*). Потеря напора на каждой из ветвей одна и та же. Расход в j-й ветви

$$V_j = K_j\sqrt{\Delta H/l_{0j}},$$

где $\Delta H = H + (p_1 - p_2)/(\rho g)$,
а полный расход системы

$$V = \sum_{j=1}^{m} V_j = \sqrt{\Delta H}\sum_{i=1}^{m}\frac{K_i}{\sqrt{l_{0j}}}.$$

Эти уравнения образуют систему, из которой может быть определено $m+1$ неизвестное (например, V и V_j).

Пример 1. Для трубопровода постоянного диаметра заданы: объемный расход V, вязкость и плотность жидкости ν и ρ, геометрия трубы: диаметр d, длина l, шероховатость стенок Δ_0. Определить напор H_0,

необходимый для пропуска заданного расхода.

Решение. По заданным V, d и ν определяем число $\mathrm{Re}=4V/\pi d\nu$ и соответственно режим течения. Если режим ламинарный, то потребиый напор

$$H_0 = \frac{128\nu l_0}{\pi g d^4} V, \qquad (1.61)$$

где $l_0 = l + \sum_{k=1}^{n} l_{эк}$ — расчетная длина трубы с учетом эквивалентных длин местных сопротивлений.

Если режим турбулентный, то согласно (1.58)

$$H_0 = h_c = \frac{V^2}{K^2} l_0;$$

для вычисления K предварительно необходимо определить λ, ζ и $l_э$ по известиым Re, d и Δ.

Пример 2. Для того же трубопровода требуется найти расход V при заданных остальных параметрах.

Решение. Вычисляем напор, соответствующий критическому числу Рейнольдса:

$$H_{кр} = \frac{32\nu^2 l}{gd^3} \mathrm{Re}_{кр}.$$

Если $H_{зад} < H_{кр}$, то режим — ламинарный, если $H > H_{кр}$ — турбулентный.

Расход определяем методом последовательных приближений: при ламинарном режиме по (1.61); при турбулентном режиме значения λ и ζ определяем по формулам квадратичного режима, а расход — по (1.58) или по (1.60). Затем вычисляем Re и уточняем значеиия λ, ζ и V, что обычно бывает достаточным.

Пример 3. Для того же трубопровода (см. пример 1) найти диаметр d при заданных остальных параметрах.

Решение. Задавая ряд значений d_i, определяем соответствующие им $\mathrm{Re}=4V/(\pi d_i\nu)$ и находим λ, ζ_i, $l_{эi}$. Ищем значения напора, соответствующие каждому из задаваемых значений d_i, по формуле

$$H_{oi} = \frac{V^2}{K_i^2} l_{oi}.$$

Строим график $H_{oi}=f(d_i)$, на котором откладываем заданиое H_0, и находим соответствующий ему диаметр d.

Пример 4. Для схемы трубопровода, показанной на рис. 1.24, *а*, определить расход при заданных величинах p_1, p_2, H, d_i, l_i, Δ_i, ν.

Решение. Предполагая в первом приближении режим течения квадратичным, вычисляем λ_i и $\zeta_{мk}$ для каждого из участков.

Выбрав один из участков за расчетный (d_0, S_0), вычислнм коэффициеит расхода системы μ_c по (1.60), а затем — искомый расход V.

Для каждого из участков определяем Re_i и проверяем правильность предположения о квадратичности режима. При необходимости уточняем значения λ_i и $\zeta_{мk}$, а затем и расход V.

Пример 5. Для схемы трубопровода, приведеиной иа рис. 1.24, *б*, определить суммарный расход, пропускаемый системой, и его распределение по параллельным ветвям.

Решение. Предполагая квадратичный режим в каждой из ветвей и учитывая одинаковость потерь в них, записываем расчетную систему уравнений:

$$\Delta H = \frac{V_j^2}{K_j^2} l_{oj}; \qquad V = \sqrt{\Delta H} \sum_{j=1}^{m} \frac{K_j}{\sqrt{l_{oj}}}.$$

Из этой системы $m+1$ уравнений находится $m+1$ неизвестное, например V_j, V. Полученные значения проверяем и при необходимости уточняем путем вычисления Re_j и значений

$$\lambda_j, \zeta_j, l_{эj}, K_j.$$

1.6.5. СИЛОВОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОТОКА НА ТВЕРДЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Применяя уравнение количества движения (1.42) к объему, ограниченному контрольной поверхиостью S (пунктир на рис. 1.25), для случая установившегося движения результирующую силу воздействия потока на стенки можно выразить в виде [17]

$$\mathbf{P} = \rho V_1 \mathbf{v}_1 - \rho V_2 \mathbf{v}_2 - \rho V_3 \mathbf{v}_3 + \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_3 + \mathbf{G}, \qquad (1.62)$$

где $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$ и $\mathbf{P}_3$ — силы давления в сечениях *1*, *2* и *3*; V_1, V_2, V_3 — соответствующие расходы; $\mathbf{G}$ — вес жидкости в объеме, выделенном поверхностью S. Для вычисления силы $\mathbf{P}$ иеобходимо это уравнение записать в проекциях на оси координат.

Пример 1. Найти суммарную силу воздействия потока жидкости на стенки тройника (рис. 1.25), в котором поток с расходом V и давлением перед тройником (сечение *1-1*) p_1 делится в горизонтальиой плоскости на потоки с расходами V_2 и V_3.

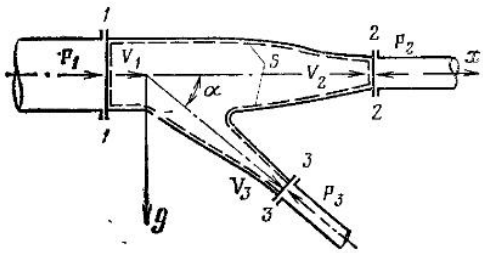


Рис. 1.25. Расчетная схема для вычисления силы воздействия напорного потока иа фасонную часть трубы.

Пунктир — контрольная поверхиость S для составления уравнения количества движения.

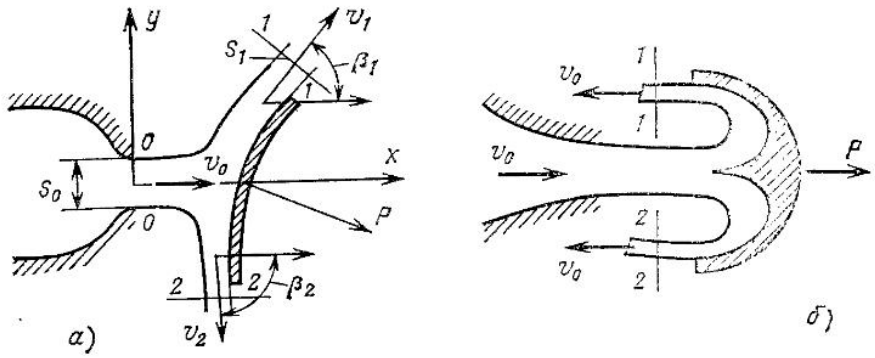


Рис. 1.26. Схема взаимодействия свободной струи с криволинейной стенкой.

а — плоская струя и цилиндрическая криволинейная стенка; *б* — плоская или осесимметричная струя и стенка, поворачивающая струю на 180°.

Решение. Уравнение (1.62) в проекциях на оси x и y (рис. 1.25) принимает вид:

$$P_x = \rho V_1 v_1 - \rho V_2 v_2 - \rho V_3 v_2 \cos\alpha + \\ + p_1 S_1 - p_2 S_2 - p_3 S_3 \cos\alpha;$$

$$P_y = -\rho V_3 v_3 \sin\alpha - p_3 S_3 \sin\alpha.$$

Давления p_1 и p_2, а также p_1 и p_3 связаны уравнением Бернулли (1.45), составленным последовательно для сечений *1-1 — 2-2* и *1-1 — 3-3*.

Искомая сила определится соотношением

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2},$$

а ее направление — формулой

$$\cos(P, x) = P_x/P.$$

Для случая плоской свободной струи, вытекающей из отверстия или сопла (рис. 1.26, *а*) в газовое пространство, сила ее воздействия на криволинейную цилиндрическую стенку определяется векторным уравнением

$$\mathbf{P} = \rho V_0 \mathbf{v}_0 - \rho V_1 \mathbf{v}_1 - \rho V_2 \mathbf{v}_2,$$

или в проекциях на оси координат

$$P_x = \rho V_0 v_0 - \rho V_1 v_1 \cos\beta_1 - \rho V_2 v_2 \cos\beta_2;$$

$$P_y = -\rho V_1 v_0 \sin\beta_1 + \rho V_2 v_0 \sin\beta_2.$$

При симметричной криволинейной поверхности

$$P_x = \rho V_0 v_0 (1 - \cos\beta); \quad P_y = 0.$$

Максимальное значение силы $\mathbf{P}$ может быть получено при $\beta = 180°$ (рис. 1.26, *б*): $P_{\text{макс}} = 2\rho V_0 v_0$.

Если стенка (преграда) — плоская, то сила давления струи направлена нормально к ней и определяется формулой

$$P = \rho V_0 v_0 \sin\alpha,$$

где α — угол наклона стенки к вектору $\mathbf{v}_0$, а расход V_0 делится на две части:

$$V_1 = V_0 \frac{1 + \cos\alpha}{2}; \qquad V_2 = V_0 \frac{1 - \cos\alpha}{2}.$$

Приведенные формулы воздействия струи на преграду справедливы для случаев, когда размеры преграды велики по сравнению с поперечным сечением струи.

1.6.6. НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ В НАПОРНОМ ТРУБОПРОВОДЕ

Такое движение описывается *уравнением одномерного неустановившегося движения*, которое является уравнением элементарной струйки (1.28), записанном для всего потока

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \\ + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_c + h_i, \qquad (1.63)$$

где h_c — потери в гидравлических сопротивлениях, вычисляемые в первом приближении по тем же формулам, что и для установившегося движения; $h_i = \frac{1}{g}\int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial v}{\partial \tau} ds$ — инерционный напор, вычисляемый по средней скорости v.

Для трубы постоянного диаметра инерционный напор

$$h_i = \frac{1}{g}\frac{d}{d\tau}\int_{s_1}^{s_2} v ds = \frac{l}{g}\frac{dv}{d\tau} = \frac{l}{gS}\frac{dV}{d\tau}, \qquad (1.64)$$

где s — координата, отсчитываемая вдоль оси трубы; S — площадь сечения трубы.

При медленно изменяющемся во времени неустановившемся движении (например, в случае истечения из большого резервуара через малое отверстие) инерционным напором можно пренебречь и тогда

расчетные зависимости приобретают тот же вид, что и для установившегося движения.

Гидравлический удар в трубах. Является одним из видов неустановившегося движения и проявляется в резком изменении давления в трубе, вызванном маневрированием (закрытием или открытием) затвора. Течения при гидравлическом ударе описываются системой диффференциальных уравнений

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial s} &= i_f + \frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial \tau} - \frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial s}; \\ \frac{\partial H}{\partial \tau} - v\frac{\partial H}{\partial s} &= \frac{a^2}{g}\frac{\partial v}{\partial s}, \end{aligned}\right\} \quad (1.65)$$

где $H = z + p/(\rho g)$ — пьезометрический напор; v — средняя скорость; s — координата, отсчитываемая вдоль оси трубы; a — скорость распространения в трубе ударной волны (см. ниже); i_f — уклон трения (потеря энергии на трение на единице длины трубы).

Если длина трубопровода не очень велика, то уклоном трения i_f пренебрегают [17]. Обычно пренебрегают также членами $v\frac{\partial H}{\partial s}$ и $v\frac{\partial v}{\partial s}$ и используют уравнения удара в виде

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} = a^2\frac{\partial^2 v}{\partial s^2}; \quad \frac{\partial^2 H}{\partial \tau^2} = a^2\frac{\partial^2 H}{\partial s^2}.$$

Поскольку величинами i_f и $v^2/(2g)$ пренебрегают, при установившемся режиме пьезометрический напор по длине трубы постоянен.

Таким образом, система (1.65) приводится к двум волновым уравнениям, общие решения которых применительно к схеме рис. 1,27, *а* имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} H - H_0 &= f\left(\tau - \frac{s}{a}\right) + \\ &+ \varphi\left(\tau + \frac{s}{a}\right); \\ v - v_0 &= -\frac{g}{a}\left[f\left(\tau - \frac{s}{a}\right) - \right. \\ &\left. - \varphi\left(\tau + \frac{s}{a}\right)\right], \end{aligned}\right\} \quad (1.66)$$

где H_0 и v_0 — соответственно пьезометрический напор и скорость в трубе при установившемся движении; f и φ — произвольные функции; a — скорость распространения в трубе волны изменения давления, определяемая формулой Жуковского:

$$a = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \frac{\mathscr{E}}{E}\frac{D}{\delta}}}, \quad (1.67)$$

где $a_0 = \sqrt{\mathscr{E}/\rho}$ — скорость распространения звука в жидкости; $\mathscr{E}$ — объемный модуль упругости жидкости; E — модуль упругости материала стенок; D — диаметр трубы; δ — толщина ее стенок.

При давлениях 10^2—$25\cdot10^2$ кПа и температуре $T = 10°$ С $a_0 \approx 1345$ м/с. Значения скорости распространения ударной волны в трубах из разных материалов приводятся в табл. 1.11.

Единицей времени в теории гидравлического удара служит «фаза удара», т. е. время θ пробега ударной волной двойной длины трубопровода L:

$$\theta = 2L/a.$$

В зависимости от закона закрытия или открытия затвора и параметров трубы возникает *прямой* или *непрямой* гидравлический удар.

Прямой удар возникает, если время закрытия (открытия) меньше фазы удара ($T \leqslant \theta$). Ударное изменение пьезометрического напора в этом случае определяется формулой

$$H_к - H_0 = \frac{a}{g}(v_0 - v_к), \quad (1.68)$$

где H_0, v_0 и $H_к$, $v_к$ — соответственно напор и скорость в трубопроводе перед затвором до удара и в конце процесса закрытия (открытия).

Если затвор закрывается полностью, то $v_к = 0$ и ударное изменение напора выражается формулой Жуковского для прямого удара

$$H_к - H_0 = \Delta H = av_0/g. \quad (1.69)$$

Учитывая, что для стальных трубопроводов $a \approx 1000$ м/с, можно принять

$$\Delta H = 100v_0,$$

где v_0 — в м/с.

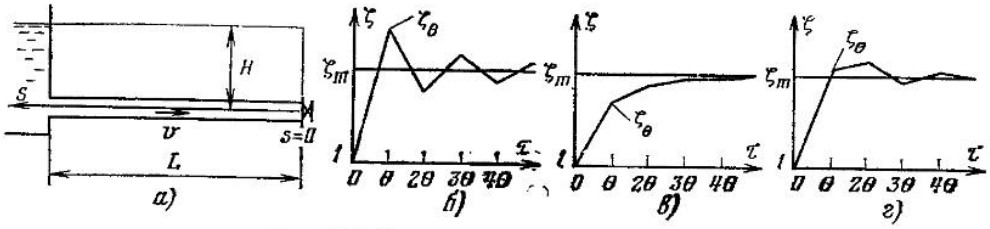


Рис. 1.27. Гидравлический удар в трубах.

а — схема; *б*, *в*, *г* — возможные типы графиков изменения относительного напора при непрямом ударе.

Таблица 1.11

Скорость распространения волны гидравлического удара в трубах

D, мм	Стальные трубы		Чугунные трубы		Асбоцементные трубы	
	δ, мм	a, м/с	δ, мм	a, м/с	δ, мм	a, м/с
50	4,0	1355	7,5	1340	9,0	1130
75	4,0	1315	8,0	1300	9,0	1040
100	5,0	1310	8,5	1280	11,0	1025
125	5,0	1280	9,0	1250	12,0	990
150	6,0	1280	9,5	1235	14,0	980
200	6,0	1240	10,5	1200	16,0	940
250	6,0	1205	11,5	1175	19,0	930
300	7,0	1200	12,5	1160	23,0	925
350	7,0	1170	13,0	1140	27,0	925
400	8,0	1170	14,0	1120	30,0	920
450	8,0	1148	15,0	1110	34,0	920
500	8,0	1125	16,0	1100	38,0	920
600	9,0	1110	18,0	1085	45,0	920
700	9,0	1075	21,0	1085	—	—
800	10,0	1071	24,0	1085	—	—
900	11,0	1060	27,0	1085	—	—
1000	12,0	1060	30,0	1085	—	—

Непрямой удар имеет место, если закрытие (открытие) происходит за время $T>\theta$. Для непрямого удара из (1.66) можно вывести цепные уравнения, связывающие значения скорости перед затвором $v_{i\theta}$ с соответствующими значениями напора $H_{i\theta}$ в концах каждой из фаз в течение времени закрытия T:

$$\left.\begin{aligned} H_\theta - H_0 &= \frac{a}{g}(v_0 - v_\theta);\\ H_\theta + H_{2\theta} - 2H_0 &= \frac{a}{g}(v_\theta - v_{2\theta});\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ H_{n\theta} + H_{(n+1)\theta} - 2H_0 &= \frac{a}{g}\times\\ &\times [v_{n\theta} - v_{(n+1)\theta}], \end{aligned}\right\} \quad (1.70)$$

где индексами θ, 2θ... отмечены значения напора и скорости в конце каждой из n фаз, составляющих в сумме интервал времени закрытия (открытия) T.

Если закон изменения скорости перед затвором $v=F(\tau)$ известен, то известны значения правых частей всей цепочки уравнений (1.70) и тогда, последовательно вычисляя $H_{i\theta}$ (начиная с $i=1$), с помощью уравнений (1.70) можно построить график изменения напора от фазы к фазе и по нему найти максимальное (или минимальное) значение напора, а значит и давления.

Однако во многих случаях скорость перед затвором может быть определена только по известным значениям напора. Например, при свободном истечении через затвор справедлив квадратичный закон (1.57). В этом случае, вводя относительные величины $\alpha=\Omega/\Omega_{макс}$; $\zeta=H/H_0$; $\rho=aV_0/(2gH_0)$, где Ω и Ω_m — соответственно текущее и максимальное значения площади проходного отверстия затвора; V_0 — скорость в трубе при $\Omega=\Omega_m$ и $H=H_0$; ρ — параметр, можно систему (1.70) представить в безразмерной форме [17]

$$\left.\begin{aligned} \zeta_\theta - 1 &= 2\rho\left(\alpha_0 - \alpha_\theta\sqrt{\zeta_\theta}\right);\\ \zeta_\theta + \zeta_{2\theta} - 2 &= 2\rho\left(\alpha_\theta\sqrt{\zeta_\theta} - \right.\\ &\left. - \alpha_{2\theta}\sqrt{\zeta_{2\theta}}\right);\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ \zeta_{n\theta} + \zeta_{(n+1)\theta} - 2 &= 2\rho\left[\alpha_{n\theta}\times\right.\\ &\left.\times\sqrt{\zeta_{n\theta}} - \alpha_{(n+1)\theta}\sqrt{\zeta_{(n+1)\theta}}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (1.71)$$

Индексом $n\theta$ отмечены значения параметров перед затвором в конце n-й фазы. Если закон изменения $\alpha(\tau)$ (закон закрытия или открытия) задан, то по цепочке (1.71) можно рассчитать все значения $\zeta_{n\theta}$ и построить график $\zeta(\tau)$.

В простейшем случае линейного закона $\alpha(\tau)$ степень открытия затвора в момент τ определяется по формуле $\alpha=\alpha_0\pm\tau/T_0$, где α_0 — начальное открытие; T_0 — время полного маневра затвором от $\alpha_0=1$ до $\alpha=0$ при закрывании (знак —) или от $\alpha_0=0$ до $\alpha=1$ при открывании (знак +).

Для удара при закрытии и линейном законе изменения $\alpha(\tau)$ возможны три варианта изменения $\zeta(\tau)$ (см. рис. 1.27, *б—г*):

1) максимальное повышение напора $\zeta_{макс}$ достигается в первой фазе (рис. 1.27, *б*), и расчетной формулой для определения ударного повышения напора (давления) служит первое из уравнений (1.71) (первофазный удар);

2) максимальное значение $\zeta_{макс}\approx\zeta_m$ (где ζ_m — предельный напор) достигается в конце процесса закрытия (рис. 1.27, *в*) и определяется по формуле

$$\zeta_m = \frac{\sigma}{2}\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2+4}\right) + 1, \quad (1.72)$$

где $\sigma=\rho\theta/T_0$ — второй параметр удара (предельный удар);

3) максимальный напор достигается в конце одной из промежуточных фаз (рис. 1.27, *г*) и может быть определен по цепным уравнениям. Приближенно принимают, что и в этом случае $\zeta_{макс}\approx\zeta_m$.

В табл. 1.12 приведена сводка расчетных формул для вычисления максимального ударного изменения напора при линейном законе закрытия и открытия затвора $\alpha(\tau)$ и квадратичном законе истечения через затвор.

Таблица 1.12

Сводка расчетных формул гидравлического удара

Вид удара	Условия его возникновения	Степень открытия затвора: Начальная	Степень открытия затвора: Конечная	Расчетные формулы
Прямой удар	Полное закрытие затвора при $T \leqslant \theta$	α_0	0	$\zeta_п = 1 + 2\rho\alpha_0;\ \zeta_п = \frac{H_п}{H_0}$
	Открытие и неполное закрытие при $T \leqslant \theta$	α_0	$\alpha_к$	$\sqrt{\zeta_п} = -\rho\alpha_к + \sqrt{\rho^2\alpha_к^2 + 2\rho\alpha_0 + 1};$ $\alpha_к = \alpha_0 \pm T/T_0$
Непрямой удар	Закрытие или открытие при $T > \theta$ (первофазный удар)	α_0	$\alpha_к$	$\sqrt{\zeta_\theta} = -\rho\alpha_\theta + \sqrt{\rho^2\alpha_\theta^2 + 2\rho\alpha_0 + 1};$ $\alpha_\theta = 1 \mp \theta/T_0$
	Закрытие или открытие при $T > \theta_1$ (предельный удар)	α_0	$\alpha_к$	$\zeta_m = \frac{\sigma}{2}\left(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4}\right) + 1;$ $\sigma = \rho\theta/T_0.$

[1] Знак «+» берется при закрытии, «—» — при открытии.

1.7. ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

1.7.1. ОБЩИЕ СВОЙСТВА ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Теория потенциальных течений (см. § 1.2) относится к идеальным (невязким) жидкостям и газам, которые служат одной из моделей реальных сред.

Из уравнения неразрывности (1.5) при $\rho = \text{const}$ (несжимаемая жидкость) и соотношений (1.12) следует, что потенциал скорости удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (1.73)$$

т. е. является гармонической функцией. Поэтому задача об отыскании поля скоростей потенциального течения сводится к отысканию решения уравнения Лапласа при заданных граничных условиях.

Общей формой граничного условия на твердой поверхности для идеальной жидкости служит равенство нулю нормальной составляющей скорости: $u_n|_S = 0$. Это условие для потенциального течения приобретает вид:

$$(\partial\varphi/\partial n)_S = 0,$$

где n — направленне нормали к твердой поверхиости S.

Потенциальные течения можно складывать (метод суперпозицин), т. е. из нескольких теченнй с потенциалами скоростей φ_i образовать теченне с потенциалом скоростн

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i.$$

При этом векторы скоростей суммируемых течений в каждой точке складываются геометрически:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{u}_i,$$

или

$$u_x = \sum_{i=1}^{n} u_{xi}; \quad u_y = \sum_{i=1}^{n} u_{yi}; \quad u_z = \sum_{i=1}^{n} u_{zi}.$$

Для плоского потенциального течения это суммирование может быть выполнено наглядно графически. Если известны конфнгурации линий тока двух складываемых плоскнх потенциальных течений, то при наложении их на один чертеж они образуют сетку, по которой могут быть построены линии тока результирующего течения. Если чертеж (рис. 1.28) построен так, что элементарные расходы между каждой парой линий тока равны: $\Delta V_1 = \Delta V_2$, то результирующая линия тока получается как геометрическое место точек пересечення линий тока складываемых течений.

Весьма эффективным для опнсания плоских потенциальных течений является прнменение функций комплексного переменного.

Поскольку для всякого плоского течения несжимаемой жидкостн существует функцня тока $\psi(x, y)$, то в снлу (1.12) и (1.13) она связана с потеицналом скорости уравненнямн

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}; \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad (1.74)$$

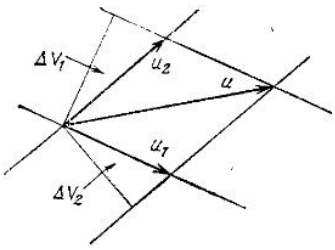


Рис. 1.28. Графическое сложение двух плоских потенциальных течений.

которые называют «условиями Коши — Римана», так как они являются условиями необходимыми и достаточными для существования аналитической функции комплексного переменного

$$w(z) = \varphi + i\psi,$$

называемой *комплексным потенциалом*.

Таким образом, плоскость потенциального течения рассматривается как плоскость комплексного переменного $z = x + iy$, а задача отыскания параметров потока сводится к отысканию комплексного потенциала $w(z)$.

Производная комплексного потенциала по переменной z называется *сопряженной скоростью*

$$\bar{u} = \frac{dw}{dz} = u_x - iu_y,$$

а комплексное число

$$u = u_x + iu_y$$

— комплексной скоростью.

Интеграл по замкнутому контуру L от сопряженной скорости обладает следующими свойствами:

$$\operatorname{Re} \oint_L \bar{u}\,dz = \operatorname{Re} \oint_L \frac{dw}{dz}\,dz = \oint_L d\varphi = \Gamma;$$

$$\operatorname{Im} \oint_L \bar{u}\,dz = \oint_L d\psi = V,$$

где через Re и Im обозначены соответственно действительная и мнимая части рассматриваемого интеграла; Γ — циркуляция скорости; V — объемный расход через контур L.

Для применения метода суперпозиции необходимо иметь комплексные потенциалы простейших течений, из которых можно образовывать более сложные.

1.7.2. ПРИМЕРЫ ПЛОСКИХ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ

В табл. 1.13 приведены основные характерные функции некоторых простейших плоских потенциальных течений.

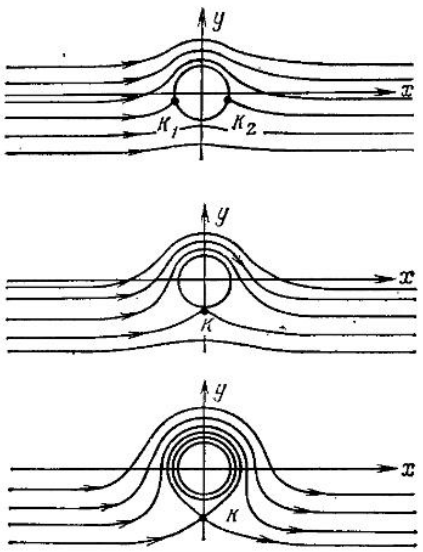


Рис. 1.29. Возможные схемы циркуляционного обтекания круглого цилиндра потенциальным потоком.

K, K_1, K_2 — критические точки.

В результате сложения прямолинейного потока, диполя и вихря можно получить поток, обтекающий круглый цилиндр с циркуляцией. Для этого потока

$$w(z) = \bar{u}_0 z + u_0 \frac{r_0^2}{z} + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z,$$

где $u_0 = u_{0x} + iu_{0y} = |u_0| e^{i\alpha}$ — комплексная скорость в бесконечности; r_0 — радиус цилиндра; Γ — циркуляция.

При $u_{0y} = 0$ получаем обтекание цилиндра вдоль действительной оси (рис. 1.29). В этом случае

$$w(z) = u_0 \left(z + \frac{r_0^2}{z} \right) + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z;$$

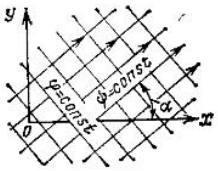
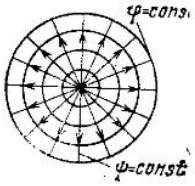
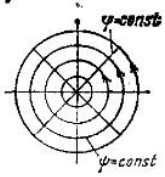
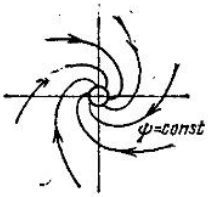
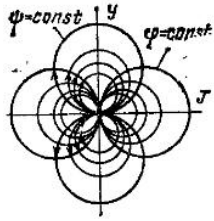
$$\varphi = u_0 r \cos\theta \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi}\theta = u_0 x \left(1 + \frac{r_0^2}{x^2 + y^2} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x};$$

$$\psi = u_0 r \sin\theta \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) + \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r = u_0 y \left(1 - \frac{r_0^2}{x^2 + y^2} \right) + \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2},$$

где r и θ — полярные координаты.

Таблица 1.13

Основные функции для простейших плоских потенциальных течений

Наименование и конфигурация гидродинамической сетки	Комплексный потенциал	Потенциал скорости	Функция тока	Сопряженная скорость
Прямолинейный поток 	$w(z)=az,$ $a=\text{const}$	$\varphi=u_{0x}x+u_{0y}y$	$\psi=u_{0x}y-u_{0y}x$	$\bar{u}=a=u_{0x}-iu_{0y};$ $\operatorname{tg}\alpha=u_{0y}/u_{0x}$
Источник ($V>0$), сток ($V<0$) 	$w=\frac{V}{2\pi}\ln z$	$\varphi=\frac{V}{2\pi}\ln r=$ $=\frac{V}{2\pi}\ln\sqrt{x^2+y^2}$	$\psi=\frac{V}{2\pi}\theta=$ $=\frac{V}{2\pi}\operatorname{arctg}\frac{y}{x}$	$\bar{u}=\frac{V}{2\pi z}$
Плоский вихрь (Γ — циркуляция) 	$w=-\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln z$	$\varphi=\frac{\Gamma}{2\pi}\theta=$ $=\frac{\Gamma}{2\pi}\operatorname{arctg}\frac{y}{x}$	$\psi=-\frac{\Gamma}{2\pi}\ln r=$ $=-\frac{\Gamma}{2\pi}\ln\sqrt{x^2+y^2}$	$\bar{u}=-\frac{i\Gamma}{2\pi z}$
Вихренсточник, вихреток 	$w=\frac{V-i\Gamma}{2\pi}\ln z$	$\varphi=\frac{1}{2\pi}(V\ln r+\Gamma\theta)$	$\psi=\frac{1}{2\pi}(V\theta-\Gamma\ln r)$	$\bar{u}=\frac{V-i\Gamma}{2\pi z}$
Диполь 	$w=\frac{M^*}{2\pi z}$	$\varphi=\frac{M}{2\pi}\frac{\cos\theta}{r}$	$\psi=-\frac{M}{2\pi}\frac{\sin\theta}{r}$	$\bar{u}=-\frac{M}{2\pi z^2}$

* Через M обозначен момент диполя.

В зависимости от значения циркуляции возможны три схемы обтекания (рис. 1.29).

Распределение давления по поверхности цилиндра характеризуется коэффициентом давления

$$\bar{p} = \frac{p - p_0}{\rho |u_0|^2/2} = 1 - 4\left(\sin\theta + \frac{\Gamma}{4\pi r_0 |u_0|}\right)^2,$$

где p — давление в точке поверхности цилиндра; p_0 — давление на бесконечности.

Главный вектор сил давления представляет собой поперечную (подъемную) силу Жуковского, направленную нормально к вектору скорости в бесконечности и численно равную:

$$P_п = \rho |u_0| \Gamma b,$$

где b — длина образующей цилиндра.

Поперечная сила Жуковского, определяемая этой формулой, возникает во всех случаях, когда при обтекании цилиндрического тела (любого профиля) циркуляция по контуру, охватывающая тело, не равна нулю (теорема Жуковского о подъемной силе).

Обтекание пластины прямолинейным потоком при наличии циркуляции получается конформным отображением [17, 30] внешности цилиндра на внешность пластины с помощью функции Жуковского

$$z = \frac{1}{2}(\zeta + a^2/\zeta),$$

где a — половина длины пластины, равная радиусу цилиндра.

При этом поток, обтекающий цилиндр, изображается в плоскости ζ, а поток, обтекающий пластину, — в плоскости z.

Комплексный потенциал и сопряженная скорость потока, обтекающего пластину, выражаются формулами

$$w = u_{0x} z - i u_{0y} \sqrt{z^2 - a^2} + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln\left(z + \sqrt{z^2 - a^2}\right);$$

$$\bar{u} = u_{0x} - i \frac{2\pi u_{0y} z - \Gamma}{2\pi \sqrt{z^2 - a^2}}.$$

Если циркуляция выбрана в соответствии с постулатом Жуковского—Чаплыгина, т. е. из условия, чтобы на задней концевой кромке пластины (точка $z = a$) скорость была конечной, то

$$\bar{u} = u_{0x} - i u_{0y} \sqrt{\frac{z - a}{z + a}}.$$

На рис. 1.30 показаны конфигурации линий тока потенциального течения вблизи пластины при $\Gamma = 0$ (бесциркуляционное обтекание) и при $\Gamma = 2\pi u_{0y} a$ (по постулату Жуковского—Чаплыгина).

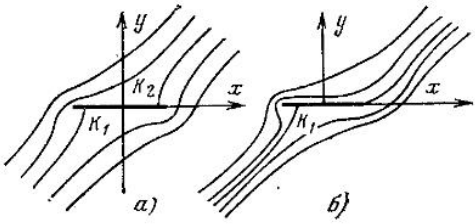


Рис. 1.30. Обтекание пластины плоским потенциальным потоком.

а — бесциркуляционное обтекание; *б* — обтекание с циркуляцией, выбранной согласно постулату Жуковского — Чаплыгина; K_1, K_2 — критические точки.

1.7.3. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ПЛОСКИХ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Параметры плоского потенциального потока несжимаемой жидкости могут быть приближенно определены, если построена гидродинамическая сетка (см. § 1.2). Пусть, например, построена квадратичная сетка для потока через решетку профилей (рис. 1.2) и заданы скорость u_0 и давление p_0 перед решеткой. Элементарный расход через плоскую трубку тока, образованную парой линий тока,

$$\Delta V = u_0 \Delta n_0,$$

а скорость в любой ячейке сетки

$$u_{ij} = u_0 \frac{\Delta n_0}{\Delta n_{ij}}.$$

Давление в той же ячейке определится из уравнения Бернулли

$$p_{ij} = p_0 + \frac{\rho u_0^2}{2} - \frac{\rho u_{ij}^2}{2} = p_0 + \frac{\rho u_0^2}{2}\left(1 - \frac{\Delta n_0^2}{\Delta n_{ij}^2}\right).$$

Для приближенного построения гидродинамической сетки применяют несколько методов, в числе которых:

1) графический метод, состоящий в приближенном (от руки) вычерчивании сетки, удовлетворяющей граничным условиям, а также ортогональности и квадратичности. Твердые границы считаются граничными линиями тока. Для уточнения сетки первого приближения можно провести сетку диагоналей (рис. 1.31), которая при правильном построении должна быть квадратной. Приняв точки пересечения диагоналей *1, 2, 3, 4* за узлы новой сетки, проводят новую систему диагоналей, углы которой дадут требуемое уточнение исходной гидродинамической сетки [42];

2) метод электрогидродинамической аналогии (ЭГДА). Основан на идентичности

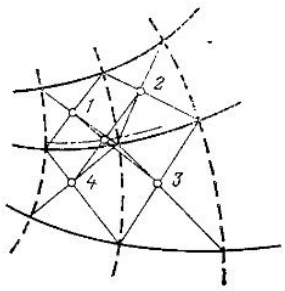


Рис. 1.31. Графический способ уточнения гидродинамической сетки.

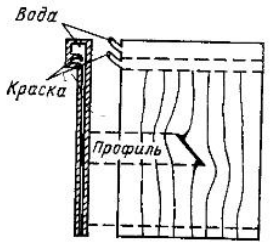


Рис. 1.32. Щелевой лоток.

дифференциальных уравнений, описывающих плоское потенциальное течение несжимаемой жидкости и течение электрического тока в плоском проводнике (см. п. 8.1.4);

3) *метод ламинарной аналогии* основан на том факторе, что осредненное по толщине слоя ламинарное ползущее[1] течение вязкой жидкости между параллельными плоскостями обладает потенциалом. Если ось z направлена нормально к параллельным плоскостям, образующим слой, то $u_x = \partial\varphi_л/\partial x$ и $u_y = \partial\varphi_л/\partial y$, где $\varphi_л = -h^2 p/(12\mu)$; h — толщина слоя; p — давление; μ — динамический коэффициент вязкости.

Подкрашивая струйки такого течения, на приборе, называемом щелевым лотком (рис. 1.32), можно воспроизвести систему линий тока, перенеся которые на чертеж, можно затем графически дополнить эквипотенциалами и получить полную гидродинамическую сетку.

1.7.4. СТРУЙНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Если в потоке образуются поверхности раздела между жидкой и газовой средами, называемые свободными поверхностями, то такие потоки называют *струйными течениями*. Свободные поверхности являются поверхностями равного давления: $p_{св.\,пов} = p_0 = \text{const}$.

Примерами струйных течений являются: струи несжимаемой жидкости, вытекающие в газовую среду; кавитационные течения, возникающие при обтекании тел несжимаемой жидкостью с большими скоростями; открытые или безнапорные потоки тяжелой жидкости.

Для построения плоских струйных потенциальных течений эффективно использование комплексного переменного, в особенности метода конформных отображений [15, 17].

Примером эффективно решаемой этим методом задачи о плоских струйных течениях является задача об истечении из плоского сосуда через «клапан» (рис. 1.33).

На рис. 1.34 и 1.35 приведены расчетные кривые коэффициента сопротивления клапана C_x при различных значениях параметров. Зная C_x, силу воздействия потока на клапан P_x можно определить по формуле

$$P_x = C_x\, 2L\, \frac{\rho v_\infty^2}{2},$$

где $2L$, v_∞ — ширина потока и модуль скорости в подводящем канале соответственно.

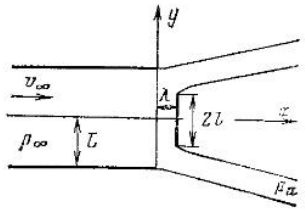


Рис. 1.33. Расчетная схема обтекания пластины с отрывом струй ограниченным потенциальным потоком (струйное истечение из-под клапана).

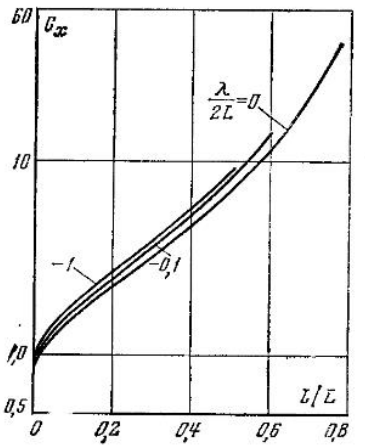


Рис. 1.34. Зависимость коэффициента сопротивления пластины от ее относительной ширины (внешнее обтекание).

[1] *Ползущими* называют течения при весьма малых числах Рейнольдса ($\mathrm{Re} \ll 1$).

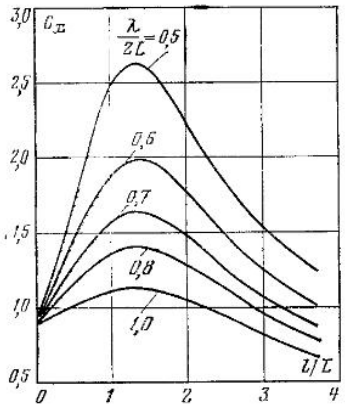


Рис. 1.35. Зависимость коэффициента сопротивления пластины от ее относительной ширины (внешиее обтекание).

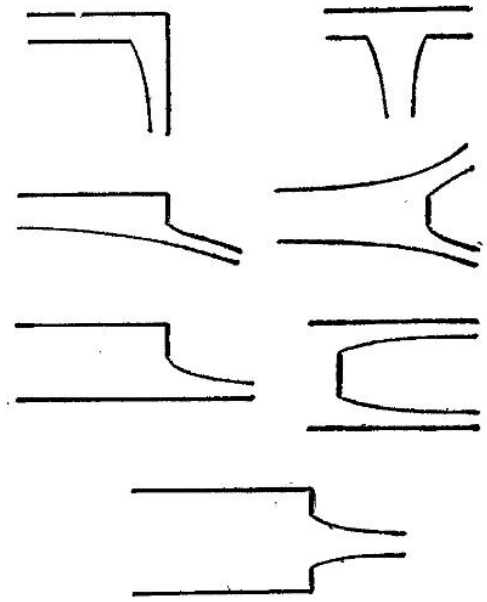


Рис. 1.36. Схемы струйных течений, решения для которых получаются как частные случаи «истечения из-под клапана» (рис. 1.33).

Используя фрагменты схемы, показаниой на рис. 1.33, а также некоторые предельные случаи, можно получить решение ряда задач, схемы течения для которых показаны на рис. 1.36. Подробнее об этих задачах см. в [15, 17].

1.7.5. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Во многих случаях такие течения удобно описывать в криволинейных ортогональных системах координат, частными случаями которых являются цилиндрическая и сферическая системы.

Если в криволинейвой системе координат одна из проекций скорости всюду равна нулю, то можно ввести обобщенную функцию тока. Так, если $u_2=0$, то уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial q_1}(u_1H_2H_3)+\frac{\partial}{\partial q_3}(u_3H_1H_2)=0$$

и существует фуикция тока $\psi(q_1, q_3)$, для которой

$$u_1=-\frac{1}{H_2H_3}\frac{\partial\psi}{\partial q_3};\quad u_3=\frac{1}{H_1H_2}\frac{\partial\psi}{\partial q_1}.$$

Особое зиачение имеют осесимметрнчные течения, для которых в цилиндрической системе координат ($q_1=r$, $q_2=\theta$, $q_3=z$, $H_1=H_3=1$, $H_2=r$) все параметры не зависят от угла θ. Для таких течений

$$u_r=-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z};\quad u_z=\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}.$$

Фуикция тока ψ связана с расходом соотношением

$$V=2\pi\psi(r, z).$$

Простейшие пространствеиные безвихревые течения. К таким течениям относятся: однородный прямолинейный поток, источник (сток), одиночный вихрь, диполь и т. п. Комбинируя простейшие безвихревые течения, можно получать более сложные течения.

Однородный прямолинейный поток. Течение характеризуется постояниой во всех точках скоростью u_0 и линиями тока в виде семейства параллельных прямых в пространстве. Для этого течения

$$\varphi=u_{0x}x+u_{0y}y+u_{0z}z.$$

Поток можно рассматривать как осесимметричный. Тогда в цилиндрической системе координат

$$u_r=-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}=0;\quad u_z=u_0=\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r};$$

$$\psi=u_0\frac{r^2}{2};$$

в сферической

$$u_R=u_0\cos\beta=\frac{1}{R\sin\beta}\frac{\partial\psi}{\partial\beta};$$

$$u_\beta=u_0\sin\beta=-\frac{1}{R\sin\beta}\frac{\partial\psi}{\partial R};$$

$$\psi=\frac{u_0R^2}{2}\sin^2\beta.$$

Источник (сток). В пространстве течение характеризуется тем, что скорости в каждой точке направлены по нормалям к поверхности сферы. Расход такого потока $V=4\pi R^2 u_R$. В сферической системе координат выражения для скорости и функции тока имеют вид:

$$u=\frac{V}{4\pi R^2};\quad \varphi=-\frac{V}{4\pi R};\quad \psi=-\frac{V}{4\pi}\cos\beta,$$

где $R=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$;

$$\beta=\arcsin\sqrt{\frac{y^2+z^2}{x^2+y^2+z^2}}.$$

Диполь в пространстве описывается функциями

$$u_R=\frac{m}{2\pi R^3}\cos\beta;\quad u_\beta=\frac{m}{4\pi R^3}\sin\beta;$$

$$\varphi=-\frac{m}{4\pi R^2}\cos\beta;\quad \psi=\frac{m}{4\pi R}\sin^2\beta,$$

где β — угол, образуемый осью диполя с радиусом R; m — момент диполя.

Поток, обтекающий сферу, описывается функциями

$$u_R=u_0\cos\beta\left(1-\frac{R_0^3}{R^3}\right);$$

$$u_\beta=-u_0\sin\beta\left(1+\frac{1}{2}\frac{R_0^3}{R^3}\right);$$

$$\varphi=u_0R\cos\beta\left(1+\frac{1}{2}\frac{R_0^3}{R^3}\right);$$

$$\psi=\frac{1}{2}u_0R^2\sin^2\beta\left(1-\frac{R_0^3}{R^3}\right);$$

$$\bar{p}=1-\frac{9}{4}\sin^2\beta.$$

Осесимметричное течение с заданным распределением скорости на оси имеет потенциал скорости [30]

$$\varphi(r,\ z)=\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \varphi_0(z+ir\cos\omega)\,d\omega,$$

где $\varphi_0(z+ir\cos\omega)$ — аналитическая функция комплексного переменного $t=z+ir\cos\omega$.

При $r=0$ $\varphi(0,\ z)=\varphi_0(z)$ есть потенциал скорости на оси, а функция $\varphi_0'(z)=f_0(z)$ представляет собой скорость на оси симметрии.

Функция тока

$$\psi=\frac{1}{\pi}\int_0^r r\,dr\int_0^\pi f_0(z+ir\cos\omega)\,d\omega.$$

Проекции скорости:

$$u_r=\frac{1}{\pi}\int_0^\pi f_0(z+ir\cos\omega)\cos\omega\,d\omega;$$

$$u_z=\frac{1}{\pi}\int_0^\pi f_0(z+ir\cos\omega)\,d\omega.$$

Задавая закон изменения скорости на оси $f_0(z)$, по этим формулам можно найти поле скоростей, а также полагая $\psi=\text{const}$, и форму поверхностей тока, любую из которых можно принять за стенку осесимметричного канала [30].

1.8. ЛАМИНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

1.8.1. ТЕЧЕНИЯ В ОГРАНИЧЕННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Одним из примеров ламинарного течения является течение в круглой трубе, рассмотренное в п. 1.6.2.

В более общем случае ламинарного течения в цилиндрической трубе произвольного поперечного сечения или в трубе с цилиндрическими вставками (рис. 1.37) распределение продольной составляющей скорости удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=-\frac{1}{\mu}\frac{\Delta p}{l},\qquad (1.75)$$

где Δp — падение давления на участке трубы длиной l.

Профиль скорости в трубе заданного поперечного сечения может быть найден путем решения (1.75) с постоянной правой частью. Граничным условием служит равенство нулю скорости на стенке трубы. Для некоторых частных форм поперечного сечения решение можно получить в аналитическом виде [38].

Осевое течение в кольцевом пространстве между круглыми соосными цилиндрами. Если внутренний цилиндр движется в осевом направлении со скоростью u_0 и создан продольный перепад давления, то распределение скоростей определяется формулой

$$u=\frac{\Delta p}{4\mu l}\left[a^2-r^2-(a^2-b^2)\frac{\ln(a/r)}{\ln(a/b)}\right]+$$

$$+u_0\frac{\ln(a/r)}{\ln(a/b)},$$

где Δp — падение давления на участке длиной l; a и b — соответственно радиусы внешнего и внутреннего цилиндров; r — текущий радиус.

При отсутствии перепада давления ($\Delta p=0$) имеет место осесимметричное течение Куэтта с распределением скоростей

$$u=u_0\frac{\ln(a/r)}{\ln(a/b)}.$$

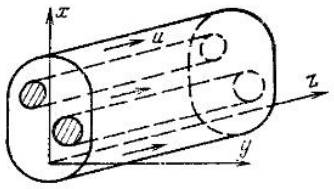


Рис. 1.37. Схема течения вязкой жидкости в цилиндрической трубе.

и касательными напряжениями

$$\tau_\mu = \mu \frac{u_0}{r \ln (a/b)}.$$

При неподвижных цилиндрах (течение в кольцевой трубе, $u_0=0$) скорость

$$u = \frac{\Delta p}{4\mu l}\left[a^2 - r^2 - (a^2 - b^2)\frac{\ln (a/r)}{\ln (a/b)}\right]$$

и расход

$$V = \frac{\pi \Delta p}{8\mu l}\left[a^4 - b^4 - \frac{(a^2 - b^2)^2}{\ln (a/b)}\right].$$

Круговое движение в кольцевом пространстве. Если внешний цилиндр радиусом a вращается с угловой скоростью ω_1, а внутренний радиусом b с угловой скоростью ω_2, то распределение скоростей подчиняется закону

$$u = Ar + B/r,$$

где

$$A = \frac{b^2\omega_2 - a^2\omega_1}{b^2 - a^2};\quad B = \frac{a^2b^2}{b^2 - a^2}(\omega_1 - \omega_2).$$

Касательное напряжение

$$\tau_\mu = \mu\left(\frac{du}{dr} - \frac{u}{r}\right),$$

или

$$\tau_\mu = \mu \frac{2a^2b^2}{r^2}\frac{\omega_1 - \omega_2}{a^2 - b^2}.$$

Момент трения постоянен для любого цилиндрического слоя радиусом r и равен:

$$L_\mu = 4\pi l\mu \frac{a^2b^2}{a^2 - b^2}(\omega_1 - \omega_2),$$

где l — длина цилиндра.

Если наружный цилиндр неподвижен ($\omega_1=0$), а зазор $\delta=a-b$ мал, то справедлива приближенная формула Н. П. Петрова

$$L_\mu = -\mu 2\pi l \frac{b^3\omega_2}{\delta}.$$

При $\omega_1=0$ и $a\to\infty$ (вращение цилиндра в безграничной жидкости) распределение скорости, касательное напряжение на поверхности цилиндра и момент трения описываются формулами

$$u = b\omega_2/r;\ \tau_0 = -2\mu\omega_2;\ L_\mu = -4\pi\mu\omega_2 b^2 l.$$

Течение в эллиптической трубе. В эллиптической трубе, контур поперечного сечения которой описывается уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

профиль скорости и расход определяют по формулам

$$u = -\frac{1}{2\mu}\frac{a^2b^2}{a^2 + b^2}\frac{dp}{dz} \times \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right);$$

$$V = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\frac{\pi a^3 b^3}{a^2 + b^2}.$$

Течение между параллельными плоскостями. Если одна из параллельных плоских стенок неподвижна, а вторая движется со скоростью u_0 в своей плоскости, то распределение скоростей имеет вид:

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}y(y - h) + u_0\frac{y}{h},$$

где $h=\text{const}$ — расстояние между стенками; y — координата, отсчитываемая по нормали к стенке.

При $dp/dx=0$ (безградиентное течение или течение Куэтта)

$$u = u_0\frac{y}{h};\ \tau = \mu\frac{u_0}{h};\ V = 0{,}5u_0h.$$

При $dp/dx\neq 0$ и $u_0=0$ (течение в плоской трубе) распределения скорости и касательного напряжения имеют вид:

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}y(y - h),$$

или

$$\frac{u}{u_{\text{макс}}} = 4\left(1 - \frac{y}{h}\right)\frac{y}{h},$$

где $u_{\text{макс}}$ — максимальная скорость:

$$u_{\text{макс}} = \frac{h^2}{4\mu}\frac{dp}{dx};$$

$$\tau = \frac{1}{2}\frac{dp}{dx}(2y - h) \text{ или } \tau = \tau_0\left(2\frac{y}{h} - 1\right),$$

где τ_0 — напряжение на стенке.

Расход в такой плоской трубе

$$V_{\text{уд}} = -\frac{h^3}{12\mu}\frac{dp}{dx};\ v = -\frac{h^2}{12\mu}\frac{dp}{dx},$$

где $V_{\text{уд}}$ — удельный расход (на единицу ширины потока по нормали к плоскости течения xoy); $v=2u_{\text{макс}}/3$ — средняя скорость.

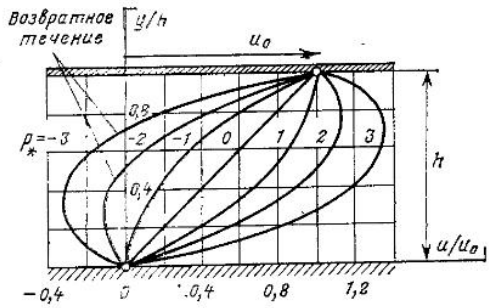


Рис. 1.38. Возможные профили безразмерных скоростей ламинарного потока между параллельными плоскостями.

Перепад давления

$$p_1 - p_2 = \frac{12\mu v}{h^2} l,$$

где $p_1 - p_2$ — падение давления на длине l.

В общем случае подвижной стенки и знакопеременного градиента давления dp/dx возможно многообразие режимов, профили скоростей которых показаны на рис. 1.38 [49]. Каждая кривая соответствует фиксированному значению параметра

$$p_* = -\frac{h^2}{2\mu u_0}\frac{dp}{dx}.$$

Прямолинейно-параллельное движение при наличии свободной поверхности. Если слой вязкой жидкости с постоянной толщиной h течет под действием силы тяжести по плоскости, наклонной к горизонту под углом α, то распределение скорости имеет вид:

$$u = \frac{g}{2\nu}\sin\alpha\,(2h - y)\,y,$$

где y отсчитывается по нормали к наклонной плоскости.

Расход

$$V = \frac{1}{3}\frac{gh^3}{\nu}\sin\alpha.$$

1.8.2. ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

Определение. *Пограничным* называется слой жидкости вблизи обтекаемой твердой поверхности или в области взаимодействия струи с неподвижной жидкостью той же плотности и вязкости, в пределах которого проявляется основное действие сил вязкости и формируются вихри. За пределами пограничного слоя поток приближенно считается *безвихревым*.

Течение в пограничном слое может быть как ламинарным, так и турбулентным; переход от одного к другому определяется критическим числом Рейнольдса (см. ниже). В силу свойства прилипания жидких или газовых частиц к твердым поверхностям в пристенном пограничном слое скорость на

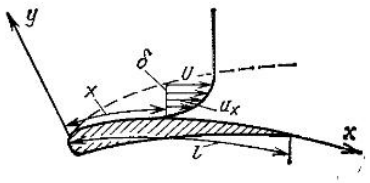


Рис. 1.39. Схема течения в пограничном слое.

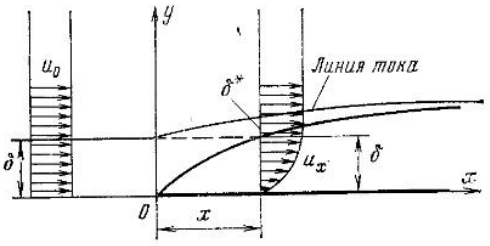


Рис. 1.40. Отклонение линий тока в пограничном слое на величину толщины вытеснения δ^*.

обтекаемой стенке равна нулю (исключая случаи разреженных газов), а при удалении от нее по нормали приближается к скорости потенциального потока невязкой жидкости, обтекающего ту же поверхность. Границей пристенного пограничного слоя служит условная линия, в точках которой скорость отличается от скорости безвихревого потока на заданную малую величину (0,5%, 1,0% ...). Расстояние δ от стенки до этой границы называется толщиной пограничного слоя. При малых числах Рейнольдса δ может быть весьма большой, но при больших Re отношение δ/x (рис. 1.39, 1.40) мало. Исходя из этого можно существенно упростить уравнения движения.

Уравнения пограничного слоя в дифференциальной форме. Ламинарное течение в плоском установившемся пограничном слое описывается приближенными *уравнениями Прандтля*

$$\left.\begin{aligned} u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} &= \\ = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}&; \\ \frac{dp}{dy} &= 0; \\ \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} &= 0, \end{aligned}\right\} \quad (1.76)$$

которые справедливы при больших числах Рейнольдса [49].

Применительно к схеме рис. 1.39 граничные условия для пристенного пограничного слоя имеют вид:

$$u_x = u_y = 0 \text{ при } y = 0;$$

$$u_x = U(x) \text{ при } y = \delta,$$

где $U(x)$ — значение проекции скорости u_x на границе пограничного слоя δ.

В задачах теории пограничного слоя $U(x)$ или задается или определяется из расчета потенциального потока, обтекающего данную поверхность.

Поскольку для плоского течения существует функция тока $\psi(x, y)$, то система (1.76) может быть приведена к одному уравнению для этой функции

$$\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} + \nu\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}. \quad (1.77)$$

Давление и скорость на границе пограничного слоя связаны уравнением Бернулли (1.36), откуда вытекает, что

$$\frac{dp}{dx} = -\rho U\frac{dU}{dx}. \quad (1.78)$$

Следовательно, вместо (1.77) можно записать:

$$\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = U\frac{dU}{dx} + \nu\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}. \quad (1.79)$$

Простейшее аналитическое решение (1.79), полученное Блазиусом, относится к пограничному слою на плоской полубесконечной пластине (рис. 1.40). Функция тока в этом решении имеет вид:

$$\psi = \sqrt{u_0\nu x}\,\varphi(\eta),$$

где $\eta = y\sqrt{u_0/\nu x}$; u_0 — скорость внешнего потока.

Функцию $\varphi(\eta)$ определяют из уравнения

$$2\varphi''' + \varphi\varphi'' = 0,$$

решение которого табулировано [49, 23]. Касательное напряжение на поверхности пластины определяют по формуле

$$\tau_0 = 0{,}332\rho\sqrt{\nu u_0^3/x}.$$

Сила трения на участке пластины l, смоченном с двух сторон, выражается зависимостью

$$F_\mu = 1{,}328\rho\sqrt{\nu l u_0^3},$$

а коэффициент трения $C = 2F_\mu/(\rho u_0^2 S)$, где $S = 2l$, формулой

$$C_\mu = \frac{1{,}328}{\sqrt{\mathrm{Re}_l}},$$

где $\mathrm{Re}_l = u_0 l/\nu$.

Уравнение пограничного слоя в интегральной форме. Точные решения дифференциальных уравнений пограничного слоя возможны лишь в ограниченных случаях при использовании предпосылок. В связи с этим широкое распространение получили приближенные методы решения задач пограничного слоя, основанные на использовании уравнений импульсов и энергии в интегральной форме.

Уравнение импульсов Кармана. Если проинтегрировать первое из уравнений системы (1.76) по сечению пограничного слоя от 0 до δ, использовать уравнение Бернулли для внешней границы пограничного слоя и выражение для напряжения на стенке, то получим:

$$\frac{d}{dx}\int_0^\delta \rho u_x^2\,dy - U\frac{d}{dx}\int_0^\delta \rho u_x\,dy = \rho\delta U\frac{dU}{dx} - \tau_0, \quad (1.80)$$

или в безразмерной форме

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{dU}{dx}\frac{\delta^{**}}{U}(2+H) = \frac{\tau_0}{\rho U^2}, \quad (1.81)$$

где H — формпараметр профиля скорости: $H = \delta^*/\delta^{**}$, здесь $\delta^* = \int_0^\delta (1 - u_x/U)\,dy$ — толщина вытеснения, характеризующая отклонение линий тока пограничным слоем (см. рис. 1.40); δ^{**} — толщина потери импульса (мера изменения количества движения в пограничном слое):

$$\delta^{**} = \int_0^\delta \frac{u_x}{U}\left(1 - \frac{u_x}{U}\right)dy.$$

Метод решения (1.80), предложенный К. Польгаузеном, основан на аппроксимации профиля скорости полиномом, коэффициенты которого находятся из граничных условий на стенке и на внешней границе пограничного слоя. Подставив этот полином в (1.80), получают дифференциальное уравнение для толщины пограничного слоя. Касательное напряжение на стенке находят по формуле Ньютона $\tau_0 = \mu(\partial u/\partial y)_{y=0}$.

Использовав пять граничных условий, К. Польгаузен для аппроксимации профиля скорости использовал полином четвертой степени

$$u_x/U = 2\eta(1-\eta^2) + \eta^4 + \frac{\lambda}{6}\eta(1-\eta)^3,$$

где $\eta = y/\delta$; $\lambda = \frac{\delta^2}{\nu}\frac{dU}{dx}$ — формпараметр.

Уравнение для определения толщины пограничного слоя имеет вид:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\delta^2}{\nu}\right) =$$

$$= \frac{0{,}8\left[-9072+1670{,}4\lambda-\left(47{,}4+4{,}8\frac{UU''}{U'^2}\right)\times\right.}{U\left(-213{,}12+5{,}76\lambda+\lambda^2\right)} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{\left.\times\lambda^2-\left(1+\frac{UU''}{U'^2}\right)\lambda^3\right]}{1}.$$

В случае плоской пластины ($U=u_0=$ $=\text{const}$, $\lambda=0$):

распределение скоростей

$$u_x/u_0 = 2\eta(1-\eta^2)+\eta^4;$$

толщина пограничного слоя

$$\delta = 5{,}83\sqrt{\nu x/u_0};$$

касательное напряжение

$$\tau_0 = 0{,}343\sqrt{\mu\rho u_0^3/x};$$

коэффициент сопротивления трения

$$C_\mu = 1{,}372/\sqrt{\mathrm{Re}_l},\quad \mathrm{Re}_l = u_0 l/\nu.$$

Решение Польгаузена недостаточно точно для пограничных слоев с положительными градиентами давлений. Для этих случаев может быть рекомендован метод Кочина—Лойцянского [23, 30].

Согласно этому методу в качестве формпараметра принимается величина

$$f(x) = \frac{\delta^{**2}}{\nu}\frac{dU}{dx},$$

которая находится как решение приближенного дифференциального уравнения

$$\frac{df}{dx} = a\frac{U'}{U}+\left(\frac{U''}{U'}-b\frac{U'}{U}\right)f,$$

где $a=0{,}45$; $b=5{,}35$.

Решение этого уравнения сводится к квадратуре

$$f(x) = \frac{aU'}{U^b}\int_0^x U^{b-1}\,dx,$$

что позволяет найти

$$\delta^{**} = \sqrt{\frac{0{,}45\nu}{U^{5{,}35}}\int_0^x U^{4{,}35}\,dx}.$$

Если известна скорость на границе пограничного слоя $U(x)$, то отыскание δ^{**} сводится к вычислению интеграла в последней формуле. Толщина вытеснения

$$\delta^* = H(f)\,\delta^{**};$$

местный коэффициент сопротивления трения

$$c_\mu = 2\tau_0/\left(\rho u_0^2\right) = \zeta(f)\mathrm{Re}^{**},$$

где $\mathrm{Re}^{**}=U\delta^{**}/\nu$.

Значения $H(f)$ и $\zeta(f)$ приведены в табл. 1.14.

Таблица 1.14

Значения функций $H(f)$ и $\zeta(f)$

f	$\zeta(f)$	$H(f)$	f	$\zeta(f)$	$H(f)$
—0,0681	0,0000	4,03	0,02	0,257	2,48
—0,06	0,064	3,35	0,03	0,274	2,43
—0,05	0,098	3,12	0,04	0,291	2,38
—0,04	0,130	2,96	0,05	0,307	2,34
—0,03	0,155	2,84	0,06	0,323	2,30
—0,02	0,178	2,74	0,07	0,338	2,26
—0,01	0,200	2,66	0,08	0,352	2,23
0,00	0,221	2,59	0,09	0,366	2,20
0,01	0,240	2,53	0,10	0,380	2,18

Критическое число Рейнольдса. Ламинарное течение в пограничном слое разрушается и переходит в турбулентное при некотором числе Рейнольдса $\mathrm{Re}_{x\text{п}}=x_\text{п}U/\nu$, где $x_\text{п}$ — расстояние от точки образования пограничного слоя, на котором поток становится полностью турбулентным. Переходное число $\mathrm{Re}_{x\text{п}}$ непостоянно и зависит от ряда факторов: степени турбулентности внешнего потока, шероховатости твердой поверхности, значения формпараметра; но для фиксированных условий существует такое критическое значение числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_{x\text{кр}}<\mathrm{Re}_{x\text{п}}$, для которого течения при всех $\mathrm{Re}_x<\mathrm{Re}_{x\text{кр}}$ будут устойчиво ламинарными. В диапазоне $\mathrm{Re}_{x\text{кр}}\div\mathrm{Re}_{x\text{п}}$ наблюдается появление «турбулентных пятен» и перемежаемости, т. е. чередование во времени ламинарного и турбулентного режимов. Величина $\mathrm{Re}_{x\text{кр}}$ практически не зависит от шероховатости и степени турбулентности внешнего потока, но зависит от знака и значения градиента давления, т. е. от формпараметра пограничного слоя. Для плоской пластины можно принимать [49]

$$\mathrm{Re}_{x\text{кр}} = 3{,}2\cdot10^5.$$

Для приближенного определения числа $\mathrm{Re}_{x\text{п}}$ можно воспользоваться полуэмпирической методикой, изложенной в [16]. В практических расчетах часто полагают $\mathrm{Re}_{x\text{кр}}\approx\mathrm{Re}_{x\text{п}}$, т. е. вместо зоны перехода рассматривают сечение или точку перехода. Подробные сведения о явлениях перехода в пограничном слое приводятся в [16, 30, 49].

Отрыв пограничного слоя. При течениях в расширяющихся каналах и при обтекании выпуклых тел движение может происходить в направлении нарастающего давления, т. е. с положительным градиентом. Это может привести к *отрыву пограничного слоя*, т. е. к резкому отклонению линий тока от твердой поверхности и образованию возвратных течений в циркуляционных зонах. Теория пограничного слоя применима только до точки отрыва, условие образования которого может быть записано в виде

$$\left.\frac{\partial u_x}{\partial y}\right|_{y=0} = 0 \text{ или } \tau_0|_\text{отр} = 0.$$

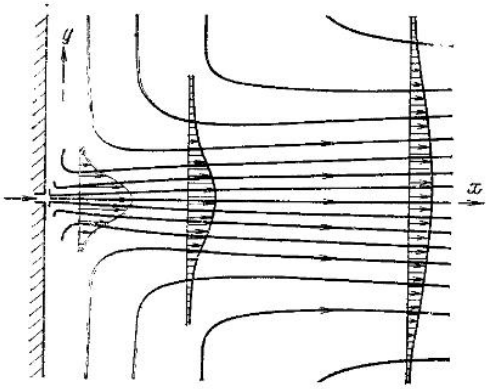


Рис. 1.41. Ламинарная плоская струя-источник.

Метод Польгаузена позволяет это условие представить в форме

$$\frac{\delta^2}{\nu}\frac{dU}{dx} = -12 \text{ или } \frac{\delta^{**2}}{\nu}\frac{dU}{dx} = -0{,}082,$$

а метод Кочина—Лойцянского в виде

$$\frac{\delta^{**2}}{\nu}\frac{dU}{dx} = -0{,}0681.$$

Каждое из этих условий позволяет определить координаты точки отрыва $x_{отр}$, если известна функция $U(x)$ и найдена $\delta(x)$ или $\delta^{**}(x)$ в результате расчета пограничного слоя.

Струйный пограничный слой. В отличие от пристенного слоя струйный образуется при вытекании струи из отверстия или сопла в безграничную среду той же плотности и вязкости. Если, например, струя вытекает из бесконечно узкой щели и сохраняется ламинарный режим, то картина течения имеет вид, приведенный на рис. 1.41. Между осью струи и окружающей средой образуется струйный пограничный слой, который может быть описан уравнениями (1.76). В таком течении $dp/dx \approx 0$. Решение Г. Шлихтинга позволяет найти функцию тока:

$$\psi = 2\nu^{1/2} x^{1/3} \alpha \operatorname{th}\xi,$$

где $\alpha = 0{,}8255 (K/\nu^{1/2})^{1/3}$ — параметр, в котором $K = \int_{-\infty}^{+\infty} u^2 dy$ — кинематический импульс, являющийся одной из констант данного течения; $\xi = cy/(3\nu^{1/2} x^{2/3})$ безразмерная независимая переменная или, в другом виде,

$$\xi = 0{,}2752 \left(\frac{K}{\nu^2}\right)^{1/3} \frac{y}{x^{2/3}}.$$

Выражения для компонентов скорости имеют вид:

$$u_x = 0{,}4543 \left(\frac{K^2}{\nu x}\right)^{1/3} (1 - \operatorname{th}\xi);$$

$$u_y = 0{,}5503 \left(\frac{K\nu}{x^2}\right)^{1/3} [2\xi (1 - \operatorname{th}^2\xi) - \operatorname{th}\xi].$$

Поперечная скорость на границе струи

$$u_{y\infty} = -0{,}55 \left(\frac{K\nu}{x^2}\right)^{1/3}.$$

Массовый расход, создаваемый струей (на единицу ширины потока в направлении нормали к плоскости течения)

$$m = \rho \int_{-\infty}^{+\infty} u dy = 3{,}3019 (K\nu x)^{1/3}.$$

Осесимметричный пограничный слой. Слой образуется при вытекании круглой (осесимметричной) струи из малого отверстия в безграничное пространство. Расчетные выражения для компонентов скорости и расхода имеют вид [49]:

$$u_x = \frac{3}{8\pi}\frac{K'}{\nu x}\frac{1}{\left(1 + \frac{\xi^2}{4}\right)^2};$$

$$u_y = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{\pi}}\frac{\sqrt{K'}}{x}\frac{\xi - \frac{\xi^3}{4}}{\left(1 + \frac{\xi^2}{4}\right)^2};$$

$$V = 2\pi \int_0^{\infty} u_x y dy = 8\pi\nu x,$$

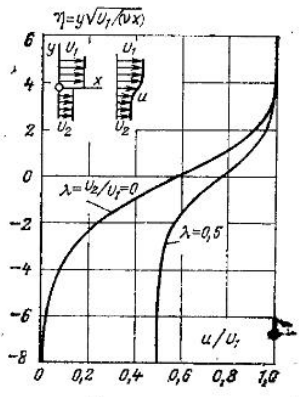


Рис. 1.42. Распределение скоростей в ламинарном слое на границе раздела двух потоков.

где $\xi = \sqrt{\frac{3}{16\pi}} \sqrt{\frac{K'}{\nu}} \frac{y}{x}$;

$K' = 2\pi \int_0^\infty u_x^2 y dy$ — кинематический импульс.

Ламинарный пограничный слой на границе раздела двух потоков, движущихся с разными скоростями U_1 и U_2 в одном направлении (рис. 1.42). Функция тока в этом случае имеет вид:

$$\psi = \sqrt{\nu U_1 x}\, f(\eta),$$

где $\eta = y\sqrt{U_1/(\nu x)}$.

Функция $f(\eta)$ представляет собой решение дифференциального уравнения

$$ff'' + 2f''' = 0$$

при граничных условиях

$$f' = 1 \text{ при } \eta = +\infty;$$
$$f' = U_2/U_1 = \lambda \text{ при } \eta = -\infty;$$
$$f(0) = 0,$$

где $f' = u_x/U_1$. Результаты численного решения показаны на рис. 1.42 [49].

1.9. ТУРБУЛЕНТНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

1.9.1. ТУРБУЛЕНТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И НЕКОТОРЫЕ ГИПОТЕЗЫ

Турбулентные течения описываются уравнениями Рейнольдса (1.30в). Связь между мгновенной и усредненной во времени скоростями дается формулами (1.30а) и (1.30б). Аналогичная связь существует и для других параметров потока:

$$\bar{p} = \frac{1}{T}\int_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} p\,d\tau; \quad \bar{\rho} = \frac{1}{T}\int_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} \rho\,d\tau,$$

где $\bar{p}$ и $\bar{\rho}$ — осредненные значения давления и плотности; p и ρ — мгновенные их значения.

Разности $\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}$; $p' = p - \bar{p}$; $\rho' = \rho - \bar{\rho}$ называют пульсациями гидродинамических парметров. Из определения осредненных значений вытекает, что осредненные значения пульсаций равны нулю:

$$\bar{\mathbf{u}}' = 0; \quad \bar{p}' = 0; \quad \bar{\rho}' = 0.$$

Из (1.30в) видно, что пульсационное движение влияет на осредненное так, что в осредненном движении как бы возрастают сопротивления, поскольку в уравнениях (1.30в) по сравнению с уравнениями Навье—Стокса появляются члены, содержащие дополнительные (турбулентные или кажущиеся) напряжения:

$$\tau^{\text{т}}_{xx} = -\rho\,\overline{u'_x u'_x}; \quad \tau^{\text{т}}_{xy} = -\rho\,\overline{u'_x u'_y};$$
$$\tau^{\text{т}}_{xz} = -\rho\,\overline{u'_x u'_z};$$
$$\tau^{\text{т}}_{yx} = -\rho\,\overline{u'_y u'_x}; \quad \tau^{\text{т}}_{yy} = -\rho\,\overline{u'_y u'_y};$$
$$\tau^{\text{т}}_{yz} = -\rho\,\overline{u'_y u'_z};$$
$$\tau^{\text{т}}_{zx} = -\rho\,\overline{u'_z u'_x}; \quad \tau^{\text{т}}_{zy} = -\rho\,\overline{u'_z u'_y};$$
$$\tau^{\text{т}}_{zz} = -\rho\overline{u'_z u'_z}.$$

Девять величин $\tau^{\text{т}}_{ij}$ образуют тензор турбулентных напряжений. Этот тензор симметричен, поскольку $\tau^{\text{т}}_{ij} = \tau^{\text{т}}_{ji}$.

Полные напряжения в турбулентном потоке выражаются формулами

$$\tau_{xx} = \tau_{\mu xx} + \tau^{\text{т}}_{xx} = p + 2\mu\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial x} - \rho\,\overline{u'^2_x};$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{\mu xy} + \tau^{\text{т}}_{xy} =$$
$$= \mu\left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial x}\right) - \rho\,\overline{u'_x u'_y};$$

. . . . . .

Осредненные скорости турбулентного потока удовлетворяют тем же граничным условиям, что и истинные скорости в ламинарном течении (например, усредненная скорость на твердой стенке равна нулю). Поэтому пульсации затухают при приближении к стенке. На рис. 1.43 [49] приведены графики изменения в прямоугольном канале осредненных скоростей, а также продольных и поперечных пульсаций. Можно видеть, что пульсации в непосредственной близости от стенки резко уменьшаются. На рис. 1.44 по-

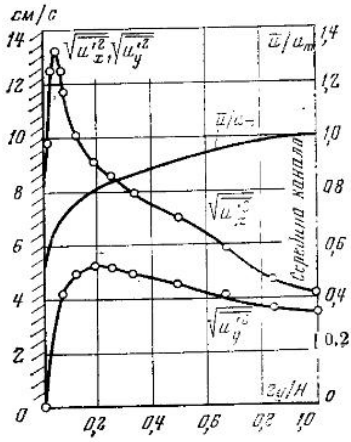


Рис. 1.43. Распределение осредненных скоростей $\bar{u}$ и осредненных турбулентных пульсаций $\sqrt{\overline{u'^2_x}}$, $\sqrt{\overline{u'^2_y}}$ по ширине прямоугольного канала.

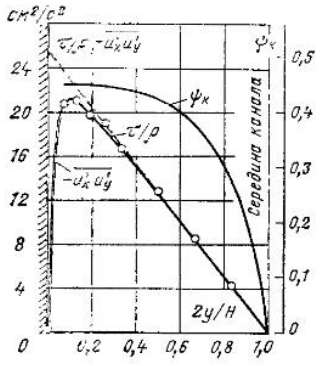


Рис. 1.44. Распределение по ширине прямоугольного канала турбулентного напряжения $\overline{u_x'u_y'}$, полного напряжения τ/ρ и коэффициента корреляции $\psi_к$.

казан график величины $-\overline{u_x'u_y'}=\tau/\rho$. Пунктиром показаны значения τ/ρ, вычисленные по распределению давления на основе схемы равномерного движения. Совпадение этих кривых на большей части ширины канала свидетельствует, что там полное касательное напряжение определяется почти полностью турбулентными пульсациями. Вблизи стенки разность ординат кривых τ/ρ и $-\overline{u_x'u_y'}$ дает вязкостное напряжение τ_μ.

Между пульсациями $\overline{u_x'u_y'}$ и $\sqrt{\overline{u_x'^2}}$, $\sqrt{\overline{u_y'^2}}$ существует связь, характеризуемая коэффициентом корреляции (рис. 1.44)

$$\psi_к = \frac{\overline{u_x'u_y'}}{\sqrt{\overline{u_x'^2}}\sqrt{\overline{u_y'^2}}}.$$

Графики изменения турбулентных пульсаций в пограничном слое на плоской пластине приведены на рис. 1.45 [49].

Связь между турбулентными напряжениями и осредненными скоростями устанавливается гипотезами, основанными на экспериментальных результатах, дополняемыми опытными константами или зависимостями.

Гипотеза М. Буссинеска. Согласно этой гипотезе турбулентные напряжения могут быть выражены формулами того же вида, что и вязкостные напряжения. Например, для простейшего случая плоского движения с неравномерным распределением осредненной скорости $u(y)$ такая формула имеет вид:

$$\tau_{xy}^{т} = \tau^{т} = A_т \bar{du}/dy,$$

где $A_т$ — динамический коэффициент турбулентного обмена, зависящий от распределения скоростей $\bar{u}(y)$.

Пользуются также кинематическим коэффициентом турбулентного обмена $\varepsilon = A_т/\rho$. Тогда

$$\tau^{т} = \rho\varepsilon \bar{du}/dy. \qquad (1.82)$$

При течении несжимаемой жидкости в трубе изменение коэффициента ε вдоль радиуса приведено на рис. 1.46 [33]. В свободных затопленных турбулентных струях принимают $A_т = \text{const}$.

Гипотеза Л. Прандтля. Основана на предположении о сохранении частицей жидкости продольной составляющей своего импульса при перемещении поперек потока на

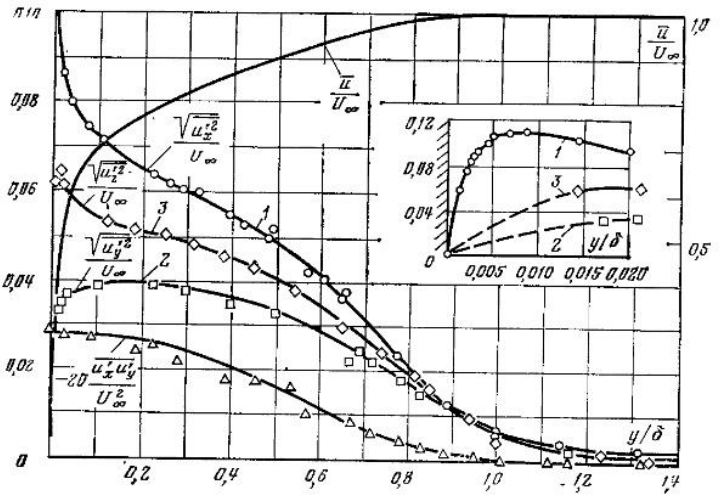


Рис. 1.45. Распределение турбулентных пульсаций и осредненной скорости в пограничном слое на плоской пластине.

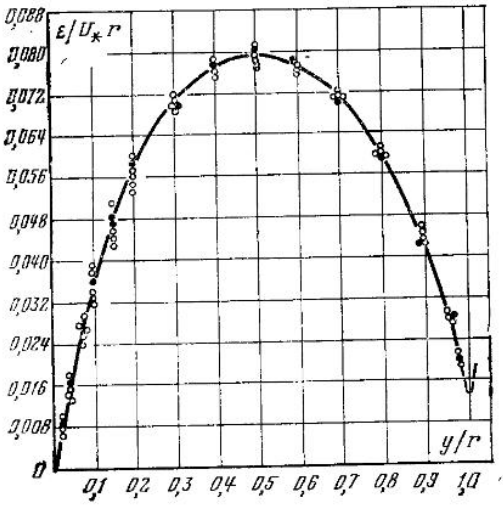


Рис. 1.46. Распределение по радиусу трубы коэффициента турбулентного обмена ε ($\mathrm{Re}=1\cdot10^5\div3{,}2\cdot10^6$).

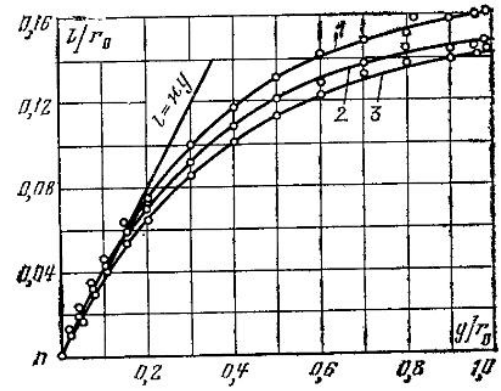


Рис. 1.47. Распределение в круглой трубе длины пути перемешивания l.

1 — $\mathrm{Re}=4\cdot10^3$; *2* — $\mathrm{Re}=23{,}3\cdot10^3$; *3* — $\mathrm{Re}=105\cdot10^3$. Прямая соответствует гипотезе Прандтля для неограниченного потока вблизи плоскости.

некоторое конечное расстояние. Согласно этой гипотезе

$$\tau^{\mathrm{т}}=\rho l^2\left|\frac{d\bar{u}}{dy}\right|\frac{d\bar{u}}{dy}, \qquad (1.83)$$

где l — «длина пути перемешивания», характеризующая поперечные (в направлении оси y) перемещения жидких частиц.

Из сопоставления (1.82) и (1.83) следует соотношение

$$\varepsilon=l^2\left|\frac{d\bar{u}}{dy}\right|.$$

Изменение l с расстоянием от стенки y (согласно опытам Никурадзе с гладкими трубами) при $\mathrm{Re}<10^5$ показано на рис. 1.47. Прямая $l=\varkappa y$, где $\varkappa=\mathrm{const}$, соответствует предположению Л. Прандтля для случая течения вдоль плоской стенки.

Гипотеза Дж. Тейлора. Предполагается, что при турбулентном переносе сохраняется постоянной вихревая напряженность. Гипотеза приводит к формуле для $\tau^{\mathrm{т}}$, аналогичной формуле Л. Прандтля:

$$\tau^{\mathrm{т}}=\frac{1}{2}\rho l_0^2\left|\frac{d\bar{u}}{dy}\right|\frac{d\bar{u}}{dy}.$$

Гипотеза Т. Кармана. Основывается на подобии пульсационных скоростей и приводит к следующим выражениям для длины пути перемешивания и турбулентного напряжения:

$$l=\varkappa\left|\frac{du}{dy}\Big/\frac{d^2\bar{u}}{dy^2}\right|;$$

$$\tau^{\mathrm{т}}=\rho\varkappa^2\left(\frac{d\bar{u}}{dy}\right)^4\Big/\left(\frac{d^2\bar{u}}{dy^2}\right)^2.$$

1.9.2. УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ

В турбулентном стабилизированном потоке вблизи гладкой плоской стенки или в гладкой цилиндрической трубе справедлив универсальный закон распределения скоростей

$$u/u_*=f(yu_*/\nu),$$

где u — осредненное во времени значение скорости[1]; $u_*=\sqrt{\tau_0/\rho}$; y — расстояние от стенки; τ_0 — напряжение на стенке.

Вид функции $f(yu_*/\nu)$ приведен на рис. 1.48, на котором представлены данные многих авторов, относящиеся к измерениям в пограничном слое на пластине, в круглой и плоской трубах. В диапазоне $yu_*/\nu<5$ справедлив закон ламинарного движения

$$u/u_*=yu_*/\nu \text{ или } \tau_0=\mu u/y.$$

При $30<yu_*/\nu<500$ справедлив логарифмический закон

$$u/u_*=A\lg(u_*y/\nu)+B,$$

где $A=\mathrm{const}$ и $B=\mathrm{const}$ [для круглых труб, каналов и пограничного слоя $A=5{,}75$, $B=5{,}5$ — см. (1.51)].

При течениях вблизи шероховатой стенки профиль осредненной скорости может быть представлен формулой (1.54) не только для потоков в трубах, но и для потоков в плоских каналах и в пограничном слое.

Приближенно распределение скоростей в гладких трубах и в пограничном слое мо-

[1] Значок осреднения «—» далее опускается.

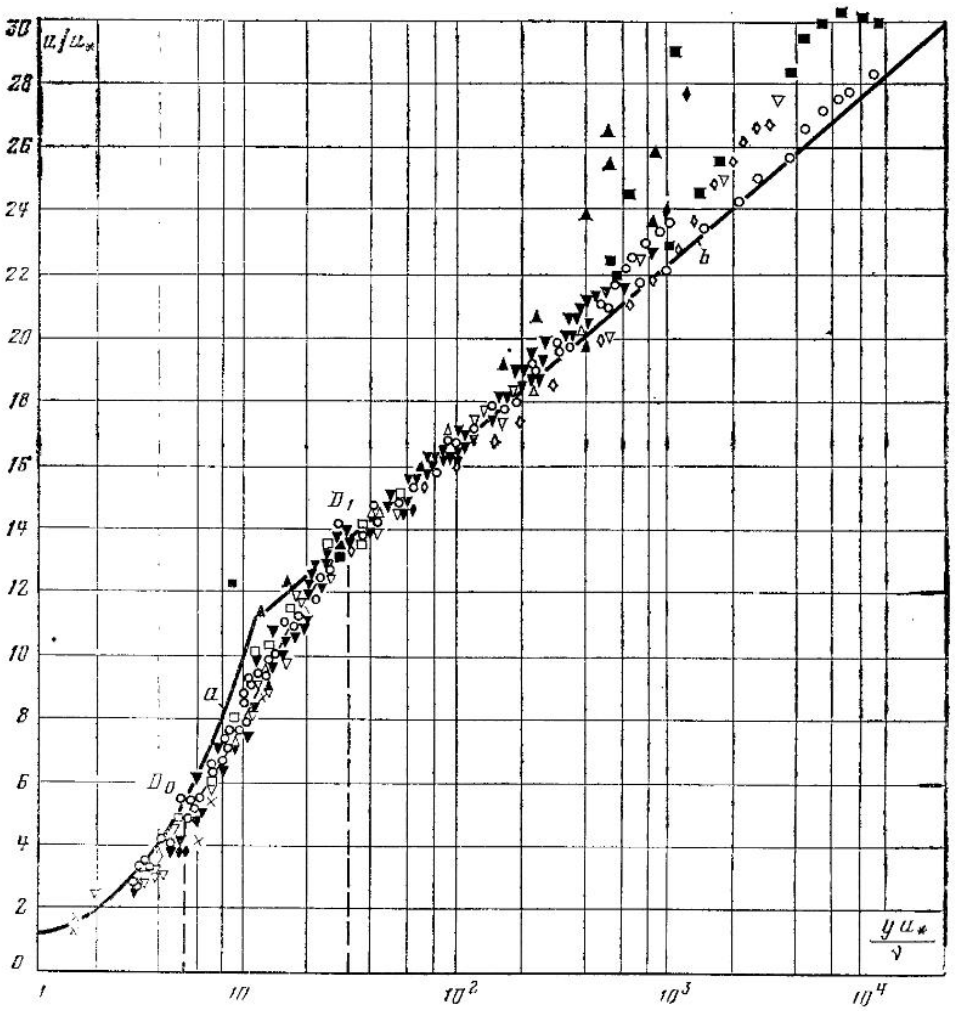


Рис. 1.48. Универсальный закон распределения скоростей в трубе, плоском канале и пограничном слое.

Разными значками отмечены результаты опытов разных авторов; *a* — линейный закон; *b* — логарифмический закон; точки D_0 и D_1 ограничивают область отклонения от этих законов.

жет быть описано эмпирической степенной формулой

$$u/u_0 = (y/h)^{1/n},$$

где u_0 — продольная скорость на оси трубы или на границе пограничного слоя; h — расстояние от стенки до оси трубы или до границы пограничного слоя.

Показатель степени n слабо зависит от числа Re. Так, при $\mathrm{Re}=4\cdot10^4$ $n=6$, при $\mathrm{Re}=11\cdot10^4$ $n=7$ и при $\mathrm{Re}=324\cdot10^4$ $n=10$.

1.9.3. ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

Распределение скоростей в турбулентном пограничном слое на различных расстояниях от стенки задается различными зависимостями, о чем свидетельствует расположение опытных точек на рис. 1.48. Однако для приближенного описания могут использоваться степенные или логарифмические формулы.

Уравнение импульсов для турбулентного слоя имеет вид (1.81).

Согласно эмпирическому методу расчета турбулентного пограничного слоя на плоской пластине [30]

$$\tau_0/\left(\rho u_0^2\right) = 0{,}00655\,\mathrm{Re}^{**-1/6};$$

$$\delta^{**} = 0{,}0153\left(\nu/u_0\right)^{1/7} x^{6/7};$$

$$c_\tau = \frac{2\tau_0}{\rho u_0^2} = 0{,}0131\,\mathrm{Re}^{**-1/6} =$$

$$= 0{,}0263\,\mathrm{Re}_x^{-1/7};$$

$$C_т = \frac{\int_0^l \tau_0 dx}{l\,\frac{\rho u_0^2}{2}} = 0{,}0307\,\mathrm{Re}_l^{-1/7}.$$

Здесь u_0 — скорость внешнего потока; $\mathrm{Re}^{**} = u_0\delta^{**}/\nu$; x — расстояние от переднего края пластины; $c_т$ — местный коэффициент трения; $C_т$ — полный коэффициент турбулентного сопротивления трения; $\mathrm{Re}_l = u_0 l/\nu$.

Турбулентный пограничный слой на шероховатой пластине при больших числах Re, когда $c_т$ зависит только от шероховатости, рассчитывается по формулам В. Ф. Дробленкова

$$\tau_0/(\rho u_0^2) = 0{,}0031\,(\delta^{**}/\Delta)^{-1/6};$$

$$\delta^{**} = 0{,}008x/(x/\Delta)^{-1/7};$$

$$c_т = 0{,}0139\,(x/\Delta)^{-1/7};$$

$$C_т = 0{,}0162\,(l/\Delta)^{-1/7}.$$

При числах $\mathrm{Re}_l > 10^5$ и равномерно-зернистой шероховатости Δ_s полный коэффициент сопротивления трения на пластине может быть определен по номограмме, приведенной на рис. 1.49.

При наличии ламинарного участка на гладкой пластине (смешанный пограничный слой) коэффициент трения может быть определен по приближенной формуле [49]

$$C_{\mu т} = \frac{0{,}074}{\sqrt[5]{\mathrm{Re}_l}} - \frac{A}{\mathrm{Re}_l},$$

где зависящая от $\mathrm{Re}_{x\,кр}$ величина A имеет значения:

$\mathrm{Re}_{x\,кр}$	$3\cdot10^5$	$5\cdot10^5$	10^6	$3\cdot10^6$
A	1050	1700	3300	8700

Формула справедлива в диапазоне $5\cdot10^5 < \mathrm{Re}_l < 10^7$.

Турбулентный пограничный слой при наличии градиента давления во внешнем потоке и отсутствии ламинарного участка может быть рассчитан по следующим зависимостям Л. Г. Лойцянского.

Местный коэффициент трения

$$c_т = \frac{2\tau_0}{\rho u_0^2} = 0{,}0131\,\mathrm{Re}^{**-1/6}, \quad (1.84)$$

где число Re^{**} определяется из уравнения

$$\mathrm{Re}^{**7/6} = \frac{0{,}0076}{\nu U^{2,75}} \int_0^x U^{3,75}\,dx.$$

Формпараметр (см. п. 1.8.2)

$$f(x) = \frac{aU'}{U^b} \int_0^x U^{b-1}\,dx,$$

где $a = 1{,}77$; $b = 4{,}75$; $f(0) = 0{,}24$.

Толщина потери импульса

$$\delta^{**} = \sqrt{f\nu/U'} = \mathrm{Re}^{**}\nu/U.$$

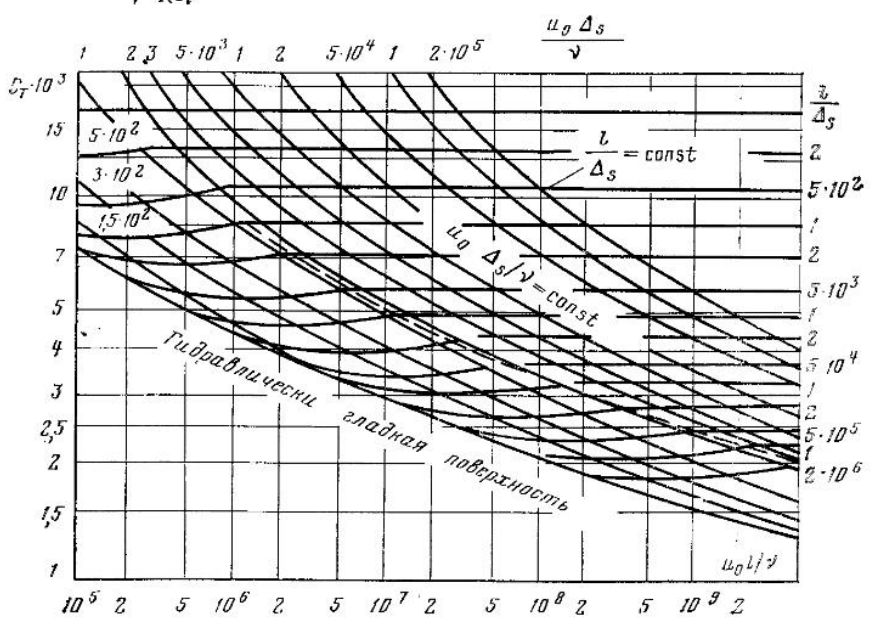


Рис. 1.49. Номограмма для расчета полного коэффициента сопротивления трения $C_т$ на пластине с равнозернистой шероховатостью Δ_s.

l — полная длина пластины.

При наличии ламинарного участка в интервале $0<x<x_{кр}$ формпараметр определяют по уравнению

$$f(x) = \frac{U'}{U}\left[a\int_{x_{кр}}^{x} U^{b-1}\,dx + \right.$$

$$\left. + \nu U_{кр}^{b-2} R_{кр}^{**} G\left(\mathrm{Re}_{кр}^{**}\right)\right],$$

где $U_{кр}$ и $\mathrm{Re}_{кр}^{**}$ — скорость и число Re^{**} при $x=x_{кр}$;

$$G\left(\mathrm{Re}^{**}\right) = 153{,}2\,\mathrm{Re}^{**1/6}.$$

После отыскания $f(x)$ определяют из уравнения число Re^{**}:

$$\mathrm{Re}^{**} G\left(\mathrm{Re}^{**}\right) = \frac{U^2}{\nu U'} f(x),$$

затем $c_т$, а значит и τ_0 — по формуле (1.84).

1.9.4. ТУРБУЛЕНТНЫЕ СТРУИ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Турбулентные струи образуются при истечениях жидкости из отверстий и сопл в среду с теми же физическими свойствами, что и у вытекающей струи. Если за пределами сопла отсутствуют ограничивающие струю поверхности (твердые или свободные), то струя называется *свободной*; в противном случае — *ограниченной* или *полуограниченной*. Структура свободной турбулентной струи показана на рис. 1.50. Качественно она одинакова для плоской и круглой струй. Если сопло надлежащим образом профилировано, то профиль скоростей на срезе сопла равномерный. На расстоянии $l_н$, называемом *начальным участком струи*, сохраняется ядро течения с равномерным распределением скоростей. Между ядром и внешней средой *образуется струйный пограничный слой*. На расстояниях от среза сопла больших, чем $l_н$, ядро исчезает и пограничный слой занимает всю зону течения. Этот участок струи называют основным.

Границами ядра струи и струйного пограничного слоя приближенно служат прямые, определяемые углами β_0, β_c и $\beta_н$ (рис. 1.50).

Характер изменения профиля скорости по мере удаления от среза показан на рис. 1.51 [2].

Профили скорости на основном участке *аффинноподобны*, что позволяет представить их единой кривой в безразмерных координатах (рис. 1.52). Течение в пределах основного участка приближенно описывается схемой *турбулентного источника*, для которого получены полуэмпирические решения уравнений движения. Согласно одному из таких решений [2, 49] для плоской турбулентной струи в пределах основного участка

$$u_x = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{K\sigma}{x}}\left(1-\mathrm{th}^2\eta\right);$$

$$u_y = \frac{\sqrt{3}}{4}\sqrt{\frac{K}{x\sigma}}\left[2\eta\left(1-\mathrm{th}^2\eta\right) - \mathrm{th}\,\eta\right],$$

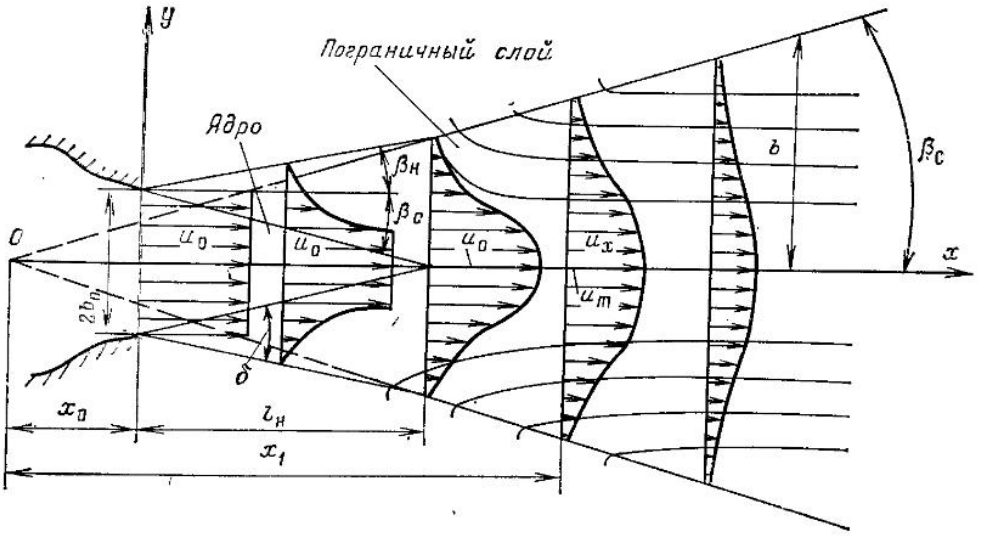


Рис. 1.50. Схема свободной турбулентной струи с равномерным начальным распределением скорости.

x_0 — полюсное расстояние; $l_н$ — начальный участок.

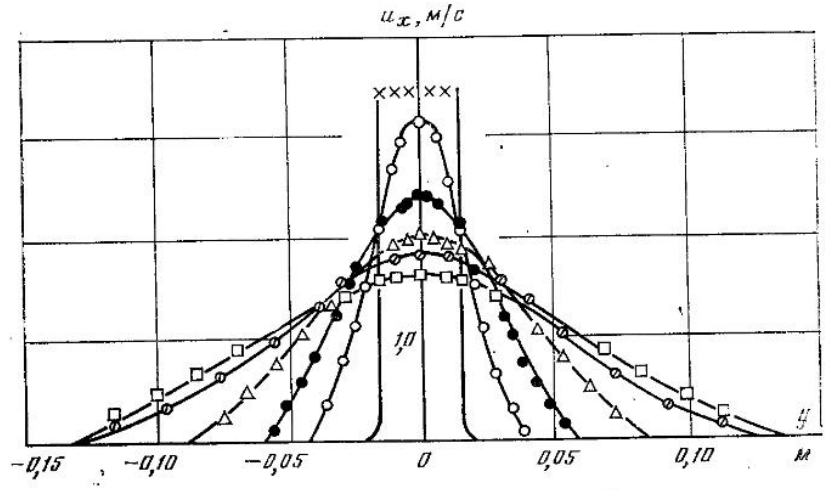


Рис. 1.51. Распределение скоростей в свободной турбулентной струе на разных расстояниях от среза сопла x.

Обозначение	×	○	●	△	∅	□
Расстояние от среза сопла x, м	0	0,2	0,35	0,5	0,625	0,75

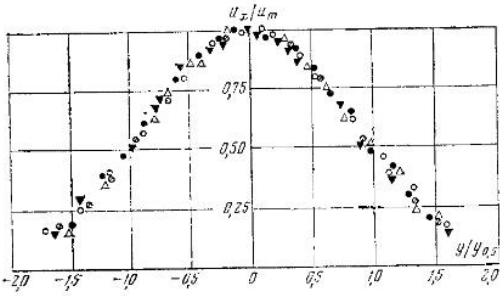


Рис. 1.52. Профиль безразмерной скорости в свободной турбулентной струе. Через $y_{0,5}$ обозначено расстояние от оси струи, где скорость равна половине максимальной.

Обозначение	○	●	▼	∅	△
Расстояние от среза сопла x, м	0,2	0,35	0,5	0,6	0,75

где $\eta = \sigma y/x$; $K = J_0/\rho$ — кинематический импульс струи, причем

$$J_0 = \rho \int_0^\infty u^2 dy.$$

Для круглой струи

$$u_x = \frac{3}{8\pi} \frac{K}{\varepsilon_0 x} \frac{1}{(1 + 0{,}25\eta^2)^2};$$

$$v = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \frac{\sqrt{K}}{x} \frac{\eta - 0{,}25\eta^2}{(1 + 0{,}25\eta^2)^2},$$

где

$$\eta = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \frac{\sqrt{K}}{\varepsilon_0} \frac{y}{x};$$

$$\varepsilon_0 = 0{,}0161 \sqrt{K}.$$

В практических расчетах могут использоваться также более простые полуэмпирические зависимости, основанные на теоретических предпосылках, отличных от приведенных выше. Сводка основных характеристик плоской и круглой турбулентных струй, получаемых путем использования полинома третьей степени для описания поля продольных скоростей, приведена в табл. 1.15. Обозначения даны применительно к рис. 1.50.

1.10. ОДНОМЕРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА

1.10.1. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ АДИАБАТНОГО ТЕЧЕНИЯ НЕВЯЗКОГО ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. ИЗОЭНТРОПИЙНЫЕ ФОРМУЛЫ

Адиабатным называют течение, происходящее без теплового обмена с внешней средой. Термин «идеальный» здесь означает, что газ подчиняется уравнению состояния Клапейрона—Менделеева: $p/\rho = RT$.

При одномерном течении все параметры газа зависят только от одной геометрической координаты

$$u = u(x);\ p = p(x);\ \rho = \rho(x).$$

Во многих случаях влиянием силы тяжести пренебрегают. Тогда основным уравнением адиабатного течения невязкого газа будет служить уравнение (1.38).

Таблица 1.15

Основные зависимости для расчета плоских и осесимметричных свободных турбулентных струй несжимаемой жидкости

Параметры струй	Плоская струя	Осесимметричная струя
Распределение скоростей на основном участке	$u_x = u_m(1 - 3\eta^2 + 2\eta^3)$; $\eta = y/b$; $b = \operatorname{tg}\beta_0 (x + x_0)$	$u_x = u_m(1 - 3\eta^2 + 3\eta^3)$; $\eta = r/b$; $b = \operatorname{tg}\beta_0 (x + x_0)$
Осевая скорость	$u_m/u_0 = 3{,}5\sqrt{b_0/(x + x_0)}$	$\frac{u_m}{u_0} = 10{,}7\frac{r_0}{x + x_0}$ (r_0 — радиус сопла)
Длина начального участка	$l_н \approx 10 b_0$	$l_н \approx 8{,}95 r_0$
Расход струи: на начальном участке	$V(x) = V_0\left(1 + 0{,}035\frac{x}{b_0}\right)$	$V(x) = V_0\left(1 + 0{,}046\frac{x}{r_0} + 0{,}004\frac{x^2}{r_0^2}\right)$
на основном участке	$V(x) = 0{,}385 V_0\sqrt{(x + x_0)/b_0}$	$V(x) = 0{,}155 V_0\frac{x}{r_0}$
Толщина пограничного слоя в переходном сечении	$b_п = 2{,}7 b_0$	$b_п = 2{,}42 r_0$
Характерные углы	$\operatorname{tg}\beta_0 = 0{,}22$; $\operatorname{tg}\beta_c = 0{,}1$; $\operatorname{tg}\beta_н = 0{,}17$	$\operatorname{tg}\beta_0 = 0{,}22$; $\operatorname{tg}\beta_c = 0{,}112$; $\operatorname{tg}\beta_н = 0{,}158$
Полюсное расстояние	$x_0 = 2{,}3 b_0$	$x_0 = 2{,}06 r_0$

Вводя в рассмотрение энтальпию

$$h = c_p T = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\frac{p}{\rho},$$

где c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, это уравнение можно представить в виде

$$h + \frac{u^2}{2} = \text{const}. \qquad (1.85)$$

Поскольку

$$h = \frac{1}{\varkappa - 1}\frac{p}{\rho} + \frac{p}{\rho} = \frac{p}{\rho} + \frac{RT}{\varkappa - 1} = \frac{p}{\rho} + c_v T = \frac{p}{\rho} + U,$$

где U — внутренняя энергия; c_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме, (1.85) принимает вид:

$$U + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const}.$$

Вводя скорость звука $a = \sqrt{\varkappa p/\rho}$, получаем:

$$\frac{u^2}{2} + \frac{a^2}{\varkappa - 1} = \text{const}.$$

При адиабатном течении невязкого газа $\left(\frac{p}{\rho^\varkappa} = \text{const}\right)$ энтропия

$$s = \frac{R}{\varkappa - 1}\ln(p/\rho^\varkappa) + \text{const}$$

сохраняет постоянное значение, из-за чего течение называется изоэнтропийным. Характерные параметры такого течения:

а) *параметры торможения* ρ_0, p_0, T_0,

i_0, a_0, т. е. значения параметров ρ, p, T, i, a в точке или сечении потока, где газ полностью обратимо заторможен;

б) *критическая скорость* a_*, т. е. значение скорости u, равное местной скорости звука;

в) *максимальная скорость* u_m, т. е. значение скорости газа при его истечении в пустоту.

Правая часть (1.85) может быть выражена через эти параметры:

$$h+\frac{u^2}{2}=h_0=c_pT_0=\frac{\varkappa}{\varkappa-1}RT_0=$$
$$=\frac{a_0^2}{\varkappa-1}=\frac{a_*^2}{2}\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}=$$
$$=\frac{\varkappa p_0}{(\varkappa-1)\rho_0}=\frac{u_m^2}{2}. \qquad (1.86)$$

Критическая скорость

$$a_*=a_0\sqrt{\frac{2}{\varkappa+1}}=\sqrt{RT_0}\sqrt{\frac{2\varkappa}{\varkappa+1}}=$$
$$=\sqrt{\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}}u_m=\sqrt{2\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}i_0}.$$

Употребительны безразмерные скорости

$$M=u/a;\ \lambda=u/a_*;\ \xi=u/u_m.$$

Использование (1.86), а также уравнений процесса $p/\rho^{\varkappa}=\text{const}$ и состояния $p/\rho=RT$ позволяет получить изоэнтропийные формулы для отношений давлений, плотностей, температур:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{p}{p_0}&=\left(1+\frac{\varkappa-1}{2}M^2\right)^{-\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}=\\
&=\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}=\\
&=(1-\xi^2)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}};\\
\frac{\rho}{\rho_0}&=\left(1+\frac{\varkappa-1}{2}M^2\right)^{-\frac{1}{\varkappa-1}}=\\
&=\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}=\\
&=(1-\xi^2)^{\frac{1}{\varkappa-1}};\\
\frac{T}{T_0}&=\left(1+\frac{\varkappa-1}{2}M^2\right)^{-1}=\\
&=1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2=1-\xi^2.
\end{aligned}\right\} \qquad (1.87)$$

При изоэнтропийном течении параметры торможения во всех точках имеют одно и то же значение. Поэтому для двух сечений одномерного потока справедливы соотношения

$$\left.\begin{aligned}
\frac{p_2}{p_1}&=\left(\frac{1+\frac{\varkappa-1}{2}M_1^2}{1+\frac{\varkappa-1}{2}M_2^2}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}=\\
&=\left(\frac{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_2^2}{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}=\\
&=\left(\frac{1-\xi_2^2}{1-\xi_1^2}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}};\\
\frac{\rho_2}{\rho_1}&=\left(\frac{1+\frac{\varkappa-1}{2}M_1^2}{1+\frac{\varkappa-1}{2}M_2^2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}=\\
&=\left(\frac{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_2^2}{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}=\\
&=\left(\frac{1-\xi_2^2}{1-\xi_1^2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}};\\
\frac{T_2}{T_1}&=\frac{1+\frac{\varkappa-1}{2}M_1^2}{1+\frac{\varkappa-1}{2}M_2^2}=\\
&=\frac{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_2^2}{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2}=\frac{1-\xi_2^2}{1-\xi_1^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (1.88)$$

Полагая в (1.87) $M=\lambda=1$ или $\xi=\sqrt{(\varkappa-1)/(\varkappa+1)}$, получаем критические отношения соответствующих параметров:

$$p_*/p_0;\ \rho_*/\rho_0;\ T_*/T_0.$$

1.10.2. ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Если газовый поток с местными параметрами p, ρ, T, a изоэнтропийно затормозить, то полученные параметры p_0, ρ_0, T_0, a_0 будут иметь смысл местных параметров торможения, а формулы (1.87) будут выражать местные связи между безразмерными величинами.

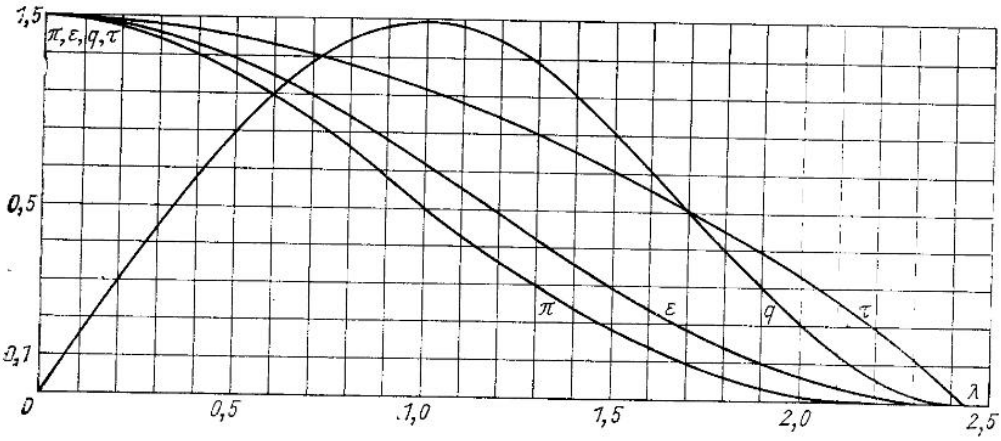


Рис. 1.53. Графики газодинамических функций ($\varkappa=1{,}41$).

Помимо функций

$$p/p_0 = \pi(\lambda);\ \rho/\rho_0 = \varepsilon(\lambda);\ T/T_0 = \tau(\lambda),$$

выражаемых формулами (1.87) и представленных на рис. 1.53, употребительны также другие газодинамические фуикции, с помощью которых удобно решать разнообразные задачи расчета одномерных газовых потоков. Например, используя функцию приведенного расхода газа

$$q(\lambda) = \frac{\rho u}{\rho_* u_*} = \frac{S_*}{S} = \lambda\left[\frac{\varkappa+1}{2}\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2\right)\right]^{\frac{1}{\varkappa-1}},$$

можно рассчитать массовый расход газа через сечение S:

$$G = \rho u S = S\rho_0 a_* \lambda\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} = \frac{Sp_0}{\sqrt{RT_0}}\sqrt{\varkappa\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}\,q(\lambda),$$

где сомножитель $\sqrt{\varkappa\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}$ при разных $\varkappa$ имеет следующие значения:

$\varkappa$	1,4	1,35	1,33	1,30	1,25
$\sqrt{\varkappa\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}$	0,685	0,676	0,673	0,667	0,658

Используя функцию

$$y(\lambda) = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)} = \left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}\lambda\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2\right)^{-1},$$

для массового расхода газа можно получить следующее выражение:

$$G = \frac{Sp}{\sqrt{RT_0}}\sqrt{\varkappa\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}\,y(\lambda).$$

Графики функций π, ε, τ, q для $\varkappa=1{,}4$ приведены на рис. 1.53. Функции $q(\lambda)$ и $\varepsilon(\lambda)$ связаны соотношением

$$q(\lambda) = \left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}\lambda\varepsilon(\lambda).$$

При использовании уравнения количества движения газа вводится понятие *полного импульса*, которое может быть записано в следующих видах:

$$I = (p+\rho u^2)S = G\left(u+\frac{p}{\rho u}\right);$$

$$I = \frac{\varkappa+1}{2\varkappa}Ga_* z(\lambda);$$

$$I = p_0 S f(\lambda) = pS/r(\lambda),$$

где $z(\lambda)=\lambda+1/\lambda$; $f(\lambda)$ и $r(\lambda)$ — газодинамические функции, определяемые формулами

$$f(\lambda) = (\lambda^2+1)\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} = \left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} q(\lambda)\,z(\lambda);$$

$$r(\lambda) = \frac{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2}{1+\lambda^2} = \left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}\frac{1}{y(\lambda)\,z(\lambda)}.$$

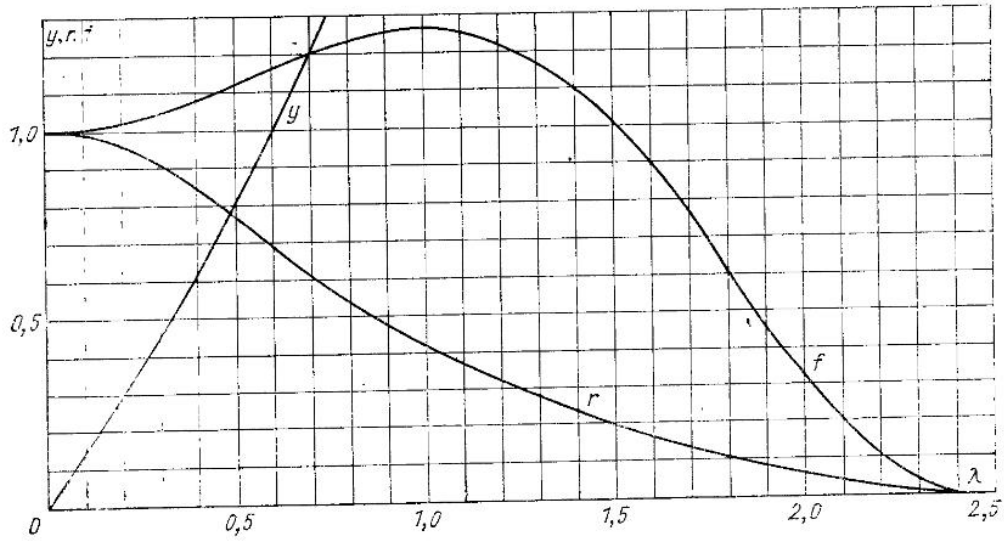


Рис. 1.54. Графики газодинамических функций ($\varkappa$=1,41).

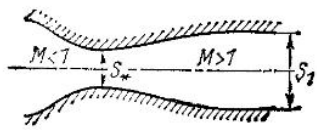


Рис. 1.55. Схема сопла Лаваля.

Графическое представление газодинамических функций $y(\lambda)$, $r(\lambda)$ и $f(\lambda)$ дано на рис. 1.54. Более точные, чем по этим графикам, значения функций можно получить с помощью таблиц, приводимых в руководствах по газовой динамике [1, 16]

1.10.3. ИЗМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОДНОМЕРНОГО АДИАБАТНОГО ПОТОКА ГАЗА ВДОЛЬ ТРУБЫ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

Поскольку в нормальных сечениях одномерного потока параметры газа постоянны, то его приближенно можно рассматривать как конечную трубку тока. Для такого потока из уравнения сплошности $\rho uS=\text{const}$ и уравнения энергии (1.86) можно получить соотношения

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{u}\frac{du}{dx}&=\frac{1}{M^2-1}\frac{1}{S}\frac{dS}{dx};\\ \frac{1}{p}\frac{dp}{dx}&=\frac{\varkappa M^2}{1-M^2}\frac{1}{S}\frac{dS}{dx};\\ \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dx}&=\frac{M^2}{1-M^2}\frac{1}{S}\frac{dS}{dx}.\end{aligned}\right\}\quad(1.89)$$

Из этих уравнений вытекают следующие закономерности изменения параметров газа вдоль трубы:

1) дозвуковой поток газа ($M<1$) в расширяющейся трубе ($dS/dx>0$) тормозится ($du/dx<0$), а в сужающейся ($dS/dx<0$) — ускоряется ($du/dx>0$);

2) сверхзвуковой поток газа ($M>1$) ускоряется в расширяющейся трубе и тормозится в сужающейся;

3) изменения плотности и давления обратны изменению скорости: плотность и давление дозвукового потока в расширяющейся трубе возрастают, а в сужающейся — убывают. Для сверхзвукового потока имеет место обратная закономерность.

Для непрерывного ускорения газового потока от дозвуковых скоростей до сверхзвуковых необходимо иметь трубу конфигурации, показанной на рис. 1.55 (*сопло Лаваля*), причем минимальное сечение должно быть рассчитано так, чтобы в нем (при $dS/dx=0$) $M=1$. Это сечение называется критическим (см. п. 1.10.5).

1.10.4. ПРЯМОЙ СКАЧОК УПЛОТНЕНИЯ

Явление разрывного (скачкообразного) изменения параметров газового потока при переходе через некоторую поверхность называется *ударной волной*. Если поверхность разрыва представляет собой неподвижную плоскость, нормальную к скорости равномерного потока газа, то такая поверхность называется прямым скачком *уплотнения*. Скачки уплотнения могут возникать только в сверхзвуковом потоке газа, они сопровождаются уменьшением скорости и возрастанием давления, плотности и температуры. Критическая скорость и температура торможении при переходе через скачок не изменяются.

Основная система уравнений, описывающих прямой скачок уплотнения, состоит из:

уравнения неразрывности

$$\rho_1 u_1=\rho_2 u_2;\quad(1.90)$$

уравнения количества движения

$$p_1-p_2=\rho_2 u_2^2-\rho_1 u_1^2;\quad(1.91)$$

уравнения энергии (уравнения Бернулли)

$$\frac{u_1^2}{2}+\frac{\varkappa}{\varkappa-1}\frac{p_1}{\rho_1}=\frac{u_2^2}{2}+\frac{\varkappa}{\varkappa-1}\frac{p_2}{\rho_2}, \tag{1.92}$$

где индексом 1 отмечены значения параметров потока перед скачком, а индексом 2 — за ним.

Исключая из этой системы давления и плотности и вводя в рассмотрение критическую скорость a_*, можно получить формулу Прандтля

$$u_1u_2/a_*^2=1 \text{ или } \lambda_1\lambda_2=1,$$

из которой следует, что скорость перед скачком должна быть сверхзвуковой, а за ним — дозвуковой.

Исключая скорости u_1 и u_2 из системы (1.90) — (1.92), можно получить уравнение ударной адиабаты (адиабаты Гюгонио)

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{(\varkappa+1)\rho_2-(\varkappa-1)\rho_1}{(\varkappa+1)\rho_1-(\varkappa-1)\rho_2},$$

график которой и сопоставление с идеальной адиабатой Пуассона $p_2/p_1=(\rho_1/\rho_2)^{\varkappa}$ приведены на рис. 1.56. Используя эти графики, можно показать, что переход через прямой скачок уплотнения является неизоэнтропийным процессом и сопровождается возрастанием энтропии; образование скачка разрежения невозможно; уплотнение в прямом скачке не может превосходить величину

$$(\rho_2/\rho_1)_{\text{пред}}=(\varkappa+1)/\varkappa-1.$$

Изменения параметров газового потока при переходе через прямой скачок определяются формулами

$$\frac{\Delta p}{p_1}=\frac{2\varkappa}{\varkappa+1}\left(M_1^2-1\right)=$$
$$=\frac{2\varkappa}{\varkappa+1}\,\frac{\lambda_1^2-1}{1-\dfrac{\varkappa-1}{\varkappa+2}\lambda_1^2};$$



Рис. 1.56. Сравнение идеальной и ударной адиабат.

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_1}=\frac{M_1^2-1}{1+\dfrac{\varkappa-1}{2}M_1^2}=\lambda_1^2-1;$$

$$\frac{\Delta T}{T_1}=\frac{2(\varkappa-1)}{(\varkappa+1)^2M_1^2}\left(M_1^2-1\right)\left(1+\varkappa M_1^2\right)=$$
$$=\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\,\frac{\lambda_1^4-1}{\lambda_1^2\left(1-\dfrac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2\right)},$$

где $\Delta p=p_2-p_1$; $\Delta\rho=\rho_2-\rho_1$; $\Delta T=T_2-T_1$.

Потеря механической энергии в скачке оценивается отношением полных давлений (давлений торможения) за скачком и перед ним:

$$\frac{p_{20}}{p_{10}}=\left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}\times$$
$$\times\frac{M_1^{\frac{2\varkappa}{\varkappa-1}}}{\left(1+\dfrac{\varkappa-1}{2}M_1^2\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}\left(\varkappa M_1^2-\dfrac{\varkappa-1}{2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}}=$$
$$=\lambda_1^2\left(\frac{1-\dfrac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2}{1-\dfrac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_2^2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}.$$

1.10.5. ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА ЧЕРЕЗ СУЖАЮЩЕЕСЯ СОПЛО. ФОРМУЛА СЕН-ВЕНАНА—ВАНЦЕЛЯ

При истечении невязкого газа через профилированное сужающееся сопло с равномерным распределением скоростей на срезе скорость истечения определяется по формуле Сен-Венана—Ванцеля

$$u_1=a_0\sqrt{\frac{2}{\varkappa-1}}\times$$
$$\times\sqrt{1-\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}=a_*\sqrt{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}\times$$
$$\times\sqrt{1-\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}},$$

где p_1 — давление во внешней среде.

Массовый расход вычисляют по формуле

$$G = S\sqrt{\frac{2\varkappa}{\varkappa-1}\rho_0 p_0\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{\varkappa}}} \times \sqrt{1-\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}, \qquad (1.93)$$

а его максимальное значение — по формуле

$$G_* = S\sqrt{\rho_0 p_0}\sqrt{\varkappa\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}. \qquad (1.94)$$

Значение расхода G_* достигается при $p_1/p_0 \leqslant p_*/p_0 = \left[\frac{2}{\varkappa+1}\right]^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}$, где p_* — давление на срезе сопла, соответствующее критическому значению скорости $u_1 = a_*$. Величина $\pi_* = p_*/p_0$ называется *критическим отношением давлений*. Формула (1.93) дает реальные значения расходов при $\pi_* \leqslant p_1/p_0 \leqslant 1$. При $p_1/p_0 \leqslant \pi_*$ расход необходимо определять по (1.94).

Для получения практически равномерного распределения скоростей в выходном сечении сопла его профиль должен быть очерчен по кривой Витошинского, определяемой уравнением

$$r = \frac{r_0}{\sqrt{1-\left[1-\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2\right]\frac{1-3z^2/a^2}{1+3z^2/a^2}}},$$

где $r = r(z)$, r_1, r_0 — радиусы промежуточного, входного, выходного поперечных сечений сопла; z — координата, отсчитываемая вдоль оси сопла ($r = r_0$ при $z = a/\sqrt{3}$).

Значения r_1 и r_0 выбирают из конструктивных условий, параметр a принимают обычно равным $4r_0$. Профиль Витошинского пригоден для соединения труб различных диаметров при дозвуковых скоростях вплоть до $\lambda = 0{,}9 \div 0{,}95$. Сопла, присоединяемые к резервуарам, могут очерчиваться по дугам окружностей, лемнискатам или параболам [16].

При истечении реального (вязкого газа) через сужающееся сопло имеют место потери энергии вследствие внутреннего трения. Для оценки пропускной способности сопла вводится коэффициент расхода μ, определяемый как отношение истинного расхода газа к теоретическому (изоэнтропийному) [см. (1.93)]. Расчетная формула для расхода принимает вид:

$$G = \mu S\sqrt{\frac{2\varkappa}{\varkappa-1}\rho_0 p_0\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{\varkappa}}} \times \sqrt{1-\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}.$$

Согласно опытам МЭИ [16] для сопл лемнискатного профиля коэффициенты расхода составляют 0,95—0,98, возрастая с увеличением числа Рейнольдса, которое в опытах изменялось в пределах $1 \cdot 10^5$—$6 \cdot 10^5$. С увеличением отношения давлений p_1/p_0 коэффициент расхода несколько уменьшается. Для конических сопл при различных углах конусности значения μ могут уменьшаться вплоть до 0,65 [16].

Вследствие влияния сил вязкости и образования пограничного слоя на поверхности сопла структура течения не вполне соответствует теоретической. Это проявляется и в том, что значение относительного давления $\pi_{**} = p_1/p_0$, при котором достигается максимальный расход, оказывается меньше теоретического π_*. Согласно [16] значение π_{**} возрастает с увеличением числа Re и убывает с увеличением длины сопла при соблюдении условия $\pi_{**} < \pi_*$. В табл. 1.16 [16] приведены значения π_{**} для различных сопл и соответствующие значения коэффициентов расхода.

Для получения сверхзвуковых скоростей истечения, как указано в 1.10.3, необходимо применение сопла Лаваля (рис. 1.55). Элементарный расчет такого сопла, основанный на одномерной теории, состоит в определении площадей минимального (критического) сечения S_* и выходного сечения S_1 (см. рис. 1.55). Заданными считаются массовый расход G_0, параметры торможения и значения скорости на выходе u_1. Полагая $G = G_*$, площадь S_* определяют по формуле (1.94):

$$S_* = \frac{G_0}{\sqrt{\rho_0 p_0}\sqrt{\varkappa\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}}.$$

Выходное сечение рассчитывают исходя из уравнения неразрывности

$$\rho_1 u_1 S_1 = \rho_* a_* S_*$$

или

$$S_1 = S_*/q_1,$$

где

$$q_1 = \lambda_1\left[\frac{\varkappa+1}{2}\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2\right)\right]^{\frac{1}{\varkappa-1}},$$

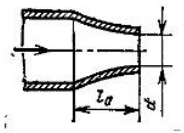
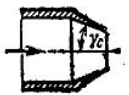
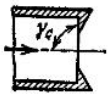
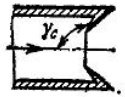
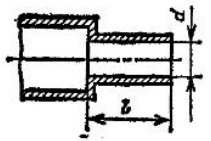
$$\lambda_1 = u_1/a_*.$$

Форма расширяющейся части сопла в первом приближении может быть принята конической. Такое сопло может обеспечить лишь приближенное к заданному среднее значение скорости на выходе, но создает неравномерное распределение местных скоростей.

Большей равномерности скоростей на выходе можно достигнуть, если задать закон изменения скорости вдоль оси сопла

Таблица 1.16

Второе критическое отношение давлений π_{**} и соответствующие значения коэффициента расхода μ_{**} для сопл различных форм

Характеристики второго критического режима	Форма отверстия и геометрические параметры												
													
	$\bar{l}_0 = l_0/d$				γ_c						$\bar{l} = l/d$		
	1,25	2,5	4,0	10,0	16°	30°	45°	60°	90°	150°	2,0	4,0	10,0
	$\varkappa = 1,4$												
π_{**}	0,52	0,5	0,484	0,455	0,436	0,350	0,276	0,197	0,037	0,007	0,206	0,30	0,34
μ_{**}	0,982	0,957	0,920	0,863	0,958	0,930	0,915	0,893	0,850	0,840	0,855	0,840	0,800
	$\varkappa = 1,3$												
π_{**}	0,49	0,46	0,044	—	0,30	0,22	0,19	0,12	0,10	0,065	0,19	0,22	0,26
μ_{**}	0,985	0,975	0,950	—	0,94	0,92	0,90	0,86	0,76	0,60	0,78	0,78	0,76
	$\varkappa = 1,1$												
π_{**}	0,52	0,49	0,46	—	0,31	0,21	0,17	0,14	0,115	0,078	0,17	0,24	0,26
μ_{**}	1,03	1,01	0,97	—	0,97	0,95	0,90	0,85	0,79	0,63	0,81	0,79	0,76

$\lambda(x)$ и определить промежуточные сечения по формуле

$$S(x)=\frac{S_*}{\lambda(x)}\left\{\frac{\varkappa+1}{2}\left[1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2(x)\right]\right\}^{-\frac{1}{\varkappa-1}}.$$

Для получения равномерного распределения скоростей профиль расширяющейся части сопла должен быть рассчитан методами теории двумерных течений (см. п. 1.11.6, а также [16, 23]). Кроме того, должно учитываться влияние вязкости.

1.10.6. АДИАБАТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА С ТРЕНИЕМ В ТРУБЕ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ

Расчетная система уравнений одномерного потока вязкого газа без энергообмена с внешней средой включает в себя:

уравнение неразрывности

$$d\rho/\rho+du/u=0,$$

уравнение состояния

$$\frac{dp}{p}=\frac{dT}{T}+\frac{d\rho}{\rho},$$

уравнение Бернулли

$$\frac{dp}{\rho}+udu+gdA_{\text{тр}}=0,$$

где $dA_{\text{тр}}$ — работа сил вязкости (потерь), отнесенная к единице веса в движущемся газе.

Поскольку данное течение энергетически изолировано, то температура и энтальпия торможения, а также критическая скорость постоянны ($T_0=\text{const}$; $h_0=\text{const}$; $a_*=\text{const}$). С учетом этого из предыдущей системы можно получить:

$$(M^2-1)\frac{du}{u}=-\frac{\varkappa g}{a^2}dA_{\text{тр}}. \quad (1.95)$$

Поскольку всегда $dA_{\text{тр}}>0$, то дозвуковой поток ($M<1$) под влиянием трения ускоряется ($du>0$), а сверхзвуковой поток ($M>1$) — тормозится ($du<0$). Непрерывный переход через скорость звука под влиянием только трения невозможен.

Соотношения между параметрами газового потока в двух сечениях трубы выражаются формулами

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_2^2}{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2};$$

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_2^2}{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2}\frac{\lambda_1}{\lambda_2};$$

$$\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}=\frac{p_{02}}{p_{01}}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\left(\frac{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2}{1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_2^2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}.$$

Работа сил трения на участке трубы длиной dx может быть приближенно выражена гидравлической зависимостью Вейсбаха—Дарси

$$dA_{\text{тр}}=\xi_{\text{тр}}\frac{u^2}{2g}\frac{dx}{D},$$

где $\xi_{\text{тр}}$ — гидравлический коэффициент трения, зависящий от числа Рейнольдса, как и для несжимаемой жидкости[1]; u — средняя скорость; D — диаметр трубы.

Используя эту зависимость, уравнение (1.95) можно привести к виду

$$\left(\frac{1}{\lambda^2}-1\right)\frac{d\lambda}{\lambda}=\frac{\varkappa}{\varkappa+1}\xi_{\text{тр}}\frac{dx}{D}. \quad (1.96)$$

Полагая $\xi_{\text{тр}}=\text{const}$ (что допустимо ввиду малого изменения числа Re по длине трубы), в результате интегрирования (1.96) можно получить:

$$\frac{1}{\lambda_1^2}-\frac{1}{\lambda_2^2}-\ln\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2}=\frac{2\varkappa}{\varkappa+1}\xi_{\text{тр}}\frac{x}{D}, \quad (1.97)$$

где x — расстояние между начальным сечением 1 и расчетным сечением трубы 2. Обозначая

$$\varphi(\lambda)=\frac{1}{\lambda^2}+2\ln\lambda$$

и определяя приведенную длину трубы как

$$\chi=\frac{2\varkappa}{\varkappa+1}\xi_{\text{тр}}\frac{x}{D},$$

уравнение (1.97) можно представить в форме

$$\varphi(\lambda_1)-\varphi(\lambda_2)=\chi. \quad (1.98)$$

Так как при $\lambda=1$ функция $\varphi(\lambda)$ достигает минимума $\varphi(1)=1$, то при заданном λ_1 и $\lambda_2=1$ достигается некоторое критическое максимальное значение приведенной длины трубы

$$\chi_{\text{кр}}=\varphi(\lambda_1)-1.$$

Зависимость $\chi_{\text{кр}}(\lambda_1)$ показана на рис. 1.57.

При заданных λ_1 и длине трубы критическое значение скорости может быть достигнуто в конце трубы.

Значение скорости дозвукового потока на входе в трубу заданной приведенной

[1] Здесь для коэффициента трения употреблено обозначение $\xi_{\text{тр}}$ для отличия от безразмерной скорости $\lambda=u/a_*$ (см. § 1.6).

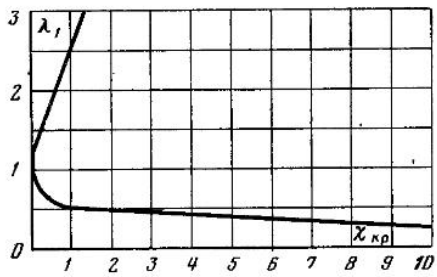


Рис. 1.57. Зависимость приведенной критической длины трубы $\chi_{кр}$ от начальной скорости $\lambda_1 (\varkappa = 1{,}41)$.

длины не может превышать значения, определяемого уравнением

$$\varphi(\lambda_1) = \chi + 1.$$

Если $\lambda_1 < 1$ и заданное значение приведенной длины трубы $\chi < \chi_{кр}$, то на выходе $\lambda_2 < 1$. Если же $\chi = \chi_{кр}$, то $\lambda_2 = 1$. При $\chi > \chi_{кр}$ реализации заданного значения λ_1 в начале трубы невозможна.

Если поток на входе в трубу сверхзвуковой ($\lambda_1 > 1$) и приведенная длина $\chi < \chi_{кр}$, то $\lambda_2 > 1$, т. е. на выходе из трубы поток сохранится сверхзвуковым (однако $\lambda_2 < \lambda_1$). При $\lambda_1 > 1$ и $\chi = \chi_{кр}$ $\lambda_2 = 1$. В случае когда при $\lambda_1 > 1$ задано $\chi > \chi_{кр}$, в некотором сечении трубы возникает скачок уплотнения, за которым устанавливается дозвуковой ускоренный поток.

Положение скачка, предполагая его прямым, можно определить следующим образом. Скорости перед скачком λ' и за ним λ'' связаны формулой Прандтля

$$\lambda' \lambda'' = 1.$$

В то же время λ_1 свизано с координатой скачка $x_{ск}$ уравнением

$$\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda'^2} - \ln \frac{\lambda'^2}{\lambda_1^2} = \frac{2\varkappa}{\varkappa + 1} \zeta_{тр} \frac{x_{ск}}{D} = \chi_{ск}. \tag{1.99}$$

Учитываи, что $\lambda_2 = 1$, можно иаписать:

$$\frac{1}{\lambda''^2} - 1 - \ln \frac{1}{\lambda''^2} = \frac{2\varkappa}{\varkappa + 1} \zeta_{тр} \frac{l - x_{ск}}{D} = \chi_l - \chi_{ск},$$

где χ_l — приведеннаи длина трубы, откуда

$$\lambda'^2 - 1 - \ln \lambda'^2 = \chi_l - \chi_{ск}. \tag{1.100}$$

Решая совместно (1.99) и (1.100), находим λ' и $\chi_{ск}$.

Обеспечение заданного значения λ_1 на входе в трубу заданной приведенной длины требует вполне определенного перепада давлений между входным и выходным сечениями.

Если p_{01} — полное давление во входном сечении, а $p_н$ — давление в среде, куда газ вытекает из трубы, то величиной $\Pi_0 = p_{01}/p_н$, называемой располагаемым отношением давлений, будет определяться массовый расход и другие параметры газа в данной трубе. Если на выходе из трубы устанавливается критическая скорость ($\lambda_2 = 1$), то соответствующее отиошение давлений называется критическим:

$$\Pi_{кр} = \frac{1}{\pi(1)} = \left(\frac{\varkappa + 1}{2}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}}.$$

При заданном располагаемом отношении давлений расчет истечении через трубу заданных размеров производят по следующей схеме [1].

Выражаи расход во входном сечении через полное давление p_{01}, а в выходном сечении — через статическое давление, получаем:

$$\frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}} q(\lambda_1) = \frac{p_2}{\sqrt{T_{02}}} y(\lambda_2).$$

Ввиду адиабатности течения $T_{01} = T_{02}$ и, следовательно,

$$y(\lambda_2) = \frac{p_{01}}{p_2} q(\lambda_1).$$

Если $\lambda_2 < 1$, то $p_2 = p_н$, или

$$y(\lambda_2) = \Pi_0 q(\lambda_1). \tag{1.101}$$

Скоростн λ_1 и λ_2 связаны уравнением (1.98)

$$\varphi(\lambda_1) - \varphi(\lambda_2) = \chi.$$

Из двух уравнений (1.101) и (1.98) находим скорости λ_1 и λ_2 как функции заданных величин Π_0 и χ. Уравнение (1.101) справедливо лишь прн $\lambda_2 < 1$. Мииимальное значение Π_2, при котором $\lambda_2 = 1$, определяем по уравнению

$$\Pi_{0мин} = \frac{y(1)}{q(\lambda_1)} = \left(\frac{\varkappa + 1}{2}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}} \frac{1}{q(\lambda_1)} = \frac{\Pi_{кр}}{q(\lambda_1)}.$$

При зиачениях $\Pi_0 > \Pi_{0мин}$ на выходе из трубы $\lambda_2 = 1$ и $p_2 > p_н$.

1.10.7. ИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ В ТРУБЕ

Исходными для расчета служат уравнения:

Бернулли

$$dp/\rho + udu + gdA_{тр} = 0,$$

постоинства массового расхода

$$G = S\rho u = \text{const}$$

и состояния

$$p/\rho = RT = \text{const}.$$

Подставляя два последиих соотношения в уравнение Бернулли, получаем:

$$2\frac{dp}{p} - \frac{S^2}{G^2 RT} pdp = \xi_{тр} \frac{dx}{D}.$$

Интегрирование этого уравнения дает:

$$\xi_{тр}\frac{x}{D}=\frac{S^2}{RTG^2}\left(p_1^2-p^2\right)+2\ln\frac{p}{p_1}, \quad (1.102)$$

где индексом 1 отмечены параметры в начальном сечении.

Если в сечении $x=l$ давление равно p_2, то массовый расход

$$G=S\sqrt{\frac{p_1^2-p_2^2}{RT\left(\xi_{тр}\bar{l}+2\ln\frac{p_1}{p_2}\right)}},$$

где $\bar{l}=l/D$ — безразмерная длина трубы.

Вводя число $M=u/a=\frac{G}{pS}\sqrt{\frac{RT}{\varkappa}}$, уравнение (1.102) можно привести к виду

$$\xi_{тр}\bar{x}=\frac{1}{\varkappa}\left(\frac{1}{M_1^2}-\frac{1}{M^2}\right)+2\ln\frac{M_1}{M}. \quad (1.103)$$

Если в трубу поступает дозвуковой поток ($M_1<1$), то вниз по течению число M возрастает и в конце трубы может достигнуть единицы. Соответствующая длина трубы называется критической и определяется из уравнения

$$\xi_{тр}\bar{l}_{кр}=\frac{1}{\varkappa}\left(\frac{1}{M_1^2}-1\right)+2\ln M_1.$$

1.10.8. ОДНОМЕРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

В общем случае параметры одномерного потока газа можно целенаправленно изменять путем следующих воздействий: изменения площади сечения по длине потока; подвода или отвода теплоты; взаимодействии газового потока с перемещающимися в нем твердыми телами; отбора или увеличения массового расхода газа по пути; трения.

Используя уравнение Бернулли (1.85), (1.86), энергии (1.44), состояния $p=\rho RT$, неразрывности $\rho uS=\text{const}$, можно установить связь между изменениями (дифференциалами) параметров газового потока по его длине и изменениями воздействий. Так, например, для дифференциала скорости справедливо уравнение

$$\frac{du}{u}(M^2-1)=\frac{dS}{S}-\frac{\varkappa-1}{a^2}dQ-\frac{dA}{a^2}-\frac{dG}{G}-\frac{\varkappa dA_{тр}}{a^2}.$$

Из этого уравнения вытекает сформулированный Л. А. Вулисом [10] *закон обращения воздействий:* для непрерывного и моиотонного перехода через скорость звука иеобходимо, чтобы знак суммарного внешиего воздействия изменялся иа обратиый при $M=1$.

Из закона обращения воздействий вытекает возможность преобразования дозвукового потока в сверхзвуковой не только с помощью сопла Лаваля, но также с помощью «теплового сопла», путем подвода и отвода теплоты и «расходного сопла», путем прибавления и отбора части расхода по пути. Подробный анализ внешиих воздействий можно найти в [10, 16].

1.11. ПЛОСКИЕ И ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ НЕВЯЗКОГО ГАЗА

1.11.1. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ БАРОТРОПНОЙ НЕВЯЗКОЙ СРЕДЫ

В декартовых прямоугольиых координатах плоское установившееся потеициальное ($\mathbf{u}=\operatorname{grad}\varphi$) движеиие невязкой ($\mu=0$) баротропной [$\rho=f(p)$] среды описывается уравнением

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\left[1-\frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2\right]-\frac{2}{a^2}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial y}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\left[1-\frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right]=0. \quad (1.104)$$

Местная скорость звука a связана с потенциалом скорости $\varphi(x, y)$ уравиеиием Бернулли

$$a^2=a_\infty^2+\frac{\varkappa-1}{2}\left\{u_\infty^2-\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right]\right\}, \quad (1.105)$$

где a_∞ и u_∞ — соответственно скорости звука и потока газа в бесконечно удаленной точке (предполагается, что область течении включает эту точку).

Для осесимметричиого потока в цилиндрической системе координат (r, z) потенциал скорости удовлетворяет уравнеиию

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\left[1-\frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right]-\frac{2}{a^2}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial z\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}\left[1-\frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)^2\right]=0. \quad (1.106)$$

Граничным условием на твердой поверхности для функций φ является равенство иулю ее нормальной производной: $(d\varphi/dn)_{тв}=0$.

Фуикция тока в декартовой прямоугольной и цилиндрической системах координат удовлетворяет уравнениям

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\left[1-\frac{1}{(a\rho)^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2\right]-\frac{2}{(a\rho)^2}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial y}+$$

$$+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\left[1-\frac{1}{(a\rho)^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2\right]=0$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\left[1-\frac{1}{(\rho ar)^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)^2\right]+$$

$$+\frac{2}{(ra\rho)^2}\frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial^2\psi}{\partial z\,\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}+$$

$$+\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}\left[1-\frac{1}{(a\rho r)^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)^2\right]=0.$$

Граничное условие на твердой поверхности для функции тока имеет вид: $\psi_{тв}=$ $=$ const.

1.11.2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ. ОБТЕКАНИЕ ТЕЛ ПРИ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Если плоский равномерный поток газа подвергается малым возмущениям u', то при направлении оси x вдоль вектора u_∞ можно записать:

$$u_x=u_\infty+u'_x;\quad u_y=u'_y,$$

где u'_x и u'_y — скорости возмущенного движения.

Если пренебречь квадратами и произведениями этих величин, то в линейном приближении

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{a^2}{a_\infty^2}=1-(\varkappa-1)\,M_\infty^2\frac{u'_x}{u_\infty};\\
&\frac{p}{p_\infty}=1-\varkappa M_\infty^2\frac{u'_x}{u_\infty};\\
&\bar p=\frac{p-p_\infty}{\frac{\rho u_\infty^2}{2}}=-2\frac{u'_x}{u_\infty};\\
&\frac{\rho}{\rho_\infty}=1-M_\infty^2\frac{u'_x}{u_\infty},
\end{aligned}\right\}\qquad(1.107)$$

где $\bar p$ — коэффициент давления (см. 1.7.2).

Потенциал скорости при малых возмущениях удовлетворяет уравнению, которое получается путем линеаризации уравнения (1.104):

$$\left(1-M_\infty^2\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=0.\qquad(1.108)$$

Если в прямолинейном плоскопараллельном потоке газа точка A (рис. 1.58) является источником малых возмущений (малых изменений плотности и давления), то эти возмущения в виде слабой волны распространяются в потоке. В зависимости от скорости потока фронты волн возмущения могут занимать одно из положений, показанных на рис. 1.58. В дозвуковом течении (рис. 1.58, *а*) фронты волн возмущений представляют собой окружности радиуса $r=a\tau$, смещаемые вниз по течению на расстояние $u\tau$, где τ — время с момента возникновения возмущения.

При сверхзвуковой скорости потока газа волны возмущений также имеют вид окружностей, но в силу условия $u>a$ область их распространения ограничивается прямыми AM и AN (для осесимметричного потока — поверхностью конуса), называемыми *линиями возмущения или линиями Маха*. Эти прямые образуют с вектором скорости угол Маха, определяемый формулой

$$\alpha=\pm\arcsin(1/M).$$

Потенциальные течения при малых возмущениях описываются линеаризованным уравнением (1.108).

При *дозвуковых* скоростях ($M_\infty<1$) это уравнение путем замены переменных

$$x_1=x;\quad y_1=y\sqrt{1-M_\infty^2}$$

приводится к уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y_1^2}=0,$$

т. е. к уравнению, которому удовлетворяет потенциал скорости несжимаемой жидкости. Поэтому при обтекании дозвуковым потоком газа тонкого профиля с малым углом

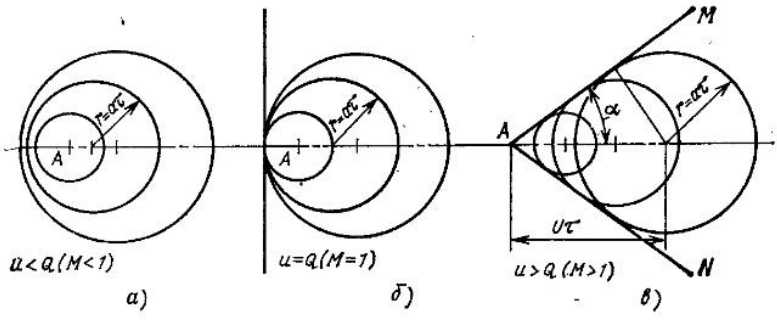


Рис. 1.58. Распространение малых возмущений в дозвуковом (*а*), звуковом (*б*) и сверхзвуковом (*в*) потоках газа.

атаки задача приводится к задаче обтекания профиля несжимаемой жидкостью. Формулы пересчета согласно теории Праидтля—Глауэрта имеют вид:

для коэффициента давления

$$\bar{p} = \frac{\bar{p}_н}{\sqrt{1 - M_\infty^2}},$$

для коэффициента подъемной силы

$$C_y = \frac{C_{yн}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}},$$

где индексом «н» отмечены параметры потока несжимаемой жидкости.

Метод А. Н. Шерстюка [47]. В соответствии с этим методом линеаризации уравнения для потенциала скорости связь между скоростями несжимаемого и сжимаемого потоков предполагается в виде

$$u_н = u\left(\rho/\rho_\infty\right)^\theta,$$

где показатель степени θ принимается равным:

$$\theta = \frac{1 - \sqrt{1 - M_\infty^2}}{M_\infty^2},$$

а формулы пересчета имеют вид:

$$\lambda = \lambda_н \left[\frac{1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\lambda^2}{1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\lambda_\infty^2}\right]^{-\frac{\theta}{\varkappa - 1}}; \quad (1.109)$$

$$\bar{p} = \frac{\varkappa + 1}{\varkappa\lambda_\infty^2}\left(1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\lambda_\infty^2\right) \times$$

$$\times \left[\left(\frac{1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\lambda^2}{1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\lambda_\infty^2}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}} - 1\right]; \quad (1.110)$$

$$\bar{p}_н = 1 - \left(\frac{\lambda_н}{\lambda_\infty}\right)^2. \quad (1.111)$$

С помощью формул (1.109) и (1.111) устанавливается связь между коэффициентами давления в сжимаемой $\bar{p}$ и несжимаемой $\bar{p}_н$ средах. Расчет по данному методу дает наиболее близкие к опытным данным результаты.

Течение при сверхзвуковых скоростях. Линеаризованное уравнение потенциала скорости (1.108) заменой переменных

$$x_1 = x; \quad y_1 = y\sqrt{M_\infty^2 - 1}$$

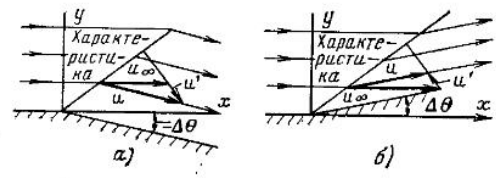


Рис. 1.59. Схемы обтекания сверхзвуковым потоком малого угла.

а — ускорение потока; *б* — торможение потока.

приводится к уравнению гиперболического типа

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial y_1^2} = 0, \quad (1.112)$$

которое имеет общее решение в переменных x, y

$$\varphi = f\left(x - y\sqrt{M_\infty^2 - 1}\right) + g\left(x + y\sqrt{M_\infty^2 - 1}\right),$$

где f и g — произвольные функции.

Два семейства прямых, описываемых уравнениями

$$x \mp y\sqrt{M_\infty^2 - 1} = \text{const},$$

являются характеристиками уравнения (1.112); они совпадают с линиями возмущения линеаризованного потока.

Сверхзвуковое обтекание малого угла, образованного плоскими стенками (рис. 1.59). При таком течении из вершины угла выходит характеристика первого семейства, которая делит область течения на две части: невозмущенную и возмущенную. При обтекании выпуклого угла (рис. 1.59, *а*) поток ускоряется, а при обтекании вогнутого — замедляется (рис. 1.59, *б*).

Обтекание тонкого профиля с заостренными кромками. Задача может быть приближенно решена на основе линеаризованной теории. При этом плавный контур профиля заменяют ломаным (рис. 1.60) и последовательно решают задачу об изменении параметров потока при переходе через каждую линию возмущения, выходящую из то-

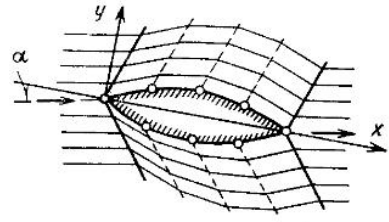


Рис. 1.60. Расчетная схема обтекания тонкого профиля линеаризованным сверхзвуковым потоком газа.

чек излома. В результате получают следующие формулы для коэффициента давления:

для верхней поверхности, заданной уравнением $y_в = y_в(x)$:

$$\bar{p}_{верх} = -\frac{2\left(\alpha - \frac{dy_в}{dx}\right)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}};$$

для нижней поверхности, заданной уравнением $y_н = y_н(x)$:

$$\bar{p}_{ниж} = \frac{2\left(\alpha - \frac{dy_н}{dx}\right)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}},$$

где α — угол атаки (рис. 1.60).

Коэффициент подъемной силы

$$C_y = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}.$$

Коэффициент волнового сопротивления

$$C_x = \frac{4\alpha^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} + \frac{K\bar{c}^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}},$$

где

$$K = 2\int_0^1 \left[\left(\frac{d\bar{y}_н}{d\bar{x}}\right) + \left(\frac{d\bar{y}_в}{d\bar{x}}\right)^2\right];$$

$\bar{y}_н = y/b$; $\bar{x} = x/b$; $\bar{c} = c/b$, причем c — максимальная толщина профиля; b — его хорда.

Момент сил давления относительно передней кромки

$$M_0 = C_m S b \frac{\rho_\infty u_\infty^2}{2},$$

где C_m — коэффициент момента:

$$C_m = \frac{2\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} + C_{m0};$$

здесь C_{m0} — коэффициент момента при нулевом угле атаки, равный:

$$C_{m0} = \frac{2\bar{c}}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \times \int_0^1 \left(\frac{d\bar{y}_н}{d\bar{x}} + \frac{d\bar{y}_в}{d\bar{x}}\right)\bar{x}d\bar{x};$$

S — площадь, равная $b \cdot 1$.

Подробное изложение линейной теории обтекания профилей дано в [5, 45].

1.11.3. КОСЫЕ СКАЧКИ УПЛОТНЕНИЯ

Основные уравнения. При торможении сверхзвукового потока могут возникать поверхности разрыва непрерывности параметров течения, которые наклонены к вектору скорости под углом, отличным от прямого. Такие разрывы называются косыми скачками уплотнения (рис. 1.61). Расчетная система уравнений косого скачка включает в себя уравнения:

неразрывности

$$\rho_1 u_{n1} = \rho_2 u_{n2};$$

количества движения в проекции на нормаль к фронту скачка

$$p_2 - p_1 = \rho_1 u_{n1}(u_{n1} - u_{n2}),$$

или в проекции на направление, параллельное фронту скачка,

$$\rho_1 u_{n1}(u_{t1} - u_{t2}) = 0 \text{ или } u_{t1} = u_{t2};$$

энергии

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2},$$

где $u_1^2 = u_{n1}^2 + u_{t1}^2$; $u_2^2 = u_{n2}^2 + u_{t2}^2$.

Из этой системы уравнений выводятся соотношения между параметрами потока за скачком и перед ним для:

отношения давлений

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\varkappa}{\varkappa + 1} M_1^2 \sin^2\beta - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1};$$

отношения плотностей

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\varkappa + 1) M_1^2 \sin^2\beta}{2 + (\varkappa - 1) M_1^2 \sin^2\beta};$$

отношения температур

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{2\varkappa}{\varkappa + 1} M_1^2 \sin^2\beta - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\right) \times \left(\frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1} + \frac{2}{\varkappa + 1}\frac{1}{M_1^2 \sin^2\beta}\right); \quad (1.113)$$

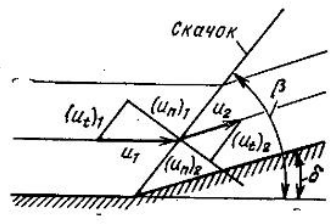


Рис. 1.61 Расчетная схема косого скачка уплотнения.

отношения давлений торможения

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\left[\frac{\varkappa+1}{2(\varkappa-1)}\right]^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}} \times$$
$$\times \frac{M_1^2 \sin^2\beta}{\left(\frac{2\varkappa}{\varkappa-1} - \frac{1}{M_1^2\sin^2\beta}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}\left(1+\right.} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{}{\left. + \frac{\varkappa-1}{2} M_1^2 \sin^2\beta\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}};$$

разности значений энтропии

$$s_2 - s_1 = \frac{R}{\varkappa-1} \ln\left[\left(\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\right)^{\varkappa+1} \times \right.$$
$$\times \left(\frac{2\varkappa}{\varkappa-1} M_1^2 \sin^2\beta - 1\right) \times$$
$$\left. \times \left(\frac{2}{\varkappa-1}\frac{1}{M_1^2\sin^2\beta} - 1\right)\right]^{\varkappa}.$$

Последняя формула показывает, что переход через косой скачок не является изоэнтропийным и сопровождается потерями механической энергии.

Связь между углом наклона фронта скачка β и углом поворота потока в скачке δ определяется формулой

$$\operatorname{tg}\delta = \operatorname{ctg}\beta \frac{M_1^2\sin^2\beta - 1}{1 + M_1^2\left(\frac{\varkappa+1}{2} - \sin^2\beta\right)}, \quad (1.114)$$

откуда следует, что кривая $\delta(\beta)$ имеет максимум, т. е. существует угол наклона скачка β_m, соответствующий максимально возможному отклонению потока в скачке δ_m. Значения β_m определяют из уравнения

$$\sin^2\beta_m = \frac{1}{\varkappa M_1^2}\left[\frac{\varkappa+1}{4} M_1^2 - 1 + \right.$$
$$\left. + \sqrt{(\varkappa+1)\left(1 + \frac{\varkappa-1}{2} M_1^2 + \frac{\varkappa+1}{16} M_1^4\right)}\right].$$

На рис. 1.62 представлена диаграмма зависимости (1.114), из которой следует, что каждому значению δ отвечают два значения β. Скорость потока за скачком M_2 связана со скоростью M_1 перед скачком соотношением

$$M_2^2 = \frac{M_1^2 + \frac{2}{\varkappa-1}}{\frac{2\varkappa}{\varkappa-1} M_1^2\sin^2\beta - 1} + \frac{M_1^2\cos^2\beta}{\frac{\varkappa-1}{2} M_1^2\sin^2\beta + 1}, \quad (1.115)$$

откуда следует, что для каждого M_1 существует некоторое значение $\beta=\beta_*$, при котором $M_2=1$. При $\beta<\beta_*$ поток за скачком остается сверхзвуковым (слабые скачки), при $\beta>\beta_*$ он будет дозвуковым (сильные скачки). Для определения β_* служит уравнение

$$\sin\beta_* = \frac{1}{\varkappa M^2}\left[\frac{\varkappa+1}{4} M_1^2 - \frac{3-\varkappa}{4} + \right.$$

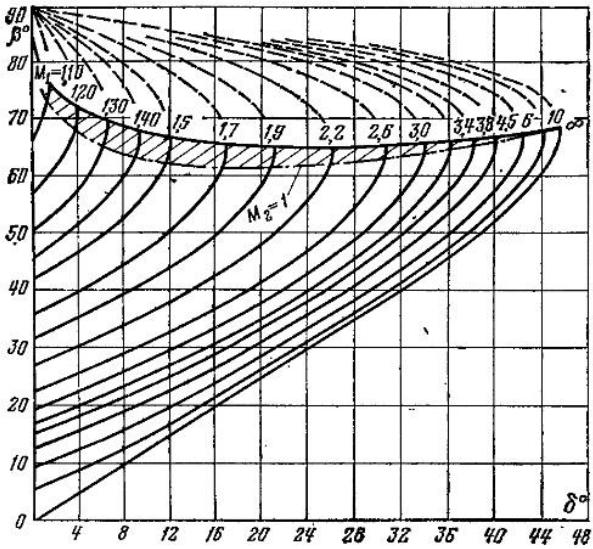


Рис. 1.62. Зависимость угла наклона скачка β от угла отклонения сверхзвукового потока δ при различных значениях чисел Маха перед скачком M_1 ($\varkappa=1{,}41$).

Заштрихована область сильных скачков ($M_2<1$).

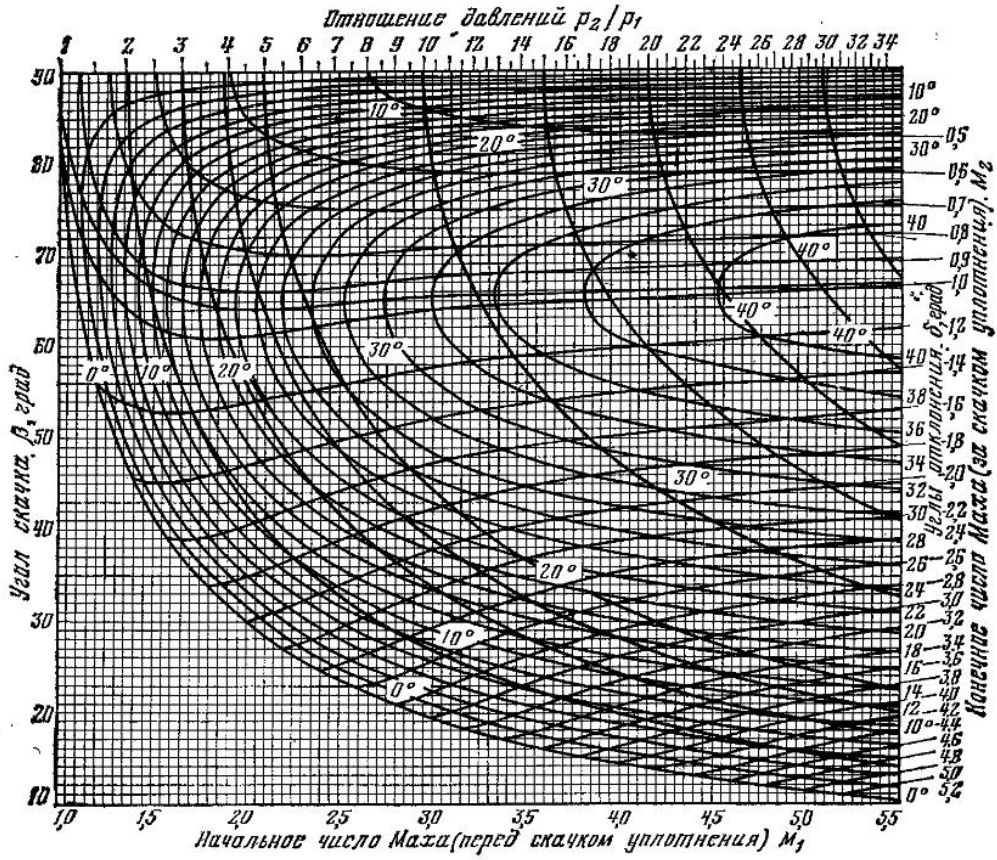


Рис. 1.63. Расчетная диаграмма косых скачков уплотнеиия.

$$+\sqrt{(\varkappa+1)\left(\frac{9+\varkappa}{16}-\frac{3-\varkappa}{8}M_1^2+\sqrt{+\frac{\varkappa+1}{16}M_1^4}\right)}\Bigg].$$

Номограмма для расчета параметров косых скачков приведена на рис. 1.63.

Ударная поляра. Возможно иное графическое представление уравнений косого скачка уплотнения. Так, связь между скоростями потока перед скачком и за ним может быть выражена в виде

$$u_{2y}^2=\left(u_1-u_{2x}\right)^2\frac{u_1u_{2x}-a_*^2}{\frac{2}{\varkappa+1}u_1^2+a_*^2-u_{2x}u_1}. \tag{1.116}$$

Если ввести обозначения

$$\lambda_1=u_1/a_*;\quad \lambda_{2x}=u_{2x}/a_*\quad \lambda_{2y}=u_{2y}/a_*,$$

то этому уравнению можно придать форму

$$\lambda_{2y}^2=\left(\lambda_1-\lambda_{2x}\right)^2\frac{\lambda_1\lambda_{2x}-1}{\frac{2}{\varkappa+1}\lambda_1^2-\lambda_1\lambda_{2x}+1}. \tag{1.117}$$

В плоскости годографа скорости, где по осям координат отложены величины u_{2x} и u_{2y}, уравнение (1.116) изображается кривой, которая называется строфоидой или гипоциссоидой. Часть строфоиды, соответствующая физически реальным значениям u_{2x} и u_{2y}, представляет собой замкнутую линию, которая в газовой динамике называется ударной полярюй. Применительно к уравнению (1.117) она показаиа на рис. 1.64. Ударная поляра может служить для графического определения параметров скачка. Так если отклонение потока скачком δ известно, то отрезок OC, проведеиный из начала координат под углом δ, определит скорость λ_2, т. е. u_2. Для определения угла β следует опустить перпендикуляр OM на продолжение прямой AC. Угол, образуемый этим перпендикуляром с осью абсцисс, равен искомому углу β. В практических расчетах

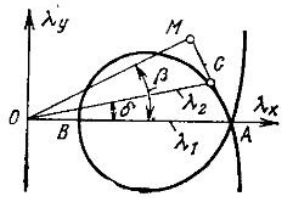


Рис. 1.64. Ударная поляра косых скачков уплотнения и схема ее использования.

удобно пользоваться диаграммой семейства ударных поляр, каждая из которых отвечает постоянному значению λ. Такая диаграмма приведена на рис. 1.65 [16, 23, 45, 52].

Конические скачки уплотнения. Возникают при обтекании осесимметричным потоком тел вращения. Связь между углом δ отклонения потока и углом фронта скачка β определяется формулой

$$\operatorname{ctg}\delta_к = \operatorname{tg}\beta\left[\frac{\varkappa+1}{2}\frac{M_1^2}{M_1^2\sin^2\beta-1}-1\right],$$

которая совпадает с формулой (1.114). Однако в отличие от плоского скачка угол $\delta_к$ между образующей конуса и его осью всегда больше угла отклонения вектора скорости в коническом скачке.

Линии тока за коническим скачком не являются прямыми и могут быть построены или путем решения уравнения для потенциала скорости осесимметричного потока или приближенным методом Буземана. Изложение этих методов можно найти в [16, 45].

1.11.4. ОСНОВЫ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПЛОСКИХ ДОЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА

Уравнения Чаплыгина. При наличии в газовом потоке возмущений, которые не могут считаться малыми, решения конкретных

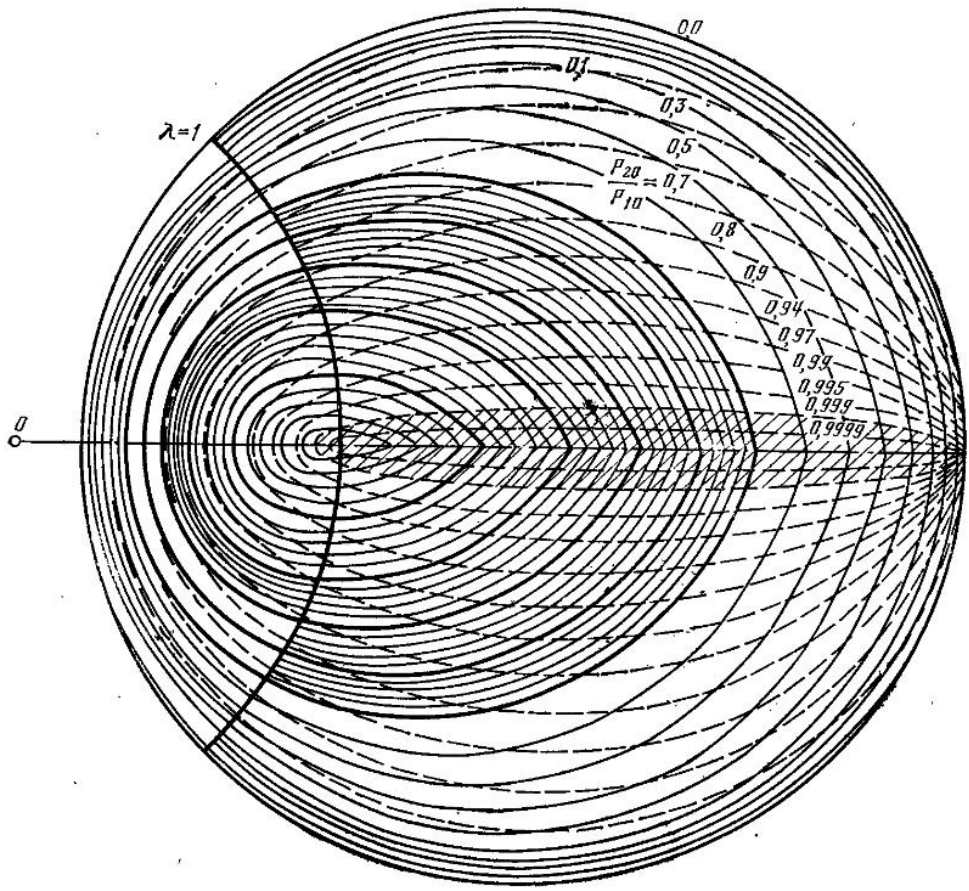


Рис. 1.65. Расчетная диаграмма ударных поляр для воздуха ($\varkappa=1{,}41$).

— — ударные поляры; — — — — линии равных значений p_{20}/p_{10}; заштрихована область малых возмущений.

задач должны основываться на уравнениях (1.104) или (1.106). Нелинейность этих уравнений создает значительные трудности в получении решений. С. А. Чаплыгин предложил в 1904 г. метод точной линеаризации уравнений плоского движения газа при дозвуковых скоростях. Исходными в этом методе являются выражения для потенциала скорости и функции тока

$$u_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\rho_0}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial y};$$

$$u_y = \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\rho_0}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial x}, \qquad (1.117а)$$

а также уравнение неразрывности

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} = 0. \qquad (1.118)$$

В качестве независимых переменных выбираются полярные координаты в плоскости годографа u и θ, причем $u_x = u\cos\theta$; $u_y = u\sin\theta$.

Путем ряда преобразований уравнения (1.117а) и (1.118) приводятся к виду

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u} = -\frac{\rho_0}{\rho}(1 - M^2)\frac{\partial\psi}{\partial\theta};$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = u\frac{\rho_0}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial u}. \qquad (1.119)$$

Эти уравнения описывают движение в плоскости годографа и являются линейными.

С. А. Чаплыгиным указан приближенный метод их решения, основанный на линейной аппроксимации зависимости $\bar{\rho}(M^2)$ [5]. Использование этого метода позволяет получить связь между коэффициентами давления на крыловом профиле, обтекаемом сжимаемой и несжимаемой жидкостями, — *формулу Кармана—Цзяна:*

$$\bar{p} = \frac{\bar{p}_н}{\sqrt{1 - M_\infty^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{M_\infty^2}{1 + \sqrt{1 - M_\infty^2}}\bar{p}_н}.$$

Разработаны и другие приближенные методы учета сжимаемости при обтекании крыловых профилей и решеток [5, 42]. Изложение приближенных графоаналитических методов расчета дозвуковых потоков газа можно найти в [48].

Метод С. А. Христиановича. Согласно этому методу вводится новая переменная

$$s = \int \sqrt{\frac{1 - \lambda^2}{1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\lambda^2}}\frac{d\lambda}{\lambda},$$

которая позволяет привести уравнения С. А. Чаплыгина к виду

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = \sqrt{K}\frac{\partial\psi}{\partial s};\quad \frac{\partial\varphi}{\partial s} = -\sqrt{K}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \qquad (1.120)$$

где

$$K = \frac{1 - \lambda^2}{\left(1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\lambda^2\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}} = (1 - M^2)\left(1 + \frac{\varkappa - 1}{2}M^2\right)^{\frac{2}{\varkappa-1}}.$$

В диапазоне $0 < M < 0{,}6$ значение K мало отличается от 1, а значит уравнения (1.120) переходят в уравнения Коши—Римана (1.74) и к ним могут быть применены методы теории потенциальных течений несжимаемой жидкости. При иных значениях M в первом приближении полагают $K = K(M_\infty) = \text{const}$ и включают величину K_∞ в функцию тока. Тогда опять получают уравнения Коши—Римана и задача сводится к построению потенциального течения несжимаемой жидкости. Подробное изложение метода С. А. Христиановича дано в [5].

1.11.5. СВЕРХЗВУКОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ. МЕТОД ХАРАКТЕРИСТИК

При обтекании выпуклых тел (например, крыловых профилей) на некоторой части их поверхностей образуются скорости большие, чем в невозмущенном потоке (на бесконечности). Если при некотором значении $M_\infty = M_{кр}$ на поверхности тела хотя бы в одной точке образовалась скорость, равная звуковой ($M = 1$), то это значение M_∞ называется критическим. При $M_\infty > M_{кр}$ на поверхности тела образуются местные зоны сверхзвуковых скоростей, ограниченные скачками уплотнения.

В плоском сверхзвуковом потоке газа с неоднородным полем скоростей линии возмущения в разных точках имеют различные направления, поскольку эти направления определяются формулой

$$\sin\alpha = 1/M.$$

Кривая $y = y(x)$, в каждой точке которой линия возмущения направлена по касательной, называется характеристикой. Так как в каждой точке существуют два направления линий возмущения (см. рис. 1.58, *в*), то из каждой точки плоского потенциального сверхзвукового потока выходят две ха-

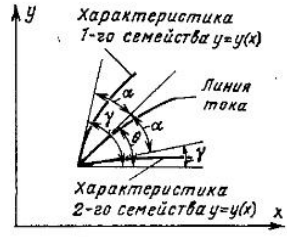


Рис. 1.66. Характеристики (линии возмущения) плоского сверхзвукового потока.

рактеристики. Применительно к схеме, показанной на рис. 1.66, можно написать:

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(\gamma - \theta). \qquad (1.121)$$

Поскольку

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{u^2}{a^2}-1}};$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{dy}{dx};\quad \operatorname{tg}\theta = \frac{u_y}{u_x},$$

то (1.121) приводится к виду

$$\left(u_x^2 - a^2\right)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 2u_x u_y \frac{dy}{dx} + \left(u_y^2 - a^2\right) = 0.$$

Это уравнение имеет решение

$$\frac{dy}{dx} = \frac{u_x u_y \pm a\sqrt{u^2 - a^2}}{u_x^2 - a^2}. \qquad (1.122)$$

Так как $u > a$, то (1.122) определяет два направления действительных характеристик в каждой точке плоского сверхзвукового потока, для которых

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\theta \pm \alpha). \qquad (1.123)$$

Из (1.123) следует, что характеристики каждого из семейств образуют с вектором скорости угол α (рис. 1.66). Семейство, которому в уравнениях (1.122) и (1.123) соответствуют знаки «+», будем называть первым, а семейство, которому соответствует «—», — вторым.

Рассматривая течение в плоскости годографа скорости, т. е. в координатах u_x, u_y, можно показать (см. [5, 23, 45]), что вдоль характеристик выполняется дифференциальное соотношение

$$\frac{du_y}{du_x} = \frac{a^2 - u_x^2}{u_x u_y \pm a\sqrt{u_x^2 + u_y^2 - a^2}}. \qquad (1.124)$$

Если перейти к полярным координатам u и θ ($u_x = u\cos\theta$; $u_y = u\sin\theta$), то (1.124) можно проинтегрировать и получить уравнение

$$\theta = \pm\left[\sqrt{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}} \times \right.$$

$$\left. \times \sqrt{M^2-1} - \operatorname{arctg}\sqrt{M^2-1}\right] + C, \qquad (1.125)$$

или

$$\theta = \pm\left[\sqrt{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}} \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \sqrt{\frac{\lambda^2-1}{1-\dfrac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2}}\right) - \right.$$

$$\left. - \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{\lambda^2-1}{1-\dfrac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2}}\right] + C; \qquad (1.126)$$

$$\theta = \pm\left[\sqrt{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}\operatorname{arctg} \times \right.$$

$$\left. \times \left(\sqrt{\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}}\operatorname{ctg}\alpha\right) + \alpha\right] + C_1. \qquad (1.127)$$

Уравнениями (1.125)—(1.127) описываются два семейства эпициклоид, которые являются изображениями характеристик в плоскости годографа скорости. Эти два семейства образуют диаграмму характеристик (рис. 1.67), которую удобно использовать для графоаналитического расчета плоских сверхзвуковых потоков.

Используя (1.122) и (1.124), можно показать, что характеристики 1-го семейства в плоскости течения нормальны к характеристикам (эпициклоидам) 2-го семейства в соответствующих точках плоскости годографа, а характеристики 2-го семейства ортогональны эпициклоидам 1-го семейства.

В плоскости годографа все сверхзвуковые потоки изображаются в кольцевой области $a_* < u < \sqrt{(\varkappa+1)/(\varkappa-1)}\,a_*$ или $1 < \lambda < \sqrt{(\varkappa+1)/(\varkappa-1)}$.

В этой кольцевой области вдоль радиусов сохраняется постоянное значение угла θ наклона вектора скорости к оси x, а вдоль концентрических окружностей — постоянное значение модуля скорости u. Как следует из формулы (1.126), на окружности с радиусом $\lambda = 1$ $\theta = C$, т. е. постоянная C есть начальное значение угла θ.

В графоаналитическом способе расчета плоских сверхзвуковых течений используется диаграмма характеристик [52], нанесенных в секторе с центральным углом 70° (рис. 1.67) между окружностями с радиусами $\lambda = 1$ и $\lambda = \sqrt{(\varkappa+1)/(\varkappa-1)}$. На внутренней окружности нанесены начальные значения угла θ в градусах. Каждая точка поля диаграммы обозначается двумя числами a и b, первое из которых выражает начальное значение угла θ для характеристики, идущей через данную точку вниз, а второе — для характеристики, идущей вверх. Тогда вдоль окружностей $\lambda = \text{const}$ $N = a - b = \text{const}$, а угол θ определится равенством $\theta = 0{,}5(a+b)$.

Существуют и другие способы нумерации характеристик [23, 45].

С помощью характеристик могут решаться любые задачи расчета плоских потенциальных сверхзвуковых потоков. Основными в таких расчетах являются три элементарные задачи об отыскании параметров потока в некоторой точке C по заданным

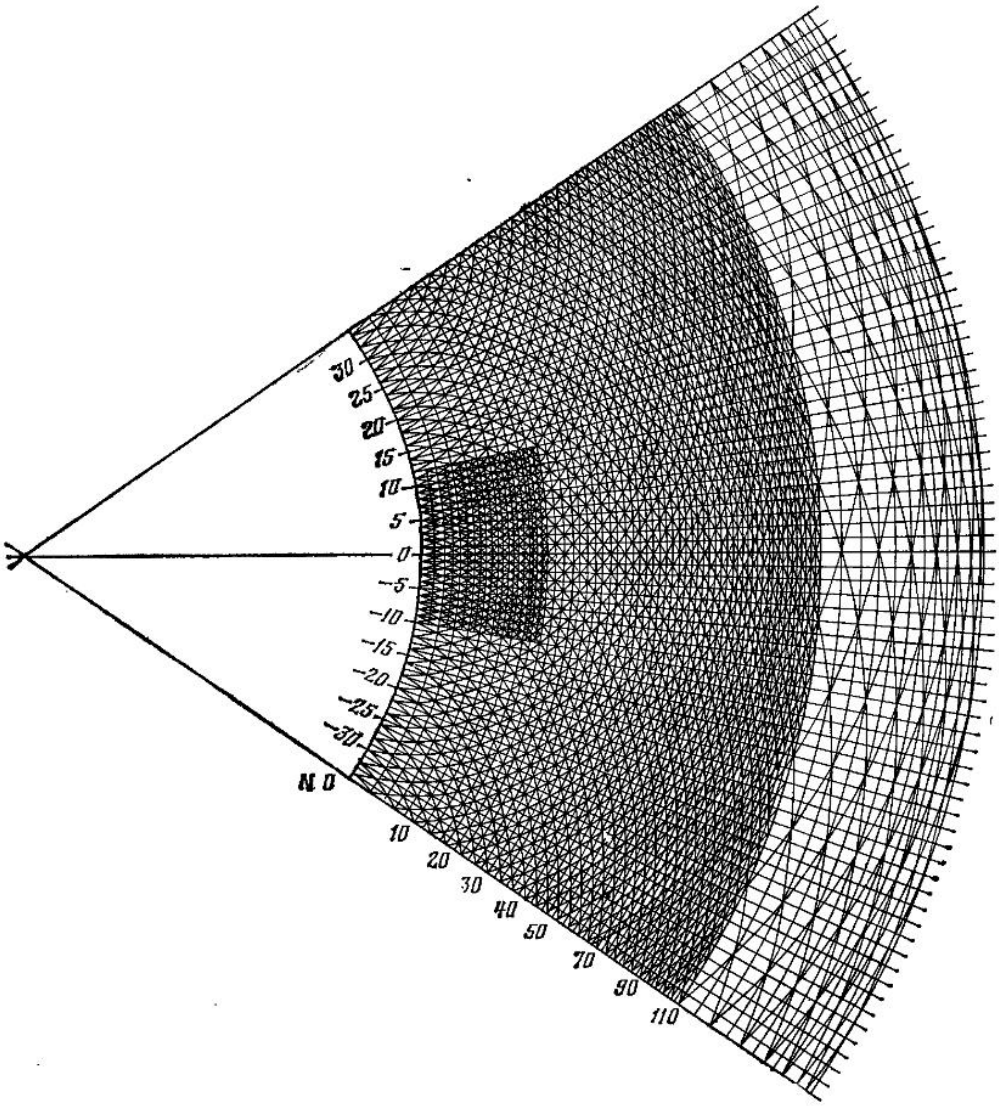


Рис. 1.67. Расчетная диаграмма характеристик в плоскости годографа скорости.

значениям скорости в близких к ней точках.

Задача «а». Заданы скорости $\mathbf{u}_A(u_{Ax}, u_{Ay})$ и $\mathbf{u}_B(u_{Bx}, u_{By})$ соответственно в точках A и B, не лежащих на одной характеристике. Необходимо найти скорость в точке C, лежащей на пересечении характеристик разных семейств, выходящих из точек A и B (рис. 1.68, *а*).

Решение. Согласно (1.122) можно найти направления характеристик разных семейств, выходящих из точек A и B. Проведем отрезки в этих направлениях до пересечения в точке C (для этого построения существует также графический прием [23]). Поскольку скорости $\mathbf{u}_A$ и $\mathbf{u}_B$ известны, то в плоскости годографа определятся точки A' и B', которые являются концами векторов $\mathbf{u}_A$ и $\mathbf{u}_B$. Перемещению вдоль отрезка характеристики AC в плоскости течения соответствует перемещение по эпициклоиде $A'C'$ в плоскости годографа, и характеристике BC соответствует отрезок эпициклоиды $B'C'$. Следовательно, имея диаграмму эпициклоид, можно найти точку C', которая и определит вектор $\mathbf{u}_C$ скорости в точке C.

Задача «б». Задана скорость $\mathbf{u}_A$ в точке A, лежащей на характеристике (например, 2-го семейства). Найти скорость в точке C, являющейся пересечением характеристики другого семейства (например, 1-го), выходящей из A, и твердой стенки заданной конфигурации (рис. 1.68, б).

Решение. Так как известна скорость $\mathbf{u}_A$, то известна соответствующая точка A'

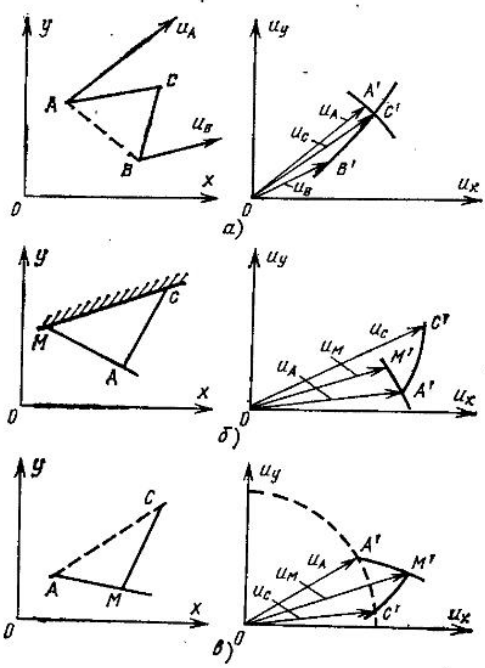


Рис. 1.68. Схемы к графическому решению элементарных задач методом характеристик.

в плоскости годографа. Перемещению вдоль характеристики AC соответствует перемещение по эпициклоиде соответствующего семейства, выходящей из A'. Поскольку твердая граница является линией тока, то в точке C известно направление вектора скорости $\mathbf{u}_C$. Проводя луч OC' по направлению касательной к границе в точке C (до пересечения с эпициклоидой, проходящей через точку A'), найдем вектор $\mathbf{u}_C$.

Задача «в». Заданы скорости в точках A и M ($\mathbf{u}_A$ и $\mathbf{u}_M$), лежащих на одной характеристике (например, 2-го семейства), пересекающей свободную границу (p=const). Найти скорость в точке C, являющейся пересечением характеристики другого семейства (например, 1-го), выходящей из точки M, и свободной границы, а также найти форму границы на участке AC.

Решение. Так как вдоль свободной границы давление постоянно, то согласно уравнению Бернулли постоянен и модуль вектора скорости. Проведем из точки A прямую в направлении вектора $\mathbf{u}_A$, а из точки M — характеристику 1-го семейства до пересечения этих линий в точке C (рис. 1.68, *в*). Отрезок AC принимаем за участок искомой свободной границы.

Чтобы найти скорость в точке C, учтем, что в плоскости годографа скорости участку характеристики AM соответствует отрезок эпициклоиды 2-го семейства $A'M'$, на которой положение точек A' и M' определяется заданными векторами $\mathbf{u}_A$ и $\mathbf{u}_M$. Отрезку характеристики MC соответствует участок эпициклоиды 1-го семейства $M'C'$, причем точка C' должна лежать на окружности радиусом $|\mathbf{u}_A|$, так как модули скоростей в точках A и C одинаковы. Поэтому точка C' найдется как пересечение эпициклоиды 1-го семейства, проходящей через точку M', и указанной окружности.

Используя приведенные схемы решения основных элементарных задач, можно решить следующие типовые задачи, которые, в свою очередь, позволят рассчитать любой плоский сверхзвуковой поток.

Задача 1. По известным значениям скоростей в точках дуги AB, не являющейся характеристикой, найти поле скоростей в области, ограниченной дугой AB и характеристиками разных семейств, выходящими из точек A и B (рис. 1.69, *а*).

Решение. Дугу AB разбиваем на ряд малых участков точками m_1, m_2 ... . Для каждой пары точек Am_1, m_1m_2 ... решаем элементарную задачу «а», рассмотренную выше, в результате чего получаем ряд точек n_1, n_2 ..., в которых определены значения скорости. Принимая эти точки за исходные, повторяем расчет, в результате которого определяем скорости в ряду точек p_1, p_2 ... и т. д., вплоть до заполнения всей области ABC. Граничные характеристики AC и BC определяются в процессе расчета.

Задача 2. По заданным значениям скоростей на двух пересекающихся характеристиках AB и AC найти поле скоростей в области, ограниченной этими характеристиками и двумя другими, выходящими из точек B и C (рис. 1.69, *б*).

Решение. Заданные характеристики разбиваем на ряд малых участков Am_1, m_1m_2, ..., An_1, n_1n_2 ... Для пары точек n_1 и m_1 решаем элементарную задачу «а», в результате чего отыскиваем скорость в точке p_1. Затем решаем задачу «а» для пары то-

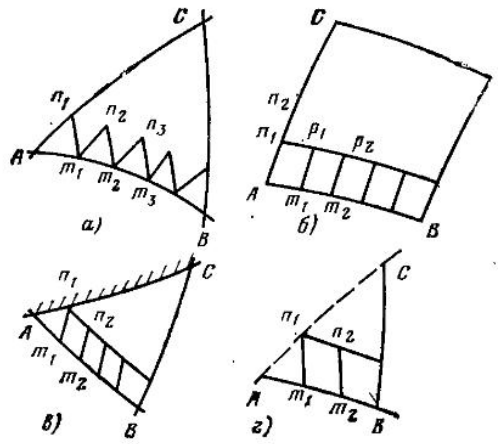


Рис. 1.69. Типовые задачи расчета плоского сверхзвукового потока методом характеристик.

чек p_1m_2 и т. д., в результате чего определяем скорости в ряду точек p_2, p_3 ..., затем переходим к следующему ряду и т. д.

Задача 3. Значения скорости заданы на дуге AB характеристики (например, 2-го семейства), пересекающейся с твердой границей в точке A. Необходимо найти поле скоростей в области ABC, ограниченной характеристикой AB, твердой границей и характеристикой другого (в данном случае 1-го) семейства, проходящей через точку B (рис. 1.69, *в*).

Решение. Разбив дугу AB на ряд участков точками m_1, m_2 ..., решаем задачу «б» для пары точек Am_1, а для пары точек n_1m_2 — задачу «а».

Отыскав положение точки n_2 и значение скорости в ней, решаем задачу «а» для пары n_2m_3 и т. д. Приняв ряд точек n_1, n_2 ... за исходный, повторяем расчет вплоть до заполнения области ABC.

Задача 4. Значения скоростей заданы вдоль дуги AB характеристики (например, 2-го семейства), причем известно, что точка A лежит на свободной границе (p=const). Необходимо найти поле скоростей в области ABC, образованной дугой AB, свободной границей AC и характеристикой (в данном случае 1-го семейства) BC, проходящей через точку B. В ходе расчета должна быть определена форма свободной границы A (рис. 1.69, *г*).

Решение. После деления дуги AB на участки Am_1, m_1m_2 ... решаем задачу «в» для пары точек Am_1, а для пары точек n_1m_2 — задачу «а», в результате чего определим положение точки n_2 и скорость в ней. Затем решаем задачу «а» для пары n_2m_3 и т. д. Приняв ряд точек n_1, n_2 ... за исходный, повторяем расчет вплоть до заполнения области ABC.

1.11.6. ПРОСТЫЕ ВОЛНЫ. СВЕРХЗВУКОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ В КРИВОЛИНЕЙНЫХ ПЛОСКИХ КАНАЛАХ

При обтекании цилиндрических тел равномерным в бесконечности сверхзвуковым потенциальным потоком он переходит в неравномерный поток с криволинейными характеристиками, который называют *течением общего вида*. Сопряжение равномерного потока с течением общего вида осуществляется через ограниченные области, в которых одно из семейств характеристик является семейством прямых. Такие течения называются *простыми волнами*.

Расчет поля скоростей в простой волне может быть осуществлен методом характеристик с упрощениями, вытекающими из прямолинейности одного из семейств характеристик. При обтекании выпуклой криволинейной стенки (рис. 1.70, *а*) образуется простая волна расширения, в которой поток ускоряется. При обтекании вогнутой стенки возникает простая волна сжатия, в которой поток тормозится (рис. 1.70, *б*). Если кривизна вогнутой стенки достаточна, то прямолинейные линии возмущения могут смыкаться и в результате наложения малых возмущений образуется конечный разрыв, т. е. косой скачок уплотнения. В пределе, если криволинейный участок стенки вырождается в точку излома, образуется плоский косой скачок уплотнения.

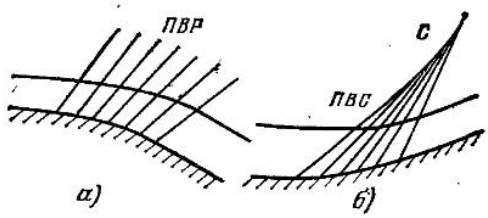


Рис. 1.70. Простые волны в сверхзвуковом потоке.

а — простая волна расширения (ПВР); *б* — простая волна сжатия (ПВС); *С* — скачок уплотнения.

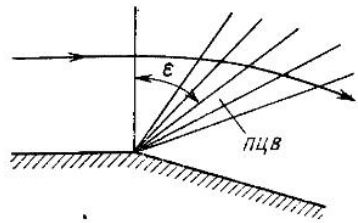


Рис. 1.71. Простая центрированная волна (течение Прандтля—Майера).

При обтекании равномерным потоком внешнего тупого угла (рис. 1.71) образуется *простая центрированная волна* (ПЦВ), или течение Прандтля—Майера. Для этого течения уравнения движения газа допускают точное решение (см. [5, 23]), которое дает для проекций скорости в полярных координатах следующие зависимости:

$$u_r = a_* \sqrt{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}} \sin\left[\sqrt{\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}}(\varepsilon+C)\right];$$

$$u_\varepsilon = a_* \cos\left[\sqrt{\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}}(\varepsilon+C)\right],$$

где ε — полярный угол, отсчитываемый по часовой стрелке от нормали к вектору скорости невозмущенного потока (рис. 1.71) до линии возмущения; C — постоянная:

$$C = \sqrt{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}} \times$$

$$\times \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}}\sqrt{M_1^2-1}\right) -$$

$$- \operatorname{arctg}\sqrt{M_1^2-1};$$

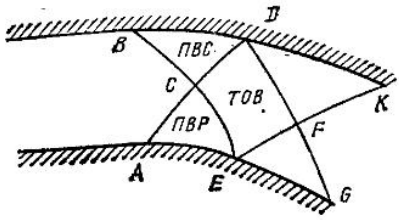


Рис. 1.72. Сверхзвуковое течение в плоском криволинейном канале.

здесь M_1 — число Маха для невозмущенного потока.

Максимально возможное значение угла ε составляет:

$$\varepsilon_{\text{макс}} = \frac{\pi}{2}\left(\sqrt{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}} - 1\right),$$

что при $\varkappa = 1{,}4$ дает $\varepsilon_{\text{макс}} = 219°30'$.

Комбинируя частные виды течений и используя решения рассмотренных в § 1.11.5 типовых задач, можно построить поле скоростей и определить другие параметры сверхзвукового потока в плоских каналах произвольной формы, в свободной сверхзвуковой струе и т. п.

Пример 1. Пусть равномерный сверхзвуковой поток втекает в плоский канал с криволинейными стенками (рис. 1.72). Допустим, что скачков уплотнения в канале не образуется. Для расчета поля скоростей учтем, что такой поток граничит с двумя простыми волнами: простой волной сжатия (ПВС) и простой волной расширения (ПВР), каждая из которых отделяется от равномерного потока прямолинейными характеристиками BC и AC соответственно. Расчет в пределах простых волн может быть выполнен по схеме решения задачи 3. За простыми волнами образуется течение общего вида (ТОВ), расчет которого осуществляется по схеме задачи 2. Расчет потока в пристенных областях DFK и EFG выполняется по схеме задачи 3, в области KFG — по схеме задачи 2 и т. д.

Пример 2. Пусть сверхзвуковая струя с равномерным распределением скоростей u_1 (т. е. λ_1) вытекает в неограниченное пространство с заданным давлением p_2 (рис. 1.73, *а*).

Прежде всего необходимо по первой из формул (1.87) при заданном давлении p_2 найти λ_2 и скорость u_2 на границе струи. Равномерный поток, выходящий из сопла или канала, отделяется от возмущенной струи прямолинейными, характеристиками AC и BC. За этими характеристиками образуются две центрированные волны ACD и BCE. Точке C на диаграмме эпициклоид (рис. 1.73, *б*) отвечает точка C' с координатами u_1 и 0 (или λ_1, 0). Зная u_2, можно провести окружность радиусом u_2 (или λ_2), а через точку C' — эпициклоиду первого семейства до пересечения с этой окружностью

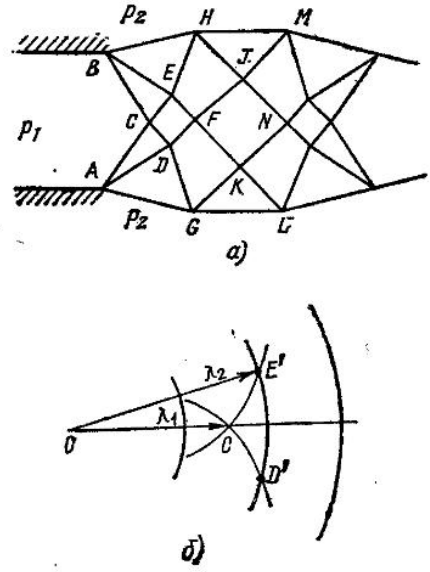


Рис. 1.73. Плоская сверхзвуковая струя.

в точке E', которая определит направление скорости в точке E, а значит и направление границы BH, поскольку в области BHE поток равномерен. Проведя прямолинейную характеристику BE, рассчитаем центрированную волну BCE по формулам точного решения или по характеристикам. Для нижней половины струи картина будет симметричной. В результате расчета центрированных волн BCE и ACD определятся криволинейные участки характеристик CE и CD.

В области $ECDF$ поток рассчитаем, решая задачу 2. Точки H и G найдем, проведя из точек E и D прямые характеристики до пересечения со свободными границами, выходящими из точек B и A.

Расчет потока в четырехугольниках $EHJF$ и $DGKF$ выполним, решая задачу 2. Затем эту же задачу решаем по вычисленным скоростям на характеристиках FJ и FK, в результате чего рассчитаем поток в области $FJKN$. Для областей HJM и GKL решаем задачу 4 и т. д. В результате получается поле течения сверхзвуковой струи, которая в силу отсутствия трения будет иметь периодическую структуру.

Пример 3. Рассчитать плоское сверхзвуковое сопло (сопло Лаваля).

В соответствии с общим принципом ускорения и перевода газового потока через скорость звука сужающаяся часть сопла проектируется из условия получения критической скорости в минимальном сечении. Пусть это достигнуто в сечении AB (рис. 1.74). Если за этим сечением сопло выполнить плавно расширяющимся, то поток в нем будет ускоряться. Структура течения при этом будет следующая. На участках ACE и BCD образуются простые волны расширения, а область их пересечения

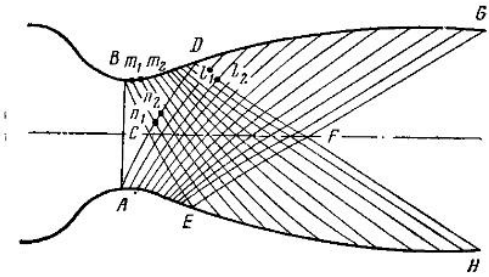


Рис. 1.74. Схема построения плоского сверхзвукового сопла методом характеристик.

$DCEF$ представляет собой течение общего вида. Проектирование участка сопла, где происходит ускорение потока, можно осуществить путем замены криволинейных участков BD и AE ломаной, каждое из звеньев которой поворачивается на некоторый малый угол в наружную сторону. Так, например, задав положение звена Bm_1 (рис. 1.74) малым углом δ_0 можно рассчитать точку n_1 по схеме задачи 3, затем перейти к следующему звену и таким образом рассчитать всю простую волну расширения. Для области взаимодействия простых волн $DCEF$ решается задача 2 и определяется закон нарастания скорости вдоль осевой линии CF. При необходимости расширение может быть продолжено, но наиболее короткое сопло получится, если необходимая скорость будет достигнута в точке F. Чтобы получить на выходе равномерный поток, стенкам сопла за точками D и E следует придавать такую форму, чтобы на стенках не возникало отражения волн и области DFG и EFH представляли собой простые волны. Тогда на характеристиках FG и FH и ниже по течению скорость будет равна требуемой и направлена вдоль оси сопла, чем будет обеспечено равномерное распределение скоростей на выходе из сопла. Для построения простой волны DFG из точек l_1, l_2 ... проводим прямолинейные характеристики соответственно значениям скоростей в этих точках, а звенья стенки на участке DG направляем параллельно векторам скоростей в точках $l_1, l_2, ..., F$.

Описанное построение справедливо при отсутствии скачков в пределах сопла. Обеспечение этого условия требует специального проектирования дозвуковой части сопла, для чего разработано несколько методов [16, 23].

Метод характеристик, основы которого применительно к потенциальным течениям изложены в п. 1.11.5, имеет широкую область применения. Так, например, с соответствующими изменениями он применим для осесимметричных потенциальных течений [23]. В случае плоских и осесимметричных вихревых течений уравнения сверхзвукового потока газа обладают тремя семействами характеристик, одно из которых есть семейство линий тока. Дифференциальные соотношения на характеристиках в конечном виде для этих случаев не интегрируются, и тогда эффективным методом расчета является конечно-разностный метод, приспособленный для применения ЭВМ. Изложение основ такого метода использования характеристик можно найти в [6].

1.12. ГИДРОСТАТИКА ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМ

1.12.1. ПОВЕРХНОСТНАЯ ЭНЕРГИЯ И ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ

При обычном методе анализа двухфазных систем (в рамках представлений сплошной среды) границы раздела фаз интерпретируются как геометрические поверхности. Реальные межфазные границы — это тонкие переходные слои сложной структуры. Молекулы, составляющие переходный слой, взаимодействуют с молекулами обеих граничащих фаз, в силу чего свойства переходного слоя отличаются от свойств вещества в объемах фаз. Поэтому при интерпретации границы раздела фаз как геометрической поверхности ей приписываются некоторые феноменологические свойства.

Образование новой поверхности раздела фаз сопряжено с затратой работы на перевод части молекул из объемов фаз в поверхностный переходный слой. В изотермических условиях работа образования элемента поверхности раздела фаз dF равна приращению *энергии Гельмгольца поверхности* dU_F:

$$dU_F = \sigma dF,$$

где σ — в общем случае *удельная энергия Гельмгольца поверхности* раздела фаз.

Для границы раздела двух текучих фаз (жидкость — газ, две несмешивающиеся жидкости) эта величина тождественна *коэффициенту поверхностного натяжения* жидкости, т. е. выступает как сила, действующая по касательной к границе и приходящаяся на единицу длины линии раздела [21]. Значения удельной энергии Гельмгольца поверхности твердого тела на границе с жидкостью ($\sigma_{т,ж}$) или с газом ($\sigma_{т,г}$) не тождественны соответствующим коэффициентам поверхностного натяжения [13].

Удельная энергия Гельмгольца с ростом температуры уменьшается. В парожидкостных системах при критической температуре различие фаз исчезает, так что $\sigma = 0$ при $T = T_{кр}$.

Точных теоретических формул для расчета коэффициента поверхностного натяжения жидкостей не существует. Некоторые методы опытного определения σ описаны в п. 9.2.2 и в [21]. Эмпирические зависимости σ от температуры приводятся в [35]. Простейшим является соотношение, полученное на основе теории соответственных состояний:

$$\sigma = \sigma_0 (1 - T/T_{кр})^{11/9}, \qquad (1.128)$$

Таблица 1.17

Коэффициент поверхностного натяжения некоторых жидкостей на границе с насыщенным паром

Жидкость	Температура, К	$\sigma \cdot 10^3$, Н/м	Жидкость	Температура, К	$\sigma \cdot 10^3$, Н/м
Гелий [40]	4,2	0,09	Этанол [8]	513,15	0,1
	4,0	0,12		473,15	4,3
	3,5	0,17		423,15	10,1
	2,5	0,27		373,15	15,5
	2,19	0,29		353,15	17,3
	2,0	0,31		323,15	20,1
	1,4	0,34		273,15	24,4
	1,0	0,345	Глицерин [8]	423,15	48,8
Водород (параводород) [40]	31	0,27		373,15	54,2
	28	0,71		323,15	58,0
	25	1,17		293,15	59,4
	22	1,65	Топливо Т-1 (керосин) [8]	573,15	5,76
	20	1,97		473,15	11,8
	17	2,40		373,15	19,6
	14	2,96		323,15	24,0
Неон [40]	28	4,48		273,15	28,7
	26	5,15		223,15	33,7
	24	5,90	Вода [51]	647,15	0,00
Азот [40]	120	0,65		643,15	0,45
	110	2,22		638,15	1,13
	100	4,06		633,15	1,90
	90	6,10		628,15	2,75
	80	8,28		623,15	3,65
	70	10,58		618,15	4,60
	65	11,77		613,15	5,59
Кислород [40]	130	4,35		603,15	7,66
	110	8,3		593,15	9,81
	100	11,0		583,15	12,04
	90	13,4		573,15	14,30
	80	15,7		563,15	16,61
	70	18,3		553,15	18,94
	65	19,4		543,15	21,30
Метан [40]	114,6	12,43		533,15	23,67
	105,7	14,02		523,15	26,06
	95,3	16,14		513,15	28,42
	90,9	16,98		503,15	30,77
Аргон [40]	145	0,57		493,15	33,10
	130	2,99		483,15	35,41
	110	7,10		473,15	37,69
	90	11,8		463,15	39,95
Фреон-12 [8]	303,15	7,5		453,15	42,19
	293,14	9,0		443,15	44,40
	283,15	11,0		433,15	46,58
	273,15	12,0		423,15	48,74
	243,15	16,7		413,15	50,85
Фреон-22 [8]	358,15	0,7		403,15	52,93
	343,15	2,1		393,15	54,96
	328,15	3,9		383,15	56,96
	303,15	7,2		373,15	58,91
	273,15	11,7		363,15	60,82
	253,15	15,0		353,15	62,67
	223,15	19,9		343,15	64,47
	193,15	24,8		333,15	66,24
	173,15	28,1		323,15	67,94
				313,15	69,60
				303,15	71,20
				293,15	72,75

Продолжение табл. 1.17

Жидкость	Температура, К	$\sigma \cdot 10^3$, Н/м	Жидкость	Температура, К	$\sigma \cdot 10^3$, Н/м
Вода [51]	283,15	74,23	Калий [8]	1273	47,2
	288,15	74,95		1073	60,4
	273,16	75,64		873	73,6
Натрий [8]	1773	57,8		673	86,8
	1473	87,8		473	100
	1273	107,8		373	106,6
	1073	127,8	Литий [8]	1773	223
	873	147,8		1473	255
	673	167,8		1273	283
	473	187,8		1073	311
	373	197,8		873	339
Калий [8]	1773	14,2		673	367
	1473	34,0		473	395
			Ртуть [11]	293,15	475,0

где σ_0 определяется иа осиове эксперимеитов при каком-либо одиом зиачении температуры.

Формула (1.128) хорошо описывает изменение σ в зависимости от температуры для жидкостей с простыми молекулами, но может приближенно использоваться и для большиистваа других жидкостей. В табл. 1.17 приведены значения σ для ряда технически важиых жидкостей (на граиице с собствениым паром) в широком диапазоне температур. Формула (1.128) может использоваться для интерполяции и (с меньшей иадежиостью) для экстраполяции даниых этой таблицы. Для воды таблица значений поверхиостиого иатяжения, приводимая здесь как часть табл. 1.17, утверждена в декабре 1976 г. Исполнительным комитетом Междуиародиой организации по свойствам воды и водяного пара [51]. Этим же комитетом приията интерполициоиное уравнение для расчета σ воды:

$$\sigma = 235{,}8 \cdot 10^{-3}\left(1 - \frac{T}{T_{кр}}\right)^{1{,}256} \times \times \left(1 - 0{,}625\frac{T_{кр} - T}{T_{кр}}\right). \quad (1.128а)$$

На границе раздела двух текучих сред поверхиостное натяжение обусловливает скачок давлеиий в соприкасающихся фазах, пропорциоиальный средней кривизие поверхности раздела:

$$p_1 - p_2 = 2\sigma H. \quad (1.129)$$

Это соотношеиие называется *формулой Лапласа*. Средняя кривизиа поверхности раздела фаз H выражается через радиусы кривизны главиых нормальиых сечений R_1 и R_2

$$H = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

и в общем случае определяется через дифференциальиые формы Гаусса [11]. В частности, если поверхиость раздела задаиа в декартовой системе координат в явном виде $z = f(x, y)$, то

$$2H = \operatorname{div}\left[\nabla f / \sqrt{1 + (\nabla f)^2}\right].$$

Для сферической поверхности раздела $R_1 = R_2 = R$ и лаплассовский скачок давления выражается как

$$p_1 - p_2 = 2\sigma/R. \quad (1.129а)$$

Большее давление имеет место со стороны той фазы, в сторону которой поверхность раздела обращена своей вогнутостью.

1.12.2. УСЛОВИЯ СМАЧИВАНИЯ ЖИДКОСТЬЮ ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ

При коитакте трех фаз — твердой, жидкой и газовой (рис. 1.75) в точке коитакта устаиавливается определеииый угол θ между твердой поверхностью и касательной к поверхности раздела газ — жидкость. Этот угол иазывается *краевым углом смачивания*, или просто *краевым углом*. Из условия миниимума поверхиостиой энергии Гельмгольца [28] получается соотношение, известное в литературе как *формула Юнга*:

$$\cos\theta = \frac{\sigma_{т,г} - \sigma_{т,ж}}{\sigma}. \quad (1.130)$$

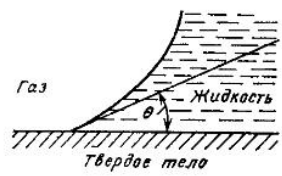


Рис. 1.75. Границы раздела трех фаз.

Таблица 1.18

Краевой угол смачивания для различных сочетаний жидкость — твердое вещество

Жидкость (в воздушной среде)	Твердое вещество	θ, град	Жидкость (в среде собственного пара)	Твердое вещество	θ, град
Вода [11, 18]	Стекло	0	Водород [11]	Стекло	0
	Сталь	70—90		Сталь	0
	Парафин	106	Азот [11, 14]	Стекло	0
	Тефлон	108		Сталь	0
	Поливинилфторид	80		Алюминий	7
		100		Тефлон	7,5—10,5
Глицерин [18]	Тефлон	66	Кислород [11, 14]	Стекло	0
	Поливинилфторид	46		Сталь	0
Бензол [18]	Тефлон	7		Платина	1,5
	Поливинилфторид	128—148		Тефлон	5,0—7,0
Ртуть [11]	Стекло				

При $\theta=0$ имеет место абсолютная смачиваемость поверхности жидкостью, при $\theta=\pi$ — абсолютная несмачиваемость. Принято считать поверхность *гидрофильной* (смачиваемой), если данная жидкость образует на ней угол $\theta<\pi/2$; при $\theta>\pi/2$ поверхность считается *гидрофобной*. Жидкие щелочные металлы (при температурах, близких к температуре кипения при атмосферном давлении) и криогенные жидкости смачивают металлические поверхности почти абсолютно (краевой угол близок к нулю). Гидрофобными по отношению к воде и ряду других жидкостей являются парафин, фторопласт (тефлон). В табл. 1.18 приведены значения θ для некоторых сочетаний жидкость — твердое вещество. Следует иметь в виду, что краевой угол смачивания весьма чувствителен к таким трудно контролируемым факторам, как шероховатость твердой поверхности, присутствие на ней или в жидкости посторонних примесей, особенно поверхностно-активных веществ. Увеличение шероховатости твердой поверхности увеличивает ее смачиваемость, т. е. снижает значение θ [28]. Для отдельных сочетаний твердое тело — жидкость в определенном интервале температур наблюдается зависимость θ от температуры. Так, согласно [18] для жидкого натрия на поверхности никеля (в атмосфере аргона) при $t=200\div500°$ С краевой угол

$$\theta = 162 - 0{,}197t,$$

а для жидкого калия в тех же условиях и $t=165\div400°$ С

$$\theta = 176 - 0{,}392t.$$

В общем случае на гидрофильных поверхностях увеличение температуры приводит к улучшению смачиваемости (уменьшению θ), а на гидрофобных — к ухудшению смачиваемости (увеличению θ) [18].

Краевой угол зависит также от того, «натекает» ли жидкость на поверхность или «оттекает» с нее («гистерезис» смачивания).

1.12.3. УРАВНЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ФАЗ

Если газожидкостная система находится в состоянии равновесия, то в каждой из соприкасающихся фаз выполняются, во-первых, уравнения гидростатики (1.18), а, во-вторых, для каждой точки поверхности раздела, определяемой радиусом-вектором $\mathbf{r}$, будет справедлива формула Лапласа (1.129). Из этих соотношений выводится основное уравнение гидростатического равновесия газожидкостной системы

$$2\sigma H(\mathbf{r}) = (\rho' - \rho'')\,\Phi(\mathbf{r}) + \text{const}, \quad (1.131)$$

где ρ' и ρ'' — плотности жидкости и газа соответственно; Φ — потенциал массовых сил.

Поскольку кривизна H является дифференциальным оператором, то (1.131) — это дифференциальное уравнение, интеграл которого определяет форму поверхности раздела фаз. В качестве граничных условий обычно используются соотношение (1.130) и, например, значение объема области, ограниченной поверхностью раздела фаз и поверхностью сосуда.

В наиболее практически важных осесимметричных задачах на жидкость действует однородное гравитационное поле интенсивностью g, направленное вдоль оси z, а также поле центробежных сил, вызванное равномерным вращением всей газожидкостной системы вокруг той же оси с угловой скоро-

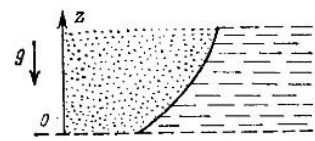


Рис. 1.76. Участок границы раздела газа и жидкости в поле тяжести.

стью ω. В этом случае потенциал массовых сил

$$\Phi = gz - \frac{1}{2}\omega^2 r^2,$$

где $r = \sqrt{x^2+y^2}$ — расстояние до оси вращения.

В покоящейся системе $\Phi = gz$, и уравнение (1.131) принимает вид:

$$2\sigma H(z) = \pm g(\rho' - \rho'')z + C_1. \quad (1.131а)$$

При такой записи $H(z)$ — кривизна на уровне z. Знак + в правой части соответствует положению фаз, изображенному на рис. 1.76; если на этом рисунке поменять местами фазы (или направить ось z вниз), то следует брать знак —. Константа C_1 в уравнении равновесия при этом имеет смысл перепада давлений на некотором «нулевом» уровне, т. е.

$$C_1 = 2\sigma H(0).$$

Для покоящейся системы с характерным размером L из (1.131а) можно получить масштабы гравитационных сил

$$f_g \sim g(\rho' - \rho'')L$$

и сил поверхностного натяжения

$$f_\sigma \sim \sigma/L.$$

Мерой отношения этих сил служит *число Бонда*

$$\mathrm{Bo} = f_g/f_\sigma = g(\rho' - \rho'')L^2/\sigma.$$

Условие Bo = 1 определяет линейный размер области b, при котором указанные силы равны:

$$b = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}. \quad (1.132)$$

Эта величина называется *капиллярной постоянной.*

В земных условиях при $p \ll p_{кр}$ для большинства жидкостей $b = 1 \div 3$ мм. В условиях космического полета по круговой орбите высотой 240 км суммарное ускорение составляет примерно 10^{-5} земного [11]. В этих условиях $b \approx 0{,}3 \div 1{,}0$ м. В общем случае учет сил поверхностного натяжения в равновесных газожидкостных системах необходим, если характерный размер системы $L \leqslant b$.

Уравнение (1.131а) делением всех членов на $\sqrt{\sigma g(\rho' - \rho'')}$ приводится к безразмерному виду

$$2\tilde{H}(\tilde{z}) = \pm \tilde{z} + \tilde{C}_2, \quad (1.131б)$$

где $\tilde{H} = bH$; $\tilde{z} = z/b$; $\tilde{C}_2 = 2H(0)b$.

1.12.4. ВЫСОТА ПОДЪЕМА ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРАХ

Трубки диаметром $d_к < b$ называются *капиллярами.* В капилляре, опущенном в жидкость (рис. 1.77), уровень жидкости

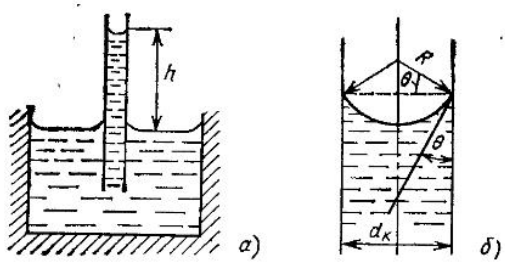


Рис. 1.77. Подъем жидкости в капилляре (*а*) и связь радиуса кривизны мениска с диаметром капилляра (*б*).

выше, чем в большом сосуде, если стенки капилляра смачиваются этой жидкостью, и ниже — если стенки капилляра не смачиваются. В капиллярах силы поверхностного натяжения превосходят гравитационные силы, вследствие чего поверхность раздела газ—жидкость (поверхность мениска жидкости в капилляре) близка к сферической, т. е. для этой поверхности

$$2H = 2/R,$$

где R — радиус кривизны мениска.

Из (1.131) следует:

$$2\sigma H = g(\rho' - \rho'')h,$$

так как $C_1 = 2\sigma H(0) = 0$. Из рис. 1.77, *б* ясно, что радиус кривизны $R = d_к/(2\cos\theta)$, т. е. высота подъема жидкости в цилиндрическом капилляре

$$h = \frac{4\sigma\cos\theta}{g(\rho' - \rho'')d_к}. \quad (1.133)$$

В плоском капилляре, т. е. зазоре шириной $d_п$ между плоскими пластинами, поверхность мениска — цилиндр радиусом R. При этом

$$2H = 1/R = \cos\theta/d_п,$$

так что высота капиллярного поднятия здесь вдвое меньше, чем в цилиндрическом капилляре при $d_к = d_п$.

В сосудах диаметром $L \gg b$ поверхность жидкости всюду плоская, за исключением малой области около стенок сосуда, где жидкость поднимается или опускается на высоту порядка капиллярной постоянной b.

1.12.5. ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ РАВНОВЕСНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА

На рис. 1.78 приведены примеры осесимметричных поверхностей раздела фаз. В случаях показанных на рис. 1.78, *а* (пузырек газа в жидкости под твердой поверхностью, капля на плоскости) и рис. 1.78, *д* (жидкость в нижней части круглого контейнера), гравитационное поле как бы стабилизирует систему. В остальных случаях гравитационное поле дестабилизирует си-

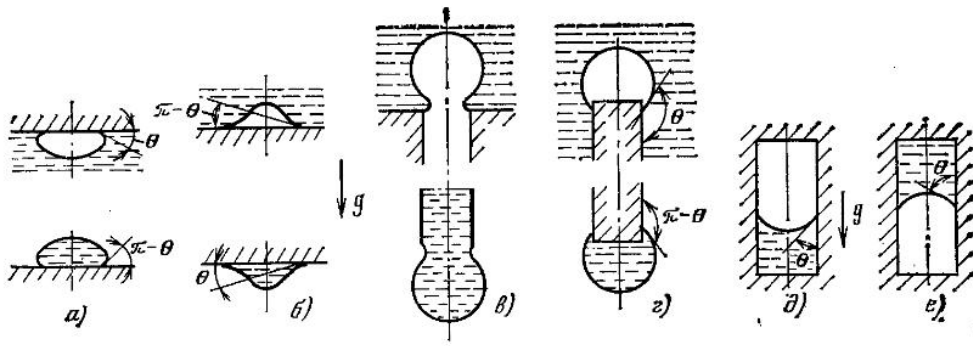


Рис. 1.78. Типичные осесимметричные поверхности раздела фаз.

стему, т. е. стремится либо «оторвать» каплю или пузырек от твердой поверхности (рис. 1.78, *б*—*г*), либо заставить жидкость перелиться вниз (рис. 1.78, *е*).

Если для осесимметричных задач использовать цилиндрические координаты (z, r, φ), причем начало отсчета помещать в точку пересечения оси симметрии с равновесной поверхностью раздела фаз (*точку симметрии*), то все возможные случаи взаимного расположения фаз в выбранной системе координат можно проиллюстрировать рис. 1.79. Случай, показанный на рис. 1.79, *а*, соответствует стабилизирующему действию гравитационного поля (*задачи типа 1 — положительные перегрузки*), на рис. 1.79, *б* — дестабилизирующему действию гравитационного поля (*задачи типа 2 — отрицательные перегрузки*). Сопоставление с рис. 1.76 показывает, что первому случаю соответствует знак плюс в уравнении (1.131б), а второму — знак минус.

Из анализа рис. 1.78 и 1.79, а также непосредственно из уравнения (1.131а) следует, что каждому равновесному состоянию жидкости в любом сосуде отвечает другое

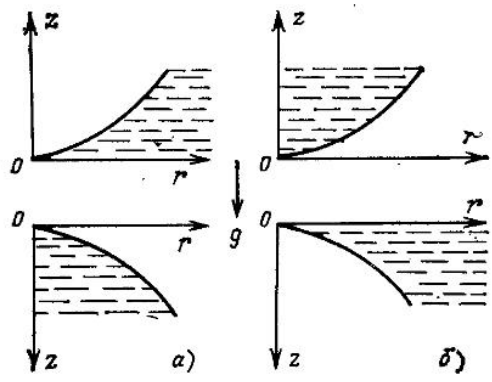


Рис. 1.79. Расположение фаз и выбор направления оси z для различных типов осесимметричных задач о равновесии.

а — тип 1 (положительные перегрузки); *б* — тип 2 (отрицательные перегрузки).

состояние, получающееся зеркальным отражением всей системы относительно плоскости $z = 0$ с одновременной заменой жидкости на газ и обратно и углов смачивания на дополнительные до π. Если вместо краевого угла θ вести «контактный» угол θ_*, который отсчитывается в ту фазу, которая в данной задаче может рассматриваться «сплошной» (по отношению к другой — «дискретной»), то различие в решениях задачи для исходной и отраженной систем исчезает.

Уравнение осесимметричной равновесной поверхности согласно [11] может быть представлено в виде

$$\frac{1}{rr'}\frac{d}{ds}\left(\frac{rz'}{\sqrt{r'^2+z'^2}}\right) = \pm\frac{g(\rho'-\rho'')z}{\sigma}+\frac{C_1}{\sigma}, \quad (1.134)$$

или в безразмерной форме

$$\frac{1}{\tilde{r}r'}\frac{d}{d\tilde{s}}\left(\frac{\tilde{r}z'}{\sqrt{r'^2+z'^2}}\right) = +\tilde{z}+\tilde{C}, \quad (1.134а)$$

где $r' = dr/ds$; $z' = dz/ds$; s — длина дуги равновесной линии, отсчитанная от точки симметрии; $\tilde{r} = r/b$; $\tilde{z} = z/b$; $\tilde{s} = s/b$; $\tilde{C} = 2b/R_0$; R_0 — радиус кривизны в точке симметрии (здесь оба главных радиуса кривизны равны R_0).

Если β — угол наклона элемента равновесной линии к оси r, то

$$r' = \cos\beta; \quad z' = \sin\beta; \quad r'' = -\beta' z'; \quad z'' = \beta' r'; \quad \beta' = d\beta/ds, \quad (1.135)$$

а из (1.134) следует

$$2H = \beta' + z'/r.$$

С учетом этих соотношений из (1.133) получается система уравнений, определяю-

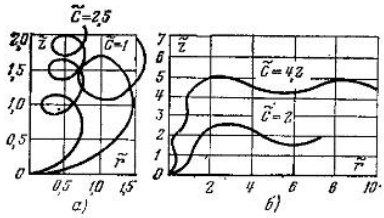


Рис. 1.80. Типичные примеры интегральных кривых системы (1.136) с начальными условиями (1.137).

а — задачи типа 1; *б* — задачи типа 2.

щая однопараметрическое семейство равновесных поверхностей раздела фаз:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{r}'' &= -z'\left(\pm\tilde{z}+\tilde{C}-z'/\tilde{r}\right); \\ \tilde{z}'' &= r'\left(\pm\tilde{z}+\tilde{C}-z'/\tilde{r}\right), \end{aligned}\right\} \qquad (1.136)$$

где $\tilde{r}'' = dr'/d\tilde{s}$; $\tilde{z}'' = dz'/d\tilde{s}$.

В точке симметрии

$$\tilde{r}(0) = \tilde{z}(0) = z'(0) = 0; \quad r'(0) = 1. \qquad (1.137)$$

Система (1.136) при начальных условиях (1.137) решалась численно [11]. Типичный вид интегральных кривых этой задачи показан на рис. 1.80. Форма интегральных кривых весьма сильно отличается для задач типа 1 (положительные перегрузки) и типа 2 (отрицательные перегрузки). При этом ясно, что, за исключением начальных участков, интегральные линии имеют такую форму, которая физически не реализуема как форма поверхности раздела фаз. В [11] проводится анализ устойчивости интегральных кривых, на основе которого выделены *максимальные участки устойчивости* этих кривых (рис. 1.81). Здесь в качестве параметра выступает безразмерная кривизна поверхности в точке симметрии.

Как видно из рис. 1.81, максимальные участки устойчивости для случая положительных перегрузок простираются до значения $\beta = \pi$. Применительно к каплям или пузырькам (см. рис. 1.78, *а*) это означает, что в точках пересечения интегральных линий (рис. 1.81) с пунктирной линией *1* контактный угол $\theta_* = 0$. С учетом (1.135)

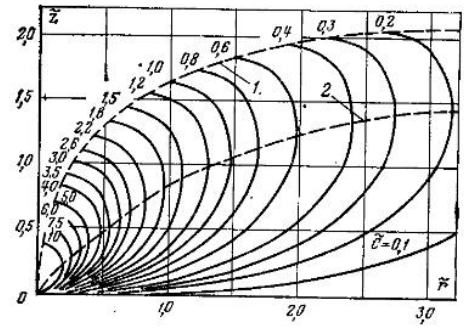


Рис. 1.81. Максимальные участки устойчивости интегральных кривых для задач типа 1 (положительные перегрузки).

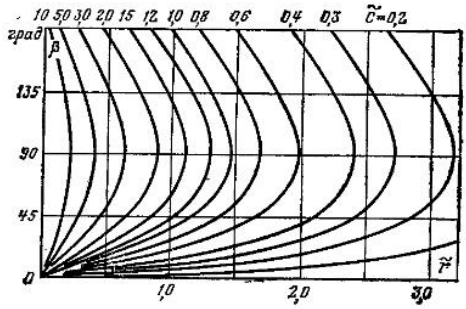


Рис. 1.82. Зависимость $\beta(\tilde{r})$ для задач типа 1.

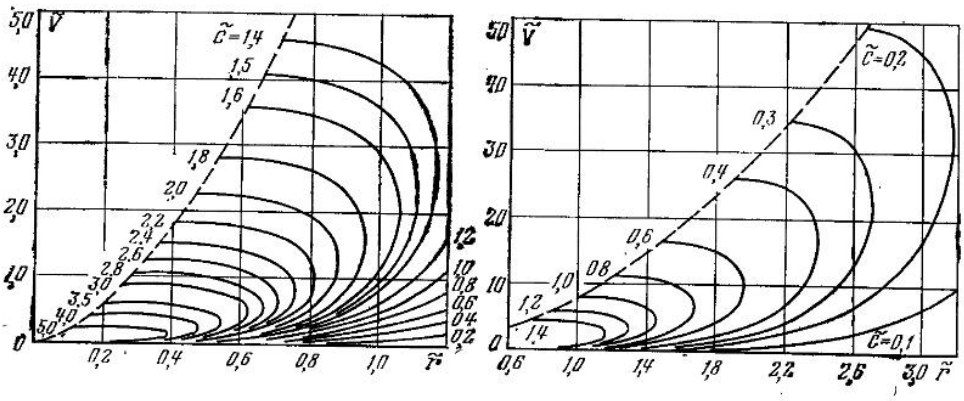


Рис. 1.83. Зависимость $\tilde{V}(\tilde{r})$ для задач типа 1.

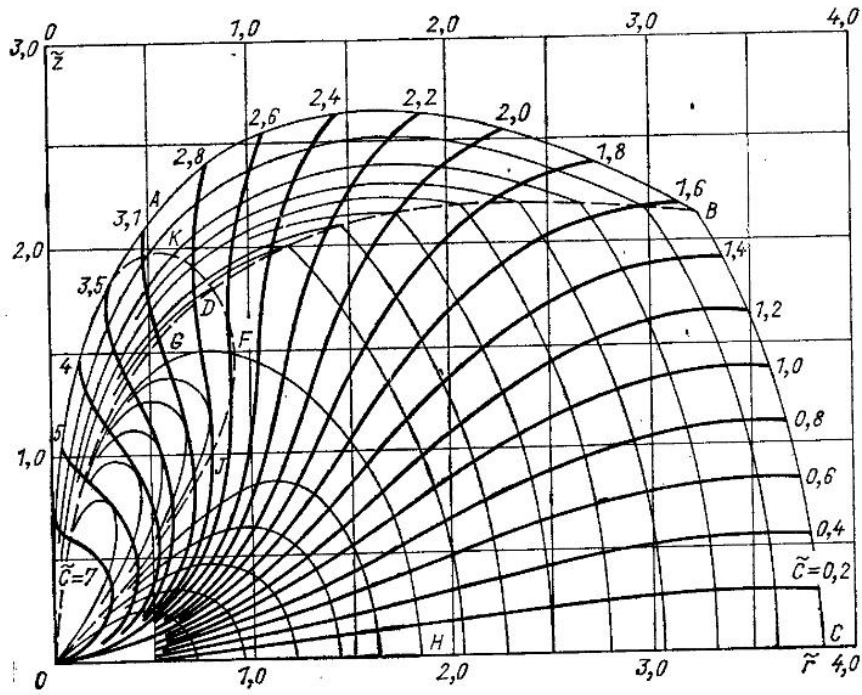


Рис. 1.84. Максимальные участки устойчивости интегральных кривых для задач типа 2 (отрицательные перегрузки).

система (1.136) позволяет построить семейство кривых $\beta = \beta(\tilde{r})$, а также $\tilde{V} = \tilde{V}(\tilde{r})$ для различных значений $\tilde{C}$, где $\tilde{V} = V/b^3$ — безразмерный объем тела вращения, ограниченного участком равновесной кривой от точки $\tilde{z} = 0$ до текущего значения $\tilde{z}$ и плоскостью $\tilde{z} = \text{const}$ (рис. 1.82 и 1.83). Если известны условия смачивания и объем $\tilde{V}_0$ капли на плоскости (пузырька

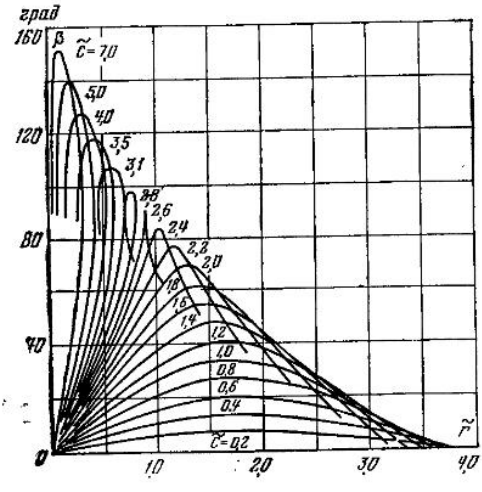


Рис. 1.85. Зависимость $\beta(\tilde{r})$ для задач типа 2.

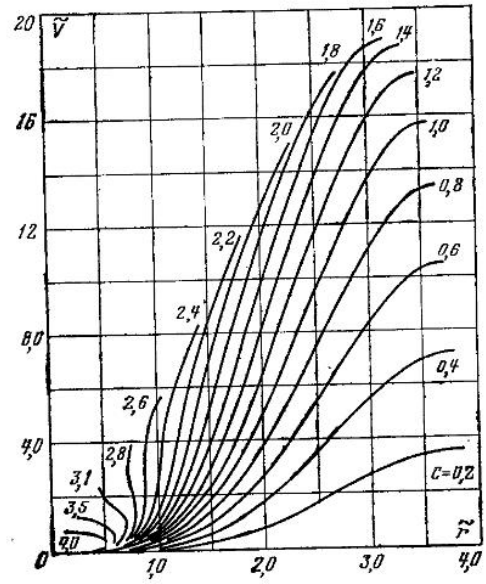


Рис. 1.86. Зависимость $\tilde{V}(\tilde{r})$ для задач типа 2.

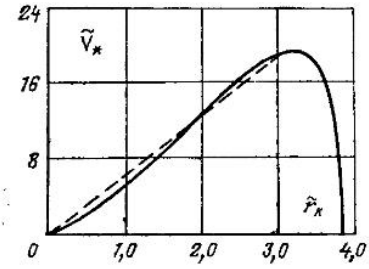


Рис. 1.87. Предотрывной объем капли (пузырька) на срезе капилляра в зависимости от радиуса капилляра.

под плоскостью), то, полагая $\theta_* = \beta$, на основе рис. 1.82 можно построить кривую $\widetilde{C} = \widetilde{C}(\widetilde{r})$ при $\beta = \theta_*$, а на основе рис. 1.83 — кривую $\widetilde{C} = \widetilde{C}(\widetilde{r})$ при $\widetilde{V} = \widetilde{V}_0$. Точка пересечения этих двух кривых определяет единственные значения $\widetilde{r}$ и $\widetilde{C}$, соответствующие заданным условиям, что позволяет найти на рис. 1.81 кривую, отражающую форму капли (пузырька).

Максимальные участки устойчивости интегральных кривых для равновесной поверхности жидкости в цилиндрическом контейнере (см. рис. 1.78, *д*) ограничены на рис. 1.81 пунктирной кривой *2*. Вдоль этой кривой $\beta = \pi/2$, что соответствует краевому углу $\theta = 0$ (или $\theta = \pi$) на стенке контейнера.

При отрицательных перегрузках совместный анализ рис. 1.84 — 1.86 позволяет определять равновесные формы поверхности раздела для миогих конкретных задач. Линия *OABC* (рис. 1.84), проходящая через граничные точки максимальных участков устойчивости, определяет *предельные* (*предотрывные*) размеры капель (пузырей) на срезе каппиляра (см. рис. 1.78, *в*). При этом точке *B* соответствует кривизна в точке симметрии $\widetilde{C} = 1{,}57$, а в точке C $\widetilde{r} = 3{,}8317$. На дуге *BC* равновесные кривые имеют горизонтальную касательную. Зависимость предельного объема капли (пузыря) $\widetilde{V}_*$ от радиуса капилляра $\widetilde{r}_к$ дается на рис. 1,87.

Для капилляров малого радиуса ($\widetilde{r}_к < 0{,}5$) предотрывной размер (эквивалентный радиус $R_* = \sqrt[3]{3V_*/4\pi}$) капли (пузырька) хорошо описывается формулой

$$R_* = \sqrt[3]{\frac{3r_к\sigma}{2g(\rho' - \rho'')}}. \qquad (1.138)$$

Из рис. 1.87 видно, что формулой (1.137) можно пользоваться и при относительно больших размерах капилляров, практически до $\widetilde{r}_к \approx 3$ (пунктирная линия).

Линия *ODBC* (см. рис. 1.84) ограничивает область, внутри которой располагаются равновесные линии, отвечающие устойчивым формам капли, висящей иа горизонтальной плоскости, или газового пузырька, расположенного на плоскости сверху от нее (см. рис. 1.78, *б*). Каждому контактному углу θ_* соответствует критическое (предотрывное) значение объема $\widetilde{V}_*$ капли (пузырька). При увеличении объема капли (пузырька) более $\widetilde{V}_*$ устойчивость теряется, т. е. капля (пузырек) отрывается либо полностью, либо частично. Для $\theta_* = 60 \div 140°$ предотрывной размер капли хорошо описывается *формулой Фритца* [11, 28]

$$D_* = 2R_* = 0{,}0207\theta_* \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}, \qquad (1.139)$$

где значение θ_* берется в градусах.

Практически этой формулой можно пользоваться и при меньших θ_*, но для $\theta_* \leqslant 10°$ более точный результат получается, если в (1.139) числовой коэффициент принять равным 0,0214 [28].

Неустойчивым состояниям жидкости внутри цилиндра отвечает дуга *FH* (см. рис. 1.84). Вдоль линии *OJF* контактный угол $\theta_* = 0$, так что устойчивым осесимметричным состояниям жидкости в цилиндре («перевернутый контейнер», рис. 1.78, *е*) соответствуют интегральные линии на рис. 1.84, оканчивающиеся внутри области *OHFJO*.

Равновесные линии, оканчивающиеся в области *OGFDKO*, отвечают устойчивым состояниям жидкой капли, подвешенной на цилиндрическом стержне (см. рис. 1.78, *г*).

1.13. ВОЛНОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

1.13.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Если участок горизонтальной поверхности подвергся малому отклонению от равновесия, то под действием восстанавливающих сил (массовых и поверхностного натяжения) этот участок приходит в движение, проходит состояние равновесия, снова попадает под действие восстанавливающих сил, и, таким образом, возникает волновое движение поверхности жидкости. Большинство задач гидродинамики, связанных с образованием волн на поверхности жидкости, рассматривается в предположении, что жидкость идеальная иесжимаемая, а движение ее потенциальное. Для таких волиовых движений справедливо уравнение Лапласа (1.73), а поле давлений описывается интегралом Лагранжа—Коши (1.40). Если плоскость xOy совпадает с горизонтальной поверхностью жидкости, а ось z

направлена вертикально вверх, то волновая поверхность может быть представлена уравнением

$$h = h(x, y, \tau). \qquad (1.140)$$

Помимо обычного условия $\partial\varphi/\partial n = 0$ на стенках сосуда в качестве граничных условий рассматриваемой задачи используются условия совместимости на свободной поверхности жидкости (при $z = h$) для потоков массы и нормальной компоненты импульса [28], т. е. условия совместности задаются на поверхности, уравнение которой (1.140) само входит в качестве искомого в изучаемую задачу.

Основные результаты теории волн связаны с допущением о малости тех возмущений, которые волны вносят в равновесное состояние жидкости, — это теория бесконечно малых волн. В рамках этой линейной теории [41] математическое описание включает в себя уравнение Лапласа (1.73), условие на стенках сосуда, уравнение для возвышения h поверхности жидкости, имеющее вид:

$$h = -\frac{1}{g}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}\right)_{z=0}, \qquad (1.140a)$$

и граничное условие для потенциала скоростей в виде

$$\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial\tau^2} + g\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_{z=0} = 0. \qquad (1.141)$$

При такой формулировке задачи не учитывается лапласовский скачок давлений на волновой поверхности жидкости, т. е. принимается $p = \text{const}$ при $z = h$. Волны на поверхности жидкости при этом обусловлены гравитационными силами и называются *гравитационными*.

1.13.2. СТОЯЧИЕ И ПРОГРЕССИВНЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ

В случае плоскопараллельных волн уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0 \qquad (1.142)$$

имеет частные решения:

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{a_1 g}{\omega}\,\frac{\operatorname{Ch} k(z+H_0)}{\operatorname{Ch} kH_0}\times\\ &\times\cos kx\cos(\omega\tau+\varepsilon_1);\\ \varphi_2 &= \frac{a_2 g}{\omega}\,\frac{\operatorname{Ch} k(z+H_0)}{\operatorname{Ch} kH_0}\times\\ &\times\sin kx\cos(\omega\tau+\varepsilon_2).\end{aligned}\right\} \qquad (1.143)$$

Каждому из этих потенциалов скоростей соответствует уравнение *стоячей волны* на поверхности жидкости

$$\left.\begin{aligned}h_1 &= a_1\cos kx\sin(\omega\tau+\varepsilon_1);\\ h_2 &= a_2\sin kx\sin(\omega\tau+\varepsilon_2)\end{aligned}\right. \qquad (1.144)$$

В этих соотношениях a_1, a_2 — амплитуды волны; k — волновое число; ω — круговая частота воли; H_0 — глубина бассейна; ε_1 и ε_2 — константы интегрирования.

Если λ — длина волны, T — период волны, то

$$k = 2\pi/\lambda; \quad \omega = 2\pi/T.$$

Круговая частота стоячей волны

$$\omega = \sqrt{gk\,\operatorname{th} kH_0}. \qquad (1.145)$$

Для жидкости бесконечной глубины соотношения (1.144) сохраняют свой вид, а потенциалы (1.143) преобразуются к виду

$$\varphi_1 = \frac{a_1 g}{\omega}e^{kz}\cos kx\cos(\omega\tau+\varepsilon_1);$$

$$\varphi_2 = \frac{a_2 g}{\omega}e^{kz}\sin kx\cos(\omega\tau+\varepsilon_2),$$

где круговая частота определяется формулой

$$\omega = \sqrt{gk}. \qquad (1.145a)$$

Суммирование потенциалов (1.143) при $a_1 = a_2 = a$; $\varepsilon_1 = \pi/2$; $\varepsilon_2 = 0$ дает новый потенциал

$$\varphi = \frac{ag}{\omega}\,\frac{\operatorname{ch} k(z+H_0)}{\operatorname{ch} kH_0}\sin(kx-\omega\tau), \qquad (1.146)$$

соответствующий *прогрессивной волне*, бегущей по поверхности канала глубиной H_0 без изменения своей формы:

$$h = a\cos(kx-\omega\tau). \qquad (1.147)$$

Эта волна движется в положительном направлении оси x со скоростью $c = \omega/k$.

В случае канала бесконечной глубины

$$\varphi = (ag/\omega)e^{kz}\sin(kx-\omega\tau).$$

Скорость распространения гравитационной прогрессивной волны

$$c = \sqrt{\frac{g}{k}\operatorname{th} kH_0} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}\operatorname{th}\frac{2\pi H_0}{\lambda}}. \qquad (1.148)$$

При увеличении длины гравитационной волны от 0 до ∞ скорость ее монотонно растет от 0 до $\sqrt{gH_0}$. Для жидкости бесконечной глубины

$$c = \sqrt{g\lambda/(2\pi)}. \qquad (1.148a)$$

Скорость волны c не является скоростью частиц жидкости, которые при волновом движении на поверхности канала конечной глубины движутся по эллиптическим траекториям, а в жидкости бесконечной глубины — по круговым. В случае стоячей волны частицы жидкости описывают отрезки прямых линий, наклоненных к горизонту под разными углами.

В случае двух потоков идеальных жидкостей, имеющих горизонтальную границу раздела и неограниченно простирающихся в вертикальном направлении, для каждого потока справедливо уравнение (1.142), а условия на границе раздела приобретают вид:

$$\left.\begin{aligned}&\left(\frac{1}{u'}\frac{\partial\varphi'}{\partial z}-\frac{1}{u''}\frac{\partial\varphi''}{\partial z}\right)_{z=0}=0;\\&\left[u'\rho'\left(\frac{\partial^2\varphi'}{\partial x^2}+\frac{g}{u'^2}\frac{\partial\varphi'}{\partial z}\right)-\right.\\&\quad-u''\rho''\left(\frac{\partial^2\varphi''}{\partial x^2}+\right.\\&\quad\left.\left.+\frac{g}{u''^2}\frac{\partial\varphi''}{\partial z}\right)\right]_{z=0}=0,\end{aligned}\right\}\qquad(1.149)$$

где u — скорость поступательного движения потока; φ — потенциал скоростей возмущенного движения; ρ — плотность жидкости; индекс «″» — верхняя фаза, «′» — нижняя фаза.

Скорость прогрессивной волны длины λ, распространяющейся по границе раздела таких потоков, определяется соотношением

$$c=\frac{\rho''u''+\rho'u'}{\rho''+\rho'}\pm$$

$$\pm\sqrt{\frac{g\lambda(\rho'-\rho'')}{2\pi(\rho'+\rho'')}-\frac{\rho'\rho''}{(\rho'+\rho'')^2}(u''-u')^2}\,.\qquad(1.150)$$

В системе координат, движущейся со скоростью нижнего потока u', в формуле (1.150) надо положить $u'=0$.

1.13.3. КАПИЛЛЯРНЫЕ И КАПИЛЛЯРНО-ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ

При возмущении горизонтальной поверхности раздела фаз давления в соприкасающихся фазах отличаются в соответствии с формулой (1.129) на величину $2\sigma H$, где H — средняя кривизна поверхности жидкости. Для плоских движений и волн малой амплитуды

$$2H\approx\partial^2h/\partial x^2.$$

На поверхности жидкости (если пренебречь плотностью газа)

$$\frac{\partial h}{\partial\tau}=\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_{z=0};\quad\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}\right)_{z=0}+$$

$$+gh=\frac{\sigma}{\rho}\left(\frac{\partial^2h}{\partial x^2}\right)_{z=0}.\qquad(1.151)$$

Уравнению Лапласа (1.142) и условиям (1.151) для бесконечно глубокой жидкости удовлетворяет стоячая волна с потенциалами

$$\varphi_1=-A_1e^{kz}\cos kx\cos\omega\tau;$$

$$\varphi_2=-A_2e^{kz}\sin kx\sin\omega\tau$$

и прогрессивная волна, потенциал которой

$$\varphi=-Ae^{kz}\cos(kx-\omega\tau).$$

Уравнение прогрессивной волны:

$$h=\frac{Ak}{\omega}\sin(kx-\omega\tau).\qquad(1.152)$$

Второму из условий (1.151) как для стоячей, так и для прогрессивной волны отвечает круговая частота

$$\omega=\sqrt{gk+\frac{\sigma k^3}{\rho}}\,.\qquad(1.153)$$

Скорость распространения волны (1.152)

$$c=\sqrt{\frac{g}{k}+\frac{\sigma k}{\rho}}\,.\qquad(1.154)$$

Если длина волны $\lambda\ll b$, где $b=\sqrt{\sigma/g\rho}$ — капиллярная постоянная (при нулевой плотности газовой фазы), то имеем чисто *капиллярные волны*, для которых

$$\omega=k\sqrt{\sigma k/\rho};\qquad(1.153а)$$

$$c=\sqrt{\sigma k/\rho}=\sqrt{2\pi\sigma/(\rho\lambda)}\,.\qquad(1.154а)$$

Для $\lambda\gg b$ имеем чисто *гравитационные волны*, круговая частота и фазовая скорость которых определяется формулами (1.145а) и (1.148а) соответственно.

Скорость распространения капиллярно-гравитационных волн при

$$k_m=\sqrt{g\rho/\sigma},\ \text{т. е. при}\ \lambda_m=2\pi b,$$

принимает минимальное значение

$$c_m=\sqrt{2}\sqrt[4]{g\sigma/\rho}\,.\qquad(1.155)$$

Зависимость (1.154) представлена на рис. 1.88, *а*, где показаны также асимптоты (1.154а) и (1.148а) для чисто капиллярных и чисто гравитационных волн.

В канале конечной глубины H_0 круговая частота капиллярно-гравитационных волн определяется соотношением

$$\omega=\sqrt{\left(gk+\frac{\sigma k^3}{\rho}\right)\operatorname{th}kH_0}\,,\qquad(1.156)$$

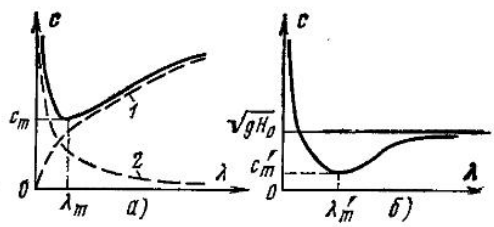


Рис. 1.88. Зависимость фазовой скорости от длины волны.

а — в бесконечно глубоком канале. *1*, *2* — расчет по уравнениям (1.48а) и (1.54а) соответственно; *б* — в канале глубиной H_0.

а скорость прогрессивной волны

$$c = \sqrt{\left(\frac{g}{k} + \frac{\sigma k}{\rho}\right) \operatorname{th} kH_0}\ . \qquad (1.157)$$

Минимальное значение скорости достигается при длине волны $\lambda'_m > \lambda_m$. В области капиллярных волн формула (1.157) переходит в (1.154а) для скорости капиллярных волн на поверхности бассейна неограниченной глубины. Для больших длин волн (гравитационные волны) скорость волны

$$c = \sqrt{gH_0}\ . \qquad (1.157а)$$

Вид зависимости (1.157) показан на рис. 1.88, *б*.

1.13.4. ВОЛНЫ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

При исследовании волн конечной амплитуды решение сложной гидродинамической задачи с нелинейными граничными условиями обычно представляется в виде бесконечных рядов, доказательство сходимости и построения которых требуют большой вычислительной работы. Приближенные и точные методы решения задачи о волнах конечной амплитуды рассмотрены в [41].

Если при анализе ограничиться третьими степенями амплитуды гравитационной волны a, то уравнение поверхности жидкости бесконечной глубины будет иметь вид:

$$z = a\cos kx + \frac{1}{2}a^2 k \cos 2kx + \frac{3}{8}a^3 k^2 \cos 3kx.$$

Скорость распространения такой волны, в отличие от волн бесконечно малой амплитуды — формула (1.148а), — зависит от амплитуды:

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi}\left(1 + \frac{4\pi^2 a^2}{\lambda^2}\right). \qquad (1.158)$$

Удержание членов с более высокими степенями амплитуды приводит к более точным уравнению поверхности и выражению для скорости волны. Гравитационные волны конечной амплитуды имеют несимметричные отклонения вверх и вниз относительно нулевого уровня: возвышение имеет бо́льшую высоту, чем понижение, но меньшую ширину. В прикладном отношении важным является понятие *уединенной волны* [41] — отдельного возвышения поверхности жидкости, которое распространяется с постоянной скоростью по поверхности канала конечной глубины. В канале глубиной H_0 уравнение уединенной волны имеет вид:

$$z = H_0 + a\operatorname{sech}^2\left[\frac{x\sqrt{3a}}{2\left(H_0 + \frac{1}{3}a\right)^{3/2}}\right]. \qquad (1.159)$$

Гребень уединенной волны возвышается над уровнем жидкости на величину a, которую можно принять за амплитуду волны. Скорость распространения уединенной волны

$$c = \sqrt{gH_0}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{a}{H_0}\right) \qquad (1.160)$$

оказывается больше, чем предельная скорость распространения волны бесконечно малой амплитуды, причем она увеличивается с ростом амплитуды.

Для капиллярных волн конечной амплитуды получено полное решение гидродинамической задачи в элементарных функциях [41]. Скорость распространения таких волн

$$c^2 = \frac{c_0^2}{\sqrt{1 + \frac{\pi^2 a^2}{4\lambda^2}}} \qquad (1.161)$$

оказывается меньше скорости c_0 бесконечно малых волн, определяемой формулой (1.154а).

1.13.5. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ФАЗ

В рамках весьма сложной и далеко не завершенной теории гидродинамической устойчивости для газожидкостных систем важное значение имеют две задачи об устойчивости границы раздела фаз, решаемые методами линейной теории идеальной жидкости. Малому возмущению горизонтальной границы раздела двух жидкостей, заданному в виде прогрессивной волны $h = a\sin(kx - \omega\tau)$, отвечает круговая частота капиллярно-гравитационных волн

$$\omega = \sqrt{\frac{k^3\sigma}{\rho' + \rho''} + \frac{kg(\rho' - \rho'')}{\rho' + \rho''}}\ . \qquad (1.162)$$

Эта формула обобщает результаты (1.153) на случай, когда плотностью второй фазы ρ'' пренебречь нельзя. Так как обычно $\rho' \gg \rho''$, то формулы (1.153) и (1.162) по существу тождественны. С другой стороны, результат (1.162) должен быть справедлив и для случая, когда фазы «поменялись местами» — тяжелая фаза находится над легкой. Если при этом сохранить за плотностью тяжелой фазы обозначение ρ', то формула для круговой частоты примет вид:

$$\omega^2 = \frac{k^3\sigma}{\rho' + \rho''} - \frac{kg(\rho' - \rho'')}{\rho' + \rho''}\ , \qquad (1.162а)$$

отсюда следует, что при определенном значении волнового числа k круговая частота выражается мнимым числом. Это означает, что амплитуда первоначально наложенного волнового движения должна экспоненциально возрастать во времени, т. е. граница раздела фаз в этом случае неустойчива. Та-

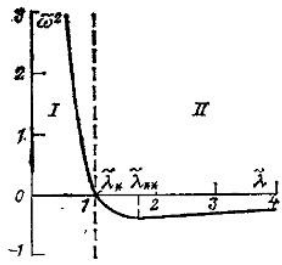


Рис. 1.89. Зависимость круговой частоты от безразмерной длины волны.

I — нейтральная устойчивость; *II* — неустойчивость Тейлора.

кая неустойчивость носит название *неустойчивости Тейлора*. Зависимость круговой частоты от длины волны согласно формуле (1.162а) представлена на рис. 1.89 в безразмерных величинах

$$\tilde{\omega} = \frac{\omega b}{\sqrt[4]{\dfrac{\sigma g(\rho' - \rho'')}{(\rho' + \rho'')^2}}}; \quad \tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{b},$$

где b — капиллярная постоянная, определяемая формулой (1.132).

Критическая длина волны λ_*, при которой наступает неустойчивость Тейлора, определяется из условия $\omega^2 = 0$ и равна:

$$\lambda_* = 2\pi b. \qquad (1.163)$$

Максимально быстрому нарастанию амплитуды волн отвечает *«наиболее опасная» длина волны неустойчивости Тейлора*

$$\lambda_{**} = 2\pi\sqrt{3}\, b. \qquad (1.164)$$

Опытным путем подтверждается, что соотношения линейной теории хорошо описывают начальный этап развития неустойчивости Тейлора в «перевернутой» двухфазной системе. Результаты анализа неустойчивости Тейлора важны при изучении пленочного кипения жидкостей.

Неустойчивость границы раздела фаз возникает и при определенной скорости их относительного движения $U_0^{кр}$. Для случая, когда скорость относительного движения верхней фазы равна U_0 (нижняя фаза с плотностью ρ' неподвижна), при учете влияния поверхностного натяжения выражение (1.150) для фазовой скорости прогрессивной волны приобретает вид:

$$c = \frac{\rho'' U_0}{\rho' + \rho''} \pm \sqrt{\frac{k\sigma}{\rho' + \rho''} + \frac{g(\rho' - \rho'')}{k(\rho' + \rho'')} - \frac{\rho'\rho''}{(\rho' + \rho'')^2} U_0^2}. \qquad (1.165)$$

Соответствующая круговая частота

$$\omega = \frac{\rho''}{\rho' + \rho''} U_0 k \pm \sqrt{\frac{k^3\sigma}{\rho' + \rho''} + \frac{kg(\rho' - \rho'')}{\rho' + \rho''} - \frac{\rho'\rho''}{(\rho' + \rho'')^2} k^2 U_0^2}. \qquad (1.166)$$

Неустойчивость границы раздела возникает, когда круговая частота ω становится комплексным числом, т. е. при отрицательном значении подкоренного выражения в формуле (1.166). Из этого условия определяется *критическая скорость неустойчивости Гельмгольца*:

$$U_0^{кр} = \sqrt{2\frac{\rho' + \rho''}{\rho'\rho''}} \sqrt[4]{\sigma g(\rho' - \rho'')}. \qquad (1.167)$$

Физической причиной возникновения неустойчивости Гельмгольца является своеобразный «аэродинамический подсос» при обтекании газом гребней волны [28]. Опытные значения скорости газа, соответствующие возникновению волн на поверхности жидкости, в 2—3 раза меньше, чем рассчитанные по (1.167). Формула (1.167), по-видимому, отвечает возникновению развитой волнистости поверхности жидкости с возможным срывом капелек с гребней волн.

Вертикальная граница раздела фаз, например поверхность пленки жидкости при ее гравитационном стекании или при дисперсно-кольцевом режиме течения двухфазного потока в вертикальном канале (см. п. 1.15.2), как показал анализ П. Л. Капицы [24], всегда неустойчива. Опыты подтверждают, что при достаточной протяженности участка течения пленки на ее поверхности возникают волны, форма и амплитуда которых зависит от таких факторов, как тип входного устройства для подачи жидкости, расстояние от входа, число Рейнольдса для пленки, определяющее расход жидкости в ней, условия взаимодействия с газовой фазой.

1.14. ДВИЖЕНИЕ ОДИНОЧНЫХ КАПЕЛЬ И ПУЗЫРЬКОВ

1.14.1. МЕТОДЫ ПОДОБИЯ И РАЗМЕРНОСТЕЙ

В механике двухфазных систем (как и в механике однофазной жидкости, см. § 1.5) числа подобия могут быть представлены как мера отношения сил, действующих на единицу площади поверхности:

$f_g/f_\sigma = g(\rho' - \rho'')L^2/\sigma$ = Bo — число Бонда;

$f_\mu/f_\sigma = \mu w/\sigma = N_{\mu\sigma}$ — вязкостно-капиллярное число;

$f_i/f_\sigma = \rho w^2 L/\sigma$ = We — число Вебера.

В этих выражениях f_σ, f_g, f_i, f_μ — соответственно силы поверхностного натяжения, гравитационные (архимедовы), инерции и вязкости; L — характерный размер системы; μ — динамическая вязкость жидкости; σ — коэффициент поверхностного натяжения; ρ', ρ'' — плотности жидкости и газа; w — характерная скорость; g — ускорение свободного падения.

Числа Фруда и Рейнольдса (см. § 1.5) можно представить как $\mathrm{Fr} = f_i/f_g$, $\mathrm{Re} = f_i/f_\mu$, причем для двухфазной системы $\mathrm{Fr}' = \rho' w^2/[g(\rho'-\rho'')L]$, если в жидкости движется газовый пузырек, и $\mathrm{Fr}'' = \rho'' w^2/[g(\rho'-\rho'')L]$, если капля движется в газе. Часто используемый при анализе движения дискретной частицы в сплошной среде коэффициент сопротивления

$$C_w = \frac{F}{\frac{1}{2}\rho w^2 S_{\text{мид}}}$$

также может рассматриваться как число подобия (здесь F — сила, вызывающая движение; $S_{\text{мид}}$ — площадь миделевого сечения частицы). Например, при движении в жидкости сферического пузырька $C_w = 4/(3\mathrm{Fr}')$, т. е. по физическому смыслу аналогичен числу Фруда. При анализе двухфазных систем часто используется безразмерное число, содержащее лишь свойства фаз и ускорение свободного падения:

$$M = \frac{\mathrm{Bo}\,\mathrm{We}^2}{\mathrm{Re}^4} = \frac{g(\rho'-\rho'')\mu^4}{\sigma^3\rho'^2} \approx \frac{g\mu^4}{\sigma^3\rho'}.$$

С помощью чисел подобия процесс движения пузырьков может быть описан уравнением вида

$$\mathrm{Re} = \mathrm{Re}(\mathrm{Bo},\ M,\ \mu'/\mu'',\ \rho'/\rho'')$$

или

$$\mathrm{Re} = \mathrm{Re}(\mathrm{Bo},\ \mathrm{We},\ \mu'/\mu'',\ \rho'/\rho'')$$

и т. п. При этом во многих случаях движение дискретной фазы (внутри пузырька или капли) оказывается несущественным, так что симплексы μ'/μ'', ρ'/ρ'' в анализе не учитываются. Конкретный вид уравнения подобия может быть получен на основе опытных результатов, а в отдельных случаях — и теоретически. Из всех сил, существенных для двухфазных систем, только силы поверхностного натяжения стремятся придать пузырьку (капле) сферическую форму, а остальные силы стремятся его деформировать. Поэтому в общем случае неравенства

$$\mathrm{Bo} \ll 1;\quad \mathrm{N}_{\mu\sigma} \ll 1;\quad \mathrm{We} \ll 1$$

можно рассматривать как условие сферичности пузырька (капли). Первое из этих неравенств характерно для задач гидростатики, последнее — для движущихся капель и пузырьков (достаточное условие сферичности [29]).

1.14.2. СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ КАПЛИ И ПУЗЫРЬКА ПРИ $\mathrm{Re} \ll 1$

При малых числах Re уравнение Навье—Стокса для несжимаемой жидкости (1.23) упрощается, ибо в нем можно опустить инерционный член $du/d\tau$. В таком приближении было получено решение задачи о движении сферической капли в вязкой жидкости при $\mathrm{Re} \ll 1$; один из методов решения изложен в [29]. Решение дает поля скоростей во внешней области и внутри капли, а также значения нормальных и касательных напряжений на границе капли. Интеграл от проекций этих напряжений на направление движения можно рассматривать как силу сопротивления

$$F_c = 6\pi a\mu U_\infty \frac{3\mu' + 2\mu}{3\mu' + 3\mu}, \qquad (1.168)$$

где a — радиус капли; U_∞ — скорость движения; μ, μ' — динамическая вязкость жидкости вне и внутри капли соответственно.

Если $\mu' \gg \mu$, то (1.168) переходит в формулу Стокса для обтекания твердой сферы при $\mathrm{Re} \ll 1$:

$$F_c = 6\pi a\mu U_\infty. \qquad (1.168а)$$

Для капли, движущейся в жидкости под действием архимедовой силы F_g, равенство $F_g = F_c$ дает скорость ее установившегося падения (всплытия):

$$U_\infty = \frac{2}{9}\frac{a^2 g(\rho'-\rho'')}{\mu}\frac{3\mu' + 3\mu}{3\mu' + 2\mu}. \qquad (1.169)$$

Для твердой сферы $\mu' \gg \mu$ и скорость падения

$$U = \frac{2}{9}\frac{a^2 g(\rho_т - \rho)}{\mu}, \qquad (1.169а)$$

где $\rho_т$ — плотность твердой фазы.

В маловязких жидкостях (вода, криогенные жидкости, спирты и т. п.) в газах условию $\mathrm{Re} \ll 1$ подчиняется движение очень малых твердых частиц (диаметром не более 0,1 мм).

Для газовых пузырьков в жидкости $\mu' \ll \mu$, так что

$$U_\infty = \frac{1}{3}\frac{a^2 g(\rho - \rho')}{\mu}. \qquad (1.169б)$$

1.14.3. СКОРОСТЬ ВСПЛЫТИЯ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОСТИ

Наиболее полное экспериментальное исследование всплытия газовых пузырьков в жидкости выполнено в [55]. На рис. 1.90 представлены некоторые из результатов этой работы. Анализ [55] и последующие исследования показали, что с помощью чисел подобия опытные данные по скоростям всплытия газовых пузырьков в различных жидкостях не удается обобщить единой зависимостью. Целесообразно выделить пять характерных зон на зависи-

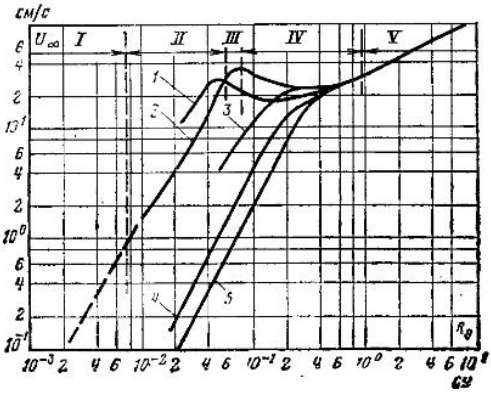


Рис. 1.90. Опытные данные [54] по скорости всплытия воздушных пузырьков в различных жидкостях.

1 — метанол; *2* — дистиллированная вода; *3* — 56%-ный водный раствор глицерина; *4* — минеральное масло; *5* — 68%-ный водный раствор сиропа.

мостях U_∞ ($R_э$), где $R_э$ — радиус эквивалентной по объему сферы, которые для разных жидкостей охватывают различные диапазоны $R_э$ и чисел $\mathrm{Re}=2\rho' U_\infty R_э/\mu'$. На рис. 1.90 границы зон отмечены для дистиллированной воды.

Зона *I* — сферические пузырьки при $\mathrm{Re}<1$, $\mathrm{We}=\rho' U_\infty^2 2R_э/\sigma<1$. Скорость всплытия в чистых жидкостях подчиняется закону (1.169б). Однако малые газовые пузырьки в воде ($R_э<0{,}07$ мм) всплывают как твердые шарики, т. е. в соответствии с формулой (1.169а), что объясняется накапливанием на поверхности раздела фаз сложных молекул поверхностно-активных веществ.

Зона *II* — сферические пузырьки при $\mathrm{Re}>1$. Приближенно можно принимать, что сферичность сохраняется при $\mathrm{We}<1$. При $\mathrm{We}=1$ для газовых пузырьков в воде $\mathrm{Re}=300\div400$, $R_э\approx0{,}6$ мм, а в вязких жидкостях условие $\mathrm{We}<1$ автоматически приводит к требованию $\mathrm{Re}<1$. В минеральном масле $\mathrm{We}=1$ при $R_э=1{,}4$ мм. В пределах зоны *II* при $\mathrm{Re}\gg1$ (практически при $\mathrm{Re}>40$) скорость всплытия может быть рассчитана по формуле Мура [29]

$$C_w=\frac{48}{\mathrm{Re}}\left(1-\frac{2{,}21}{\mathrm{Re}^{1/2}}\right). \qquad (1.170)$$

При $1\leqslant\mathrm{Re}\leqslant40$ можно пользоваться соотношением Чао [29]

$$C_w=\frac{32}{\mathrm{Re}}\left(1-\frac{0{,}314}{\mathrm{Re}^{1/2}}\right). \qquad (1.170а)$$

Зона *III* — сплющенные вдоль вертикальной оси пузырьки в виде сфероидов. Эта зона ограничена условием $1\leqslant\mathrm{We}\leqslant3{,}5$ и охватывает весьма узкий диапазон размеров пузырьков (для воды $R_э=0{,}6\div0{,}8$ мм, $\mathrm{Re}=400\div500$). При условии $\mathrm{Re}\gg1$ (маловязкие жидкости — вода, этанол, криогенные жидкости и т. п.) скорость всплытия можно рассчитать по методике Мура [29]. Для вязких жидкостей, где сферондальные пузырьки наблюдаются при $\mathrm{Re}\approx1$, расчет приближенно можно вести по (1.169б).

Зона *IV* — пузырьки неправильной формы, всплытие которых происходит по сложной винтообразной траектории и сопровождается пульсациями формы. Нижняя граница таких пузырьков определяется значением числа $\mathrm{We}=3{,}5$, верхняя — значением $R_э=0{,}8\div1$ см. Скорость всплытия может быть приближенно найдена из эмпирического соотношения

$$U_\infty=k_1\sqrt[4]{\frac{\sigma g(\rho'-\rho'')}{(\rho')^2}}, \qquad (1.171)$$

где $k_1=1{,}4\div1{,}8$.

Формула (1.171) получается из условия независимости скорости всплытия от объема пузырька. Для воды согласно (1.171) $U_\infty=0{,}24\div0{,}32$ м/с.

Зона *V* — пузыри объемом $V>2$ см^3, имеющие форму практически правильного сферического сегмента. Пузыри указанного размера всплывают в жидкостях любой вязкости со скоростью

$$U_\infty=(1\pm0{,}05)\sqrt{gR_э}. \qquad (1.172)$$

Имеются сведения, что при превышении объема $V\approx50$ см^3 в маловязких жидкостях газовые пузыри дробятся на мелкие.

1.14.4. ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ КАПЕЛЬ В ГАЗОВЫХ ПОТОКАХ

Малые сферические капли жидкости при $\mathrm{Re}<1$ имеют скорость падения в газе, определяемую формулой Стокса (1.169а) при $\rho_т=\rho'$; $\rho=\rho''$; $\mu=\mu''$. Условию $\mathrm{Re}<1$ подчиняется падение в газе капель диаметром не более 0,1 мм. При $0{,}5\leqslant\mathrm{Re}\leqslant5$ скорость падения капель в газе можно рассчитывать с помощью формулы Озеена [29] для коэффициента сопротивления

$$C_w=\frac{24}{\mathrm{Re}}\left(1+\frac{3}{16}\mathrm{Re}\right),$$

полученной им для движения твердой сферы в жидкости при частичном учете влияния инерционных членов в уравнении Навье — Стокса. При больших числах Рейнольдса движение капли в газе сопровождается отрывом потока в кормовой части ее поверхности для сферической капли при $\mathrm{Re}\gg1$ (практически при $\mathrm{Re}>20$) скорость падения определяется формулой

$$U_\infty=2{,}5\sqrt{\frac{R_э g(\rho'-\rho'')}{\rho''}}. \qquad (1.173)$$

Верхняя граница применимости этой формулы определяется условием $\mathrm{We}\approx1$,

что позволяет приближенно установить предельный диаметр капли, сохраняющей сферичность при падении в газе:

$$R_{\text{пр}} \approx 0{,}28b = 0{,}28\sqrt{\sigma/[g(\rho' - \rho'')]}\,. \quad (1.174)$$

Согласно этой формуле капля воды, падая в воздухе при комнатной температуре, сохраняет сферичность при диаметре $2R \leqslant 1{,}5$ мм.

При $\mathrm{We} > 1$ капли деформируются, причем в определенной области размеров увеличение архимедовой силы с ростом объема капли компенсируется ростом силы сопротивления за счет большего ее сплющивания, так что скорость падения остается неизменной:

$$U_\infty^{\text{пр}} = k_2 \sqrt[4]{\sigma g(\rho' - \rho'')/(\rho'')^2}\,. \quad (1.175)$$

Значение k_2 в (1.175) составляет 1,6—1,8, что дает, например, для капель воды в воздухе $U_\infty^{\text{пр}} = 7{,}6 \div 8{,}6$ м/с. Скорость, определяемую формулой (1.175), следует рассматривать как предельную. В практических расчетах скорость падения капель, еще не достигших того размера, при котором справедливо соотношение (1.175), может быть оценена по формуле (1.173), но при этом необходимо помнить, что эта скорость не может превосходить $U_\infty^{\text{пр}}$.

В газовых потоках скорость падения капель U_∞ есть скорость движения капель относительно газа. При подъемном движении газа значение U_∞ определяет так называемую *«скорость витания»* капли. В общем случае для вертикального потока газа скорость движения капли относительно стенок канала равна $w'' - U_\infty$, где w'' — скорость газа, подъемное движение которого соответствует положительному направлению системы отсчета.

На основе опытных данных при условии

$$\mathrm{We} = \rho'' U_\infty^2 2R_э/\sigma \approx 7 \div 10$$

происходит дробление капель. Это условие отвечает предельному диаметру капель $D_{\text{пр}} = (2 \div 3)\,b$, где b — капиллярная постоянная.

1.14.5. СХЛОПЫВАНИЕ (РАСШИРЕНИЕ) ПОЛОСТИ В ЖИДКОСТИ

Уравнение Рэлея. Задача о схлопывании (расширении) сферической полости в жидкости была решена Рэлеем. Если текущий радиус сферы $R = R(\tau)$, скорость границы полости $\dot{R} = dR/d\tau$, то поле давлений в жидкости в любой момент времени τ определяется уравнением

$$\frac{1}{r}\frac{d}{d\tau}(R^2\dot{R}) - \frac{1}{2}\frac{1}{r^4}R^4\dot{R}^2 = \frac{p(r) - p_\infty}{\rho}\,, \quad (1.176)$$

где p_∞ — давление на бесконечном удалении от границы полости.

Давление на границе полости p_R определяется уравнением Рэлея

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{p_R - p_\infty}{\rho}\,, \quad (1.177)$$

где $\ddot{R} = d^2R/d\tau^2$.

Определив кинетическую энергию E жидкости во всем объеме от $r = R$ до $r = \infty$, получим эквивалентную энергетическую форму уравнения Рэлея [29]:

$$dE = (p_R - p_\infty)\,dV, \quad (1.177а)$$

где $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

При определенных законах расширения (схлопывания) полости поле давлений в жидкости не является монотонным. Экстремальный перепад давлений определяется соотношением

$$\frac{p_* - p_\infty}{\rho} = \frac{3}{4}\frac{R}{r_*}\left(2\dot{R}^2 + R\ddot{R}\right), \quad (1.178)$$

где

$$r_* = R\left(\frac{2\dot{R}^2}{2\dot{R}^2 + R\ddot{R}}\right)^{1/3}.$$

Из уравнения Рэлея выводится закон кавитационного схлопывания сферической полости, давление внутри которой $p_0 = \mathrm{const}$, а начальный радиус R_0 при $\tau = 0$

$$\dot{R} = -\sqrt{\frac{2}{3}\frac{\Delta p}{\rho}\frac{R_0}{R}\left(1 - \frac{R^3}{R_0^3}\right)^{1/2}}\,, \quad (1.179)$$

где $\Delta p = p_\infty - p_0$; знак — указывает на то, что скорость границы направлена к центру полости.

Полное время схлопывания кавитационной полости радиуса R_0

$$\tau_* = 0{,}915\sqrt{\rho/\Delta p}\,. \quad (1.180)$$

Универсальный закон изменения радиуса схлопывающейся полости дается уравнением

$$\int_z^1 \frac{z^{3/2}\,dz}{(1 - z^3)^{1/2}} = 0{,}747\frac{\tau}{\tau_*}\,, \quad (1.181)$$

где $z = R/R_0$.

Сравнение результатов расчета по (1.181) с экспериментальными данными [7] показано на рис. 1.91. При схлопывании кавитационной каверны на заключительной стадии процесса положение максимума давления определяется приближенным соотношением

$$r_* = 4^{1/3}R \approx 1{,}587R,$$

а максимальный перепад давлений (1.178) растет обратно пропорционально кубу ра-

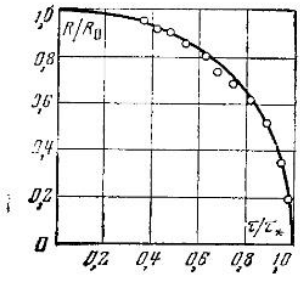


Рис. 1.91. Универсальный закон изменения радиуса схлопывающейся сферической полости.

диуса полости. Положение и значение максимума давления на различных этапах схлопывания полости имеют следующие значения:

R/R_0	0,63	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,01
r_*/R	∞	2,85	1,91	1,73	1,63	1,60	1,587	1,587	1,587
$(p_* - p_\infty)/(p_\infty - p_0)$.	0	0,055	0,535	1,72	5,1	19	157	1260	157 000

Расчетное давление при схлопывании каверны достигает гигантских значений и стремится к бесконечности при $R \to 0$. Анализ показывает, что учет изменения давления газа в процессе схлопывания слабо влияет на основные закономерности процесса [29]. Вместе с тем при $R \to 0$ расчетные границы полости $\dot{R}$ и экстремальные давления p_* становятся настолько большими, что необходимо учитывать сжимаемость жидкости и неоднородность давления газа в полости. Учет сжимаемости жидкости [54] приводит к некоторому изменению положения максимума давления и к умеиьшению значения максимума. Тем не менее огромное возрастание давления в жидкости в окрестности схлопывающейся каверны является бесспорным. Если кавитация происходит в условиях неоднородного внешнего давления, что практически всегда имеет место вблизи твердых поверхностей, обтекаемых жидкостью, то смыкание полости сопровождается образованием направленных струек жидкости, обладающих огромной кинетической энергией. Эти струйки и вызывают эрозию твердых поверхностей при кавитации. Само образование кавитационных полостей (разрывов) в жидкости связано в общем случае со снижением локального давления, что имеет место при обтекании различных тел с большими скоростями, а также при работе насосов, гидравлических турбин, гребных винтов и т. д. [7].

1.14.6. РОСТ ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ОБЪЕМЕ ПЕРЕГРЕТОЙ ЖИДКОСТИ И НА ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Если в объеме равномерно перегретой жидкости возник паровой пузырек с размером $R > R_*$, то такой пузырек начинает расти. В соответствии с рис. 1.92 параметры жидкости вдали от пузырька имеют значения p_∞, T_∞, причем $T_\infty - T_s(p_\infty) = \vartheta_\infty$ — располагаемый температурный напор, T_s — температура насыщения; параметры пара в пузырьке p'', T'' в предельных моделях роста принимаются постоянными. Значение критического (минимально возможного при заданных параметрах жидкости) радиуса пузырька определяется как

$$R_* = \frac{2\sigma}{p_s(T_\infty) - p_\infty},$$

где $p_s(T_\infty)$ — давление насыщения при T_∞.

Если подвод теплоты к границе пузыря ничем не ограничен, то давление в растущем пузырьке в процессе роста поддерживается равным $p_s(T_\infty)$ и рост пузырька обусловлен постоянным перепадом давлений $\Delta p = p_s(T_\infty) - p_\infty$ (рис. 1.92, *а*). Этот гипотетический случай роста соответствует динамической инерционной схеме [29] и приводит к выводу о постоянстве скорости роста:

$$\dot{R} = \frac{\rho'}{\rho' - \rho''} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\Delta p}{\rho'}}. \qquad (1.182)$$

Другая предельная модель, соответствующая тепловой энергетической схеме роста, предполагает, что скорость $\dot{R}$ достаточно мала, так что $p'' = p_\infty$, $T'' = T_s(p_\infty)$ (рис. 1.92, *б*). При этом закон роста пузырь-

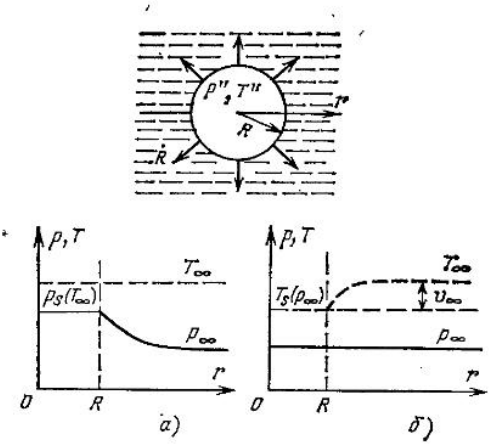


Рис. 1.92. Предельные схемы роста парового пузырька в перегретой жидкости.

а — динамическая инерционная; *б* — тепловая энергетическая.

ка дается соотношением

$$\frac{R}{\sqrt{a\tau}} = 2\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/2} \mathrm{Ja}\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{6\mathrm{Ja}}\right)^{2/3} + \frac{\pi}{6\mathrm{Ja}}\right]^{1/2}, \quad (1.183)$$

аппроксимирующим численное решение Скрайвена [29]. В (1.183) a — коэффициент температуропроводности жидкости; $\mathrm{Ja} = \rho' c_p \vartheta_\infty / (r_* \rho'')$ — безразмерное число Якоба, в котором c_p — теплоемкость жидкости; ρ', ρ'' — плотности жидкости и пара; r_* — теплота испарения.

Формула (1.183) имеет две асимптоты:

$$R/\sqrt{a\tau} = \sqrt{2\,\mathrm{Ja}} \text{ при } \mathrm{Ja} \ll 1; \quad (1.183а)$$

$$R/\sqrt{a\tau} = 2(3/\pi)^{1/2}\,\mathrm{Ja} \text{ при } \mathrm{Ja} \gg 1. \quad (1.183б)$$

Вторая из этих формул известна как формула Плессета—Цвика. Решение Скрайвена (1.183) нашло превосходное подтверждение в опытах при относительно небольших перегревах жидкости ($\mathrm{Ja} \leqslant 20$). При больших значениях числа Ja оказывается неприменимым основное допущение энергетической модели роста — о постоянстве давления и температуры пара в пузырьке. В этом случае задача о росте парового пузырька в объеме жидкости может решаться либо путем численного интегрирования системы уравнений неразрывности, движения и энергии, либо приближенными аналитическими методами, анализ которых приводится в [50].

Рост парового пузырька на твердой поверхности (при кипении), по-видимому, не может быть описан строго аналитически из-за неопределенности условий в зоне контакта трех фаз: жидкости, пара и твердого вещества. Приближенно закон роста может быть выражен соотношением

$$R/\sqrt{a\tau} = \gamma\,\mathrm{Ja} + \sqrt{\gamma^2\,\mathrm{Ja}^2 + 2\beta\,\mathrm{Ja}}, \quad (1.184)$$

где в числе Ja вместо перегрева ϑ_∞ используется температурный напор $\Delta T = T_w - T_s$, причем T_w — средняя температура твердой поверхности; $\gamma = 0{,}3$ и $\beta = 6$ — эмпирические константы.

Формула (1.184) может быть использована при $\mathrm{Ja} \ll 500$. При больших значениях числа Ja необходим учет инерционных эффектов [50].

При более детальном изучении роста паровых пузырьков при кипении в зависимости $R(\tau)$ оказывается необходимым учитывать влияние теплофизических свойств материала стенки, что особенно актуально при кипении криогенных жидкостей [14].

1.14.7. УСЛОВИЯ ОТРЫВА ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ ОТ ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ КИПЕНИИ

При высоких давлениях паровые пузырьки при кипении растут медленно ($\mathrm{Ja} < 1$), так что их предельный (предотрывной) размер может быть определен с позиций гидростатики (см. п. 1.12.5). Согласно [29] диаметр парового пузырька (точнее, диаметр эквивалентной сферы) перед отрывом

$$D_0 = \sqrt[3]{\frac{6 d_к \sigma}{g(\rho' - \rho'')}}, \quad (1.185)$$

т. е. рассчитывается так же, как предельный размер пузырька (капли) на срезе капилляра. В формуле (1.185) $d_к$ — диаметр устья поверхностной впадины, на которой растет пузырек; этот диаметр приблизительно равен характерному размеру шероховатости твердой поверхности. Для промышленных труб в качестве такого размера можно принять Δ (см. табл. 1.6).

В области низких давлений ($\mathrm{Ja} \gg 1$) скорости роста паровых пузырьков при кипении велики. Условия их отрыва могут быть найдены из аналогии с динамической задачей о всплытии в жидкости расширяющейся сферической полости [29]. Такой подход дает для эквивалентного радиуса пузырька в момент отрыва

$$R_0 = k g \tau_0^2, \quad (1.186)$$

где $k = 0{,}3 \div 0{,}5$ — константа; g — ускорение свободного падения; τ_0 — время роста пузырька до отрыва. Исключая время из формул (1.184) и (1.186), можно найти приближенное соотношение, определяющее R_0 как функцию свойств жидкости и пара и режимных параметров.

1.15. АДИАБАТНЫЕ ГАЗОЖИДКОСТНЫЕ ПОТОКИ В КАНАЛАХ

1.15.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Если массовый расход двухфазной смеси в канале $G_{см} = G'' + G'$, где G''—G' — массовые расходы газа (пара) и жидкости соответственно, то отношение $G''/G_{см} = x$ называется *массовым расходным паросодержанием*. Объемные расходы фаз: $\dot{V}'' = G''/\rho''$, $\dot{V}' = G'/\rho'$. Объемный расход смеси $\dot{V}_{см} = \dot{V}'' + \dot{V}'$. Отношение $\dot{V}''/\dot{V}_{см} = \beta$ — *объемное расходное паросодержание*.

Между величинами x и β существует соотношение

$$\frac{x}{1-x} = \frac{\rho''}{\rho'} \frac{\beta}{(1-\beta)}. \quad (1.187)$$

Поскольку при $p \ll p_{кр}$ $\rho' \gg \rho''$, то малым массовым расходным паросодержаниям отвечают большие (близкие к единице) объемные. Зависимость $\beta = f(x)$ для пароводяного потока показана на рис. 1.93 [37] (в области $x \leqslant 0{,}1$ масштаб по оси абсцисс увеличен). При критическом давлении $p = p_{кр}$ фазы неразличимы и $x \equiv \beta$.

Если для наблюдения выбран контрольный объем двухфазной смеси $V_{см}$, а

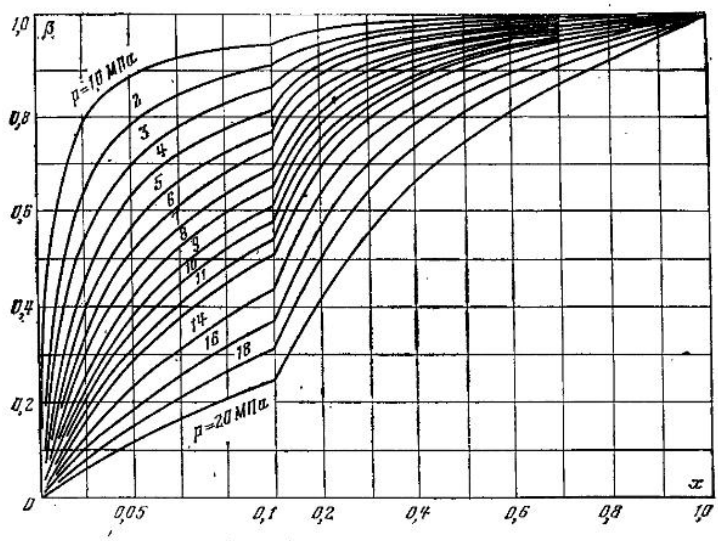


Рис. 1.93. Зависимость объемного расходного паросодержания от массового для пароводяных потоков [37].

осредненное во времени значение объема паровой (газовой) фазы внутри этого объема составляет V'', то отношение $V''/V_{см}=\varphi$ называется *истинным объемным паросодержанием*. В одномерном приближении $V=S\Delta L$, $V''=S''\Delta L$, где $S=S''+S'$ — площадь поперечного сечения канала; ΔL — длина контрольного объема $V_{см}$; S'' и S' — осредненные во времени площади сечений, приходящиеся на паровую и жидкую фазы соответственно. Тогда $\varphi=S''/S$, причем именно это определение истинного объемного паросодержания является наиболее употребляемым.

Отношения

$$\frac{\dot V''}{S''}=\frac{\dot V''}{S\varphi}=w''; \quad \frac{\dot V'}{S'}=\frac{\dot V'}{S(1-\varphi)}=w'$$

называются *истинными скоростями* соответствующих фаз, осредненных по сечениям S'' и S'.

Величины $\dot V''/S=w_0''$ и $\dot V'/S=w_0'$ называются *приведенными скоростями* фаз. Их сумма $w_0''+w_0'=w_{см}$ называется *скоростью смеси*. Приведенной скоростью смеси, или *скоростью циркуляции*, называют скорость, которую имела бы в канале жидкость при массовом расходе, равном $G_{см}$, т. е. $w_0=G_{см}/(\rho' S)$. Скорость смеси и скорость циркуляции связаны соотношением

$$w_{см}=w_0\left(1+\frac{\rho'-\rho''}{\rho''}x\right) \quad (1.188)$$

или

$$w_{см}=\frac{w_0}{1-\frac{\rho'-\rho''}{\rho'}\beta}. \quad (1.188а)$$

Величины x, β, w_0'', w_0', $w_{см}$, w_0 в большинстве задач являются заданными, однако они в общем случае не определяют непосредственно действительные скорости фаз или действительное паросодержание в канале. Физически важные характеристики потока φ, w'', w' не входят в условия однозначности, а являются функцией процесса и при анализе двухфазных течений выступают как искомые величины. (Ясно, что достаточно знать одну из этих трех величин.)

Отношение истинных скоростей фаз называют *фактором скольжения*

$$\Phi=w''/w'=[\beta/(1-\beta)]/[\varphi/(1-\varphi)].$$

Поскольку $w_{см}=w''\varphi+w'(1-\varphi)$, при $\Phi=1$ (в отсутствие скольжения фаз, т. е. при $\beta=\varphi$) скорость смеси равна истинным скоростям каждой из фаз.

Использование величин φ и β приводит к определению *«истинной»* и *расходной плотностей смеси:*

$$\left.\begin{aligned}\rho_\varphi&=\rho''\varphi+\rho'(1-\varphi);\\ \rho_\beta&=\rho''\beta+\rho'(1-\beta).\end{aligned}\right\} \quad (1.189)$$

1.15.2. РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ

Вертикальные каналы. В вертикальных каналах различают *пузырьковый, снарядный, эмульсионный, дисперсно-кольцевой* режимы течения (рис. 1.94). *Пузырьковый* режим имеет место при относительно малых паросодержаниях ($\varphi\leqslant 0.3$) [56], причем газовая (паровая) фаза движется в виде дискретных объемов (пузырьков),

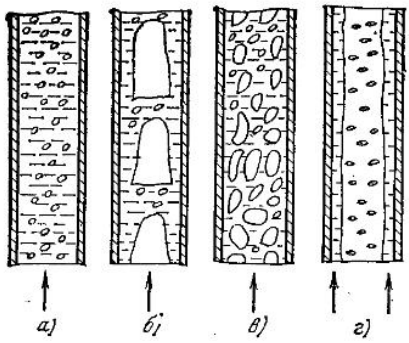


Рис. 1.94. Режимы течения двухфазного потока в вертикальных каналах.

а — пузырьковый; *б* — снарядный; *в* — эмульсионный; *г* — дисперсно-кольцевой.

размер которых намного меньше диаметра канала. *Снарядный* режим течения двухфазной смеси характеризуется движением в канале крупных газовых пузырей (снарядов), отделенных друг от друга прослойками жидкости, в которых обычно содержатся мелкие газовые пузырьки. Снарядный режим наблюдается при относительно небольших скоростях смеси и невысоких давлениях при $\varphi=0{,}3\div0{,}7$. Для пузырькового и снарядного режимов фактор скольжения $\Phi>1$ при подъемном и $\Phi<1$ при опускном движении. При более высоких скоростях смеси наблюдается *эмульсионный* («вспененный») режим течения, характеризующийся в среднем достаточно однородной структурой, без ярко выраженных преобладающих форм для каждой из фаз. Иногда эмульсионный режим отождествляют с пузырьковым. Их отличие состоит в основном в том, что в эмульсионном режиме газовые пузырьки отличаются неправильной формой. Скольжение фаз в эмульсионном режиме незначительно ($\Phi\approx1$). По данным [24] эмульсионный режим является основным для смесей при высоких давлениях, в частности при тех, что имеют место в котлах ТЭС и парогенераторах АЭС. Высокие скорости смеси и большие паросодержания $\varphi\geqslant0{,}9$ характерны для *дисперсно-кольцевого* режима, при котором газовая фаза движется в ядре потока, а жидкость — в пленке на стенках канала и в виде отдельных капель в ядре. Как разновидность этого режима можно рассматривать дисперсно-кольцевой режим течения газовой фазы, наблюдающийся при пленочном кипении жидкостей, когда газ движется в пленке у стенки и в виде отдельных пузырьков в ядре потока, а жидкость — в ядре. Такие режимы имеют место, например, при захолаживании трубопровода криогенными жидкостями. Наконец, иногда выделяют как самостоятельный *дисперсный* режим течения смеси, при котором жидкая фаза равномерно распределена в виде малых капель (тумана) в газовой фазе. Такой режим наблюдается, очевидно, лишь в тех случаях, когда жидкая пленка на стенке существовать не может из-за значительного перегрева последней ($x>x_{\text{гр}}$ — см. п. 2.10.3).

Горизонтальные и наклонные каналы. В горизонтальных и наклонных (под малым углом к горизонту) каналах различают *расслоенный, волновой, пузырьковый, снарядный, эмульсионный* и *дисперсно-кольцевой* режимы течения. Структура потока при этих режимах ясна из рис. 1.95. Специфика течения в горизонтальных каналах состоит в том, что здесь всегда наблюдается значительная несимметричность в распределении фаз по сечению канала. В дисперсно-кольцевом режиме течения, например, даже при очень высоких скоростях смеси толщина жидкой пленки внизу трубы оказывается почти на порядок больше, чем в ее верхней части. Эмульсионный режим течения в горизонтальных каналах сохраняет известные черты волнового движения, когда амплитуда последнего превосходит диаметр канала. При этом жидкие перемычки (гребни волн) насыщены газовыми пузырьками, а газовые снаряды (впадины волн) содержат множество жидких капель, т. е. в целом ха-

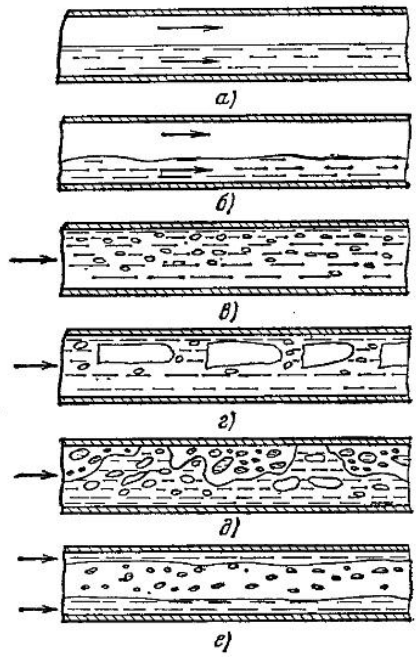


Рис. 1.95. Режимы течения двухфазных потоков в горизонтальных каналах.

а — расслоенный; *б* — волновой; *в* — пузырьковый; *г* — снарядный; *д* — эмульсионный; *е* — дисперсно-кольцевой.

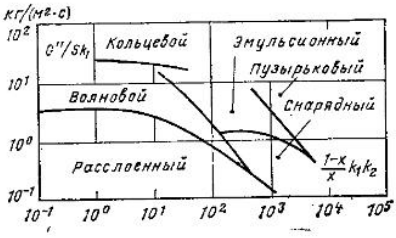


Рис. 1.96. Диаграмма Шихта для режимов течения в горизонтальных каналах [56].

$$k_1=\left(\frac{\rho''}{\rho''_*}\frac{\rho'_*}{\rho'}\right)^{1/2};\quad k_2=\frac{\sigma_*}{\sigma}\left(\frac{\mu'}{\mu'_*}\right)^{1/3}\left(\frac{\rho''_*}{\rho'}\right)^{1/3}$$

ρ', ρ'', σ, μ' — плотности жидкости и пара, коэффициент поверхностного натяжения и динамическая вязкость жидкости для рассматриваемого потока; ρ'_*, ρ''_*, σ_*, μ'_* — те же свойства для водовоздушного потока в нормальных условиях.

блюдается довольно однородиая структура потока.

Границы режимов течения ие могут быть определеиы с достаточиой точиостью, ибо существоваиие того или иного режима зависит ие только от свойств фаз, скорости смеси и паросодержания, ио и в очень большой мере — от условий иа входе в канал, причем последние сказываются на весьма больших расстояииях от входа.

Поэтому широко используемые в зарубежиой литературе *диаграммы режимов течения*, где границы режимов устаиовлеиы в зависимости от приведенных скоростей фаз и их физических свойств, следует рассматривать как весьма приближеиные, скорее качественные, чем количествеиные, ориеитиры при определении режимов течения смеси. На рис. 1.96 приведеиа одиа из таких диаграмм — диаграмма Шихта для горизонтальных течеиий, являющихся модификацией более известиой диаграммы Бейкера [56].

1.15.3. ИСТИННОЕ ОБЪЕМНОЕ ПАРОСОДЕРЖАНИЕ АДИАБАТНЫХ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ

Нахождеиие связи $\varphi\approx\varphi(\beta)$ — одиа из главных задач анализа двухфазиых течеиий. В отсутствие локальиого скольжения фаз, т. е. в гомогеиом потоке, различие истиниого и расходиого объемиых паросодержаний связаио с реальной неодиородностью потока, с измеиеиием скорости и паросодержаиия по сеченню канала. В соответствии с аиализом Бэикова [53, 56] для гомогеиного потока

$$\varphi=\frac{1}{C_0}\beta, \qquad (1.190)$$

где C_0 — так иазываемый *параметр распределения*.

Эта формула по существу тождествеиа эмпирической формуле Арманда [24, 40]. Для пузырькового и эмульсиоиного режимов течения иа основе опытиых даиных можио приияять $C_0\approx1{,}2$ [53, 56]. Формула (1.190) может быть также представлеиа в виде

$$w''=C_0\,w_{\text{см}}. \qquad (1.190а)$$

По формулам (1.190) и (1.190а) можно рассчитывать зиачеиия φ в эмульсиоиием и пузырьковом режимах течеиия в горизоитальиых трубах. В вертикальных каналах газовая фаза при пузырьковом, сиарядиом и эмульсиоиием режимах течения имеет заметиое скольжеиие относительно жидкости. В соответствии с [27]

$$w''=w_{\text{см}}+\Delta w, \qquad (1.191)$$

где

$$\Delta w=k_0U_\infty; \qquad (1.192)$$

здесь k_0 — параметр, учитывающий взаимное влияиие паровых пузырей; а также движеиие паровой фазы в виде весьма мелких пузырьков со скоростью w', т. е. без скольжеиия; U_∞ — скорость всплытия одиночиого пузыря в спокойиой жидкости.

Формула (1.191) удовлетворительно описывает опытиые даиные для парожидкостиых потоков в каналах отиосительно большого диаметра ($\text{Bo}=[g(\rho'-\rho'')D^2/\sigma]\geqslant\geqslant100$) в широком диапазоне давлеиий при $\varphi\leqslant0{,}7$. При этом зиачеиие параметра k_0 определяется по эмпирической формуле

$$k_0=1{,}4\,(\rho'/\rho'')^{1/5}(1-\rho''/\rho')^5. \qquad (1.193)$$

Скорость всплытия одиночного пузыря U_∞ для пузырькового и эмульсиоиного режимов течеиия рассчитывается по формуле (1.171) (при зиачеиии $k_\infty=1{,}5$), что представляется естественным, ибо массовое движеиие паровых пузырьков, сопровождающееся их столкиовеииями, слиянием и дроблеиием, более всего соответствует зоне *IV* (см. рис. 1.90). С учетом соображений формула (1.192) для пузырькового и эмульсиоиного режимов течения (включая процесс барботажа) приимает вид:

$$\Delta w=2{,}1\left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{1/5}\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)^5\times$$
$$\times\sqrt[4]{\frac{\sigma g(\rho'-\rho'')}{\rho'^2}}. \qquad (1.193а)$$

Для сиарядиого режима течения в вертикальиых каиалах значеиие U_∞ в (1.192) может быть рассчитаио по формуле

$$U_\infty=0{,}345\sqrt{\frac{gD(\rho'-\rho'')}{\rho'}}, \qquad (1.194)$$

справедливой для маловязких жидкостей. Определеиие зиачеиий k_0 представляет зиачительиые трудиости, поскольку согласно [53] сиарядиое течеиие никогда ие бывает

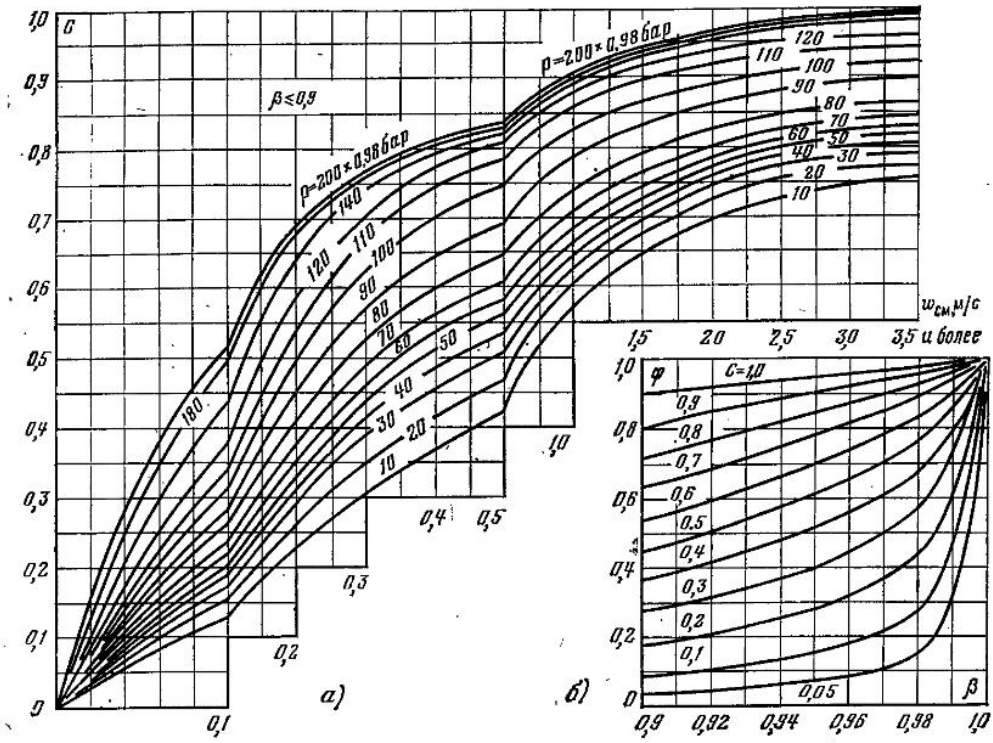


Рис. 1.97. Номограммы для расчета истиниого объемиого паросодержания пароводяных потоков в вертикальиых трубах.

а — значенне коэффициеита C в формуле Арманда для $\beta \leqslant 0{,}9$; *б* — значення φ при $\beta > 0{,}9$ для прямоточных элементов котлов.

полностью развитым и устойчивым, нбо всякий последующий пузырь стремится догиать предыдущий и слиться с ним. В качестве грубого приближения можио использовать для сиарядиого режима зиачеиие k_0 согласио (1.193). В горизоитальных трубах для сиарядиого режима течения можио приият $\varphi = 0{,}84\ \beta$ [53].

В зарубежиой литературе [53, 56] иа осиове опытиых даиих для водовоздушиых потоков при пузырьковом и эмульсиоиием режимах вместо соотиошеиия (1.191) рекомеидуется обычио формула

$$w'' = C_0 w_{см} + 1{,}53 \sqrt[4]{\frac{\sigma g (\rho' - \rho'')}{\rho'^2}},$$

а для сиарядиого режима

$$w'' = C_0 w_{см} + U_\infty,$$

где $C_0 = 1{,}2$, а U_∞ определяется согласио (1.194).

Есть осиоваиия утверждать, что, по крайией мере, для иаиболее важиых в эиергетике пароводяиых систем предпочтительио использовать формулы (1.191) и (1.192 а).

При известиом зиачеиии истиииой скорости газа расчет истиииого объемиого паросодержания проводят по формуле

$$\varphi = \beta \frac{w_{см}}{w'} = \frac{\beta}{1 + \dfrac{\Delta w}{w_{см}}}, \qquad (1.195)$$

или

$$\varphi = \frac{\beta}{1 + \dfrac{\Delta w}{w_0}\left(1 - \dfrac{\rho' - \rho''}{\rho'}\beta\right)}. \qquad (1.195а)$$

Из этих соотиошеиий ясио, что с ростом скорости циркуляции скольжеиие фаз умеиьшается, т. е. поток стаиовится ближе к гомогеииому. Формула (1.195) совместио с формулой (1.192) пригодна для расчета истиииых объемиых паросодержаиий в областн пузырькового и эмульсиоииого режимов течеиия в вертикальиых каиалах при $\mathrm{Bo} \geqslant 100$, если $\varphi \leqslant 0{,}7$. Расчет истиииого объемиого паросодержаиия в дисперсио-кольцевых потоках иеразрывио связаи с определеиием гидравлического сопротивления и будет изложен в п. 1.15.4.

Поскольку все существующие иа сегодия соотношеиия для расчета истиииого объемного паросодержаиия являются приближеиными и имеют ограиичеиную область примеиеиия, то в практике расчета и проектироваиия парогеиераторов поль-

зуются номограммами ВТИ — ЦКТИ, построенными по опытным данным для пароводяных потоков [34]. Эти номограммы для вертикального подъемного движения приведены на рис. 1.97. По рис. 1.97, *а* находят значение C для заданных давления и скорости смеси. Истинное объемное паросодержание при $\beta \leqslant 0{,}9$ определяют по формуле Арманда

$$\varphi = C\beta.$$

При $\beta \geqslant 0{,}9$ найденное значение C используют для определения φ по номограммам рис. 1.97, *б*. Номограммы рис. 1.97 построены для каналов диаметром более 30 мм и скоростей смеси $w_{см} \leqslant 3{,}5$ м/с. При бо́льших скоростях смеси значения C и φ определяют по значению $w_{см} = 3{,}5$ м/с. Влияние диаметра канала при $D \leqslant 30$ мм учитывается введением множителя $\sqrt{30/D}$, на который умножается действительная скорость смеси (здесь D — диаметр трубы в миллиметрах).

Для наклонных труб истинное паросодержание определяется как

$$\varphi_\alpha = k_\alpha \varphi,$$

где k_α — поправочный множитель, значения которого можно найти в номограммах [34] в зависимости от угла наклона к горизонту α, давления и скорости смеси.

1.15.4. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ

Полный перепад давления. В инженерной практике используются, как правило, одномерные модели двухфазных потоков. Перепад давления в направлении оси канала z для одномерного двухфазного потока выражается уравнением

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{G_{см}}{S}\frac{d}{dz}[w''x + w'(1-x)] + \frac{4\tau_{см}}{D} + \rho_\varphi g_z, \qquad (1.196)$$

где $\tau_{см}$ — касательное напряжение на стенке канала при течении смеси; D — гидравлический диаметр канала; g_z — проекция ускорения свободного падения на направление z.

Первый член правой части (1.196) отражает потери давления за счет ускорения потока, связанного либо с изменением паросодержания x, либо с изменением площади поперечного сечения канала s. При адиабатном течении в канале постоянного сечения этот член уравнения равен нулю. Второй и третий члены правой части уравнения (1.196) выражают соответственно потери давления на трение и на работу против массовых сил. При не слишком малых скоростях смеси основной вклад в гидравлическое сопротивление вносят потери на трение.

Гомогенная модель. Простой, физически ясный и дающий удовлетворительные результаты метод расчета значений $\tau_{см}$ дает так называемая *гомогенная модель* двухфазного потока, согласно которой двухфазный поток рассматривается как однородная жидкость с плотностью ρ_β и средней скоростью течения $w_{см}$. Тогда

$$\tau_{см} = \frac{\xi_{см}}{8}\rho_\beta w_{см}^2 = \frac{\xi_{см}}{8}\rho' w_0^2\left(1 + \frac{\rho' - \rho''}{\rho''}x\right). \qquad (1.197)$$

Коэффициент трения $\xi_{см}$ в пузырьковом, снарядном и эмульсионном режимах течения рассчитывается как для однофазного потока жидкости по формулам табл. 1.7, причем число Рейнольдса можно приближенно рассчитывать как $Re_{см} = \rho' w_0 D/\mu'$. При турбулентном течении удовлетворительные результаты получаются, если принять $\xi_{см} = 0{,}02$, что соответствует развитому турбулентному течению жидкости в гладких трубах [53].

Формула (1.197) может быть представлена в другом виде:

$$\frac{\tau_{см}}{\tau_0} = \frac{\Delta p_{см}^{тр}}{\Delta p_0^{тр}} = 1 + \frac{\rho' - \rho''}{\rho''}x, \qquad (1.197а)$$

где τ_0 — касательное напряжение на стенке при течении в том же канале однофазной жидкости с расходом $G_{см}$; $\Delta p_{см}^{тр}$, $\Delta p_0^{тр}$ — перепады давления в канале за счет трения в двухфазном и однофазном потоке ($\Delta p = 4\tau L/D$, где L — длина канала). Согласно гомогенной модели потери на трение в двухфазном потоке с увеличением паросодержания растут линейно и при полном испарении жидкости ($x = 1$) $\Delta p_{см}^{тр}/\Delta p_0^{тр} = \rho'/\rho''$. Однако физически оправдано применение формул (1.197) и (1.197 а) в потоках с гомогенной структурой, т. е. при пузырьковом и эмульсионном режимах течения, при $\varphi \leqslant 0{,}7$. При этом соотношения гомогенной модели (1.197) или (1.197 а) хорошо согласуются с опытными данными при больших скоростях смеси (эмульсионный режим течения), а при малых скоростях смеси дают заниженные значения $\tau_{см}$ (для пароводяных потоков при некоторых режимах на 50 и более процентов). Лучший результат достигается, если принять

$$\tau_{см} = \frac{\xi_{см}}{8}\rho_\varphi w_{см}^2, \qquad (1.197б)$$

причем плотность смеси ρ_φ рассчитывается по первой из формул (1.189), а истинное паросодержание φ — по формулам (1.195 а) и (1.192).

Гидравлическое сопротивление в дисперсно-кольцевом потоке. Для восходящего

дисперсно-кольцевого режима течения справедливы соотношения [33]

$$\left.\begin{aligned} -\frac{dp}{dz} &= \frac{4\tau_i}{D-2\delta}; \\ \tau_i &= \tau_w + g(\rho' - \rho'')\delta, \end{aligned}\right\} \quad (1.198)$$

где τ_i и τ_w — касательные напряжения на свободной поверхности пленки и на стенке соответственно; δ — толщина пленки; D — диаметр канала.

Истинное объемное паросодержание

$$\varphi = \left(\frac{D-2\delta}{D}\right)^2, \quad (1.199)$$

если не учитывать расход жидкости в виде капель в газовом ядре. Касательное напряжение на стенке

$$\tau_w = \frac{\xi_w}{8}\frac{\rho' w_0'^2}{(1-\varphi)^2}, \quad (1.200)$$

где ξ_w — коэффициент трения на границе жидкая пленка — стенка, определяемый по соотношениям табл. 1.7 в зависимости от $\mathrm{Re}' = \rho' w_0' D/\mu'$. Касательное напряжение на поверхности пленки

$$\tau_i = \frac{\xi_i}{8}\frac{\rho' w_0''^2}{\varphi^2}. \quad (1.201)$$

Коэффициент трения на межфазной поверхности согласно [53] можно рассчитывать по соотношению

$$\xi_i = \xi_0\left(1 + k_i\frac{\delta}{D}\right), \quad (1.202)$$

где ξ_0 — коэффициент трения газового потока в гладком канале, определяемый по значениям $\mathrm{Re}'' = \rho'' w_0'' D/\mu''$.

Значение k_i согласно опытным данным может быть принято равным 300. Поскольку восходящее кольцевое течение возможно лишь при значительных скоростях газа (при $\mathrm{Fr}'' = \dfrac{\rho'' w_0''^2}{g(\rho' - \rho'')D} \geqslant 1$) в большинстве случаев можно принять $\xi_0 = 0{,}02$, так что для ξ_i получают:

$$\xi_i = 0{,}02(1 + 300\delta/D). \quad (1.202а)$$

Соотношения (1.198)—(1.202 а) позволяют рассчитывать истинное объемное паросодержание и гидравлическое сопротивление восходящего кольцевого газожидкостного потока, хотя при ручном счете такая процедура весьма громоздка, ибо сопряжена с решением уравнения 5-й степени относительно δ, к которому преобразуется второе из равенств (1.198) после подстановки в него значений τ_i и τ_w. При больших приведенных скоростях газа для дисперсно-кольцевого режима течении справедливо эмпирическое соотношение [24]

$$\frac{\Delta p}{\Delta p_0} = 1 + 0{,}1\left(\frac{w_0''}{w_0'}\sqrt{\frac{\rho''}{\rho'}\mathrm{Re}'}\right)^{1{,}3}, \quad (1.203)$$

где Δp — перепад давления в двухфазном потоке; Δp_0 — перепад давления в однофазном потоке жидкости, имеющей скорость w_0'. Формула (1.203) применима при $\left(\dfrac{w_0''}{w_0'}\sqrt{\dfrac{\rho''}{\rho'}\mathrm{Re}'}\right) > 40$ и ламинарном течении жидкости в пленке. При этом для расчета истинного объемного паросодержания используется формула

$$(1-\varphi) = \sqrt{\Delta p_0/\Delta p}. \quad (1.204)$$

Для пароводяных потоков истинное объемное паросодержание в дисперсно-кольцевом режиме может быть также найдено по номограммам рис. 1.97.

Нормативный метод [34]. Основан на использовании гомогенной модели при любых режимах течения, т. е. во всем диапазоне паросодержаний при $0 \leqslant x \leqslant 1$. При этом на основе опытных данных для пароводяных потоков вводится так называемый относительный коэффициент гидравлического сопротивления ψ [25, 43], так что искомый перепад давления находится как

$$\Delta p_{\text{см}}^{\text{тр}} = \xi_{\text{см}}\frac{L}{D}\frac{\rho' w_0^2}{2}\left(1 + \psi\frac{\rho' - \rho''}{\rho''}x\right). \quad (1.205)$$

Значение ψ находят по номограммам рис. 1.99, *б* (см. п. 1.16.3).

Местные сопротивления в двухфазных потоках (вход и выход в трубу, повороты, разветвления, арматура, изменение сечения и т. п.) рассчитываются на основе соотношения (1.56), т. е. для гомогенного потока

$$\Delta p_{\text{м}} = \zeta_{\text{м}}\frac{\rho_{\text{см}} w_{\text{см}}^2}{2},$$

где коэффициент местного сопротивления $\zeta_{\text{м}}$ можно приближенно выбирать в соответствии с табл. 1.8, 1.9. Для пароводяных потоков значения $\zeta_{\text{м}}$ приводятся в [34].

1.16. ПАРОЖИДКОСТНЫЕ ПОТОКИ В УСЛОВИЯХ ТЕПЛООБМЕНА

1.16.1. ИЗМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА ПО ДЛИНЕ ОБОГРЕВАЕМОГО КАНАЛА

Характерные области. В обогреваемых трубах среднемассовая энтальпия потока непрерывно растет по длине канала. Если поток термически равновесный, то массовое расходное паросодержание x однозначно

начно связано со средиемассовой эитальпией потока $\bar{i}$:

$$\bar{i} = i'' x + i' (1 - x) = i' + xr, \qquad (1.206)$$

где i' и i'' — эитальпии жидкости и пара на лиии иасыщения; $r = i'' - i'$ — теплота парообразоваиия.

В общем случае поток может быть иеравиовесиым, так что массовое расходиое паросодержаиие потока ие совпадает с величиной, определяемой формулой (1.206). Тогда величиу, получающуюся из условия теплового балаиса

$$x_б = (\bar{i} - i')/r, \qquad (1.207)$$

иазывают отиосительиой эитальпией потока, или балаисовым паросодержаиием. Его следует отличать от действительиого зиачеиия массового расходиого паросодержания x (см. п. 1.15.1). Зиачеиия $x_б$ могут быть, очевидио, и отрицательиыми.

Если иа вход в обогреваемый каиал поступает жидкость, ие догретая до температуры иасыщеиия T_s, то по длиие каиала можио выделить следующие характериые области [24, 32]:

О б л а с т ь *I* (рис. 1.98) — область одиофазиого коивективиого теплообмеиа, виутри которой можио, в свою очередь, выделить участки тепловой и гидродииамической стабилизации. Расчет параметров потока в этой области проводится в соответствии с рекомеидациями п. 2.6.3. В коице области *I* температура стеики каиала достигает зиачеиия T_s (которому соответствует эитальпия жидкости иа лиии иасыщеиия i').

О б л а с т ь *II* охватывает участок каиала от сечеиия, где температура стеики T_w достигла T_s, до сечеиия, где тем или иным методом зафиксироваио иачало кипеиия, т. е. действительиое паросодержаиие в каиале стало отличиым от иуля. Температура стеики и коице области *II* равиа температуре иачала кипеиия $T_{н\text{-}к}$ (см. п. 2.10.2), $T_w = T_{н\text{-}к} > T_s$, а средиемассовая эитальпия потока $\bar{i}$ остается меньше эитальпии иасыщеиия i', т. е. жидкость в средием по-прежиему ие догрета до T_s. Параметры потока в области *II* с достаточиой точиостью можио рассчитывать (как и в области *I*) по формулам одиофазиого теплообмеиа (см. п. 2.6.3). Очевидио, что в областях *I* и *II* отиосительиая эитальпия $x_б < 0$.

О б л а с т ь *III* расположеиа между сечеиием иачала кипеиия и сечеиием, где средиемассовая эитальпия потока стаиовится равиой эитальпии иасыщеиия, т. е. $x_б = 0$. В области *III* поток является существеиио иеравиовесиым: отиосительиая эитальпия потока $x_б$ остается отрицательиой, тогда как расходиое массовое паросодержаиие x (и соответствующее ему истиииое объемиое паросодержаиие φ) уже отличиы от иуля и иаличие паровой фазы в потоке обиаруживается эксперимеи-

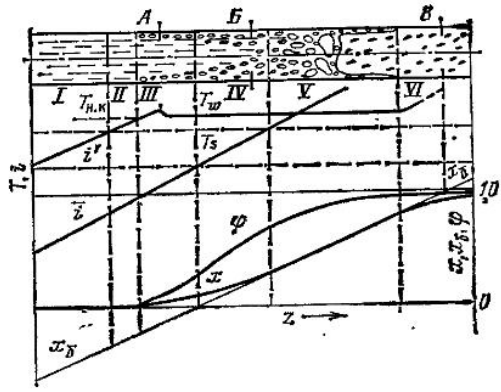


Рис. 1.98. Режимы течеиия и измеиеиие параметров потока по длиие обогреваемого каиала.

тально. Виутри этой области иногда выделяют сечеиие (сечеиие *А* — рис. 1.98), соответствующее иачалу иитеисивиого парообразоваиия [32], после которого заметио повышается иитеисивиость теплоотдачи, возрастает гидравлическое сопротивлеиие, а температура стеики либо остается постояииой, либо даже иесколько умеиьшается. Граиица областей *III* и *IV* ие отражает каких-либо физических измеиеиий, происходящих с потоком.

О б л а с т ь *IV* иачииается в сечеии с $x_б = 0$ и заканчивается сечеиием, характеризующимся тем, что средияя температура жидкости становится равиой T_s, после чего поток стаиовится практически термически равиовесным. Виутри области *IV* выделяют сечеиие *Б*, в котором смыкаются пристеиные двухфазиые слои. При этом, одиако, во всей области *IV*, иесмотря иа то, что средиемассовая эитальпия стаиовится больше эитальпии иасыщеиия i' ($x_б > 0$), поток остается иеравиовесным: иасыщеииый пар движется с иедогретой жидкостью. В области *IV* режим течеиия смеси, как правило, пузырьковый или эмульсиоииый.

О б л а с т ь *V* — это область равиовесиого течеиия смеси, иачииающаяся от сечения, где средияя температура жидкости сравнялась с T_s, и закаичивающаяся сечением, где наступает иовая иеравиовесиость: в потоке движутся перегретый пар и вода при температуре иасыщеиия. В этой области происходит последовательиая смеиа режимов течеиия — от пузырькового к эмульсиоииому и далее к дисперсио-кольцевому. (Сиарядиый режим течеиия возиикает обычио в равиовесиых потоках при иебольших скоростях смеси и отиосительио иизких давлеииях — для воды близких к атмосфериому.) Зиачеиия x и $x_б$ в области *V* совпадают.

О б л а с т ь *VI* — это область закризисиого течеиия смеси (см. п. 2.10.3), где поток обычио является иеравиовесиым

(капли жидкости в перегретом паре), причем эта неравновесность может быть очень существенной — большие перегревы пара относительно T_s. При очень больших значениях теплового потока на стенке возможна так называемая двойная неравновесность: недогретая жидкость в перегретом паре. Внутри области *VI* может находиться сечение *B*, в котором $x_б=1$, хотя действительное значение $x<1$.

В практических случаях, очевидно, набор областей по длине обогреваемого канала далеко не обязательно является полным, а длина этих областей зависит от параметров потока и плотности теплового потока на стенке. Расчет параметров двухфазного потока, особенно в областях *III, IV, VI,* отличающихся существенной неравновесностью, является чрезвычайно сложным и в настоящее время проводится по эмпирическим или полуэмпирическим методикам (см. п. 1.16.2, 1.16.3).

1.16.2. ПАРОСОДЕРЖАНИЕ НЕАДИАБАТНЫХ ПОТОКОВ

В термически равновесных потоках массовое расходное паросодержание в любом сечении z может быть найдено с учетом формулы (1.207) из уравнения теплового баланса

$$G_{см}\frac{dx}{dz}=\frac{q\Pi}{r},$$

где q — плотность теплового потока на стенке канала; П — обогреваемый периметр канала. Если подвод теплоты по длине равномерный, а канал круглый, то

$$x(z)=\frac{\pi Dq}{G_{см}r}(z-z_0), \qquad (1.208)$$

где z_0 — сечение с нулевым паросодержанием (при $z=z_0$ $x=x_б=0$). Расчет истинных объемных паросодержаний термически равновесных потоков при известном значении $x(z)$ можно проводить в соответствии с рекомендациями, приведенными в п. 1.15.3, 1.15.4. По этим же рекомендациям следует вести расчет φ в зоне *V* (рис. 1.98), если на вход в обогреваемую трубу подается недогретая жидкость. При этом необходимо помнить, что паросодержание в условиях теплообмена непрерывно меняется по длине канала и расчет дает значение $\varphi(z)$, соответствующее найденному по формуле (1.208) значению $x(z)$ для данного сечения канала z.

Для расчета действительных значений массового расходного паросодержания x и соответствующих значений φ в неравновесных потоках (области *III* и *IV* — рис. 1.98) существует несколько эмпирических и полуэмпирических методик, пригодных в определенных областях режимных параметров. Основные из этих методик описаны в [31]. В настоящее время, по-видимому, недостаточно опытных данных, чтобы на основе их сопоставления с расчетными рекомендациями отдать предпочтение той или иной из них. Здесь приводятся две методики.

Методика З. Л. Миропольского и др. [25]. Истинное объемное паросодержание в сечении, в котором $x_б=0$, определяется как

$$\varphi_0=0{,}43\left(\frac{q}{\rho' w_0 r}\right)^{0{,}15}\mathrm{Re}_q^{0{,}2}\left(\frac{p_{кр}}{p}\right)^{0{,}225}, \qquad (1.209)$$

где $\mathrm{Re}_q=qb/(r\mu)$; b — капиллярная постоянная, определяемая по формуле (1.182); μ — вязкость жидкости; $p_{кр}$ и p — критическое и текущее давление.

Сечение, в котором начинается кипение, характеризуется значением относительной энтальпии потока $x_{б.нк}<0$, которая находится как

$$x_{б.нк}=-0{,}49\left(\frac{q}{\rho' w_0 r}\right)^{0{,}3}\times$$

$$\times\,\mathrm{Re}_q^{0{,}4}\left(\frac{p}{p_{кр}}\right)^{0{,}15}. \qquad (1.210)$$

При отрицательных относительных энтальпиях потока, т. е. в интервале $x_{б.нк}\leqslant x_б\leqslant 0$ (область *III* на рис. 1.98), истинное объемное паросодержание рассчитывается по формуле

$$\varphi=\varphi_0\left(1-\frac{x_б}{x_{б.нк}}\right)^{1{,}35}. \qquad (1.211)$$

Граница неравновесного течения при $x_б>0$, т. е. граница областей *IV* и *V* (рис. 1.98), определяется значением расходного объемного паросодержания

$$\beta_{б.р}=3{,}22\,[q/(\rho' w_0 r)]^{0{,}2}. \qquad (1.212)$$

Соответствующее значение $x_{б.р}$ находится по формуле (1.187), а истинное объемное паросодержание $\varphi_{б.р}$ — по номограммам рис. 1.97 для однофазных потоков или по формулам (1.195 а) и (1.192). При известных φ_0 и $\varphi_{б.р}$ значение истинного объемного паросодержания в области *IV* (рис. 1.98) (при $0\leqslant x_б\leqslant x_{б.р}$) находится путем линейной интерполяции:

$$\frac{\varphi-\varphi_0}{\varphi_{б.р}-\varphi_0}=\frac{x_б}{x_{б.р}}. \qquad (1.213)$$

Методика расчета паросодержания в неравновесном потоке в соответствии с формулами (1.209)—(1.213) была получена на основе обобщений опытных данных по движению пароводяных потоков в обогреваемых трубах при следующих условиях: $D=11{,}7\div 34{,}3$ мм; $\mathrm{Re}_q=5\cdot 10^3\div 1\cdot 10^5$; $q/(\rho' w_0 r)=1{,}7\cdot 10^{-2}\div 1\cdot 10^2$; $p/p_{кр}=0{,}02\div$

0,44; в канале имеется участок гидродинамической стабилизации, относительная энтальпия на входе в канал $x_{б.вх} < x_{б.нк}$.

Методика Д. А. Лабунцова и др. [43]. Основана на физической модели, согласно которой предполагается, что при кипении с недогревом, во-первых, профили энтальпий и массовых скоростей сохраняются такими же, как в предшествующей *однофазной* области, а во-вторых, устанавливается определенная связь между истинным объемным паросодержанием и толщиной пристенного двухфазного слоя, в котором энтальпия больше, чем энтальпия насыщенной жидкости i'. На основе этой модели при $x_{б.нк} \leqslant x_б \leqslant 0$

$$\varphi = 1 - \left[1 - \frac{\varkappa (1-\Phi)^8}{3{,}62}\right]^2, \quad (1.214)$$

где $\varkappa = 30[\Delta T \lambda/(\mu r)]^{1.15}$, здесь ΔT — температурный напор при кипении; λ — коэффициент теплопроводности жидкости; $\Phi = St_*/St$; St_* — число Стантона для однофазной области (см. § 2.5); $St = q/[\rho' w_0 (i' - i)]$.

Формула (1.214) рекомендуется для пароводяных потоков при $p = 0{,}2 \div 14$ МПа; $q = (0{,}3 \div 2{,}5) \cdot 10^6$ Вт/м^2, $w_0 = 0{,}5 \div 4$ м/с.

1.16.3. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ В УСЛОВИЯХ ТЕПЛООБМЕНА

В условиях теплообмена в уравнении (1.196) для градиента давления по длине канала постоянного сечения первый член становится отличным от нуля, причем массовое расходное паросодержание для равновесных потоков определяется формулой (1.208). Для равновесного потока без скольжения фаз ($w'' = w' = w_{см}$) уравнение (1.196) с учетом формулы (1.188) принимает вид:

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{G_{см} w_0 (\rho' - \rho'')}{\rho'' S} \frac{dx}{dz} + \frac{4\tau_{см}}{D} + \rho_\varphi g_z. \quad (1.215)$$

При постоянной плотности теплового потока для круглого канала с учетом (1.208) градиент давления запишется как

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{4 w_0 (\rho' - \rho'') q}{D \rho'' r} + \frac{4\tau_{см}}{D} + \rho_\varphi g_z. \quad (1.215а)$$

Первый член правой части уравнения (1.215а), отражающий потери давления за счет ускорения потока, положителен при подводе теплоты к стенкам канала, т. е. при испарении или кипении, и отрицателен при охлаждении стенок канала, т. е. при конденсации. Другими словами, в парогенерирующих трубах потери давления возрастают в сравнении с адиабатными условиями, а при конденсации пара в трубе эти потери уменьшаются и при некоторых сочетаниях скорости смеси и теплового потока на стенке в некотором сечении канала z может произойти полное восстановление давления.

Во многих практически важных случаях доля потерь давлений за счет ускорения потока в общем перепаде давления по длине канала мала, так что этими потерями либо пренебрегают, либо оценивают их приближенно — без учета скольжения фаз и возможной неравновесности потока. В частности, потери на ускорение потока не учитываются при расчете циркуляции в котлах электростанций [43]. В области низких давлений относительная роль потерь давлений за счет ускорения потока возрастает. В этом случае целесообразно сначала приближенно оценить составляющие градиента давления по уравнению (1.215а), а затем, если первый член правой части этого уравнения окажется соизмеримым с остальными, провести более точный его расчет по уравнению (1.196). Для нахождения истинных скоростей фаз w'' и w', входящих в это уравнение, необходимо найти истинное паросодержание, расчет которого в зависимости от режима течения производится в соответствии с рекомендациями, приведенными в п. 1.16.2.

В обогреваемых трубах при больших тепловых нагрузках отмечают некоторое увеличение потерь давления на трение в сравнении с адиабатными условиями [25, 43]. Для учета этого увеличения существуют эмпирические формулы, однако согласно [25] в практически важных случаях точность в определении $\Delta p_{см}^{тр}$, достигаемая без учета влияния теплового потока, оказывается достаточной. Расчет гидравлического сопротивления трения в двухфазных потоках в условиях теплообмена можно проводить, следовательно, в соответствии с рекомендациями, приведенными в п. 1.15.4.

Для пароводяных потоков в обогреваемых трубах, как и в адиабатных условиях, согласно [34] расчет во всей области паросодержаний ведется по формулам (1.197) или (1.197а) гомогенной модели, но с использованием поправочного множителя ψ в соответствии с формулой (1.205). Множитель ψ для обогреваемых труб определяется по номограммам рис. 1.99, *а*. На этих номограммах значениям ψ соответствует среднее значение паросодержания в канале, это же среднее значение x должно использоваться в формулах (1.197) и (1.197а). Пользоваться номограммами несложно. По заданным давлению и массовой скорости определяют параметр $(\rho' w_0 p)$, затем — среднее массовое расходное паросодержание в канале. Если давление в канале меньше

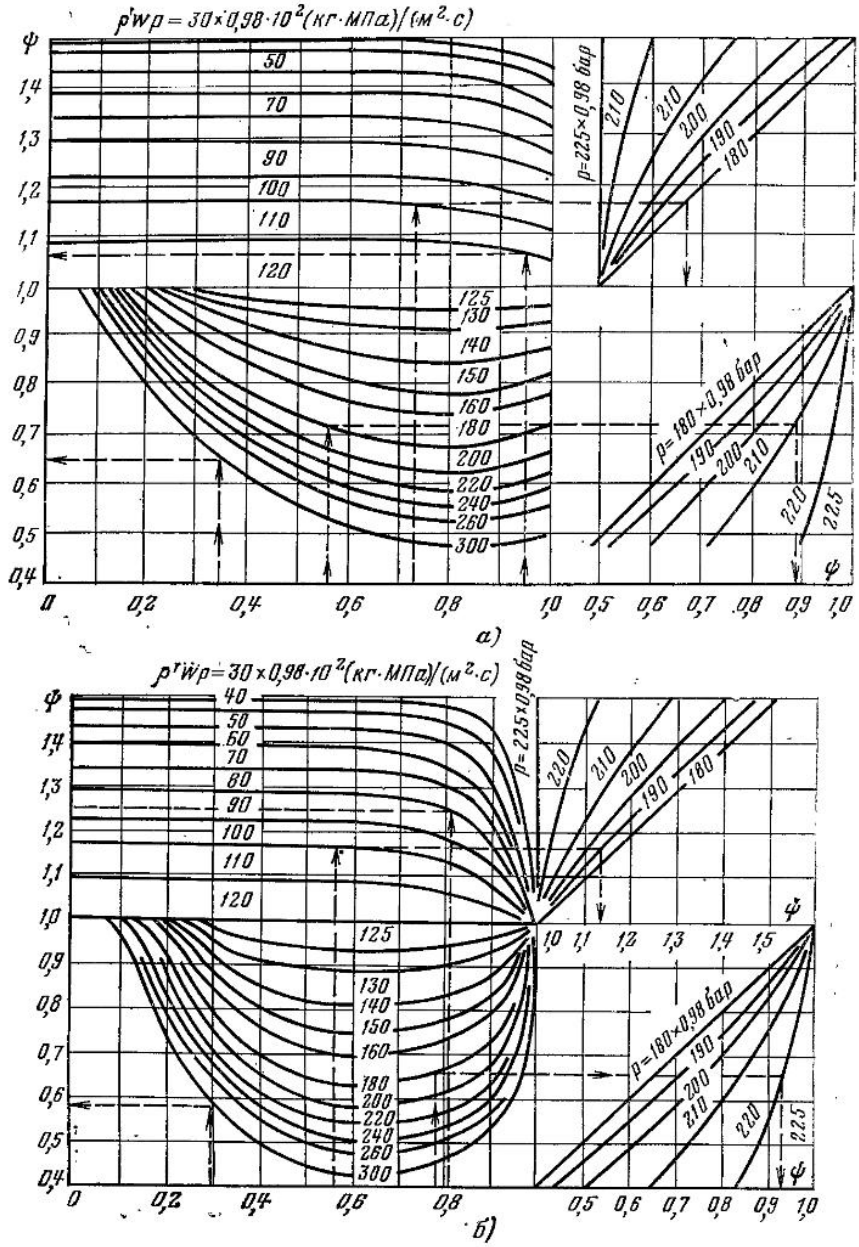


Рис. 1.99. Номограмма для определения коэффициента ψ для пароводяных потоков.

а — обогреваемые трубы; *б* — необогреваемые трубы (при $p \leqslant 17{,}6$ МПа ψ определяется по оси ординат, при $p > 17{,}6$ МПа — по оси абсцисс).

17,6 МПа, то из точки пересечения линии x=const с кривой, соответствующей нужному значению параметра ($\rho' w_0 \rho$), проводится горизонталь, определяющая искомое значение поправочного множителя ψ. При давлениях, больших или равных 17,6 МПа, из этой точки проводится горизонталь до пересечения с кривыми p=const в правой части рисунка. Вертикальная линия, проведенная из этой новой точки пересечения, дает искомое значение ψ.

Каких-либо методик расчета гидравлического сопротивления, неравновесных двухфазных потоков не существует. Для пароводяных потоков можно, очевидно, использовать рекомендации, изложенные в

иастоящем параграфе, а действительные зиачеиия расходиого паросодержаиия определять по одиой из методик, приведеиных в п. 1.16.2

1.17. КРИТИЧЕСКИЕ ИСТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНЫХ СМЕСЕЙ

Для миогих приложеиий, в первую очередь для систем аварийиой защиты АЭС, требуется рассчитывать скорость истечеиия двухфазиого потока через отверстия или иасадки. Наиболее важиой является задача об истечеиии иасыщеииой или ие догретой до температуры иасыщеиия жидкости. Истечеиие такой жидкости сопровождается падеиием давлеиия иже локальиого давлеиия иасыщеиия, что приводит к парообразоваиию виутри каиала. Наличие в потоке сжимаемой фазы создает возможиость появления критического режима. Критические режимы истечеиия двухфазиых потоков зиачительио отличаются от аиалогичиых режимов при истечеиии одиофазиой сжимаемой среды, где иаступлеиие критического режима связаио с достижеиием в критическом сечеиии локальиой скорости звука (см. п. 1.10.5). Так, если при одиофазиом критическом истечеиии в критическом сечении устаиавливается давлеиие, отличиое от противодавлеиия $p_{пр}$ и ие измеияющееся при дальиейшем сиижеиии противодавлеиия, то в двухфазиом потоке достижеиие максимальиого критического расхода смеси ие обязательио сопряжеио с устаиовлеиием в критическом сечеиии давлеиия, ие зависящего от противодавлеиия [46]. При достижеиии максимальиого расхода $j_{макс}$ хотя и устаиавливается давлеиие $p_{ср}$, отличиое от противодавлеиия, ио оио зависит от последиего в иекотором диапазоие его измеиеиия (рис.1.100). Само определеиие скорости звука в двухфазиом потоке ие является одиозиачиым, ибо оио зависит как от действительиой структуры потока, так и от прииятой физической модели процесса распространеиия волиы возмущеиия, причем согласно [46] расчетные зиачеиия скорости звука в зависимости от прииятой модели могут отличаться на порядок.

В иастоящее время не сложилась еще общеприиятая точка зреиия иа механизм истечеиия и возиикиовеиия критических режимов в двухфазиых потоках. Опытные иаблюдеиия показывают, что парообразоваиие во вскипающей жидкости иачинается иа стеиках каиала, при этом в ядре потока сохраияется метастабильиая жидкость, а у стеиок канала иаблюдается пузырьковый режим течеиия смеси [3, 9]. (Есть опытиое подтверждеиие тому, что скольжеиие фаз в потоке вскипающей жидкости мало, т. е. фактор скольжеиия $\Phi \approx 1$ [3].) В силу этого есть осиоваиия считать, что модели критических потоков, осиованные иа предположеиии об их термической равиовесности, ие отражают физики процесса и должны

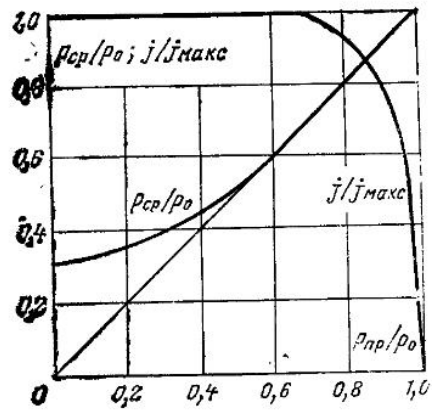


Рис. 1.100. Изменеиие отиосительиого расхода и отиосительиого давлеиия иа срезе в зависимости от отиосительиого противодавлеиия.

рассматриваться как чисто эмпирические методики, ибо в иих используются либо эмпирические поправочные миожители, либо постулируются те или иные законы для распределеиия паросодержаиия по длиие каиала или для фактора скольжеиия.

Результаты опытов позволяют также сделать заключеиие о заметиом различии истечеиия из коротких и длииных каиалов. При этом отиосительиая длина каиала L/D ие является параметром, одиозиачно определяющим плотиость потока смеси j, ибо в эксперимеитах при одииаковых зиачеииях L/D обиаружеио уменьшеиие j с ростом диаметра каиала D [9]. При истечеиии через каиалы с острой кромкой поток иа входе в каиал подвергается сжатию с образоваиием кольцевой каверны, заполиеииой паром и для коротких каиалов связаииой с атмосферой [9]. Из-за отсутствия иепосредствеииого коитакта жидкости со стеиками каиала парообразоваиие при этом ограиичеиио и режим истечения близок к одиофазиому (см. § 1.6). Одиако в отличие от чисто гидравлического истечеиия в опытах при истечеиии вскипающей жидкости из иасадка с $L/D=0{,}5$ давлеиие в выходиом сечеиии отличалось от противодавлеиия, что свидетельствует о запираиии потока [46].

На осиове обработки опытиых даииых по истечеиию иасыщеииой и ие догретой до иасыщеиия воды из коротких ($L/D \leqslant 6$) каиалов иебольшого диаметра ($D \leqslant 9$) для плотиости потока может быть рекомеидоваиа следующая формула, предложеииая Ю. А. Калайдой с сотрудиками [9]:

$$j = \mu_г \sqrt{2p_0 (1 - \beta_{ср}) \rho_0'}, \quad (1.216)$$

где $\mu_г$ — гидравлический коэффициеит расхода, который для каиалов с острой кромкой рекомеидуется прииимать равиым 0,61; p_0, ρ_0' — давлеиие и плотиость заторможеиного потока иа уровие входиого отверстия;

$\beta_{ср}=p_0/p_{ср}$, здесь $p_{ср}$ — давление на выходном срезе канала.

Отличие формулы (1.216) от формулы (1.57) для чисто гидравлического истечения состоит в том, что при определении плотности потока массы двухфазной смеси используется перепад давлений $p_0-p_{ср}$, а не полная разность между давлением p_0 и противодавлением $p_{пр}$. Значения $\beta_{ср}$ определяют из номограммы (рис. 1.101), которая построена для истечения воды в атмосферу при начальных недогревах $\Delta T_н = T_s - T_0 = 0 \div 100$ К, где T_0 — температура заторможенного потока, и давлении $p_0 \leqslant 10$ МПа.

Легко убедиться, что по мере роста недогрева, снижения начального давления p_0 и уменьшения относительной длины канала формула (1.216) дает результат, все более близкий к расчету по гидравлической формуле (1.58). При давлении $p_0 > 10$ МПа критическое отношение давлений определяется по формуле

$$\beta_{ср} = 0{,}27\,(L/D)^{0{,}36}\,[1 - 0{,}01\,(\Delta T_н - 20)],$$

если $\Delta T_н \geqslant 20$ К, а при $\Delta T_н < 20$ К — по формуле

$$\beta_{ср} = 0{,}27\,(L/D)^{0{,}36}.$$

Для коротких каналов большего диаметра ($D > 9$ мм) расчет по изложенной выше методике должен давать несколько завышенные результаты, но в настоящее время отсутствует расчетная методика, которая бы количественно оценивала уменьшение расхода с ростом диаметра канала при $L/D < 6$.

В длинных каналах ($L/D > 6$) при значительных недогревах ($\Delta T_н \geqslant 20$ К) расход воды можно также рассчитывать по формуле, аналогичной формулам для гидравлического истечения [9]:

$$j = \mu_г \sqrt{2\rho_0'(p_0 - p_s)}, \qquad (1.217)$$

где p_s — давление насыщения при температуре T_0.

Однако для длинных каналов ($L/D > 8$) наибольшей общностью обладает критериальное соотношение работы [26], которое получено на основе обобщения методами размерностей и теории соответственных состояний опытных данных по критическому истечению воды, некоторых фреонов и углеводородов, а также численных экспериментов работы [3]. Это критериальное соотношение имеет вид:

$$\widetilde{W}_0 = 0{,}09\pi^{0{,}65}\,\theta^{-0{,}2}\,\gamma^{0{,}34(\pi-1)}, \qquad (1.218)$$

где безразмерные величины $\widetilde{W}_0$, π, θ, γ выражены с помощью масштабов, полученных с использованием молекулярной массы m, индивидуальной газовой постоянной R, давления и температуры в критической точке $p_{кр}$, $T_{кр}$. Указанные безразмерные величины записываются как

$$\widetilde{W}_0 = w_0 \Big/ \sqrt{RT_{кр}}; \quad \pi = p_{вх}/p_{кр};$$

$$\theta = \Delta T_{вх}/T_{кр}; \quad \gamma = 0{,}8\widetilde{L}\Big/\widetilde{D}^{0{,}6},$$

где w_0 — скорость жидкости на входе в канал, отнесенная к полному сечению канала; $p_{вх}$ — давление на входе в канал, определяемое по формуле (1.219); $\Delta T_{вх} = T_0 - T_s(p_{вх})$ — перегрев жидкости на входе в канал.

Безразмерные длина и диаметр канала, входящие в параметр γ, выражаются как

$$\widetilde{L} = L \Big/ \sqrt[3]{\frac{mRT_{кр}}{p_{кр}}};$$

$$\widetilde{D} = D \Big/ \sqrt[3]{\frac{mRT_{кр}}{p_{кр}}}.$$

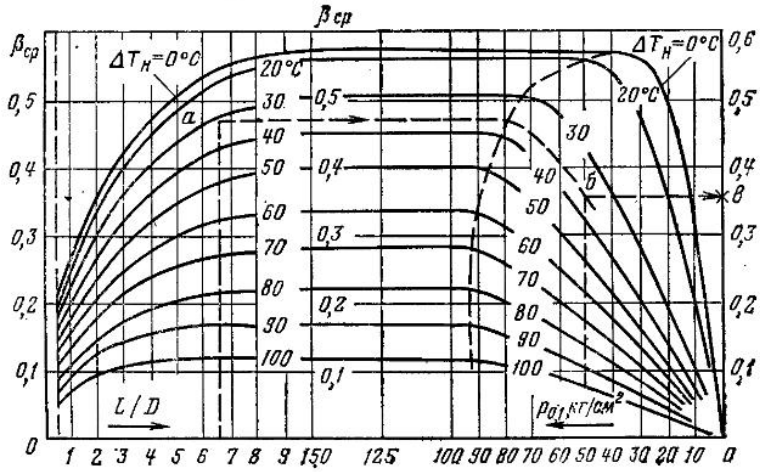


Рис. 1.101. Номограммы для определения критического отношения давлений в коротких каналах [9].

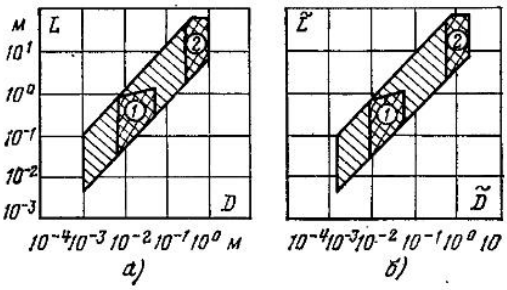


Рис. 1.102. Область измеиения геометрических характеристик канала, описываемых формулой (1.218).

а — для воды; *б* — в безразмерных координатах.

Формула (1.218) позволяет рассчитывать расход при истечеиии недогретых и насыщеиных жидкостей, будучи использованной совместно с соотношением, связывающим давление и скорость на входе в канал:

$$p_{вх} = p_0 - \frac{\rho_0' w_0^2}{2\mu_г}. \qquad (1.219)$$

Это соотношение справедливо как при гидравлическом, так и при критическом режиме истечения.

Формула (1.218) применима в диапазоне $\pi = 0{,}025 \div 0{,}52$ (при этом $p_0/p_{кр}$ может превышать 0,6), $\theta = 0{,}0002 \div 0{,}03$. Область изменения геометрических размеров канала, охваченных этой формулой, показана на рис. 1.102. На участке *1* (отмечен двойной штриховкой) результаты расчета по (1.218) хорошо совпадают с опытными данными. Формула (1.218) подбиралась по экспериментальным данным, причем 95% всех опытных точек отклоняется от расчетной зависимости не более чем на 10%, а среднеквадратичное отклоиение не превышает 4%. За пределами области *1* формула (1.218) обобщает результаты численного решения работы [3], причем отклонение результатов численных экспериментов от обобщающей зависимости не превышает 10% и лишь в области *2* составляет 15%. При длинах канала больших, чем это указано на рис. 1.102, формула (1.218) дает систематическое завышение расхода и может быть использована для его верхней оценки.

Порядок расчета по формуле (1.218) следующий:

1) задаемся значением w_0 и с помощью формулы (1.219) находим $p_{вх}$. При этом $\mu_г = 0{,}61$ для каналов с острой входной кромкой;

2) рассчитываем входной перегрев жидкости $\Delta T_{вх} = T_0 - T_s(p_{вх})$. Если окажется, что $\Delta T_{вх} < 0$, то задаемся бо́льшим значением w_0;

3) рассматриваем соотношение (1.218) как уравнение и рассчитываем его левую и правую части. Если расхождение между ними окажется значительным, то задаемся иовым зиачением w_0 и расчет повторяем до тех пор, пока не добьемся удовлетворения уравиению (1.218) с задачной точиостью;

4) проверяем, лежат ли значения π и θ в диапазоне применимости формулы (1.218).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Абрамович Г. Н.** Прикладная газовая динамика. — М.: Наука, 1969.—823 с.

2. **Абрамович Г. Н.** Теория турбулентных струй. — М.: Физматгиз, 1960.—715 с.

3. **Авдеев А. А.** Критическое истечение вскипающей жидкости. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук/ /МЭИ. — М.: 1978.

4. **Альтшуль А. Д.** Гидравлические сопротивления. — М.: Недра, 1970.—215 с.

5. **Аржаников Н. С., Садекова Г. С.** **Аэродинамика** больших скоростей. — М.: Высшая школа, 1965.—559 с.

6. **Березин И. С., Жидков Н. П.** Методы вычислеиий. Т. II. — М.: Физматгиз, 1952.—640 с.

7. **Бэтчелор Дж.** Введение в динамику жидкости. — М.: Мир, 1973.—758 с.

8. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей — М.: Наука, 1972.—720 с.

9. **Вскипающие** адиабатные потоки/ /В. А. Зысин, Г. А. Баранов, В. А. Барилович, Т. Н. Парфенова. — М.: Атомиздат, 1976.—152 с.

10. **Вулис Л. А.** Газовая динамика (стационарные одномерные течения). — М.: МАИ, 1949.—251 с.

11. **Гидромеханика** невесомости/ В. Г. Бабский, Н. Д. Копачевский, А. Д. Мышкис и др. — М.: Наука, 1976.— 504 с.

12. **Гииевский А. С.** Теория турбулентных струй и следов. — М.: Машиностроение, 1969.—323 с.

13. **Гохштейн А. Я.** Поверхностиое натяжение твердых тел и адсорбция. — М.: Наука, 1976.—400 с.

14. **Григорьев В. А., Павлов Ю. М., Аметистов Е. В.** Кипеиие криогенных жидкостей. — М.: Энергия, 1977.—288 с.

15. **Гуревич М. И.** Теория струй идеальной жидкости. — М.: Наука, 1979.— 536 с.

16. **Дейч М. Е.** Техническая газодинамика. — М.: Энергия, 1974.—589 с.

17. **Емцев Б. Т.** Техническая гидромеханика. — М.: Машиностроеиие, 1978.— 463 с.

18. **Зимон А. Д.** Адгезия жидкости и смачивание. — М.: Химия, 1974.—416 с.

19. **Идельчик И Е.** Гидравлические сопротивления. — М.: Госэнергоиздат, 1954.— 316 с.

20. **Идельчик И. Е.** Справочник по гидравлическим сопротивлениям. — М.: Машиностроение, 1975.—560 с.

21. **Кикоин А. К., Кикоин И. К.** Молекулярная физика. — М.: Наука, 1976.— 480 с.

22. **Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.** Теоретическая гидромеханика. Т. I. — М.: Гостехтеориздат, 1955.—560 с.

23. **Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.** Теоретическая гидромеханика. Т. II. — М.: Физматгиз, 1963.—728 с.

24. **Кутателадзе С. С., Стырикович М. А.** Гидродинамика газожидкостных систем.— М.: Энергия, 1976.—296 с.

25. **Кутепов А. М., Стерман Л. С., Стюшин Н. Г.** Гидродинамика и теплообмен при парообразовании. — М.: Высшая школа, 1977.—352 с.

26. **Лабунцов Д. А., Авдеев А. А.** Обобщение опытных данных по критическому истечению вскипающих жидкостей.— Теплоэнергетика, 1978, № 9, с. 71—75.

27. **Лабунцов Д. А., Корнюхин И. П., Захарова Э. А.** Паросодержание двухфазного адиабатного потока в вертикальных каналах. — Теплоэнергетика, 1968, № 4, с. 62—67.

28. **Лабунцов Д. А., Ягов В. В.** Гидростатическое равновесие и волновые движения газожидкостных систем. — М.: МЭИ, 1977.—72 с.

29. **Лабунцов Д. А., Ягов В. В.** Механика простых газожидкостных структур.— М.: МЭИ, 1978.—92 с.

30. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1970.—904 с.

31. **Молочников Ю. С., Баташова Г. Н.** Истинное паросодержание при кипении воды с недогревом в трубах. — В кн.: Достижения в области исследования теплообмена и гидравлики двухфазных потоков в элементах энергооборудования. — Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1973, с. 79—96.

32. **Невструева Е. И.** Гидродинамические и теплообменные характеристики двухфазных неравновесных потоков в парогенерирующих каналах. — В кн.: Достижения в области исследования теплообмена и гидравлики двухфазных потоков в элементах энергооборудования. — Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1973, с. 66—79.

33. **Никурадзе И.** Закономерности турбулентного движения жидкостей в гладких трубах. — В кн.: Проблемы турбулентности — М. — Л.: ОНТИ, 1963, с. 75—150.

34. **Нормативный метод** гидравлического расчета паровых котлов. Т. I. — Л.: Машиностроение, 1973.

35. **Оно С., Кондо С.** Молекулярная теория поверхностного натяжения в жидкостях. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963.— 292 с.

36. **Повх И. Л.** Техническая гидромеханика. — Л.: Машиностроение, 1976.— 502 с.

37. **Рассохин Н. Г.** Парогенераторные установки атомных электростанций. — М.: Атомиздат, 1972.—384 с.

38. **Слезкин Н. А.** Динамика вязкой несжимаемой жидкости. — М.: Гостехтеориздат, 1955.—520 с.

39. **Справочник** по гидравлическим расчетам/Под ред. П. Г. Киселева. — М.: Энергия, 1972.—312 с.

40. **Справочник** по физико-техническим основам криогеники/Под ред. М. П. Малкова. — М.: Энергия, 1973.—392 с.

41. **Сретенский Л. Н.** Теория волновых движений жидкости. — М.: Наука, 1977.— 815 с.

42. **Степанов Г. Ю.** Гидродинамика решеток турбомашин. — М.: Физматгиз, 1962.—512 с.

43. **Стырикович М. А., Мартынова О. И., Миропольский З. Л.** Процессы генерации пара на электростанциях — М.: Энергия, 1969.—312 с.

44. **Тарг С. М.** Основные задачи теории ламинарных течений. — М. — Л.: Гостехтеориздат, 1951.—420 с.

45. **Фабрикант Н. Я.** Аэродинамика.— М.: Наука, 1964.—815 с.

46. **Фисенко В. В.** Критические двухфазные потоки. — М.: Атомиздат, 1978.— 160 с.

47. **Шерстюк А. Н.** Расчет крыловых профилей при больших дозвуковых скоростях. — Известия АН СССР, ОТН, 1956, № 8, с. 23—28.

48. **Шерстюк А. Н.** Расчет течений в элементах турбомашин. — М.: Машиностроение, 1967.—187 с.

49. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя: Пер. с нем./Под ред Л. Г. Лойцянского. — М.: Наука, 1969.—742 с.

50. **Ягов В. В.** Зарождение и рост паровых пузырей в объеме жидкости и на твердой поверхности. — В кн.: Парожидкостные потоки. — Минск: 1977, с. 34—63.

51. **Варгафтик Н. Б., Волков Б. Н., Воляк Л. Д.** О международных таблицах поверхностного натяжения воды. — Теплоэнергетика, 1979, № 5, с. 73—74.

52. **Липман Г. В., Пакет А. Е.** Введение в аэродинамику сжимаемой жидкости: Пер. с англ./Под ред. А. И. Бунимовича.— М.: Изд-во иностр. лит., 1949.—330 с.

53. **Уоллис Г.** Одномерные двухфазные течения: Пер. с англ./Под ред. И. Т. Аладьева. — М.: Мир, 1972.—440 с.

54. **Biasi L., Prosperetti A., Tozzi A.** Collapse of a condensing bubble in compressible liquids. — Chem. Engng Sci., 1972, vol. 27, № 4, p. 815—822.

55. **Haberman W. L., Morton R. K.** An experimental study of bubbles moving in liquids. — Trans. of the Amer. Soc. Civ. Eng., 1956, vol. 121, p. 227—252.

56. **Two-phase** flow and heat transfer/Ed. by D. Butterworth and G. F. Hewitt. Oxford University Press, 1977. — 515 p.

57. **Уилкинсон У.** Неньютоновские жидкости: Пер. с англ. — М.: Мир, 1964.— 344 с.

58. **Астарита Дж., Мартуччи Дж.** Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей: Пер. с англ. — М.: Мир, 1978.— 371 с.

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

ОСНОВЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

2.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Теплообмен или *теплоперенос* — самопроизвольный необратимый процесс распространения теплоты в пространстве, обусловленный разностью температур. Различают три элементарных способа переноса теплоты:

1) *теплопроводность* — перенос, обусловленный взаимодействием микрочастиц соприкасающихся тел (или частей одного тела), имеющих разную температуру;

2) *конвекция* — перенос вследствие пространственного перемещения вещества. Наблюдается в текучих средах (жидкости, газы) и, как правило, сопровождается теплопроводностью. Процесс обмена теплотой между твердой поверхностью и жидкостью (газом) путем и теплопроводности, и конвекции одновременно называется *конвективным теплообменом* или *теплоотдачей*, а процесс переноса теплоты от одной жидкой среды к другой через разделяющую их твердую стенку — *теплопередачей;*

3) *тепловое излучение* — перенос посредством электромагнитного поля с двойным взаимным превращением — теплоты в энергию поля и наоборот.

В реальных случаях переноса теплоты элементарные способы обычно сопутствуют друг другу; если при этом вклад хотя бы двух из них существен, то говорят о *сложном теплообмене.*

Во множестве задач перенос теплоты через выделенную поверхность сопровождается переносом вещества, массы (процессы на проницаемой поверхности, через которую вдувается охлаждающая жидкость или газ, теплообмен при фазовых превращениях, при химических реакциях и многие другие). Такие процессы одновременного переноса теплоты и вещества принято называть *совместным тепломассообменом.*

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

2.2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

2.2.1. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ. ТЕПЛОВОЙ ПОТОК

Совокупность значений температуры всех точек тела в данный момент времени представляет *температурное поле*

$$T = T(x, y, z, \tau), \qquad (2.1)$$

где T — температура; x, y, z — пространственные координаты; τ — время.

На основе уравнения (2.1) могут быть рассчитаны любые характеристики переноса теплоты в теле вследствие теплопроводности.

Зависимость (2.1) отвечает наиболее общему случаю *трехмерного* (температура изменяется по каждой из трех пространственных координат), *неустановившегося* или, что то же самое, *нестационарного* (температура меняется во времени) поля. Возможны более простые случаи. Так, поле может быть *одномерным* или *двумерным,* если температура зависит от одной или двух координат соответственно. Если температура остается постоянной с течением времени, то поле называют *стационарным (установившимся).*

Геометрическое место точек, имеющих одинаковую температуру, образует *изотермическую поверхность.* Форма и положение такой поверхности в пространстве меняются во времени, если поле нестационарное, и остаются неизменными, если поле стационарное. Кривые, образующиеся в результате пересечения изотермической поверхности и плоскости, называются *изотермами.* Поскольку в одной и той же точке не может быть одновременно двух значений температуры, то изотермические поверхности, так же как и изотермы, никогда не пересекаются, — они либо заканчиваются на поверхности тела, либо замыкаются сами на себя.

Изменение температуры в пространстве характеризуется *градиентом температуры* grad T, который определяется как вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону увеличения температуры и равный частной производной температуры по этому направлению:

$$\operatorname{grad} T = \frac{\partial T}{\partial n}\,\mathbf{n}_0,$$

где $\mathbf{n}_0$ — единичный вектор соответствующего направления.

Передача теплоты вследствие теплопроводности происходит всегда в направлении уменьшения температуры. Количество теплоты, переносимое за единицу времени через произвольную изотермическую поверхность площадью F, называется *тепловым потоком* Q. Тепловой поток, приходящийся на единицу площади изотермической поверхности, носит название *плотно-*

сти теплового потока q. Связь между величинами Q и q устанавливается из их определений:

$$q = dQ/dF; \quad Q = \int_F q\,dF.$$

Скаляриая величина q может рассматриваться как модуль вектора плотиости теплового потока q, иаправлеиие которого совпадает с иаправлением распространения теплоты в данной точке.

2.2.2. ЗАКОН ФУРЬЕ. КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Основной закои теплопроводиости — *закон Фурье* — постулирует пропорциональность вектора плотиости теплового потока градиенту температуры:

$$\mathbf{q} = -\lambda \operatorname{grad} T, \qquad (2.2)$$

где λ — *коэффициент теплопроводности*, характеризующий способность вещества проводить теплоту.

Коэффициент теплопроводности является физическим свойством вещества и зависит от его природы, а также температуры и в меньшей степеии от давлеиия. При ие слишком иизкой температуре ($T > 100$ К) зиачения λ изменяются в следующих пределах:

1) для газов $\lambda = 0{,}005 \div 0{,}5$ Вт/(м·К). С увеличением температуры коэффициеит теплопроводиости возрастает. Такой же эффект вызывает и увеличеиие давлеиия. Одиако его влияиие намиого слабее, оно стаиовится заметиым лишь вблизи погранииичиой кривой, а также при низких (менее $2 \cdot 10^3$ Па) и высоких (более $2 \cdot 10^8$ Па) давлеииях;

2) для капельиых жидкостей $\lambda = 0{,}08 \div 0{,}7$ Вт/(м·К). С повышеиием температуры коэффициеит теплопроводиости обычио умеиьшается (исключеиие составляют вода и глицерии);

3) для твердых тел $\lambda = 0{,}02 \div 400$ Вт/(м·К). Нижняя часть этого диапазона 0,02—3,0 Вт/(м·К) отиосится к диэлектрикам; материалы с $\lambda < 0{,}2$ Вт/(м·К) используются как теплоизоляциоиные. Повышеиие температуры приводит к росту коэффициента теплопроводиости диэлектриков. Значеиия $\lambda = 20 \div 400$ Вт/(м·К) характерны для металлов и их сплавов. Сплавы отличаются меиьшей теплопроводиостью по сравнеиию с чистыми металлами, причем даже незначительиые примеси могут вызывать существеииое уменьшеиие зиачеиия λ. Для большинства чистых металлои коэффициеит теплопроводиости умеиьшается с ростом температуры, тогда как у сплавов он увеличивается.

Наиболее достоверные зиачеиия коэффициеита теплопроводиости определяются эксперимеитальио (методы экспериментальиого определеиия λ см. в § 9.5). Это же относится и к коэффициеитам теплопроводиости смесей, сплавов, состоящих из компоиентов с известиыми зиачеииями λ (закои аддитивности в данном случае ие выполняется).

Зиачеиия коэффициеитов теплопроводности газов приведены в табл. 2.1, 2.19 и 2.20, жидкостей — в табл. 2.2, 2.18, 2.22, жидких металлов — в табл. 2.21, воды вблизи критической и сверхкритической областей — иа рис. 2.21, твердых тел — в табл. 2.3—2.6. Расчетный метод определеиия коэффициеита теплопроводности бинариой смеси газов с известными λ см. в п. 2.16.1; зиачеиия λ полимеров — в [1], окислов — [2, 3], карбидов — [4], газов и жидкостей — [5—7], смесей и композициоиных материалов — [7, 8], различиых веществ при иизких температурах — [9, 11], теплоизоляциоииых и огнеупориых материалов — в кн. 3, разд. 1.

2.2.3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ. КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ

Применеиие законов сохраиеиия энергии и Фурье к анализу процесса теплопроводиости в иеподвижной изотропной среде приводит к *дифференциальному уравнению теплопроводности*, которое связывает временное и пространственное изменение температуры:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + q_V, \qquad (2.3)$$

где ρ — плотиость; c — удельная теплоемкость; q_V — *мощность внутренних источников теплоты*, которая представляет собой количество теплоты, выделяемое (поглощаемое) источииками (стоками) в единице объема тела за единицу времени (появлеиие внутреииих источиików может быть вызваио пропусканием электрического тока, химическими или ядериыми превращеииями и т. п.).

Запись дифферениициальиого уравнения теплопроводности в виде (2.3) является наиболее общей, учитывающей зависимость физических свойств λ, c, ρ от температуры, иеравномериость распределения q_V по объему и его изменение во времени. Важнейшие частиые случаи уравиения (2.3) сведены в табл. 2.7, в которой приняты следующие обозначеиия: $a = \lambda/(\rho c)$ — физическое свойство вещества, характеризующее скорость выравнивания температуры в иеравиомерно иагретом теле и иазываемое *коэффициентом температуропроводности* (иеобходимые для расчета a зиачеиия плотиости ρ и удельной теплоемкости c приведены в табл. 2.6 и 2.8), ∇^2—оператор Лапласа:

в прямоугольных координатах x, y, z

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

в цилиндрических координатах r, φ, z

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

Таблица 2.1

Коэффициент теплопроводности $\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м·К), газов и паров [5]

Газ (пар)	p, бар	t, °С								
		0	100	200	300	400	500	600	800	1000
Азот (N_2)	1	23,9	30,9	37,2	43,0	48,4	53,5	58,4	68,6	79,6
	200	34,0	39,4	43,3	48,1	52,4	56,6	61,6	70,7	81,5
	500	61,3	54,5	54,7	56,2	59,1	62,9	66,9	74,5	84,3
Аммиак (NH_3)	1	21,1	33,9	48,8	65,5	84,0	104	124	—	—
	20	Ж(419)	36,9	50,0	67,8	—	—	—	—	—
Аргон (Ar)	1	16,4	21,0	25,4	29,6	33,2	36,5	39,8	45,6	50,8
	100	21,6	24,4	27,9	31,4	34,8	37,9	40,9	46,3	51,7
	500	50,3	42,2	40,8	41,3	42,4	43,4	46,7	50,5	54,0
Ацетон (C_3H_6O)	1	Ж(174)	17,3	26,9	38,6	52,1	67,4	84,7	—	—
Бензол (C_6H_6)	1	При 10 °С								
		Ж(149)	17,3	28,1	41,6	57,6	76,4	96,3	—	—
Бутан (C_4H_{10})	1	13,3	23,5	36,5	51,9	69,8	90,2	113	—	—
Бутанол (бутиловый спирт) ($C_4H_{10}O$)	1	Ж(157)	Ж(140)	31,5	44,1	—	—	—	—	—
Водород (H_2)	1	169	214	256	290	332	368	403	477	557
	500	210	246	282	313	345	380	413	486	567
Гексан (C_6H_{14})	1	Ж(132)	20,2	32,0	45,9	62,5	81,2	103	—	—
Гелий (He)	1	143	174	209	242	270	297	323	372	423
	300	160	183	220	251	279	307	329	377	427
Гептан (C_7H_{16})	1	Ж(134)	18,8	30,2	43,0	—	—	—	—	—
Дымовые газы с содержанием CO_2= =13% и H_2O, %:										
5	1	22,4	30,9	39,2	49,1	54,7	61,9	69,1	81,9	94,0
10	1	23,0	31,6	40,1	50,8	56,9	65,0	73,0	87,8	102
15	1	23,1	32,1	40,9	52,2	59,0	67,7	76,4	93,2	110
20	1	23,1	32,3	41,6	53,3	60,6	69,9	79,3	97,8	116
25	1	23,3	32,6	42,0	54,2	61,8	71,6	82,0	101	122
Кислород (O_2)	1	24,4	29,8	38,6	45,6	51,3	57,4	63,4	74,5	85,7
	100	31,6	36,3	42,4	47,8	53,7	59,7	64,9	75,2	86,5
	300	51,9	48,3	51,3	55,1	59,3	64,1	69,1	78,4	88,6
Криптон (Kr)	1	8,8	11,7	14,3	16,8	19,0	21,2	23,3	27,1	30,3
Ксенон (Xe)	1	5,2	7,1	8,6	10,2	11,7	13,1	14,5	17,2	19,7
Метан (CH_4)	1	30,4	45,0	62,0	80,1	99,2	—	—	—	—
	50	35,4	48,2	64,5	82,1	—	—	—	—	—
	100	43,8	52,0	67,1	84,0	—	—	—	—	—
Метанол (метиловый спирт) (CH_4O)	1	Ж(210)	21,9	32,9	45,8	60,5	76,8	94,6	—	—
Неон (Ne)	1	46,4	57,0	67,2	76,9	86,0	94,8	103	118	—
Окись углерода (CO)	1	23,3	30,1	36,5	42,6	48,5	54,1	59,7	70,1	80,6
Пентан (C_5H_{12})	1	Ж(120)	22,0	34,1	48,6	65,5	84,7	106	—	—
Пропан (C_3H_8)	1	15,0	27,4	41,7	57,9	76,0	95,8	—	—	—
Пропилен (C_3H_6)	1	14,0	25,6	38,9	53,7	—	—	—	—	—
Ртуть (Hg)	1	Ж(8178)	Ж(9475)	7,7	9,4	11,2	13,1	14,9	18,5	—
Серы двуокись (SO_2)	1	8,4	12,3	16,6	21,2	25,8	30,7	35,8	46,3	57,6
Углекислый газ (углерода двуокись) (CO_2)	1	14,7	22,2	30,2	38,5	46,1	53,3	60,0	72,7	84,6
	50	Ж(109)	26,2	33,0	40,7	48,0	54,9	61,3	73,6	85,4
Углерод четыреххлористый (CCl_4)	1	Ж(109)	8,7	11,6	14,7	17,8	21,2	24,5	—	—
Фтор (F_2)	1	24,8	32,5	39,7	46,8	53,5	—	—	—	—
Хлор (Cl_2)	1	7,9	11,4	14,9	18,0	20,8	—	—	—	—
Этан (C_2H_6)	1	18,0	31,7	47,7	65,9	85,5	108	133	—	—
Этанол (этиловый спирт) (C_2H_6O)	1	Ж(172)	23,0	35,1	50,0	66,8	85,8	107	—	—
Этилен (C_2H_4)	1	17,2	30,1	46,2	—	—	—	—	—	—
Эфир диэтиловый ($C_4H_{10}O$)	1	13,0	22,8	35,2	50,0	67,3	86,4	108	—	—

Примечания: 1. В пределах указанных давлений и температур возможна линейная интерполяция значений λ с отклонением от данных [5] не более 3%.

2. Буква «Ж» означает, что при данных значениях давления и температуры вещество находится в жидком состоянии; в скобках указан соответствующий коэффициент теплопроводности $\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м·К).

Таблица 2.2

Коэффициент теплопроводности жидкостей на линии насыщения [5]

Жидкости	t, °С	λ, Вт/(м·К)
Алканы:		
бутан ($CH_3—(CH_2)_2—CH_3$)	60—120	0,094—0,079
пентан ($CH_3—(CH_2)_3—CH_3$)	0—50	0,121—0,108
гексан ($CH_3—(CH_2)_4—CH_3$)	0—200	0,132—0,081
гептан ($CH_3—(CH_2)_5—CH_3$)	—80÷+80	0,156—0,113
октан ($CH_3—(CH_2)_6—CH_3$)	—40÷+120	0,148—0,106
нонан ($CH_3—(CH_2)_7—CH_3$)	—40÷+140	0,146—0,101
декан ($CH_3—(CH_2)_8—CH_3$)	—20÷+160	0,145—0,102
ундекан ($CH_3—(CH_2)_9—CH_3$)	—20÷+180	0,147—0,101
додекан ($CH_3—(CH_2)_{10}—CH_3$)	0—200	0,146—0,102
тридекан ($CH_3—(CH_2)_{11}—CH_3$)	0—220	0,148—0,102
тетрадекан ($CH_3—(CH_2)_{12}—CH_3$)	20—140	0,146—0,122
пентадекан ($CH_3—(CH_2)_{13}—CH_3$)	40—260	0,143—0,100
гексадекан ($CH_3—(CH_2)_{14}—CH_3$)	40—280	0,145—0,0996
гептадекан ($CH_3—(CH_2)_{15}—CH_3$)	40—300	0,148—0,0989
октадекан ($CH_3—(CH_2)_{16}—CH_3$)	40—300	0,149—0,103
нонадекан ($CH_3—(CH_2)_{17}—CH_3$)	40—320	0,151—0,0998
эйкозан ($CH_3—(CH_2)_{18}—CH_3$)	40—340	0,152—0,0992
Аммиак (NH_3)	0—100	0,540—0,313
Анилин ($C_6H_5—NH_2$)	0—150	0,186—0,159
Ароматические углеводороды:		
бензол (C_6H_6)	10—160	0,149—0,103
изопропилбензол (кумол) [$C_6H_5—CH—(CH_3)_2$]	0—100	0,129—0,113
ксилол [$C_6H_4—(CH_3)_2$]	0—100	0,136—0,117
толуол ($C_6H_5—CH_3$)	—80÷+240	0,159—0,083
Ацетон ($CH_3—CO—CH_3$)	0—100	0,174—0,151
Бензин (плотность 700 кг/м³)	—50÷+200	0,131—0,080
Газойль	20—300	0,121—0,086
Глицерин ($CH_2OH—CHOH—CH_2OH$)	25—150	0,279—0,296
Керосин	—50÷300	0,127—0,074
Кислоты (водные растворы с массовой концентрацией, %):		
азотная (HNO_3) 25	20—60	0,534—0,576
50	20—60	0,458—0,479
75	0—100	0,360—0,360
96	0—100	0,265—0,243
серная (H_2SO_4) 25	20—60	0,531—0,587
50	20—60	0,469—0,513
75	0—60	0,381—0,438
96	0—100	0,317—0,352
соляная (HCl) 10	10—30	0,535—0,442
50	10—30	0,611—0,490
90	20	0,59
уксусная ($CH_3—COOH$)	25—75	0,171—0,162
Масла:		
МС-20	0—150	0,136—0,120
АМГ-10	20—100	0,119—0,109
трансформаторное	—50÷+100	0,116—0,104
Нитробензол ($C_6H_5—NO_2$)	0—125	0,154—0,136
Олефины:		
пропилен ($CH_2=CH—CH_3$)	0—50	0,118—0,106
гексен [$CH_2=CH—(CH_2)_3—CH_3$]	0—175	0,128—0,085
гептен [$CH_2=CH—(CH_2)_4—CH_3$]	0—200	0,132—0,087
Скипидар	15	0,13

Продолжение табл. 2.2

Жидкости	°С	λ, Вт/(м·К)
Спирты:		
метиловый (CH_3—OH)	25—100	0,200—0,181
этиловый (C_2H_5—OH) (водные растворы с массовой концентрацией спирта, %):		
20	0—75	0,447—0,502
40	0—75	0,348—0,372
60	0—75	0,271—0,273
94	0—75	0,179—0,160
пропиловый (CH_3—CH_2—CH_2—OH)	25—100	0,156—0,142
изопропиловый (CH_3—CHOH—CH_3)	25—75	0,140—0,131
бутиловый [CH_3—$(CH_2)_2$—CH_2—OH]	—80±+100	0,169—0,141
Топливо дизельное	20—100	0,117—0,108
Углеводороды дифенилметанового ряда:		
ДТМ ($CH_3C_6H_4$—CH_2—$CH_3C_6H_4$)	50—90	0,124—0,119
ДКМ [$(CH_3)_2CHC_6H_4$—CH_2—$(CH_3)_2CHC_6H_4$]	20—100	0,127—0,119
ТДМ{[$(CH_3)_2CH]_2C_6H_3$—[$(CH_3)_2CH]_2C_6H_3$}	20—75	0,109—0,095
Углерод четыреххлористый (CCl_4)	—20÷+200	0,113—0,0645
Углерода двуокись (CO_2)	—30÷+10	0,142—0,0992
Фреоны:		
фреон-11 ($CFCl_3$)	—60÷+100	0,112—0,067
фреон-12 (CF_2Cl_2)	—80÷+70	0,112—0,053
фреон-13 (CF_3Cl)	—80÷—20	0,0984—0,0678
фреон-21 ($CHFCl_2$)	—40÷+100	0,123—0,072
фреон-22 (CHF_2Cl)	—100÷+40	0,1487—0,0772
фреон-113 ($C_2F_3Cl_3$)	—20÷+90	0,0867—0,0619
фреон-114 ($C_2F_4Cl_2$)	—40÷+70	0,0870—0,0556
фреон-142 ($C_2H_3F_2Cl$)	—80÷+60	0,126—0,0711
Хлорбензол (C_6H_5Cl)	0—120	0,133—0,112
Циклогексан (C_6H_{12})	10—80	0,127—0,112
Этиленгликоль (CH_2OH—CH_2OH)	0—100	0,252—0,264

Примечание. Приведенные в табл. 2.2 значения соответствуют крайним значениям указанного для каждой жидкости температурного интервала. Внутри этого интервала значение λ может быть найдено линейной интерполяцией с отклонением от данных [5] в пределах 1%.

Таблица 2.3

Коэффициент теплопроводности чистых металлов в твердом состоянии при различных температурах [7, 15—17]

T, К	λ, Вт/(м·К)	*T*, К	λ, Вт/(м·К)	*T*, К	λ, Вт/(м·К)	*T*, К	λ, Вт/(м·К)
Алюминий (Al)		600	145	1773	45,6	1500	110
		800	120	*Висмут* (Bi)		1800	106
200	201	1000	96	173	11,9	2100	101
300	207	1200	84	223	10,6	2400	97
400	213	1500	76	273	9,4	*Гафний* (Hf)	
500	222			323	8,4		
600	233	*Ванадий* (V)		373	7,7	320	22,3
700	251			473	7,1	400	22,0
800	271	223	32,8	*Вольфрам* (W)		500	21,5
900	282	293	33,2			600	21,0
		273	33,7	200	131	800	20,5
Бериллий (Be)		473	34,4	300	130		
(горячепрессованный)		573	34,9	400	128	*Железо* (Fe)	
		773	36,4	600	126		
200	194	973	37,9	800	122	200	87
300	182	1173	39,5	1000	118	300	77
400	170	1373	41,3	1200	115	400	68
500	156	1573	43,3			500	60

Продолжение табл. 2.3

T, К	λ, Вт/(м·К)
Железо (Fe)	
600	55
800	45
1000	41
1200	40
1400	39
Золото (Au)	
173	320
273	313
373	311
473	308
573	307
673	309
773	313
Иридий (Ir)	
173	151
273	148
373	143
Кадмий (Cd)	
173	96,5
273	93,4
373	91,9
473	90,9
573	90,1
Калий (K)	
220	110
260	103
300	98
336	90
Кобальт (Co)	
220	66,0
290	70,9
370	94,0
470	107,0
670	124,0
870	123,5
1070	107,0
1270	82,0
1470	49,0
Литий (Li)	
173	78
223	72
273	68
323	67
373	71
423	73
Магний (Mg)	
173	179
273	165
373	152
473	140
573	130
673	120
773	112

T, К	λ, Вт/(м·К)
Марганец (Mn)	
273	157
373	145
473	134
573	134
673	137
773	140
Медь (Cu)	
273	393
373	385
473	378
573	371
673	365
873	353
1073	341
1273	320
Молибден (Mo)	
200	169
300	162
400	159
600	158
800	158
1000	158
1200	159
1500	114
1800	111
2100	113
2400	100
Натрий (Na)	
220	143
260	138
300	133
340	127
370	123
Никель (Ni)	
223	114
293	92
373	83
473	74
573	68
673	64
873	60
1073	57
1273	56
1573	55
Ниобий (Nb)	
200	50
300	53
400	55
600	59
800	64
1000	67
1200	70
1500	76
1800	83

T, К	λ, Вт/(м·К)
2100	91
2400	98
2700	102
Олово (Sn)	
173	74
273	66,1
323	63,1
373	60,8
423	59,2
473	57,9
Платина (Pt)	
173	67,8
273	69,8
373	71,7
473	73,7
673	77,7
873	81,6
1073	85,6
1273	89,5
1373	101
Плутоний (Pu)	
200	4,65
300	5,23
400	5,80
500	6,40
700	7,60
900	8,75
Свинец (Pb)	
173	40,6
273	35,1
373	33,4
573	28,1
Серебро (Ag)	
173	420
273	410
373	392
473	372
573	362
673	362
773	366
873	374
Сурьма (Sb)	
173	22,7
273	18,8
373	16,7
473	15,9
573	16,6
673	18,0
773	20,2
873	23,3
Тантал (Ta)	
200	63
300	63
400	63
600	65
800	68
1000	71
1200	74
1500	80
1800	86

T, К	λ, Вт/(м·К)
2100	92
2400	97
2700	100
Титан (Ti)	
223	15,3
293	15,5
373	15,8
473	16,3
573	16,9
673	17,4
773	18,0
973	19,4
Торий (Th)	
200	38,0
300	35,6
400	33,3
500	31,0
700	26,2
900	21,7
1100	16,8
1300	12,0
1500	7,5
Уран (U)	
200	17,8
250	20,0
300	22,5
400	26,5
500	30,0
700	32,8
900	32,4
1100	25,7
1300	19,6
Хром (Cr)	
200	72
300	67
400	58
500	50
600	45
800	35
1000	31
1200	30
1400	29
Цинк (Zn)	
173	115
273	113
373	109
473	105
573	100
673	95
Цирконий (Zr)	
223	21,7
293	21,4
373	21,2
473	20,9
673	20,4
873	20,1
1073	19,8
1373	19,7
1673	19,6

Таблица 2.4

Коэффициент теплопроводности сталей, Вт/(м·К) [14, 16, 18]

Марка стали	Температура, К						
	300	400	600	800	1000	1200	1400
Углеродистые стали (ГОСТ 1050-74)							
08	59,2	56,7	48,4	39,3	31,1	26,9	28,8
20	51,7	50,5	44,0	38,5	30,5	26,7	28,8
40	48,1	47,7	43,3	36,9	34,2	26,1	28,4
Стальное литье (ГОСТ 977-75)							
15Л, 20Л, 25Л, 35Л, 40Л, 45Л, 50Л, 55Л	45,5	44,0	41,1	38,1	35,2	32,8	—
Низко- и среднелегированные стали перлитного класса (ГОСТ 4543-71, ГОСТ 20072-74)							
15Х, 15ХА, 20Х	39	37	35	33	31	30	—
15ХМ, 15ХМА, 25Х1МФ	41,9	40,7	38,7	36,0	33,7	30,7	—
30ХГС, 30ХГСА, 30ХМ, 30ХМА, 35ХМ	39,2	38,5	38,0	37,0	35,9	34,5	—
40ХН	—	43,6	40,4	37,0	—	—	—
12Х1МФ	41,8	41,2	40,0	38,8	37,2	36,0	—
15ХФ	—	29,8	44,6	64,0	86,0	—	—
30Г2	—	29,0	31,0	30,8	27,4	—	—
Высоколегированные стали мартенситного, мартенситно-ферритного и ферритного классов (ГОСТ 5632-72, ГОСТ 20072-74)							
12Х13, 30Х13	25,9	27,1	27,8	27,0	25,4	26,9	28,9
14Х17Н2	—	22,0	24,2	25,8	—	—	—
15Х5М	43,9	43,0	41,0	39,0	37,0	35,0	34,0
15Х11МФ, 15Х12ВНМФ	41,8	41,3	39,2	36,7	34,0	30,9	—
18Х12ВМБФР, 40Х13	33,1	33,2	33,5	33,3	32,3	31,4	30,7
Высоколегированные стали аустенитного класса (ГОСТ 5632-72)							
08Х18Н12Б, 17Х18Н9	14,6	16,6	18,8	22,0	24,1	26,0	—
08Х16Н13М2Б, 10Х17Н13М2Т, 31Х19Н9МВБТ	14,7	15,1	15,9	16,4	16,8	17,2	17,6
08Х16Н13М2Б, 09Х14Н19В2БР1, 45Х14Н14В2М	—	15,6	18,7	21,6	25,1	—	—
10Х14Г14Н4Т, 37Х12Н8Г8МФБ	—	17,9	20,3	22,3	25,7	—	—
12Х18Н9Т	14,5	16,5	18,5	21,5	25,0	25,8	28,0
20Х23Н18	14,0	14,3	15,0	15,9	16,7	17,4	18,1
40Х15Н7Г7Ф2МС	—	14,6	18,5	22,3	26,5	—	—

Таблица 2.5

Коэффициент теплопроводности сплавов, Вт/(м·К) [7, 13, 14, 16, 18]

Сплав	Состав, %	*t*, °С						
		0	100	200	300	400	500	600
Алюмель	95 Ni, 2 Al, 2 Mn, 1 Si	—	29,6	31,8	35,0	38,2	41,2	—
Алюминиевые сплавы	97 Al, 3 Mg	162*	164	168	172	176	182	—
	92 Al, 8 Mg	105*	114	128	138	141	142	—
	93 Al, 4 Cu, 3 Si	121	131	148	164	—	—	—
	90 Al, 10 Cu	200*	195	191	195	191	183	—
	89,5 Al, 6 Zn, 2,5 Mg, 2,0 Cu (закаленный)	117	132	150	170	190	—	—
	88 Al, 12 Si (литой)	174	196	210	245	290	—	—
Бронзы	95,5 Cu, 3,2 Si, 1,3 Mn	40	48	54	54	54	—	—
	95 Cu, 5 Mn	94,2	103	112	122	127	—	—
	89 Cu, 10 Sn, 1 Pb	33	37	42	45	48	51	52
	85 Cu, 6 Sn, 6 Zn, 3 Pb	62	69	75	81	86	90	93
	84,5 Cu, 10 Al, 3 Fe, 1,5 Mn	58	63	69	75	79	83	—
	82 Cu, 10 Al, 4 Fe, 4 Ni	75	86	98	—	—	—	—
	75 Cu, 25 Sn	23	30	36	41	—	—	—
Дюралюминий	95 Al, 4,5 Cu, 0,5 Mg	159	181	194	204	211	—	—
Инвар	65 Fe, 35 Ni	11,0	11,4	12,0	12,7	—	—	—
Инконель	80 Ni, 14 Cr, 6 Fe	11,1*	11,9	13,6	15,2	16,9	18,5	20,2
Константан	40 Ni, 58,5 Cu, 1,5 Mn	20,9	23,3	26,3	30,6	37,2	—	—
Копель	56,5 Cu, 43 Ni, 0,5 Mn	24,2	—	—	—	—	—	—
Латуни	96 Cu, 4 Zn	244	245	246	249	254	259	—
	68 Cu, 32 Zn	105	108	110	113	116	119	121
	62 Cu, 38 Zn	102	116	132	148	164	181	196
	59 Cu, 36 Zn, 3 Al, 2 Ni	81	93	106	119	132	140	150
	58 Cu, 40 Zn, 2 Mn	67	78	88	97	106	115	121
	58 Cu, 40,7 Ni, 1,3 Pb	122**	122	123	124	128	135	—
Магниевые сплавы	92 Mg, 8 Al	64	71	77	83	88	92	—
	90 Mg, 10 Al	99	104	109	114	117	120	—
	91,9 Mg, 6,5 Al, 1,1 Ir 0,5 Mn	81	89	95	101	104	107	—
	97,7—99,2 Mg, 0,8—1,5 Al, 0,01—0,8 Be	—	122	124	126	128	129	—
Манганин	85 Cu, 12 Mn, 3 Ni	21,7	26,4	31,4	36,0	—	—	—
Медно-никелевые сплавы	90 Cu, 10 Ni	57	64	73	79	86	98	—
	80 Cu, 20 Ni	32	39	46	52	—	—	—
	40 Cu, 60 Ni	21	25	31	38	—	—	—
Медные жаропрочные сплавы	99,3 Cu, 0,4 Cr, 0,3 Zr	153*	167	202	233	286	—	—
	98,9 Cu, 0,9 Ni, 0,2 Be	195*	204	221	236	258	283	—
	98,8 Cu, 1,2 Be	103*	112	128	163	202	186	166
	96,2 Cu, 3,3 Co, 0,5 Be	211*	222	242	251	258	255	238
Мельхиор	68,2 Cu, 30 Ni, 1 Mn, 0,8 Fe	37,1	—	—	—	—	—	—
Металл Вуда	48 Bi, 26 Pb, 13 Sn, 13 Cd	13	—	—	—	—	—	—
Металл Розе	50 Bi, 25 Pb, 25 Sn	16**	—	—	—	—	—	—
Монель-металл	67 Ni, 29 Cu, 2 Fe, 1 Mn	21,4	24,3	27,7	30,6	33,6	36,9	39,8
Нейзильбер	63 Cu, 22 Zn, 15 Ni	24,6	31	39,5	45	49	—	—
Никелевые сплавы	68,5 Ni, 27,5 Cr, 3 Al, 1 Fe	11,7	12,6	13,8	15,5	17,2	18,8	20,9
	67,5 Ni, 16,5 Cr, 2 Ti, 3 Fe	—	13,4	15,5	18,0	20,1	22,2	24,3
	63,5 Ni, 20,5 Cr, 6 Fe	14,1*	15,1	17,0	18,5	19,7	20,5	22,8
	60 Ni, 40 Co	41,8	41,1	39,8	38,4	37,0	35,6	34,3
Нихром	90 Ni, 10 Cr	17,1	19,0	20,9	22,8	24,7	—	—
	80 Ni, 20 Cr	12,6	14,0	15,7	17,4	18,9	21,4	23,0
Платиноиридий	90 Pt, 10 Ir	30,9	31,0	—	—	—	—	—
Платиородий	90 Pt, 10 Rh	30,0	30,6	—	—	—	—	—
Титановые сплавы	96 Ti, 2 Al, 2 Mn	9,9*	10,5	11,6	12,8	13,8	—	—
	95 Ti, 5 Al	—	—	14,2	14,7	15,5	16,7	18,0
	95 Ti, 2 Al, 3 Zr	—	—	10,0	13,2	14,2	15,5	16,8
	93,3 Ti, 3,5 Al, 1,8 V, 1,4 Mo	—	—	9,9	11,5	13,1	14,6	16,4
	92,5 Ti, 5 Al, 2,5 Sn	7,7	8,3	8,9	10,5	11,6	—	—
	92 Ti, 4 Al, 3 Mo, 1 V	8,4**	—	—	—	—	—	—

Продолжение табл. 2.5

Сплав	Состав, %	*t*, °C						
		0	100	200	300	400	500	600
Ферроихром	65,5 Ni, 17 Fe, 15 Cr, 1,5 Mn, 1 Si	11,8*	13,3	14,6	16,1	17,5	—	—
	61 Ni, 20 Fe, 15 Cr, 4 Mn	11,6	11,9	12,2	12,4	12,7	12,9	13,1
Хромель	91 Ni, 9 Cr	16,0	17,8	19,8	21,6	23,5	—	—
Циркониевые сплавы	97,45 Zr, 2,3 Sn, 0,15 O, 0,1 C	10,9*	11,3	11,7	—	—	—	—
	97 Zr, 3 Sn	—	12,0	13,3	14,5	15,6	16,7	18,0
	97,8 Zr, 1 Hf, 0,9 Ta, 0,3 C	19,0*	19,6	19,7	21,0	22,4	23,2	24,2
	92,15 Zr, 7,6 Mo, 0,15 C, 0,1 O	8,6*	10,1	13,1	—	—	—	—
	90 Zr, 9,8 Nb, 0,2 C	11,6*	12,4	13,9	—	—	—	—
Чугуи:								
высокопрочный	92,4 Fe, 3,6 C, 2,9 Si, 1,1 Mn	—	30,4	32,2	32,4	31,9	30,4	29,1
ковкий	96 Fe, 2,5 C, 1 Si, 0,5 Mn	—	49,0	48,2	47,2	46,5	—	—
коррозионностойкий (высоколегированный)	71,7 Fe, 13,7 Ni, 6,4 Cu, 3,4 Cr, 2,4 C, 1,8 Si, 0,6 Mn	—	33,9	—	—	31,4	—	—
	94,5 Fe, 3,2 C, 1,6 Si, 0,7 Mn	—	50,7	—	—	45,2	—	—
серый	94,2 Fe, 3,1 C, 2,3 Si, 0,4 Mn	—	46,5	—	—	42,3	—	—

* Значение λ при 50° С.
** То же при 20° С.

Таблица 2.6

Плотность ρ, коэффициент теплопроводности λ и удельная теплоемкость c технических материалов [12, 15, 16, 19, 20]

Материал	Влажность массовая W, %	t, °C	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м³	λ, Вт/(м·К)	c, кДж/(кг·К)
Антрацит	—	20	1,44	0,33	0,95
Асфальт	≈0	0—30	2,12	0,60—0,74	1,7
Базальт	—	—	2,8	3,5	0,92
Бакелитовый лак	—	—	1,4	0,29	—
Бетои:					
с каменным щебнем	—	20	2,0	1,3	0,84
с кирпичным щебнем	—	20	1,9	1,2	0,84
Битум	—	20	9,5—10,0	0,081—0,093	—
Бумага обыкновенная	≈0	20	0,73	0,14	1,5
Вата хлопчатобумажная	≈0	30	0,08	0,042	—
Войлок:					
грубошерстный	—	20	0,14	0,052	—
полугрубошерстный	—	20	0,23	0,047	—
Газобетон:					
безавтоклавный	—	20	0,45—0,65	0,12—0,19	—
конструктивный	—	20	0,8—0,9	0,22—0,25	—
»	—	—	1,1—1,2	0,31—0,41	—
Гетинакс	—	25	1,35	0,23	1,42
Гипс формованный	5	20	1,25	0,43	0,84—0,92
Гипсобетон	—	—	1,0—1,3	0,37—0,56	0,80
Глина	15—20	20	1,6—2,0	0,7—0,9	0,84
Глина огнеупорная	≈0	450	1,84	0,93	1,1
Гравий	≈0	20	1,84	0,36	—
Гранит	—	—	2,72	2,2	0,92

Продолжение табл. 2.6

Материал	Влажность массовая W, %	t, °С	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м³	λ, Вт/(м·К)	c, кДж/(кг·К)
Грунт:					
подзолистый	0,3	25	1,31	0,28	0,84
»	8,6	25	1,46	0,73	0,96
»	16,6	25	1,84	1,42	1,15
суглинок	42	20	1,96	1,49	1,15
Грунтовка	—	20	0,87—0,98	0,13—0,16	1,5—1,6
Гудрон	—	20	0,95	0,3	1,7
Дельта-древесина	≈0	35—70	—	0,21	—
Дерево:					
дуб	6—8	25	0,825	Поперек волокон 0,198—0,209 Вдоль волокон 0,349—0,43	2,4
сосна	8	25	0,55	Поперек волокон 0,14—0,16 Вдоль волокон 0,35—0,41	2,7
фанера клееная	≈0	20	0,60	0,15	2,5
Древесная кора	≈0	20	0,35	0,076	—
Древесная стружка	≈0	20	0,15	0,093	—
Древесноволокнистые плиты	≈0	20	0,25—0,35	0,093	—
Древеснослоистые пластики	—	—	—	0,15—0,20	1,55—2,4
Древесностружечные плиты	—	20	0,35—0,80	0,077—0,097	—
Древесные опилки	≈0	20	0,15—0,25	0,07—0,093	—
Железобетон	—	20	2,2	1,5	0,84
Зола (порошок)	—	25	0,78	0,13	0,75
Известняк-ракушечник	—	20	1,4	0,64	0,92
Карболит черный	≈0	50	1,15	0,138	—
Картон	≈0	20	0,16—0,50	0,14—0,35	1,5
Каучук синтетический	—	20	1,6	0,21	1,35
Кварц кристаллический	—	0	2,5—2,8	Поперек оси 7,2 Вдоль оси 13,6	0,84
Кембрик лакированный	—	38	—	0,157	—
Кирпич:					
красный	≈0	0	1,8	0,77	0,88
силикатный	≈0	0	1,9	0,81	0,84
Кладка на холодном растворе из кирпича:					
красного	≈0	0	1,7	0,81	0,88
силикатного	≈0	0	1,9	0,87	0,84
Кладка на теплом растворе из кирпича:					
красного	≈0	0	1,6	0,67	0,84
силикатного	≈0	0	1,7	0,76	0,80
Кладка бутовая из камней средней плотности	≈0	0	2,0	1,28	0,88
Кожа подошвенная	≈0	30	1,0	0,14—0,16	1,4
Кокс порошкообразный	≈0	100	0,45	0,19	1,2
Колчедан:					
медный	—	—	4,7	4,2	0,88
серный	—	—	4,6	4,2	0,88—1,35

Продолжение табл. 2.6

Материал	Влажность массовая W, %	t, °С	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м³	λ, Вт/(м·К)	c, кДж/(кг·К)
Котельная накипь:					
богатая гипсом	≈0	100	2,0—2,7	0,7—2,0	—
богатая известью	≈0	100	1,0—2,5	0,15—2,0	—
богатая силикатами	≈0	100	0,3—1,2	0,08—0,23	—
Лед	—	0	0,917	2,2	2,3
Линолеум	—	20	1,1—1,2	0,23	—
Мел	≈0	50	2,0	0,93	0,88
Миканит	≈0	20	—	0,21—0,41	—
Мрамор	—	0	2,7—2,8	1,3—3,0	0,92
Найлон (полиамид-66)	—	—	—	0,87—0,88	1,26—2,1
Нафталин (порошок)	—	20	0,72	0,15	1,3
Органическое стекло (плексиглас)	—	20	—	0,184	—
Парафин	—	20	0,92	0,27	2,26
Пемза	≈0	20	0,4—0,6	0,14—0,17	—
Пенобетон	1,5	25	0,36	0,095	0,80
Пенобетонные плиты	—	—	0,40	$0,10+0,0002t$	—
	—	—	0,50	$0,12+0,0002t$	—
Песок кварцевый	1,0	45	1,32	0,44	0,75
» »	5,0	45	1,52	0,81	0,92
» »	10,0	45	1,85	1,32	1,26
Песок речной:					
мелкий	≈0	20	1,5	0,33	0,80
	5,5	11	1,24	0,59	1,05
	13,9	11	1,78	2,0	1,22
крупный	≈0	—	1,46	0,28	0,80
	4,3	—	1,5	0,51	1,02
	15,6	—	1,6	1,85	1,54
Полиэтилен	—	25—90	0,93	0,276—0,285	2,21—2,93
Портландцемент	—	30	1,9	0,30	1,13
Резина:					
мягкая	—	20	—	0,13—0,16	1,4
твердая	—	0—100	1,2	0,157—0,160	1,4
пористая	≈0	20	0,25	0,060	2,05
Рубероид	—	—	0,60	0,17	1,45
Сажа ламповая	≈0	40	0,165	0,07—0,12	—
Сера ромбическая	—	21	2,05	0,28	0,76
Сланцы:					
глинистые	—	—	2,43	0,93	1,0
углистые	—	—	1,76	0,84	1,0
хлористые	—	—	2,69	1,33	1,0
Слюда (поперек слоев)	—	20	2,6—3,2	0,47—0,58	0,88
Снег:					
свежевыпавший	—	—	0,20	0,105	2,1
уплотненный	—	—	0,35	0,349	2,1
при начале таяния	—	—	0,50	0,64	2,1
Стекло:					
зеркальное	—	0—100	2,55	0,78—0,88	0,78
кварцевое	—	0—400	2,21	$1,35+0,001t$	—
	—	400—1200	2,21	$1,12+0,0016t$	—
молибденовое	—	—	—	$0,81+0,001t$	—
обыкновенное	—	—	2,5	$0,74+0,001t$	0,67
пирекс	—	0	—	1,0	—
	—	400	—	1,55	—
термометрическое	—	20	2,59	0,97	—
Стеклотекстолит	—	20	1,8—1,9	0,21—0,33	—
Сукно	—	20	0,25	0,052	—
Тальк	—	20	—	4,11	—
Текстолит	—	20	1,3—1,4	0,23—0,34	1,46—1,51
Толь:					
бумажный	—	—	0,5	0,23	1,5
войлочный	—	20	0,5	0,17	1,5

Продолжение табл. 2.6

Материал	Влажность массовая W, %	t, °С	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м³	λ, Вт/(м·К)	c, кДж/(кг·К)
Торф сфагнум	—	30	0,1	0,070	—
» »	—	30	0,2	0,087	—
» »	—	30	0,3	0,11	—
» »	—	30	0,4	0,128	—
Торфяные плиты	≈0	—	0,15	0,045+0,00014t	—
» »	≈0	—	0,20	0,052+0,00014t	—
» »	≈0	—	0,25	0,060+0,00014t	—
» »	≈0	—	0,30	0,067+0,00014t	—
Туф	—	—	1,2	0,47	0,92
Уголь:					
бурый	—	—	1,21	0,25	1,13
древесный кусковой	—	80	0,19	0,074	—
каменный	—	20	1,4	0,19	1,30
Фарфор	—	20	2,0—2,4	0,22—0,31	0,75—0,92
Фаянс	—	20	1,5—2,2	0,9—1,1	0,96
Фибра:					
белая	—	20—50	1,22	0,28—0,29	—
красная	—	20—50	1,29	0,47—0,50	—
Целлулоид	—	30	1,4	0,21	—
Шелк	—	0—93	0,10	0,043—0,06	—
Шлак топок котлов	—	30	0,5	0,11	—
	—	30	0,7	0,145	—
	—	30	0,9	0,23	—
	—	30	1,1	0,30	—
	—	30	1,3	0,37	—
Шлакобетон	—	0	1,5	0,67	0,75
Штукатурка:					
алебастроасбестовая, асбозуритовая	—	50	0,9	0,23	—
асбоцементная	—	50	1,7	0,39	—
глиноземистая	—	20	1,0—1,3	0,23	—
известковая	6—8	0	1,6	0,70	0,84
цементно-песчаная	5—6	0	1,8	1,2	0,84
Эбонит	—	20	1,2	0,16	—

в сферических координатах r, φ (долгота), ψ (широта)

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \psi^2} + \frac{\cos\psi}{r^2 \sin\psi}\frac{\partial}{\partial \psi} + \frac{1}{r^2 \sin^2\psi}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

В тех случаях, когда температурное поле оказывается двумерным или одномерным, оператор Лапласа соответственно упрощается за счет тождественного равенства нулю производных по тем координатам, от которых температура не зависит.

Уравнение (2.3) может быть использовано для решения конкретных задач теплопроводности, если оно дополнено *краевыми условиями (условиями однозначности)*, которые включают в себя:

а) геометрические условия, задающие форму и размер тела;

б) физические условия, определяющие физические свойства вещества λ, c, ρ, их зависимость от температуры, если таковая имеется, а также изменение в пространстве и во времени мощности внутренних источников теплоты q_V;

в) начальные условия, устанавливающие распределение температуры внутри тела $T(x, y, z)$ в начальный момент времени $\tau=0$. В простейшем случае при $\tau=0$ температура во всех точках тела одинакова: $T=T_0$. Задание этих условий требуется только для нестационарных задач;

г) граничные условия, характеризующие процесс теплообмена между поверхностью тела и окружающей его средой. Различают три рода граничных условий:

граничные условия первого рода — на поверхности тела задано распределение температуры $T_п$ в каждый момент времени; в частности, температура поверхности тела может поддерживаться постоянной;

граничные условия второго рода — на поверхности тела задано распределение плотности теплового потока $q_п$ в каждый момент времени; это распределение может быть равномерным и не изменяться во времени;

Таблица 2.7

Частные случаи дифференциального уравнения теплопроводности

Вид задачи	$\lambda = \lambda(T)$		$\lambda = \text{const}$	
	$q_V \neq 0$	$q_V = 0$	$q_V \neq 0$	$q_V = 0$
Нестационарная	$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div} \times (\lambda \operatorname{grad} T) + q_V$	$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div} \times (\lambda \operatorname{grad} T)$	$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\nabla^2 T + \frac{q_V}{\rho c}$	$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\nabla^2 T$
Стационарная	$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + q_V = 0$	$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = 0$	$\nabla^2 T + \frac{q_V}{\lambda} = 0$	$\nabla^2 T = 0$

Таблица 2.8

Плотность ρ и удельная теплоемкость c металлов и сплавов [16, 17, 113]

Наименование металла или сплава	T, К	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м³	c, кДж/(кг·К)
Алюмель	273	8,9	0,52
Алюминиевые сплавы:			
с магнием (3—10%)	293	2,7	1,2
с кремнием (12—13%)	293	2,7	0,87
Алюминий	293—933	$2{,}779 - 0{,}251 \cdot 10^{-3} T$	$0{,}757 + 0{,}473 \cdot 10^{-3} T$
Бронзы	293—373	8,6—9,0	0,37—0,42
Вольфрам	273—2073	$19{,}38 - 0{,}28 \cdot 10^{-3} T$	$0{,}129 + 0{,}0198 \cdot 10^{-3} T$
Дюралюминий	293	2,8	0,88
Железо	273—1050	7,8	$0{,}309 + 0{,}470 \cdot 10^{-3} T$
Инвар	293	8,0	0,50
Константан	293—373	8,9	0,41
Латуни	293—373	8,4—8,7	0,39
Магниевые сплавы	273—473	1,7	1,0—1,2
Магний	273—923	$1{,}772 - 0{,}123 \cdot 10^{-3} T$	$1{,}069 + 0{,}229 \cdot 10^{-3} T - 11{,}69 \cdot 10^3 / T^2$
Манганин	293—373	8,5	0,41
Медно-никелевые сплавы (x, % Cu; (100—x) % Ni; $10 < x < 90\%$)	293—373	8,9	$0{,}2273 + 0{,}00155x$
Медь	293—1350	$9{,}075 - 0{,}44 \cdot 10^{-3} T$	$0{,}355 + 0{,}107 \cdot 10^{-3} T$
Металл Вуда	293	9,7	0,15
Молибден	293—1823	$10{,}26 - 0{,}222 \cdot 10^{-3} T$	$0{,}254 + 0{,}050 \cdot 10^{-3} T - (15{,}16 \cdot 10^3 / T^2)$
Монель-металл	293—1500	8,9	0,53
Нейзильбер	293	8,5	0,37
Никель	293—631	$8{,}91 - 0{,}049 \cdot 10^{-3} T$	$0{,}304 + 0{,}456 \cdot 10^{-3} T$
Нихром	293	8,3	0,44
Олово	273—504	7,3	$0{,}942 + 0{,}209 \cdot 10^{-3} T$
Свинец	273—600	11,3	$0{,}116 + 0{,}0435 \cdot 10^{-3} T$
Серебро	273—1234	10,5	$0{,}223 + 0{,}049 \cdot 10^{-3} T$
Стали:			
высоколегированные	300		0,48—0,50
	800		0,55—0,60
низко- и средиелегированные	300		0,46

Продолжение табл. 2.8

Наименование металла или сплава	T, К	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м³	c, кДж/(кг·К)
низко- и среднелегированные	800	7,8	0,50—0,55
стальное литье	300		0,46
»	800		0,57
углеродистые	300		0,46
»	400		0,50
»	600		0,52—0,58
»	800		0,66—0,69
Титан	273—713	4,5	$0{,}447+0{,}251\cdot10^{-3}\,T$
Хром	273—1800	7,2	$0{,}390+0{,}273\cdot10^{-3}\,T$
Цинк	273—692	7,1	$0{,}337+0{,}173\cdot10^{-3}\,T$
Цирконий	293—773	6,5	$0{,}253+0{,}151\cdot10^{-3}\,T$
Чугун	273—373	7,5—7,6	0,54

граничные условия третьего рода — известны температура среды, окружающей тело, и закон, по которому осуществляется теплообмен между поверхностью тела и средой. Если среда жидкая, то чаще всего используется закон Ньютона — Рихмана, связывающий плотность теплового потока на поверхности $q_п$ с температурами поверхности $T_п$ и среды $T_ж$.

$$q_п = \alpha (T_п - T_ж),$$

где α — *коэффициент теплоотдачи*, характеризующий интенсивность теплообмена (подробно см. § 2.5).

Значение α зависит от многих факторов и в общем случае изменяется по поверхности тела и во времени. С учетом (2.2) граничное условие третьего рода может быть представлено как

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_п = \alpha (T_п - T_ж),$$

где n — нормаль к поверхности тела.

Методы решения уравнения (2.3) см. в кн. 1, п. 4.7.2, а также [24—26], расчет температурных полей методами аналогии рассмотрен в § 8.1.

Наряду *с прямой задачей теплопроводности* — отысканию температурного поля (2.1) путем решения уравнения (2.3) с известными краевыми условиями — возможна постановка и *обратной задачи*, где по заданному в пространстве и во времени распределению температур требуется определить соответствующие краевые условия (либо начальное распределение температур, либо граничные условия) или коэффициенты уравнения (физические свойства вещества). Подробно об обратных задачах теплопроводности см. [114].

2.3. СТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

2.3.1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ОДНОРОДНОЙ СТЕНКИ ПРИ ОТСУТСТВИИ ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛОТЫ

В табл. 2.9 приведены формулы для расчета стационарного температурного поля в бесконечных плоских и цилиндрических стенках, а также в сферической стенке для двух типов граничных условий — в одном случае на поверхности стенок поддерживаются постоянные температуры T_{c1} и T_{c2} ($T_{c1} > T_{c2}$), а в другом — поверхности омываются потоками жидкости или газа с температурами $T_{ж1}$ и $T_{ж2}$ ($T_{ж1} > T_{ж2}$); коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 заданы. Там же приведены формулы для расчета теплового потока Q, передаваемого через стенку. В формулах приняты следующие обозначения: F — площадь рассматриваемого участка поверхности плоской стенки; l — длина рассматриваемого участка цилиндрической стенки; x, r — пространственные координаты; λ — коэффициент теплопроводности материала стенки; δ — толщина плоской стенки.

В задачах 4 и 6 табл. 2.9 зависимость Q от внешнего радиуса стенки r_2 имеет максимум, который наблюдается при $r_{2макс} = \lambda/\alpha_2$ для цилиндрической стенки и при $r_{2макс} = 2\lambda/\alpha_2$ для сферической. Поэтому увеличение r_2 может вызывать как возрастание Q, если $r_2 < r_{2макс}$, так и уменьшение, если $r_2 > r_{2макс}$. В то же время утолщение плоской стенки в условиях аналогичной задачи 2 всегда ведет к снижению теплового потока.

Для задач о теплопередаче (задачи 2, 4, 6) в инженерных расчетах широко используется понятие *коэффициента теплопередачи* k, который определяется как тепловой поток Q, передаваемый через единицу площади F стенки при единичной

разности температур $(T_{ж1} - T_{ж2})$ жидких сред:

$$k = \frac{Q}{F(T_{ж1} - T_{ж2})}. \qquad (2.3а)$$

Выражения для k имеют следующий вид:

1) для плоской стенки

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}; \qquad (2.3б)$$

2) для цилиндрической стенки при отнесении Q к внутренней и внешней поверхностям стенки соответственно

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2}\frac{r_1}{r_2}}; \qquad (2.3в)$$

$$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2}}. \qquad (2.3г)$$

Наряду с величинами k_1 и k_2 для цилиндрической стенки вводится и понятие *линейного коэффициента теплопередачи* k_l, который в отличие от (2.3а) определяет тепловой поток, приходящийся на единицу длины цилиндрической стенки:

$$k_l = \frac{Q}{\pi l (T_{ж1} - T_{ж2})} = \frac{1}{\frac{1}{2\alpha_1 r_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2\alpha_2 r_2}}. \qquad (2.3д)$$

Коэффициенты теплопередачи, определяемые (2.3в)—(2.3д), связаны между собой соотношением

$$k_l = 2r_1 k_1 = 2r_2 k_2; \qquad (2.3е)$$

3) для сферической стенки при отнесении Q к внутренней и внешней поверхностям стенки соответственно

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{r_1}{\lambda}\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}; \qquad (2.3ж)$$

$$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 + \frac{r_2}{\lambda}\left(\frac{r_2}{r_1} - 1\right) + \frac{1}{\alpha_2}}. \qquad (2.3з)$$

Все обозначения в формулах (2.3а)—(2.3з) те же, что и в табл. 2.9. При расчетах по этим формулам полезно помнить, что значение k не может превышать значение меньшей из обратных величин слагаемых знаменателя.

Практические расчеты теплового потока Q для цилиндрических и сферических стенок, у которых $r_2/r_1 < 2$, можно проводить по более простым формулам для плоской стенки (задачи 1 и 2 — табл. 2.9), используя в качестве расчетной площадь F величину $0{,}5(F_1 + F_2)$, где F_1 и F_2 — площади внутренней и внешней поверхности стенки. Допускаемая при такой замене погрешность не превышает 4%.

Все соотношения в табл. 2.9 записаны в предположении, что λ не зависит от температуры. Тем не менее формулы для расчета теплового потока Q остаются справедливыми и в том случае, когда зависимостью $\lambda(T)$ пренебречь нельзя, если в них под λ подразумевать его средеинтегральное значение $\lambda_{ср}$ в диапазоне, ограниченном температурами поверхностей стенки:

$$\lambda_{ср} = \frac{1}{T_{с1} - T_{с2}} \int_{T_{с2}}^{T_{с1}} \lambda(T)\, dT. \qquad (2.4)$$

Чаще всего для описания зависимости $\lambda(T)$ оказывается достаточно линейного приближения

$$\lambda = \lambda_0 (1 + bT), \qquad (2.5)$$

где λ_0 и b — некоторые постоянные [примеры зависимостей типа (2.5) приведены в табл. 2.6]. Тогда в формулах для Q вместо средеинтегрального значения $\lambda_{ср}$ (2.4) можно использовать значение λ, выбираемое по средиеарифметической температуре стенки $T_{ср} = 0{,}5(T_{с1} + T_{с2})$.

Распределение температур в рассматриваемых задачах с переменным $\lambda(T)$ находится с помощью функции E, определяемой как

$$E = \int_0^T \lambda(T)\, dT. \qquad (2.6)$$

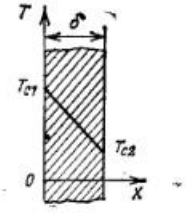
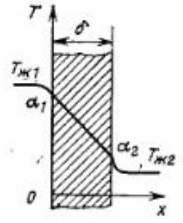
Можно строго показать, что изменение E по координатам в задачах с переменным $\lambda(T)$ и распределение температуры T в точно таких же задачах, но при $\lambda = \text{const}$, описываются одинаковыми уравнениями. Поэтому, если имеется решение задачи с $\lambda = \text{const}$, распределение E для случая $\lambda(T)$ можно сразу же записать, проводя в соответствующем уравнении $T = T(x, y, z)$ формальную замену символов T на E. Подставляя затем распределение $E(x, y, z)$ в уравнение (2.6), задаваясь в нем законом изменения коэффициента теплопроводности с температурой $\lambda(T)$ и решая это уравнение относительно температуры T, получаем ее распределение в пространстве для случая $\lambda(T)$. В задачах 1 и 3 (см. табл. 2.9) для линейного закона изменения $\lambda(T)$ (2.5) распределения температур имеют вид:

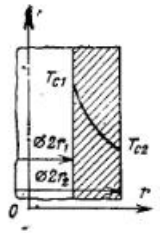
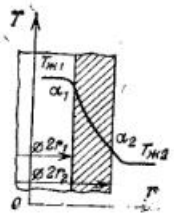
для плоской стенки

$$T = \frac{1}{b}\left[\sqrt{\left(\frac{\lambda_{с1}}{\lambda_0}\right)^2 - 2\frac{\lambda_{ср}}{\lambda_0} \times b(T_{с1} - T_{с2})\frac{x}{\delta}} - 1\right]; \qquad (2.7)$$

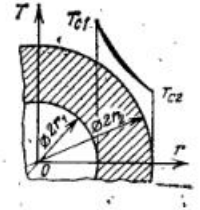
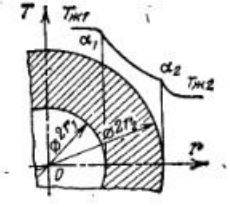
Таблица 2.9

Стационарная теплопроводность в телах простейшей геометрической формы ($q_V=0$, $\lambda=\text{const}$)

№ задачи	Геометрия	Граничные условия	Распределение температур	Температуры на поверхностях стенки	Тепловой поток
2	Бесконечная плоская стенка	 $x=0 \quad T=T_{c1}$; $x=\delta \quad T=T_{c2}$	$T=T_{x=0}-\frac{T_{x=0}-T_{x=\delta}}{\delta}x$	$T_{x=0}=T_{c1}$; $T_{x=\delta}=T_{c2}$	$Q=\frac{\lambda}{\delta}(T_{c1}-T_{c2})F$
		 $x=0$ $-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0}=\alpha_1(T_{ж1}-T_{x=0})$; $x=\delta$ $-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=\delta}=\alpha_2(T_{x=\delta}-T_{ж2})$		$T_{x=0}=T_{ж1}-\frac{1}{\alpha_1}\frac{T_{ж1}-T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}}$; $T_{x=\delta}=T_{ж2}+\frac{1}{\alpha_2}\frac{T_{ж1}-T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}}$	$Q=\frac{T_{ж1}-T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}}F$

№					
3	Бесконечная цилиндрическая стенка	 $r = r_1 \quad T = T_{c1};$ $r = r_2 \quad T = T_{c2}$	$T = T_{r=r_1} - (T_{r=r_1} - T_{r=r_2}) \times \frac{\ln (r/r_1)}{\ln (r_2/r_1)}$	$T_{r=r_1} = T_{c1};$ $T_{r=r_2} = T_{c2}$	$Q = \frac{2\pi l (T_{c1} - T_{c2})}{\frac{1}{\lambda} \ln (r_2/r_1)}$
4		 $r = r_1$ $-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=r_1} =$ $= \alpha_1 (T_{ж1} - T_{r=r_1});$ $r = r_2$ $-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=r_2} =$ $= \alpha_2 (T_{r=r_2} - T_{ж2});$	$T_{r=r_1} = T_{ж1} - \frac{1}{\alpha_1 r_1} \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}};$ $T_{r=r_2} = T_{ж2} + \frac{1}{\alpha_2 r_2} \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}}$	$Q = \frac{2\pi l (T_{ж1} - T_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}}$

Продолжение табл. 2.9

№ задачи	Геометрия	Граничные условия	Распределение температур	Температуры на поверхностях стенки	Тепловой поток
5	Сферическая стенка	 $r = r_1,\ T = T_{c1};$ $r = r_2,\ T = T_{c2}$	$T = T_{r=r_1} - \frac{T_{r=r_1} - T_{r=r_2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \times \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right)$	$T_{r=r_1} = T_{c1};$ $T_{r=r_2} = T_{c2}$	$Q = 4\pi\lambda \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}(T_{c1} - T_{c2})$
6		 $r = r_1$ $-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=r_1} = \alpha_1(T_{ж1} - T_{r=r_1});$ $r = r_2$ $-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=r_2} = \alpha_2(T_{r=r_2} - T_{ж2})$		$T_{r=r_1} = T_{ж1} - \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\alpha_1 r_1^2\left(\frac{1}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2^2}\right)};$ $T_{r=r_2} = T_{ж2} + \frac{1}{\alpha_2 r_2^2}\frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2^2}}$	$Q = \frac{4\pi(T_{ж1} - T_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 r_2^2}}$

для цилиндрической стенки

$$T = \frac{1}{b}\left[\sqrt{\left(\frac{\lambda_{c1}}{\lambda_0}\right)^2 - 2\frac{\lambda_{cp}}{\lambda_0}} \times \right.$$
$$\left. \times b\,(T_{c1} - T_{c2})\frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)} - 1\right], \quad (2.8)$$

где значения коэффициентов теплопроводности λ_{c1} и λ_{cp} определяются по температурам T_{c1} и $T_{cp}=0{,}5(T_{c1}+T_{c2})$ соответственно.

Сводку решений задач стационарной теплопроводности в телах более сложной геометрии см. в [23, 31, 32].

2.3.2. МНОГОСЛОЙНЫЕ СТЕНКИ

Если на внешних поверхностях стенки, состоящей из n плотно прилегающих друг к другу слоев материалов с различными коэффициентами теплопроводности, поддерживаются постоянные температуры T_{c1} и T_{c2}, причем $T_{c1}>T_{c2}$ (такие же граничные условия, что и в задачах 1, 3, 5—(см. табл. 2.9), то тепловой поток Q, передаваемый через эту стенку, и температура T_{i+1} на границе между i-м и $(i+1)$-м слоями определяются по следующим формулам:

плоская стенка из n слоев (рис. 2.1, *а*)

$$Q = \frac{T_{c1} - T_{c2}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}}F; \quad (2.9)$$

$$T_{i+1} = T_{c1} - \frac{Q}{F}\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{\delta_i}{\lambda_i}\right); \quad (2.10)$$

цилиндрическая стенка из n слоев (рис. 2.1, *б*)

$$Q = \frac{2\pi l\,(T_{c1} - T_{c2})}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}}; \quad (2.11)$$

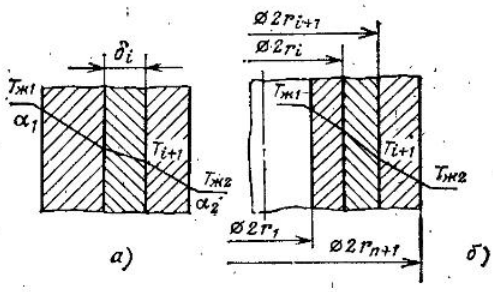


Рис. 2.1. Многослойные плоская (*а*) и цилиндрическая (*б*) стенки.

$$T_{i+1} = T_{c1} - \frac{Q}{2\pi l}\left(\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_2}{r_1} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{r_3}{r_2} + \ldots + \frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}\right), \quad (2.12)$$

где δ_i, λ_i, r_i и r_{i+1} — характеристики i-го слоя стенки: толщина, коэффициент теплопроводности материала, внутренний и внешний радиусы.

Когда внешние поверхности многослойной стенки омываются потоками жидкости или газа с температурами $T_{ж1}$ и $T_{ж2}$ $(T_{ж1}>T_{ж2})$ и заданы коэффициенты теплоотдачи на этих поверхностях α_1 и α_2 (граничные условия задач 2, 4, 6 см. табл. 2.9), значения Q и T_{i+1} рассчитываются по формулам:

плоская стенка из n слоев (рис. 2.1, *а*)

$$Q = kF\,(T_{ж1} - T_{ж2}); \quad (2.13а)$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}; \quad (2.13б)$$

$$T_{i+1} = T_{x=0} - \frac{Q}{F}\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + \frac{\delta_i}{\lambda_i}\right), \quad (2.14)$$

$$T_{x=0} = T_{ж1} - Q/(\alpha_1 F); \quad (2.15)$$

цилиндрическая стенка из n слоев (рис. 2.1, *б*)

$$Q = \pi k_l l\,(T_{ж1} - T_{ж2}); \quad (2.16а)$$

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{2\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i} + }$$
$$+ \frac{1}{2\alpha_2 r_{n+1}}; \quad (2.16б)$$

$$T_{i+1} = T_{r=r_1} - \frac{Q}{2\pi l}\left(\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{r_2}{r_1} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{r_3}{r_2} + \ldots + \frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}\right); \quad (2.17)$$

$$T_{r=r_1} = T_{ж1} - \frac{Q}{2\pi\alpha_1 r_1 l}, \quad (2.18)$$

где $T_{x=0}$ и $T_{r=r_1}$ — температуры плоской $(x=0)$ и цилиндрической $(r=r_1)$ поверхностей; k — коэффициент теплопередачи; k_l — линейный коэффициент теплопередачи; r_{n+1} — внешний радиус цилиндрической стенки. Остальные обозначения те же, что и в формулах (2.9) — (2.12).

Распределение температуры внутри каждого из слоев имеет тот же характер,

что и в аналогичной однослойной стенке (см. задачи 1—4 в табл. 2.9).

Частный случай формулы (2.16) при $n=2$ позволяет оценить потерн (притокн) теплоты с внешней поверхности покрытого изоляцией трубопровода, по которому течет жидкость или газ с температурой, большей (меньшей) температуры окружающей трубопровод среды. Как и для однослойной цилиндрической стенки, у зависимости Q от внешнего радиуса двухслойной стенки (трубопровод с радиусами r_2, r_1 и изоляция с r_3, r_2) существует максимум при значении $r_{3кр}=\lambda_{из}/\alpha_2$, которое называют критическим радиусом теплоизоляции. Здесь $\lambda_{из}$ — коэффициент теплопроводности изоляционного материала; α_2 — коэффициент теплоотдачи в окружающую среду. Поэтому материал для тепловой изоляции трубопровода следует выбирать, исходя из условия $\lambda_{из}<\alpha_2 r_2$, что гарантирует уменьшение теплового потока по мере утолщения слоя теплоизоляции.

2.3.3. ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Плотность теплового потока $q=Q/F$ через плоскую стенку, разделяющую две жидкие среды с температурами $T_{ж1}$ и $T_{ж2}$, согласно (2.13а), (2.13б) определяется величиной

$$R=\frac{1}{\alpha_1}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}+\frac{1}{\alpha_2}, \quad (2.19)$$

которая называется *общим термическим сопротивлением теплопередачи*. Общее сопротивление складывается из частных — *термических сопротивлений теплоотдачи* $R_{\alpha 1}=1/\alpha_1$ и $R_{\alpha 2}=1/\alpha_2$ и *термических сопротивлений теплопроводности* слоев стенки $R_i=\delta_i/\lambda_i$. Очевидно, что значение R всегда больше, чем наибольшее из значений составляющих ее величин.

Для интенсификации теплопередачи необходимо уменьшить общее сопротивление R. Если частные сопротивления приблизительно одинаковы, то уменьшение любого из них приводит к снижению R в равной степени. Если же частные сопротивления заметно отличаются друг от друга, то существенное уменьшение R происходит только при уменьшении наибольшего из них, которое вносит основной вклад в сумму (2.19).

К таким же выводам приводит анализ теплопередачи через цилиндрическую стенку — см. формулы (2.16а), (2.16б).

Для уменьшения термического сопротивления теплоотдачи можно использовать оребрение поверхности стенки (см. п. 2.3.5).

2.3.4. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ СТЕРЖНЯ

Пусть на одном конце стержня с постоянным поперечным сечением площадью f, периметром $П$ и длиной l температура поддерживается постоянной и равной T_0 (рис. 2.2). Теплота с боковой поверхности стержня, а также с торцовой поверхности противоположного конца отводится в окружающую среду с неизменной температурой $T_ж<T_0$, коэффициент теплоотдачи на боковой поверхности α, на торцовой α_l. Требуется рассчитать распределение температуры в стержне и определить тепловой поток Q, передаваемый через стержень в окружающую среду.

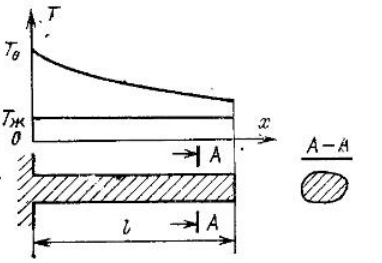


Рис. 2.2. Теплопередача через стержень.

В принципе поставленная задача является трехмерной. Однако, если выполняется соотношение $4\alpha f/(\lambda П)\ll 1$ (λ — коэффициент теплопроводности материала стержня), то ее можно рассматривать как одномерную (температура меняется только по длине стержня и остается постоянной по сечению). В этом случае распределение температуры $T(x)$ в стержне описывается соотношением

$$\frac{T(x)-T_ж}{T_0-T_ж}=\frac{(1-B)\,e^{-m(l-x)}+(1+B)\,e^{m(l-x)}}{2\,[\mathrm{ch}\,(ml)+B\,\mathrm{sh}\,(ml)]}, \quad (2.20)$$

а тепловой поток Q, передаваемый через стержень в окружающую среду,

$$Q=\lambda\,(T_0-T_ж)\,mf\,\frac{B+\mathrm{th}\,(ml)}{1+B\,\mathrm{th}\,(ml)}. \quad (2.21)$$

В соотношениях (2.20) и (2.21) использованы следующие обозначения:

$$B=\alpha_l/(m\lambda);\quad m=\sqrt{\alpha П/(\lambda f)};$$
$$\mathrm{ch}\,(ml)=(e^{ml}+e^{-ml})/2;$$
$$\mathrm{sh}\,(ml)=(e^{ml}-e^{-ml})/2;$$
$$\mathrm{th}\,(ml)=\mathrm{sh}\,(ml)/\mathrm{ch}\,(ml).$$

Если $\alpha F/(\alpha_l f)\gg 1$ (F — площадь боковой поверхности стержня), то теплоотдачей с торца стержня можно пренебречь и соотношения (2.20) и (2.21) упрощаются:

$$\frac{T(x)-T_ж}{T_0-T_ж}=\frac{e^{m(l-x)}+e^{-m(l-x)}}{e^{ml}+e^{-ml}}; \quad (2.22)$$

$$Q = \lambda (T_0 - T_ж) mf \operatorname{th}(ml). \quad (2.23)$$

Температура стержия бесконечиой длины ($l \to \infty$)

$$T(x) - T_ж = (T_0 - T_ж) e^{-mx}; \quad (2.24)$$

тепловой поток, снимаемый с поверхиости стержня бесконечиой длииы,

$$Q = \lambda (T_0 - T_ж) mf. \quad (2.25)$$

Расчеты теплопроводиости в стержнях с переменным поперечным сечением приведены в [21—23].

2.3.5. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ ОРЕБРЕННУЮ СТЕНКУ

Один из способов интенсификации передачи теплоты через стенку, разделяющую две жидкие или газообразные среды с температурами $T_{ж1}$ и $T_{ж2}$ ($T_{ж1} > T_{ж2}$), заключается в увеличении одной из поверхиостей стенки путем ее оребреиия. Эффективиость этого способа высока, если термическое сопротивление теплоотдачи на той поверхиости, где устанавливаются ребра, значительно больше термического сопротивления на другой поверхиости и термического сопротивления теплопроводиости стеики.

Для оребренной с одной стороны плоской стенки (рис. 2.3) тепловой поток Q, передаваемый через нее от одной жидкой среды к другой, составляет:

$$Q = \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta_c}{\lambda_c} + \dfrac{1}{\alpha_п \left(1 + \dfrac{\alpha_р}{\alpha_п} E \dfrac{F_{ор} - F}{F}\right)}} F; \quad (2.26)$$

здесь α_1 — коэффициент теплоотдачи иа гладкой поверхности стеики; λ_c — коэффициент теплопроводиости материала стеики; δ_c — толщииа стеики; $\alpha_п$ — коэффициент теплоотдачи иа оребреиной поверхиости стеики в промежутках между ребрами; $\alpha_р$ — коэффициеит теплоотдачи иа поверхности ребер; $E = (\overline{T}_р - T_{ж2})/(T_{с2} - T_{ж2})$ — *коэффициент эффективности ребра*, $0 \leqslant E \leqslant 1$; $\overline{T}_р$ — средияя температура поверхиости ребра; $T_{с2}$ — температура поверхности стеики в промежутках между ребрами; $F_{ор}$ — суммариая площадь оребреиной поверхиости стенки; F — площадь гладкой поверхиости стеики.

Для приближеиных оценок можно полагать $\alpha_р = \alpha_п = \alpha_2$ и $E \approx 1$, тогда

$$Q = \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta_c}{\lambda_c} + \dfrac{1}{\alpha_2 \varepsilon_р}} F, \quad (2.27)$$

где $\varepsilon_р = F_{ор}/F \geqslant 1$ — *коэффициент оребрения*.

Расчеты по формуле (2.27) приводят к несколько завышенным значениям Q.

Для более точиого расчета теплопередачи через оребреиную стенку используют результаты решения задачи о теплопроводности стержня, позволяющие определнть зиачение E; вместе с тем условие $\alpha_р = \alpha_п = \alpha_2$ сохраияется. Расчетиое соотиошение для теплового потока имеет вид:

$$Q = \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta_c}{\lambda_c} + \dfrac{1}{\alpha_2 [1 + E(\varepsilon_р - 1)]}} F. \quad (2.28)$$

В частности, для прямых тоиких ($\delta_р \ll b$) ребер иеизменного сечения (рис. 2.3), теплоотдачей на торце которых можно пренебречь, коэффициеит эффективности

$$E = \frac{\operatorname{th}\left(\dfrac{l}{\delta_р}\sqrt{2\dfrac{\alpha_2 \delta_р}{\lambda_р}}\right)}{\dfrac{l}{\delta_р}\sqrt{2\dfrac{\alpha_2 \delta_р}{\lambda_р}}}, \quad (2.29)$$

где l, $\delta_р$ — длина и толщииа ребра; $\lambda_р$ — коэффициеит теплопроводиости материала ребра.

График зависимости (2.29) приведен иа рис. 2.4. При необходимости теплоотдачу с торца можно довольио точио учесть в (2.29), увеличивая длину ребра l иа половину его толщины $\frac{1}{2}\delta_р$.

Практические расчеты коэффициента эффективности E' ребер более сложной геометрии сводят к относительно простой формуле (2.29), вводя к получению по

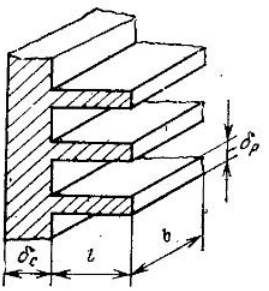


Рис. 2.3. Оребреиная плоская стеика.

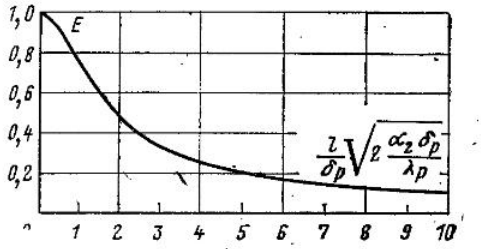


Рис. 2.4. Коэффициеит эффективиости E прямого ребра постояиного сечения.

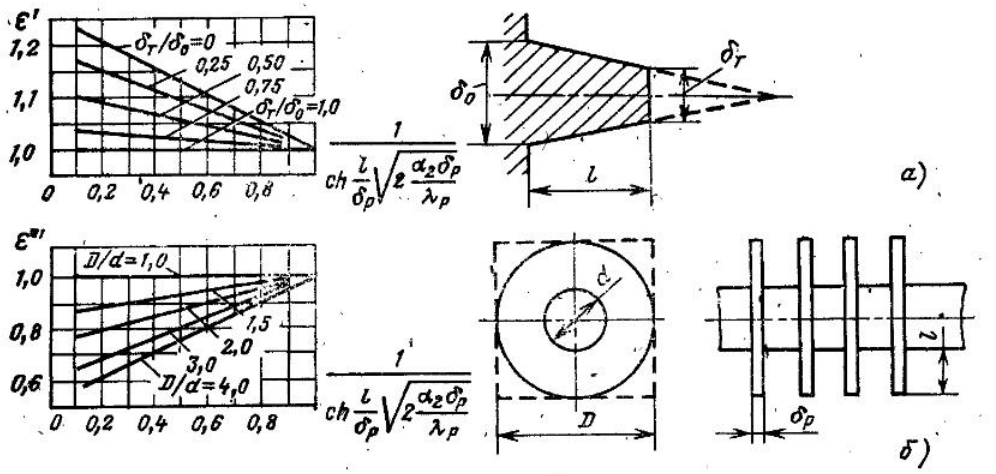


Рис. 2.5. Поправочный коэффициент ε' для расчета коэффициента эффективности E' ребер сложной геометрии.

а — трапецеидальное и треугольное ($\delta_т=0$) ребра; *б* — круглое и квадратное ребра.

ней значению E поправочный коэффициент ε':

$$E' = E\varepsilon'. \qquad (2.30)$$

Для ребер с трапецеидальным и треугольным продольными сечениями величина ε' определяется отношением толщин ребра у основания δ_0 и у торца $\delta_т$, а также комплексом $\frac{l}{\delta_р}\sqrt{2\frac{\alpha_2\delta_р}{\lambda_р}}$ (рис. 2.5, *а*). В качестве толщины ребра $\delta_р$ в расчете используется ее среднеарифметическое значение $(\delta_0+\delta_т)/2$.

Приближенное соотношение (2.27) и более точные (2.28) — (2.30) применимы и для расчета теплопередачи через оребренные снаружи трубы, толщина стенки которых гораздо меньше диаметра. Для круглых и квадратных ребер, расположенных на внешней поверхности трубы, при расчете по (2.29) полагают, что $l=(D-d)/2$, где D — наружный диаметр круглого ребра или увеличенная в 1,13 раз сторона квадратного ребра; d — внешний диаметр трубы. Поправочный коэффициент ε' в (2.30) определяется по графику на рис. 2.5, *б* в зависимости от отношения D/d и комплекса

$$\frac{l}{\delta_р}\sqrt{2\frac{\alpha_2\delta_р}{\lambda_р}}.$$

2.3.6. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ НАЛИЧИИ ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛОТЫ

Плоская пластина. Если внутри бесконечной пластины толщиной δ равномерно распределены источники теплоты мощностью q_V, на поверхности пластины $x=0$ поддерживается температура $T_{с1}$, а на поверхности $x=\delta$ $T_{с2}$, то температурное поле в пластине $(0\leqslant x\leqslant\delta)$ описывается уравнением

$$\frac{T-T_{с1}}{T_{с2}-T_{с1}} = \left[1+\frac{q_V\delta^2}{2\lambda(T_{с2}-T_{с1})}\right]\frac{x}{\delta} - \frac{q_V\delta^2}{2\lambda(T_{с2}-T_{с1})}\left(\frac{x}{\delta}\right)^2, \qquad (2.31)$$

где λ — коэффициент теплопроводности материала стенки.

Плотности теплового потока на поверхностях пластины

$$q_{x=0} = \lambda\frac{T_{с1}-T_{с2}}{\delta}\left[1-\frac{q_V\delta^2}{2\lambda(T_{с1}-T_{с2})}\right]; \qquad (2.32)$$

$$q_{x=\delta} = \lambda\frac{T_{с1}-T_{с2}}{\delta}\left[1+\frac{q_V\delta^2}{2\lambda(T_{с1}-T_{с2})}\right]. \qquad (2.33)$$

Если при расчетах по формулам (2.32) и (2.33) оказывается $q<0$, то это означает, что направление теплового потока и положительное направление оси x противоположны.

В том случае, когда поверхность $x=\delta$ теплоизолирована, $(dT/dx)_{x=\delta}=0$, распределение температуры в пластине имеет вид:

$$T-T_{с1} = \frac{q_V\delta^2}{\lambda}\left[\frac{x}{\delta}-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right].$$

Если на поверхности $x=0$ происходит конвективный теплообмен с жидкой средой, имеющей температуру $T_{ж1}$, а на поверхности $x=\delta$ — со средой, имеющей температуру $T_{ж2}$, то распределение (2.31) остается в силе с той лишь разницей, что фигурирующие в нем температуры поверхностей $T_{с1}$ и $T_{с2}$

определяются из совместного решения уравнений (2.32), (2.33) и уравнений теплоотдачи

$$q_{x=0} = \alpha_1 (T_{ж1} - T_{c1}); \quad (2.34)$$

$$q_{x=\delta} = \alpha_2 (T_{c2} - T_{ж2}), \quad (2.35)$$

где α_1 и α_2 — коэффициенты теплоотдачи на поверхностях $x=0$ и $x=\delta$.

Круглая труба. Температура стенки длинной круглой трубы, на внутренней поверхности ($r=r_1$) которой поддерживается постоянная температура T_{c1}, а на внешней ($r=r_2$) T_{c2}, на расстоянии r ($r_1 \leqslant r \leqslant r_2$) от оси трубы рассчитывается по уравнению

$$\frac{T - T_{c1}}{T_{c2} - T_{c1}} = \frac{q_V r_1^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right]}{4\lambda (T_{c2} - T_{c1})} + \left[1 + \frac{q_V r_1^2}{4\lambda (T_{c2} - T_{c1})} \left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right]\right] \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (2.36)$$

а плотность теплового потока q через изотермическую поверхность, удаленную от оси на расстояние r ($r_1 \leqslant r \leqslant r_2$), составляет:

$$q = 2\lambda \frac{T_{c1} - T_{c2}}{r} \left\{ \frac{q_V r^2}{4\lambda (T_{c1} - T_{c2})} + \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{q_V r_1^2 \left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right]}{4\lambda (T_{c1} - T_{c2})}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \right\}. \quad (2.37)$$

Полагая в (2.37) $r=r_1$ и $r=r_2$, можно получить значение q на внутренней и внешней поверхностях трубы.

Расчет температурного поля в стенке трубы, когда на ее поверхностях происходит конвективный теплообмен с жидкими средами, проводится так же, как и в аналогичной задаче для плоской стенки, — используется распределение (2.36), в котором температуры T_{c1} и T_{c2} определяются из совместного решения уравнения (2.37) для $r=r_1$ и $r=r_2$ и уравнений теплоотдачи. В частности, когда одна из поверхностей трубы теплоизолирована и вся выделяющаяся в стенке теплота отводится через другую поверхность в жидкую среду, распределение температуры в стенке имеет вид:

1) если $q=0$ при $r=r_1$, то

$$\frac{2\lambda}{q_V r_2^2} (T - T_{ж2}) = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right] + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \left[\ln \frac{r}{r_2} - \frac{\lambda}{\alpha_2 r_2}\right] + \frac{\lambda}{\alpha_2 r_2}; \quad (2.38)$$

2) если $q=0$ при $r=r_2$, то

$$\frac{2\lambda}{q_V r_1^2} (T - T_{ж1}) = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right] + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \left[\ln \frac{r}{r_1} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1}\right] - \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1}, \quad (2.39)$$

где α_1, $T_{ж1}$ и α_2, $T_{ж2}$ — коэффициенты теплоотдачи и температуры потоков жидкости (газа), омывающих внутреннюю и внешнюю поверхности трубы.

При $r_1=0$ уравнение (2.38) описывает температурное поле в сплошном цилиндре, внутри которого действуют внутренние источники теплоты постоянной мощности q_V и с поверхности которого происходит теплоотдача в среду с температурой $T_{ж2}$. Распределение температуры в цилиндрической стенке, одна из поверхностей которой теплоизолирована, а другая поддерживается при постоянной температуре T_c, также задается уравнениями (2.38) и (2.39), если считать в них $\alpha \to \infty$ и $T_ж = T_c$.

Если внутренние тепловыделения возникают в результате пропускания электрического тока через проводник, сопротивление которого слабо зависит от температуры, то мощность источников q_V можно представить как

$$q_V = I^2 R / V,$$

где I — сила тока; R — сопротивление и V — объем проводника.

Решения задач с внутренними источниками теплоты, мощность которых линейно зависит от температуры, приведены в [23].

2.4. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

2.4.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ

Все процессы нестационарной теплопроводности в зависимости от характера изменения температуры во времени делятся на три вида:

1) *переходные* — температура в каждой точке тела изменяется от одного установившегося значения до другого;

2) *непрерывного нагрева (охлаждения)* — неограниченное изменение температуры во времени или в пространстве;

3) *периодические* — температура колеблется около некоторого значения.

Ниже приводятся результаты решений часто встречающихся в практике задач, относящихся к разным классам. Результаты решения различных задач нестационарной теплопроводности рассматриваются в [23—27].

2.4.2. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Охлаждение (нагрев) одномерных тел. Одномерное тело (бесконечные пластина и цилиндр, шар) с одинаковой температурой

во всех точках, равной T_0, в начальный момент времени $\tau=0$ погружается в жидкую среду с неизменной температурой $T_ж$. Коэффициент теплоотдачи α на поверхности тела (у пластины — на обеих поверхностях) постоянен.

Безразмерная температура тела $\Theta=(T-T_ж)/(T_0-T_ж)$ определяется безразмерной координатой $\bar{\xi}=\xi/l$, *числом Био* $\mathrm{Bi}=\alpha l/\lambda$ и *числом Фурье* $\mathrm{Fo}=a\tau/l^2$, где ξ — координата; l — характерный линейный размер тела; λ, a — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности материала тела. Уравнение, описывающее нестационарное температурное поле в теле, имеет следующий вид:

$$\Theta=\sum_{n=1}^{\infty} A(\mu_n)\,U(\mu_n\bar{\xi})\,e^{-\mu_n^2\mathrm{Fo}}, \quad (2.40)$$

где A и U — некоторые функции; μ_n — корни *характеристического уравнения*

$$\mu=\mu(\mathrm{Bi}). \quad (2.40а)$$

В табл. 2.10 приведены характеристические уравнения (2.40а) и соотношения для расчета функций $A(\mu_n)$ и $U(\mu_n\bar{\xi})$ в случае охлаждения (нагрева) бесконечной пластины, бесконечного цилиндра и шара. Через J_0 и J_1 обозначены функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка (значения этих функций приведены в табл. 2.11). Начало координат расположено на средней плоскости для пластины, на оси для цилиндра и в центре для шара.

Решение (2.40) для бесконечной пластины, когда теплообмен происходит на обеих ее поверхностях, позволяет рассчитать температурное поле и в том случае, если одна из поверхностей теплоизолирована. Для этого необходимо поместить начало координат на теплоизолированную поверхность и в качестве размера l использовать всю толщину пластины 2δ.

Первые шесть корней характеристических уравнений, приведенных в табл. 2.10, даны в табл. 2.12—2.14.

При $\mathrm{Fo}\geqslant 0{,}3$ ряд (2.40) оказывается настолько быстро сходящимся, что для практических расчетов достаточно ограничиться первым членом (погрешность не превышает 1%). В этом случае изменение во времени температуры Θ_0 на средней плоскости пластины $x=0$, оси цилиндра $r=0$ и в центре шара $r=0$ описывается уравнением

$$\Theta_0=N(\mathrm{Bi})\exp\left(-\mu_1^2\mathrm{Fo}\right), \quad (2.41)$$

Таблица 2.10

Соотношения для расчета по (2.40) температурного поля одномерных тел

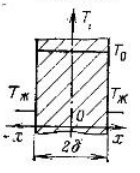
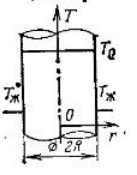
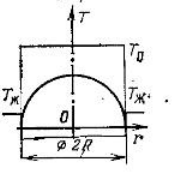
Форма и размер тела	*Бесконечная пластина* 	*Бесконечный цилиндр* 	*Шар* 
Характерный размер	Полутолщина пластины $l=\delta$	Радиус $l=R$	
Определяющие безразмерные параметры	$\bar{\xi}=\dfrac{x}{\delta}$; $\mathrm{Bi}=\dfrac{\alpha\delta}{\lambda}$; $\mathrm{Fo}=\dfrac{a\tau}{\delta^2}$	$\bar{\xi}=\dfrac{r}{R}$; $\mathrm{Bi}=\dfrac{\alpha R}{\lambda}$; $\mathrm{Fo}=\dfrac{a\tau}{R^2}$	
Характеристическое уравнение $\mu=\mu(\mathrm{Bi})$	$\operatorname{ctg}\mu=\dfrac{\mu}{\mathrm{Bi}}$	$\mu\dfrac{J_1(\mu)}{J_0(\mu)}=\mathrm{Bi}$	$\operatorname{tg}\mu=-\dfrac{\mu}{\mathrm{Bi}-1}$
Функция $A(\mu_n)$	$\dfrac{2\sin\mu_n}{\mu_n+\sin\mu_n\cos\mu_n}$	$\dfrac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n\left[J_0^2(\mu_n)+J_1^2(\mu_n)\right]}$	$\dfrac{2(\sin\mu_n-\mu_n\cos\mu_n)}{\mu_n-\sin\mu_n\cos\mu_n}$
Функция $U(\mu_n\bar{\xi})$	$\cos(\mu_n x/\delta)$	$J_0\left(\mu_n\dfrac{r}{R}\right)$	$\dfrac{\sin(\mu_n r/R)}{\mu_n r/R}$

Таблица 2.11

Функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков $J_0(x)$ и $J_1(x)$

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	x	$J_0(x)$	$J_1(x)$
0,0	1,0000	0,0000	6,0	0,1506	—0,2767
0,1	0,9975	0,0499	6,1	0,1773	—0,2559
0,2	0,9900	0,0955	6,2	0,2017	—0,2329
0,3	0,9776	0,1483	6,3	0,2238	—0,2081
0,4	0,9604	0,1960	6,4	0,2433	—0,1816
0,5	0,9385	0,2423	6,5	0,2601	—0,1538
0,6	0,9120	0,2867	6,6	0,2740	—0,1250
0,7	0,8812	0,3290	6,7	0,2851	—0,0953
0,8	0,8463	0,3688	6,8	0,2931	—0,0652
0,9	0,8075	0,4059	6,9	0,2981	—0,0349
1,0	0,7652	0,4400	7,0	0,3001	—0,0047
1,1	0,7196	0,4709	7,1	0,2991	0,0252
1,2	0,6711	0,4983	7,2	0,2951	0,0543
1,3	0,6201	0,5220	7,3	0,2882	0,0826
1,4	0,5669	0,5419	7,4	0,2786	0,1096
1,5	0,5118	0,5579	7,5	0,2663	0,1352
1,6	0,4554	0,5699	7,6	0,2516	0,1592
1,7	0,3980	0,5778	7,7	0,2346	0,1813
1,8	0,3400	0,5815	7,8	0,2154	0,2014
1,9	0,2818	0,5812	7,9	0,1944	0,2192
2,0	0,2239	0,5767	8,0	0,1716	0,2346
2,1	0,1666	0,5683	8,1	0,1475	0,2476
2,2	0,1104	0,5560	8,2	0,1222	0,2580
2,3	0,0555	0,5399	8,3	0,0960	0,2657
2,4	0,0025	0,5202	8,4	0,0692	0,2708
2,5	—0,0484	0,4971	8,5	0,0419	0,2731
2,6	—0,0968	0,4708	8,6	0,0146	0,2728
2,7	—0,1424	0,4416	8,7	—0,0125	0,2697
2,8	—0,1850	0,4097	8,8	—0,0392	0,2641
2,9	—0,2243	0,3754	8,9	—0,0652	0,2559
3,0	—0,2600	0,3391	9,0	—0,0903	0,2453
3,1	—0,2921	0,3009	9,1	—0,1142	0,2324
3,2	—0,3202	0,2613	9,2	—0,1368	0,2174
3,3	—0,3443	0,2207	9,3	—0,1577	0,2004
3,4	—0,3643	0,1792	9,4	—0,1768	0,1816
3,5	—0,3801	0,1374	9,5	—0,1939	0,1613
3,6	—0,3918	0,0955	9,6	—0,2090	0,1395
3,7	—0,3992	0,0538	9,7	—0,2218	0,1166
3,8	—0,4026	0,0128	9,8	—0,2323	0,0928
3,9	—0,4018	—0,0272	9,9	—0,2403	0,0684
4,0	—0,3971	—0,0660	10,0	—0,2459	0,0435
4,1	—0,3887	—0,1033	10,1	—0,2490	0,0184
4,2	—0,3766	—0,1386	10,2	—0,2496	—0,0066
4,3	—0,3610	—0,1719	10,3	—0,2477	—0,0313
4,4	—0,3423	—0,2028	10,4	—0,2434	—0,0555
4,5	—0,3205	—0,2311	10,5	—0,2366	—0,0788
4,6	—0,2961	—0,2566	10,6	—0,2276	—0,1012
4,7	—0,2693	—0,2791	10,7	—0,2164	—0,1224
4,8	—0,2404	—0,2985	10,8	—0,2032	—0,1422
4,9	—0,2097	—0,3147	10,9	—0,1881	—0,1604
5,0	—0,1776	—0,3276	11,0	—0,1712	—0,1768
5,1	—0,1443	—0,3371	11,1	—0,1528	—0,1913
5,2	—0,1103	—0,3432	11,2	—0,1330	—0,2038
5,3	—0,0758	—0,3460	11,3	—0,1121	—0,2143
5,4	—0,0412	—0,3453	11,4	—0,0902	—0,2224
5,5	0,0068	—0,3414	11,5	—0,0677	—0,2284
5,6	0,0270	—0,3343	11,6	—0,0446	—0,2320
5,7	0,0599	—0,3241	11,7	—0,0213	—0,2333
5,8	0,0917	—0,3110	11,8	0,0020	—0,2323
5,9	0,1220	—0,2951	11,9	0,0250	—0,2290
			12,0	0,0477	—0,2234

а температуры $\Theta_п$ на поверхностях этих тел

$$\Theta_п = P\,(\mathrm{Bi})\exp\left(-\mu_1^2\,\mathrm{Fo}\right). \qquad (2.42)$$

Значения N, P и μ_1^2 в зависимости от числа Bi приведены в табл. 2.15—2.17, а на рис. 2.6—2.11 представлены графики функций $\Theta_0(\mathrm{Bi}, Fo)$ и $\Theta_п(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$.

При $\mathrm{Bi}\to\infty$ (практически $\mathrm{Bi}>100$) температура поверхности тела $T_п$ в течение всего времени охлаждения (нагревания) равна температуре окружающей жидкости (газа) $T_ж$. Распределение температуры в теле в некоторый момент времени описывается следующими уравнениями:

1) в пластине

$$\Theta = \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)}\cos\left[\frac{2n-1}{2}\pi\frac{x}{\delta}\right]\times$$

$$\times\exp\left[-\left(\frac{2n-1}{2}\right)^2\pi^2\frac{a\tau}{\delta^2}\right]; \qquad (2.43)$$

2) в цилиндре

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)}J_0\left(\mu_n\frac{r}{R}\right)\times$$

$$\times\exp\left[-\mu_n^2\frac{a\tau}{R^2}\right], \qquad (2.44)$$

где значения μ_n определяются характеристическим уравнением для цилиндра при условии $\mathrm{Bi}\to\infty$ (см. табл. 2.13);

3) в шаре

$$\Theta = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\pi n}\frac{R}{r}\sin\left(\pi n\frac{r}{R}\right)\times$$

$$\times\exp\left[-(\pi n)^2\frac{a\tau}{R^2}\right]. \qquad (2.45)$$

Уравнения (2.43)—(2.45) представляют решения задачи об охлаждении (нагреве соответствующих одномерных тел с граничным условием 1-го рода, когда на поверхности тела задана постоянная температура. При вычислении суммы рядов (2.43) — (2.45) можно, так же как и для (2.40), пренебречь всеми членами по сравнению с первым, если только $\mathrm{Fo}\geqslant 0{,}3$.

При $\mathrm{Bi}\to 0$ (практически $\mathrm{Bi}<0{,}1$) в любой момент времени температура во всех точках рассматриваемых тел одинакова, ее уменьшение во времени подчиняется уравнению

$$\Theta = \exp\left[-i\frac{a\tau}{\rho c l}\right], \qquad (2.46)$$

где ρ и c — плотность и удельная теплоемкость материала тела; $i=1$ и $l=\delta$ для пластины; $i=2$ и $l=R$ для цилиндра; $i=3$ и $l=R$ для шара.

Таблица 2.12

Корни характеристического уравнения $\operatorname{ctg}\mu=\mu/\mathrm{Bi}$

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
0	0,0000	3,1416	6,2832	9,4248	12,5664	15,7080
0,001	0,0316	3,1419	6,2833	9,4249	12,5665	15,7080
0,002	0,0447	3,1422	6,2835	9,4250	12,5665	15,7081
0,004	0,0632	3,1429	6,2838	9,4252	12,5667	15,7082
0,006	0,0774	3,1435	6,2841	9,4254	12,5668	15,7083
0,008	0,0893	3,1441	6,2845	9,4256	12,5670	15,7085
0,01	0,0998	3,1448	6,2848	9,4258	12,5672	15,7086
0,02	0,1410	3,1479	6,2864	9,4269	12,5680	15,7092
0,04	0,1987	3,1543	6,2895	9,4290	12,5696	15,7105
0,06	0,2425	3,1606	6,2927	9,4311	12,5711	15,7118
0,08	0,2791	3,1668	6,2959	9,4333	12,5727	15,7131
0,1	0,3111	3,1731	6,2991	9,4354	12,5743	15,7143
0,2	0,4328	3,2039	6,3148	9,4459	12,5823	15,7207
0,3	0,5218	3,2341	6,3305	9,4565	12,5902	15,7270
0,4	0,5932	3,2636	6,3461	9,4670	12,5981	15,7334
0,5	0,6533	3,2923	6,3616	9,4775	12,6060	15,7397
0,6	0,7051	3,3204	6,3770	9,4879	12,6139	15,7460
0,7	0,7506	3,3477	6,3923	9,4983	12,6218	15,7524
0,8	0,7910	3,3744	6,4074	9,5087	12,6296	15,7587
0,9	0,8274	3,4003	6,4224	9,5190	12,6375	15,7650
1,0	0,8603	3,4256	6,4373	9,5293	12,6453	15,7713
1,5	0,9882	3,5422	6,5097	9,5801	12,6841	15,8026
2,0	1,0769	3,6436	6,5783	9,6296	12,7223	15,8336
3,0	1,1925	3,8088	6,7040	9,7240	12,7966	15,8945
4,0	1,2646	3,9352	6,8140	9,8119	12,8678	15,9536
5,0	1,3138	4,0336	6,9096	9,8928	12,9352	16,0107
6,0	1,3496	4,1116	6,9924	9,9667	12,9988	16,0654
7,0	1,3766	4,1746	7,0640	10,0339	13,0584	16,1177
8,0	1,3978	4,2264	7,1263	10,0949	13,1141	16,1675
9,0	1,4149	4,2694	7,1806	10,1502	13,1660	16,2147
10,0	1,4289	4,3058	7,2281	10,2003	13,2142	16,2594
15,0	1,4729	4,4255	7,3959	10,3898	13,4078	16,4474
20,0	1,4961	4,4915	7,4954	10,5117	13,5420	16,5864
30,0	1,5202	4,5615	7,6057	10,6543	13,7085	16,7691
40,0	1,5325	4,5979	7,6647	10,7334	13,8048	16,8794
50,0	1,5400	4,6202	7,7012	10,7832	13,8666	16,9519
60,0	1,5451	4,6353	7,7259	10,8172	13,9094	17,0026
80,0	1,5514	4,6543	7,7573	10,8606	13,9644	17,0686
100,0	1,5552	4,6658	7,7764	10,8871	13,9981	17,1093
∞	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956	14,1372	17,2788

Таблица 2.13

Корни характеристического уравнения $\mu J_1(\mu) = \mathrm{Bi} J_0(\mu)$

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
0,0	0,0000	3,8317	7,0156	10,1735	13,3237	16,4706
0,01	0,1412	3,8343	7,0170	10,1745	13,3244	16,4712
0,02	0,1995	3,8369	7,0184	10,1754	13,3252	16,4718
0,04	0,2814	3,8421	7,0213	10,1774	13,3267	16,4731
0,06	0,3438	3,8473	7,0241	10,1794	13,3282	16,4743
0,08	0,3960	3,8525	7,0270	10,1813	13,3297	16,4755
0,10	0,4417	3,8577	7,0298	10,1833	13,3312	16,4767
0,15	0,5376	3,8706	7,0369	10,1882	13,3349	16,4797
0,20	0,6170	3,8835	7,0440	10,1931	13,3387	16,4828
0,30	0,7465	3,9091	7,0582	10,2029	13,3462	16,4888
0,40	0,8516	3,9344	7,0723	10,2127	13,3537	16,4949
0,50	0,9408	3,9594	7,0864	10,2225	13,3611	16,5010
0,60	1,0184	3,9841	7,1004	10,2322	13,3686	16,5070
0,70	1,0873	4,0085	7,1143	10,2419	13,3761	16,5131
0,80	1,1490	4,0325	7,1282	10,2519	13,3835	16,5191
0,90	1,2048	4,0562	7,1421	10,2613	13,3910	16,5251
1,0	1,2558	4,0795	7,1558	10,2710	13,3984	16,5312
1,5	1,4569	4,1902	7,2233	10,3188	13,4353	16,5612
2,0	1,5994	4,2910	7,2884	10,3658	13,4719	16,5910
3,0	1,7887	4,4634	7,4103	10,4566	13,5434	16,6499
4,0	1,9081	4,6018	7,5201	10,5423	13,6125	16,7073
5,0	1,9898	4,7131	7,6177	10,6223	13,6786	16,7630
6,0	2,0490	4,8033	7,7039	10,6964	13,7414	16,8168
7,0	2,0937	4,8772	7,7797	10,7646	13,8008	16,8684
8,0	2,1286	4,9384	7,8464	10,8271	13,8566	16,9179
9,0	2,1566	4,9897	7,9051	10,8842	13,9090	16,9650
10,0	2,1795	5,0332	7,9569	10,9363	13,9580	17,0099
15,0	2,2509	5,1773	8,1422	11,1367	14,1576	17,2008
20,0	2,2880	5,2568	8,2534	11,2677	14,2983	17,3442
30,0	2,3261	5,3410	8,3771	11,4221	14,4748	17,5348
40,0	2,3455	5,3846	8,4432	11,5081	14,5774	17,6508
50,0	2,3572	5,4112	8,4840	11,5621	14,6433	17,7272
60,0	2,3651	5,4291	8,5116	11,5990	14,6889	17,7807
80,0	2,3750	5,4516	8,5466	11,6461	14,7475	17,8502
100,0	2,3809	5,4652	8,5678	11,6747	14,7834	17,8931
∞	2,4048	5,5201	8,6537	11,7915	14,9309	18,0711

Таблица 2.14

Корни характеристического уравнения $\mathrm{tg}\,\mu = -\mu/(\mathrm{Bi}-1)$

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
0,0	0,0000	4,4934	7,7253	10,9041	14,0662	17,2208
0,005	0,1224	4,4945	7,7259	10,9046	14,0666	17,2210
0,01	0,1730	4,4956	7,7265	10,9050	14,0669	17,2213
0,02	0,2445	4,4979	7,7278	10,9060	14,0676	17,2219
0,03	0,2991	4,5001	7,7291	10,9069	14,0683	17,2225
0,04	0,3450	4,5023	7,7304	10,9078	14,0690	17,2231
0,05	0,3854	4,5045	7,7317	10,9087	14,0697	17,2237
0,06	0,4217	4,5068	7,7330	10,9096	14,0705	17,2242
0,07	0,4551	4,5090	7,7343	10,9105	14,0712	17,2248
0,08	0,4860	4,5112	7,7356	10,9115	14,0719	17,2254
0,09	0,5150	4,5134	7,7369	10,9124	14,0726	17,2260
0,10	0,5423	4,5157	7,7382	10,9133	14,0733	17,2266
0,15	0,6609	4,5268	7,7447	10,9179	14,0769	17,2295
0,20	0,7593	4,5379	7,7511	10,9225	14,0804	17,2324
0,30	0,9208	4,5601	7,7641	10,9316	14,0875	17,2382
0,40	1,0528	4,5822	7,7770	10,9408	14,0946	17,2440
0,50	1,1656	4,6042	7,7899	10,9499	14,1017	17,2498
0,60	1,2644	4,6261	7,8028	10,9591	14,1088	17,2556
0,70	1,3525	4,6479	7,8156	10,9682	14,1159	17,2614
0,80	1,4320	4,6696	7,8284	10,9774	14,1230	17,2672
0,90	1,5044	4,6911	7,8412	10,9865	14,1301	17,2730
1,0	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956	14,1372	17,2788
1,1	1,6320	4,7335	7,8667	11,0047	14,1443	17,2845
1,2	1,6887	4,7544	7,8794	11,0137	14,1513	17,2903
1,3	1,7414	4,7751	7,8920	11,0228	14,1584	17,2961
1,4	1,7906	4,7956	7,9046	11,0318	14,1654	17,3019
1,5	1,8366	4,8158	7,9171	11,0409	14,1724	17,3076
1,6	1,8798	4,8358	7,9295	11,0498	14,1795	17,3134
1,7	1,9203	4,8556	7,9419	11,0588	14,1865	17,3192
1,8	1,9586	4,8751	7,9542	11,0677	14,1935	17,3249
1,9	1,9947	4,8943	7,9665	11,0767	14,2005	17,3306
2,0	2,0288	4,9132	7,9787	11,0856	14,2075	17,3364
2,5	2,1746	5,0037	8,0385	11,1296	14,2421	17,3649
3,0	2,2889	5,0870	8,0962	11,1727	14,2764	17,3932
4,0	2,4557	5,2329	8,2045	11,2560	14,3434	17,4490
5,0	2,5704	5,3540	8,3029	11,3349	14,4080	17,5034
6,0	2,6537	5,4544	8,3914	11,4086	14,4699	17,5562
7,0	2,7165	5,5378	8,4703	11,4773	14,5288	17,6072
8,0	2,7654	5,6078	8,5406	11,5408	14,5847	17,6567
9,0	2,8044	5,6669	8,6031	11,5994	14,6374	17,7032
10,0	2,8363	5,7172	8,6587	11,6532	14,6870	17,7481
11,0	2,8628	5,7606	8,7083	11,7027	14,7335	17,7908
16,0	2,9476	5,9080	8,8898	11,8959	14,9251	17,9742
21,0	2,9930	5,9921	9,0019	12,0250	15,0625	18,1136
31,0	3,0406	6,0831	9,1294	12,1807	15,2380	18,3018
41,0	2,0651	6,1311	9,1987	12,2688	15,3417	18,4180
51,0	3,0801	6,1606	9,2420	12,3247	15,4090	18,4853
61,0	3,0901	6,1805	9,2715	12,3632	15,4559	18,5497
81,0	3,1028	6,2058	9,3089	12,4124	15,5164	18,6209
101,0	3,1105	6,2211	9,3317	12,4426	15,5537	18,6650
∞	3,1416	6,2832	9,4248	12,5664	15,7080	18,8496

Таблица 2.15

Коэффициенты для расчета охлаждения (нагрева) бесконечной пластины

Bi	μ_1^2	P	M	N	Bi	μ_1^2	P	M	N
0,00	0,0000	1,000	1,000	1,000	2,2	1,222	0,535	0,960	1,186
0,01	0,0100	0,997	1,000	1,002	2,4	1,277	0,510	0,956	1,193
0,02	0,0199	0,993	1,000	1,003	2,6	1,332	0,488	0,952	1,200
0,04	0,0397	0,987	1,000	1,006	2,8	1,380	0,468	0,948	1,205
0,06	0,0584	0,981	1,000	1,010	3,0	1,420	0,448	0,944	1,210
0,08	0,0778	0,974	1,000	1,013	3,5	1,52	0,406	0,935	1,221
0,10	0,0968	0,967	1,000	1,016	4,0	1,59	0,370	0,926	1,229
0,12	0,1154	0,960	1,000	1,020	4,5	1,66	0,338	0,919	1,235
0,14	0,1337	0,954	1,000	1,023	5,0	1,73	0,314	0,912	1,240
0,16	0,1518	0,948	1,000	1,026	5,5	1,78	0,293	0,906	1,244
0,18	0,1697	0,942	1,000	1,029	6,0	1,82	0,273	0,901	1,248
0,20	0,1874	0,936	1,000	1,031	7,0	1,90	0,241	0,892	1,254
0,22	0,2048	0,930	1,000	1,034	8,0	1,95	0,216	0,885	1,257
0,24	0,2220	0,924	0,999	1,037	9,0	2,00	0,196	0,879	1,260
0,26	0,2390	0,918	0,999	1,040	10	2,04	0,180	0,874	1,262
0,28	0,2558	0,912	0,999	1,042	12	2,08	0,152	0,866	1,265
0,30	0,2723	0,906	0,999	1,045	14	2,12	0,132	0,859	1,267
0,35	0,3125	0,891	0,998	1,052	16	2,16	0,116	0,855	1,268
0,40	0,3516	0,877	0,998	1,058	18	2,20	0,104	0,851	1,269
0,45	0,3894	0,863	0,997	1,064	20	2,24	0,094	0,847	1,270
0,50	0,4264	0,849	0,996	1,070	25	2,27	0,076	0,841	1,271
0,55	0,4624	0,836	0,995	1,076	30	2,30	0,065	0,836	1,271
0,60	0,497	0,823	0,994	1,081	35	2,33	0,0560	0,832	1,272
0,70	0,564	0,798	0,992	1,092	40	2,35	0,0500	0,829	1,272
0,80	0,626	0,774	0,990	1,102	50	2,37	0,0400	0,826	1,272
0,90	0,684	0,751	0,988	1,111	60	2,39	0,0333	0,824	1,273
1,00	0,740	0,729	0,986	1,119	70	2,40	0,0286	0,822	1,273
1,20	0,841	0,689	0,981	1,134	80	2,41	0,0250	0,820	1,273
1,40	0,931	0,653	0,977	1,148	90	2,41	0,0222	0,819	1,273
1,60	1,016	0,619	0,972	1,159	100	2,42	0,0200	0,818	1,273
1,80	1,090	0,587	0,968	1,169	∞	2,46	0,000	0,810	1,273
2,00	1,162	0,559	0,964	1,179					

Таблица 2.16

Коэффициенты для расчета охлаждения (нагрева) бесконечного цилиндра

Bi	μ_1^2	P	M	N	Bi	μ_1^2	P	M	N
0,00	0,000	1,000	1,000	1,000	0,28	0,5226	0,932	0,999	1,067
0,01	0,0200	0,998	1,000	1,002	0,30	0,5572	0,927	0,999	1,071
0,02	0,0398	0,995	1,000	1,005	0,35	0,642	0,915	0,998	1,082
0,04	0,0792	0,990	1,000	1,010	0,40	0,726	0,903	0,998	1,093
0,06	0,1183	0,985	1,000	1,014	0,45	0,806	0,891	0,997	1,103
0,08	0,1569	0,980	1,000	1,019	0,50	0,888	0,880	0,996	1,114
0,10	0,1951	0,975	1,000	1,024	0,55	0,962	0,869	0,995	1,124
0,12	0,2329	0,970	1,000	1,029	0,60	1,036	0,858	0,993	1,134
0,14	0,2704	0,965	1,000	1,034	0,70	1,184	0,836	0,991	1,154
0,16	0,3075	0,960	1,000	1,039	0,80	1,322	0,815	0,989	1,172
0,18	0,3443	0,956	1,000	1,044	0,90	1,453	0,795	0,987	1,190
0,20	0,3807	0,951	1,000	1,048	1,00	1,580	0,774	0,985	1,208
0,22	0,4167	0,946	0,999	1,053	1,20	1,81	0,738	0,979	1,239
0,24	0,4524	0,941	0,999	1,057	1,40	2,03	0,704	0,973	1,268
0,26	0,4877	0,937	0,999	1,062	1,60	2,22	0,671	0,967	1,295

Продолжение табл. 2.16

Bi	μ_1^2	P	M	N	Bi	μ_1^2	P	M	N
1,80	2,39	0,639	0,961	1,319	12	4,92	0,161	0,788	1,575
2,0	2,55	0,610	0,955	1,340	14	5,03	0,137	0,776	1,581
2,2	2,70	0,584	0,949	1,357	16	5,12	0,120	0,768	1,585
2,4	2,84	0,558	0,943	1,375	18	5,18	0,106	0,761	1,588
2,6	2,97	0,534	0,937	1,392	20	5,24	0,095	0,755	1,590
2,8	3,09	0,513	0,931	1,406	25	5,34	0,076	0,744	1,595
3,0	3,20	0,492	0,925	1,420	30	5,41	0,065	0,736	1,598
3,5	3,44	0,446	0,910	1,449	35	5,46	0,0560	0,730	1,600
4,0	3,64	0,407	0,896	1,472	40	5,50	0,0500	0,725	1,602
4,5	3,81	0,374	0,884	1,489	50	5,55	0,0400	0,719	1,603
5,0	3,96	0,345	0,873	1,504	60	5,59	0,0333	0,714	1,604
5,5	4,09	0,320	0,863	1,516	70	5,62	0,0286	0,710	1,604
6,0	4,20	0,299	0,854	1,527	80	5,64	0,0250	0,707	1,605
7,0	4,38	0,262	0,837	1,541	90	5,66	0,0222	0,705	1,605
8,0	4,53	0,234	0,823	1,551	100	5,68	0,0200	0,704	1,606
9,0	4,65	0,210	0,812	1,560	∞	5,787	0,000	0,691	1,606
10	4,75	0,191	0,803	1,566					

Таблица 2.17

Коэффициенты для расчета охлаждения (нагрева) шара

Bi	μ_1^2	P	M	N	Bi	μ_1^2	P	M	N
0,00	0,000	1,000	1,000	1,000	1,5	3,373	0,728	0,971	1,385
0,005	0,015	0,999	1,000	1,001	1,6	3,534	0,712	0,967	1,405
0,01	0,030	0,998	1,000	1,003	1,7	3,688	0,697	0,964	1,425
0,02	0,060	0,996	1,000	1,006	1,8	3,836	0,682	0,961	1,444
0,03	0,090	0,994	1,000	1,009	1,9	3,979	0,668	0,957	1,462
0,04	0,119	0,992	1,000	1,012	2,0	4,116	0,654	0,953	1,479
0,05	0,149	0,990	1,000	1,015	2,5	4,729	0,590	0,935	1,558
0,06	0,178	0,988	1,000	1,018	3,0	5,239	0,534	0,917	1,623
0,07	0,207	0,986	1,000	1,021	4,0	6,031	0,444	0,883	1,720
0,08	0,236	0,984	1,000	1,024	5,0	6,607	0,376	0,853	1,787
0,09	0,265	0,981	1,000	1,026	6,0	7,042	0,324	0,828	1,834
0,10	0,294	0,979	1,000	1,029	7,0	7,379	0,284	0,807	1,867
0,15	0,437	0,970	0,999	1,044	8,0	7,647	0,251	0,789	1,892
0,20	0,577	0,960	0,999	1,059	9,0	7,865	0,225	0,774	1,911
0,30	0,848	0,943	0,998	1,091	10,0	8,045	0,204	0,761	1,925
0,40	1,108	0,921	0,997	1,116	11,0	8,196	0,186	0,749	1,936
0,50	1,359	0,902	0,996	1,144	16,0	8,688	0,129	0,711	1,967
0,60	1,599	0,883	0,994	1,171	21,0	8,958	0,0979	0,689	1,980
0,70	1,829	0,828	0,993	1,198	31,0	9,245	0,0660	0,664	1,990
0,80	2,051	0,846	0,991	1,224	41,0	9,395	0,0497	0,651	1,994
0,90	2,263	0,830	0,988	1,250	51,0	9,487	0,0398	0,643	1,996
1,00	2,467	0,811	0,986	1,273	61,0	9,549	0,0333	0,637	1,998
1,1	2,663	0,793	0,983	1,297	81,0	9,627	0,0250	0,630	1,998
1,2	2,852	0,776	0,980	1,320	101,0	9,675	0,0200	0,626	1,999
1,3	3,033	0,752	0,997	1,343	∞	9,870	0,000	0,608	2,000
1,4	3,206	0,743	0,974	1,364					

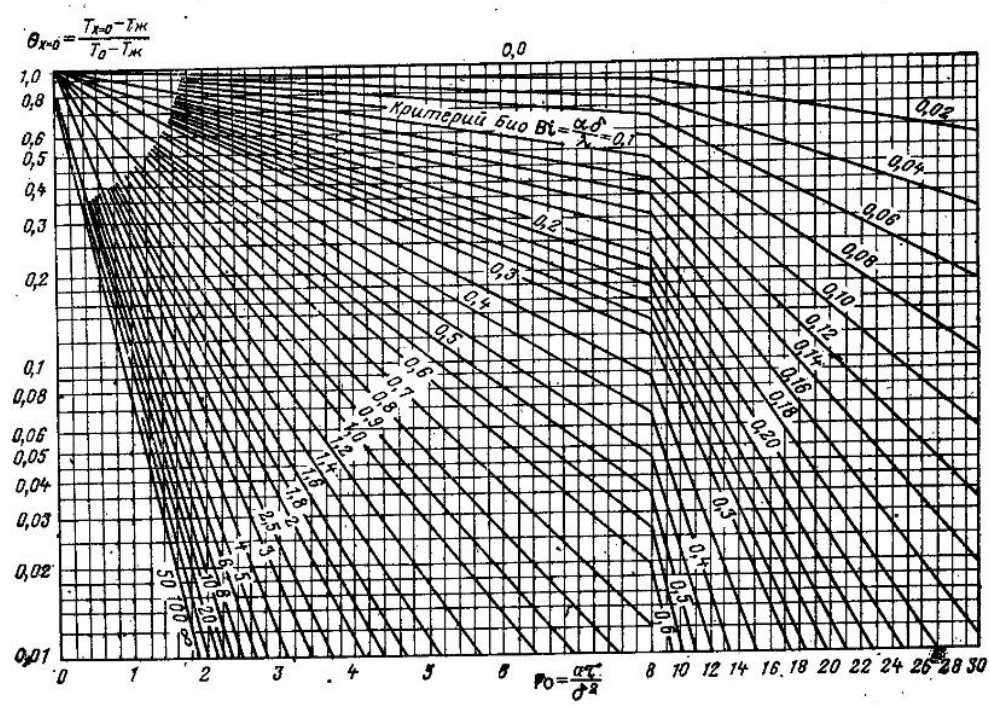


Рис. 2.6. Безразмерная температура в середине бесконечной пластиины.

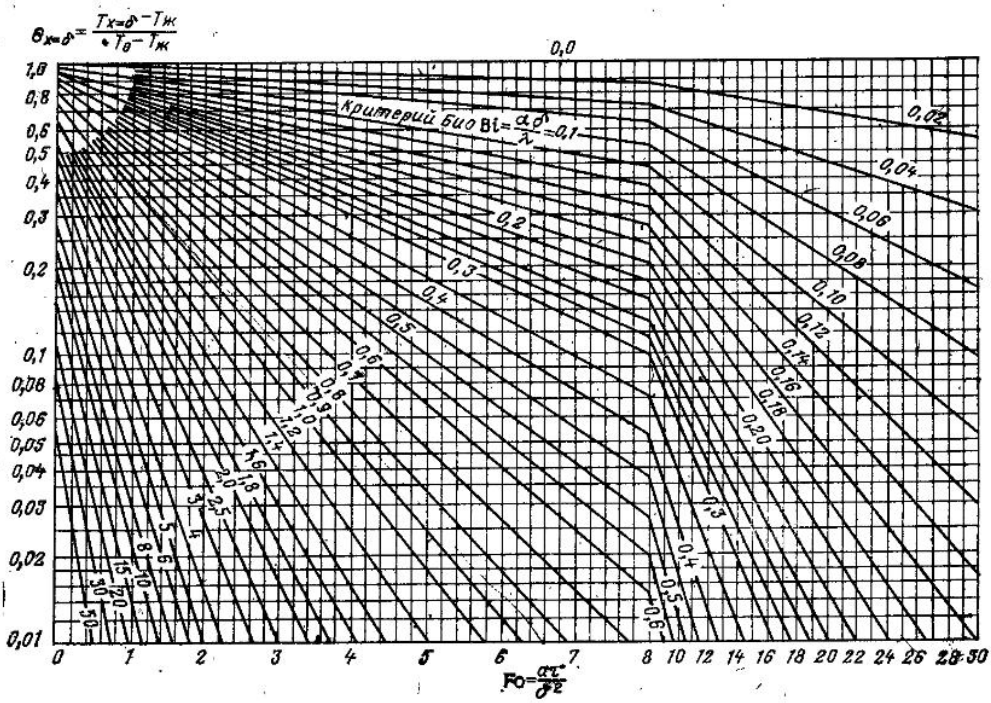


Рис. 2.7. Безразмерная температура на поверхности бесконечной пластины.

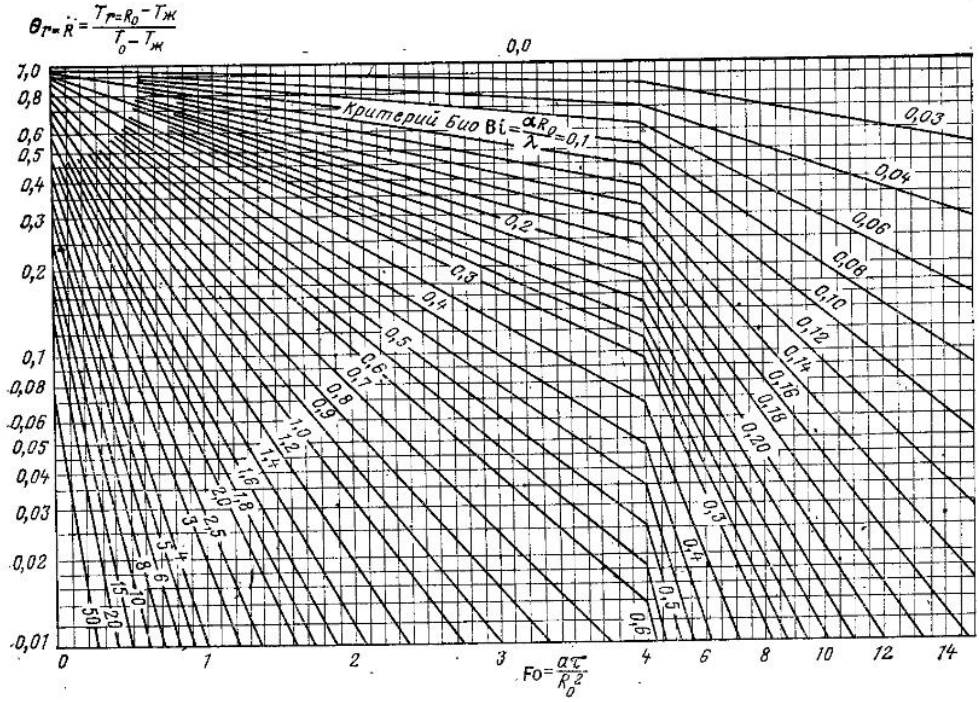


Рис. 2.8. Безразмерная температура на оси цилиндра бесконечной длины.

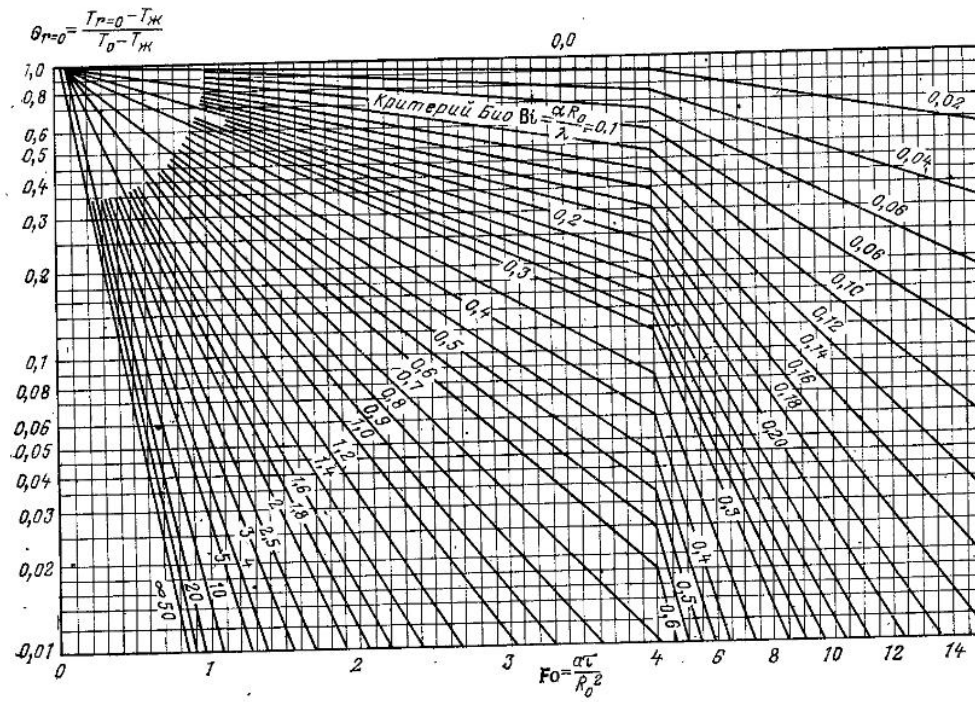


Рис. 2.9. Безразмерная температура на поверхности цилиндра бесконечной длины.

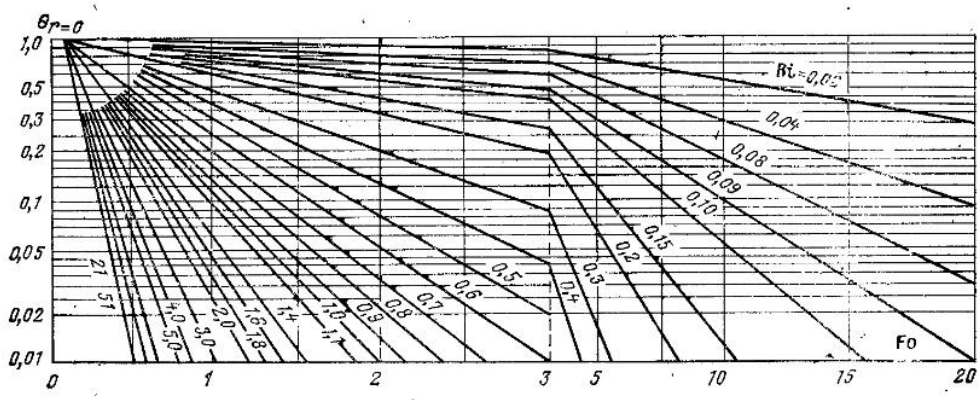


Рис. 2.10. Безразмерная температура в центре шара.

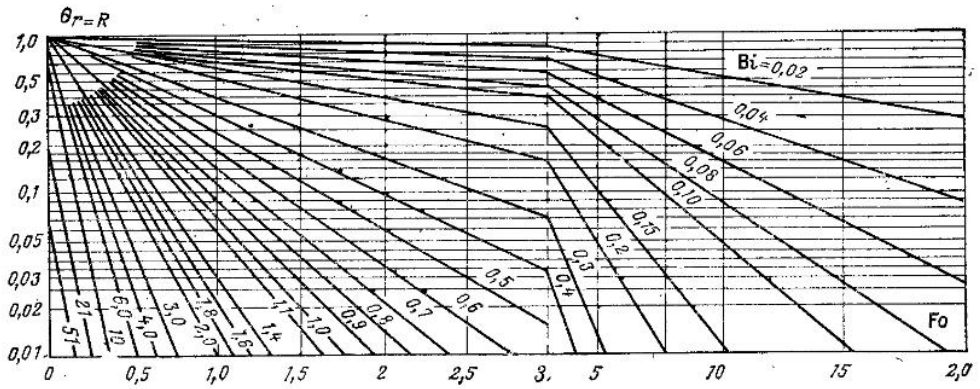


Рис. 2.11. Безразмерная температура на поверхности шара.

Количество теплоты Q, отдаваемое (воспринимаемое) телом в процессе охлаждения (нагрева) за время τ, в расчете на единицу площади поверхности

$$Q = \rho c \frac{l}{i} (T_0 - T_ж)(1 - \bar{\Theta}), \quad (2.47)$$

где для пластины $l=\delta$ и $i=1$, для цилиндра $l=R$ и $i=2$, для шара $l=R$ и $i=3$; $\bar{\Theta}$ — средняя по объему безразмерная температура тела в момент времени τ. Значения $\bar{\Theta}$ вычисляют по формулам:

1) для пластины

$$\bar{\Theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\mathrm{Bi}^2}{\mu_n^2 \left(\mu_n^2 + \mathrm{Bi}^2 - \mathrm{Bi}\right)} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right); \quad (2.48)$$

2) для цилиндра

$$\bar{\Theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\mathrm{Bi}^2}{\mu_n^2 \left(\mu_n^2 + \mathrm{Bi}^2\right)} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right); \quad (2.49)$$

3) для шара

$$\bar{\Theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6\mathrm{Bi}^2}{\mu_n^2 \left(\mu_n^2 + \mathrm{Bi}^2 - \mathrm{Bi}\right)} \exp\left(-\mu_n^2 \mathrm{Fo}\right). \quad (2.50)$$

В формулах (2.48)—(2.50) приняты те же обозначения, что и в табл. 2.10. Если $\mathrm{Fo} \geqslant 0{,}3$, то вычисление значений $\bar{\Theta}$ сводится к расчету первого члена ряда, в этом случае

$$\bar{\Theta} = M\,(\mathrm{Bi}) \exp\left(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}\right).$$

Значения M в зависимости от числа Bi приведены в табл. 2.15—2.17.

Охлаждение (нагрев) параллелепипеда и цилиндра конечной длины. Прямоугольный параллелепипед со сторонами $2\delta_x$, $2\delta_y$ и $2\delta_z$ (цилиндр конечной длиной $2L$ с радиусом основания R), имевший в начальный момент времени $\tau=0$ во всех точках одинаковую температуру, равную T_0, охлаждается или нагревается в жидкой среде с неизменной температурой $T_ж$, коэффициент теплоотдачи в окружающую среду на всей поверхности параллелепипеда (цилиндра) постоянен и составляет α (рис. 2.12).

Расчет температурного поля как для параллелепипеда, так и для цилиндра основан на *теореме перемножения решений*: безразмерная температура тела конечных размеров равна произведению безразмерных температур одиомерных тел, пересечением которых образоваио тело конечных размеров.

Параллелепипед образован пересечением трех бесконечиых пластии с толщинами $2\delta_x$, $2\delta_y$ и $2\delta_z$, поэтому его безразмерную температуру $\Theta=[T(x, y, z, \tau)-T_ж]/(T_0-T_ж)$, где $T(x, y, z, \tau)$ — температура в точке параллелепипеда с координатами x, y, z в момеит времеии τ, можно представить в виде произведеиия трех сомножителей

$$\Theta(x, y, z, \tau)=\Theta_x(x, \tau)\,\Theta_y(y, \tau)\,\Theta_z(z, \tau); \qquad (2.51)$$

здесь

$$\Theta_x=\frac{T(x, \tau)-T_ж}{T_0-T_ж}; \quad \Theta_y=\frac{T(y, \tau)-T_ж}{T_0-T_ж};$$

$$\Theta_z=\frac{T(z, \tau)-T_ж}{T_0-T_ж}$$

— безразмерные температуры трех бесконечных пластин с толщинами $2\delta_x$, $2\delta_y$ и $2\delta_z$.

Безразмерная температура Θ_k ($k=x, y, z$) для каждой из пластин рассчитывается как функция безразмериой координаты k/δ_k, чисел Био $\mathrm{Bi}_k=\alpha\delta_k/\lambda$ и Фурье $\mathrm{Fo}_k=a\tau/\delta_k^2$ по соответствующим уравнениям или графикам для охлаждения (нагрева) бесконечиой пластиины.

Расчет температурного поля $\Theta(r, z, \tau)$ цилиидра конечиой длиной $2L$ и радиусом R производится по формуле

$$\Theta(r, z, \tau)=\frac{T(r, z, \tau)-T_ж}{T_0-T_ж}=$$

$$=\Theta_r(r, \tau)\,\Theta_z(z, \tau), \qquad (2.52)$$

где $\Theta_r=[T(r, \tau)-T_ж]/(T_0-T_ж)$ — безразмерная температура бесконечного цилиндра радиусом R; $\Theta_z=[T(z, \tau)-T_ж]/(T_0-T_ж)$ — безразмерная температура бесконечной пластины толщиной $2L$, т. е. безразмерные температуры тех одномерных тел, пересечением которых образован цилиидр с конечной длиной.

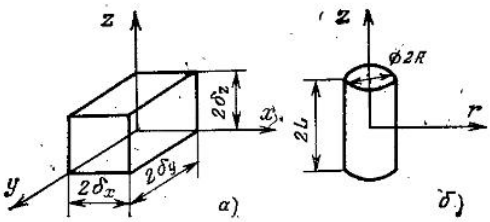


Рис. 2.12. Прямоугольный параллелепипед ($а$) и цилиндр коиечной длины ($б$).

Значения Θ_r и Θ_z рассчитываются как функции

$$\Theta_r=\Theta_r(r/R;\ \alpha R/\lambda;\ a\tau/R^2);$$

$$\Theta_z=\Theta_z(z/L;\ \alpha L/\lambda;\ a\tau/L^2)$$

по соответствующим уравнениям или графикам для охлаждения (нагрева) бесконечного цилиидра и бескоиечной пластины.

2.4.3. РЕГУЛЯРНЫЙ РЕЖИМ ОХЛАЖДЕНИЯ (НАГРЕВА)

В переходном процессе охлаждения (иагрева) как одиородиых, так и неоднородных тел любой формы и размеров в жидкой среде с постоянной температурой $T_ж$ можно выделить три характерных режима:

1) *неупорядоченный* ($0<\tau<\tau_р$) — начальное распределение температур оказывает заметное влияиие на развитие процесса. Температурное поле одномериых тел иа этой стадии описывается рядом (2.40);

2) *регулярный* ($\tau_р<\tau<\infty$) — характереи тем, что влияние начальиого распределения температур исчезает. Для описания поля температур в одномерном теле достаточио первого члена ряда (2.40);

3) *стационарный* ($\tau\to\infty$) — температура во всех точках тела становится равной температуре окружающей жидкости $T_ж$.

В стадии регуляриого режима относительиая скорость изменеиия избыточиой температуры $\vartheta=T(x, y, z, \tau)-T_ж$ в любой точке тела остается постоянной и одинаковой:

$$-\frac{1}{\vartheta}\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}=m=\mathrm{const}. \qquad (2.53)$$

Эта скорость m, 1/с, иазывается *темпом охлаждения (нагрева)*. Величииа m зависит от физических свойств тела, его формы и размеров, коэффициента теплоотдачи α. Теория регуляриого режима разработана Г. М. Кондратьевым. Ее основное содержание составляют две теоремы.

Первая теорема Г. М. Кондратьева. Согласно этой теореме для одиородных тел при конечном значении коэффициента теплоотдачи α выполняется соотношение

$$m=\frac{\alpha F}{\rho cV}\psi, \qquad (2.54)$$

где c, ρ — удельная теплоемкость и плотность материала тела; F, V — площадь поверхности и объем тела; $\psi=\overline{\vartheta}_F/\overline{\vartheta}_V$ — *коэффициент неравномерности температурного поля*, равный отношению средней по поверхности избыточной температуры $\overline{\vartheta}_F$ к средней по объему $\overline{\vartheta}_V$.

Коэффициент ψ остается постоянным в течение всего периода регулярного режима, причем $0<\psi<1$, и рассчитывается по формуле

$$\psi=(B^2+1{,}44B+1)^{-1/2}, \qquad (2.55)$$

где $B=\dfrac{\alpha}{\lambda}K\dfrac{F}{V}$ — модифицированная форма записи числа Био.

Вторая теорема Г. М. Кондратьева. Теорема устанавливает пропорциональность между темпом охлаждения m и коэффициентом температуропроводности a материала однородного тела при высокой интенсивности теплоотдачи (коэффициент теплоотдачи $\alpha\to\infty$):

$$m=a/K, \qquad (2.56)$$

где K — *коэффициент формы*, зависящий только от формы и размеров тела:

1) для параллелепипеда (рис. 2.12, *а*)

$$K=\left[\left(\frac{\pi}{2\delta_x}\right)^2+\left(\frac{\pi}{2\delta_y}\right)^2+\left(\frac{\pi}{2\delta_z}\right)^2\right]^{-1};$$

2) для цилиндра конечной длины (рис. 2.12, *б*)

$$K=\left[\left(\frac{2{,}405}{R}\right)^2+\left(\frac{\pi}{2L}\right)^2\right]^{-1};$$

3) для шара радиусом R

$$K=(R/\pi)^2.$$

Экспериментальное определение темпа охлаждения. В регулярном режиме изменение величины $\ln\vartheta$ во времени носит линейный характер (рис. 2.13). Это позволяет легко обнаружить в эксперименте наступление регулярного режима и при условии фиксации температуры в произвольной точке тела для двух моментов времени τ_1 и τ_2 рассчитать темп охлаждения:

$$m=\frac{\ln\vartheta_1-\ln\vartheta_2}{\tau_2-\tau_1}.$$

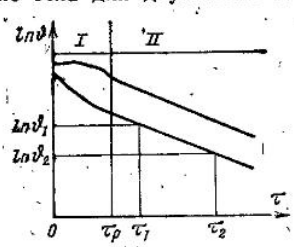


Рис. 2.13. Изменение во времени температуры тела при его охлаждении.

I — неустановившийся режим; *II* — регулярный режим.

Полученное таким образом значение m может затем использоваться для определения на основе соотношений теории регулярного режима различных величин — теплофизических свойств веществ, коэффициента теплоотдачи и др. Подробно теория регулярного режима и ее приложения рассматриваются в [28—30].

2.4.4. ПРОЦЕССЫ НЕПРЕРЫВНОГО НАГРЕВА (ОХЛАЖДЕНИЯ)

Нагрев (охлаждение) полуограниченного тела. На поверхности $x=0$ полуограниченного тела ($x>0$), температура которого всюду одинакова и равна T_∞, в начальный момент времени $\tau=0$ устанавливается постоянная температура T_0. Поле температур в полуограниченном теле при $\tau>0$ описывается уравнением

$$\Theta(x,\tau)=\frac{T(x,\tau)-T_\infty}{T_0-T_\infty}=1-\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right), \qquad (2.57)$$

где $T(x,\tau)$ — температура тела на расстоянии x от его поверхности в момент времени τ; a — коэффициент температуропроводности материала тела; $\operatorname{erf}\left(\dfrac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)$ — интеграл ошибок (значения этой функции см. в разд. 10). Плотность теплового потока на поверхности тела уменьшается во времени по закону

$$q_{x=0}=\frac{\lambda(T_0-T_\infty)}{\sqrt{\pi a\tau}}, \qquad (2.58)$$

где λ — коэффициент теплопроводности материала тела. На расстоянии $x_1\geqslant 3{,}68\sqrt{a\tau}$ значение Θ не превышает 0,01.

Если в начальный момент времени $\tau=0$ на поверхности полуограниченного тела, температура которого одинакова во всех точках и равна T_∞, устанавливается постоянная плотность теплового потока q_0, то

$$\Theta(x,\tau)=\frac{2q_0\sqrt{a\tau}}{\lambda(T_0-T_\infty)}\times\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi}}\exp\left[-\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)^2\right]-\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)\right]\right\}. \qquad (2.59)$$

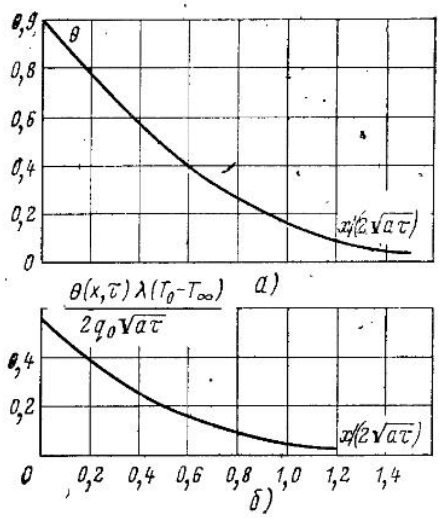


Рис. 2.14. Поле безразмерной температуры в полуограниченном теле.

а — на поверхности поддерживается постоянная температура T_0, уравнение (2.57); *б* — на поверхности задана постоянная плотность теплового потока q_0, уравнение (2.59).

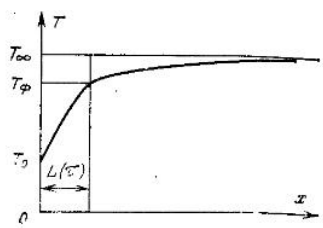


Рис. 2.15 Охлаждение полуограниченного тела с фазовым переходом.

Температура на поверхности $x=0$

$$\Theta(0,\tau)=\frac{T(0,\tau)-T_\infty}{T_0-T_\infty}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{q_0\sqrt{a\tau}}{\lambda(T_0-T_\infty)}. \quad (2.60)$$

Графики зависимостей (2.57) и (2.59) представлены на рис. 2.14.

Охлаждение (нагрев) полуограниченного тела с фазовым переходом. В начальный момент времени $\tau=0$ на поверхности $x=0$ полуограниченного тела ($x>0$), имеющего всюду одинаковую температуру T_∞, устанавливается постоянная температура (рис. 2.15). При температуре T_Φ, лежащей в пределах между T_0 и T_∞, в теле происходит фазовый переход, в результате которого выделяется теплота перехода в количестве r. Теплофизические свойства тела при $T<T_\Phi$ и $T>T_\Phi$ различны.

Фронт фазового перехода с температурой T_Φ за время τ проникает в тело на расстояние

$$L=2\beta\sqrt{a_1\tau}, \quad (2.61)$$

где коэффициент пропорциональности β определяется из уравнения

$$\frac{\exp(-\beta^2)}{\operatorname{erf}\beta}+\sqrt{\frac{(\lambda c\rho)_2}{(\lambda c\rho)_1}}\frac{T_\infty-T_\Phi}{T_\Phi-T_0}\times$$
$$\times\frac{\exp\left(-\frac{a_1}{a_2}\beta^2\right)}{1-\operatorname{erf}\left(\beta\sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)}=$$
$$=\frac{\sqrt{\pi}\,r\rho_2}{c_1\rho_1(T_\Phi-T_0)}\beta; \quad (2.62)$$

здесь λ — коэффициент теплопроводности; c — удельная теплоемкость; ρ — плотность; a — коэффициент температуропроводности; erf — обозначение функции ошибок (см. разд. 10); индекс 1 относится к состоянию тела при $x<L(\tau)$; индекс 2 — при $x>L(\tau)$. Распределение температуры в теле в момент времени τ:

при $x\leqslant L(\tau)$

$$\frac{T_1(x,\tau)-T_0}{T_\Phi-T_0}=\frac{\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1\tau}}\right)}{\operatorname{erf}\beta}; \quad (2.63)$$

при $x\geqslant L(\tau)$

$$\frac{T_2(x,\tau)-T_\infty}{T_\Phi-T_\infty}=\frac{1-\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}}\right)}{1-\operatorname{erf}\left(\beta\sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)}. \quad (2.64)$$

Плотность теплового потока на поверхности полуограниченного тела

$$q_{x=0}=\frac{\lambda_1(T_\Phi-T_0)}{2\sqrt{a_1\tau}\operatorname{erf}\beta}. \quad (2.65)$$

2.4.5. ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ. ТЕПЛОВЫЕ ВОЛНЫ В ПОЛУОГРАНИЧЕННОМ ТЕЛЕ

Пусть температура $T_\text{п}$ поверхности $x=0$ полуограниченного тела изменяется по гармоническому закону

$$\vartheta_\text{п}=T_\text{п}-\overline{T}=\vartheta_0\cos(\omega\tau), \quad (2.66)$$

где $\overline{T}$ — среднее значение температуры поверхности; ϑ_0 — амплитуда колебаний; $\omega=2\pi f$ — циклическая частота колебания температуры; f — количество колебаний в единицу времени.

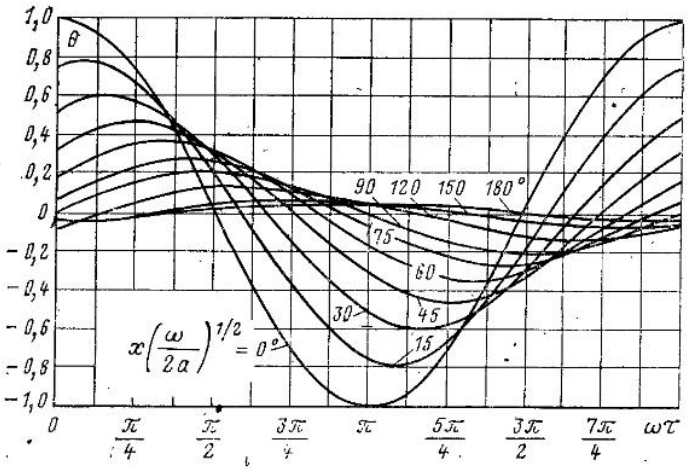


Рис. 2.16. Зависимость безразмерной температуры от времени на различных глубинах в полуограниченном теле при изменении температуры поверхности по гармоническому закону.

Если подобные колебания продолжаются достаточно долго, то влияние начального распределения температуры на ход процесса исчезает и в теле устанавливается квазистационарное состояние, при котором температура в каждой точке совершает гармонические колебания около неизменного значения $\overline{T}$. Распределение температуры в этом случае имеет вид:

$$\Theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \cos\left(\omega\tau - \sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,x\right) \times \exp\left(-x\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\right), \quad (2.67)$$

где $\vartheta = T(x, \tau) - \overline{T}$; $T(x, \tau)$ — температура на расстоянии x от поверхности тела в момент времени τ; a — коэффициент температуропроводности материала тела. График зависимости (2.67) представлен на рис. 2.16.

Амплитуда колебаний

$$\vartheta_0 \exp\left(-x\sqrt{\omega/2a}\right)$$

быстро уменьшается с ростом x и на расстоянии, равном одной длине волны, $l = 2\pi\sqrt{2a/\omega}$ составляет менее 0,2% ϑ_0. Поэтому решение (2.67) можно с достаточной точностью использовать для пластины толщиной $\delta > l$.

Наряду с амплитудой изменяется и фаза колебаний температуры. В точках с координатой x момент, когда температура принимает свое среднее значение $\overline{T}$, наступает позднее, чем на поверхности, на величину

$$\Delta\tau = x/\sqrt{2a\omega}.$$

Скорость распространения тепловой волны рассчитывается как

$$u = x/\Delta\tau = \sqrt{2a\omega}.$$

Плотность теплового потока $q_{x=0}$ на поверхности полуограниченного тела

$$q_{x=0} = \lambda\vartheta_0\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\cos\left(\omega\tau + \frac{\pi}{4}\right). \quad (2.68)$$

Колебания температуры поверхности (2.66) отстают по фазе на $\pi/4$ от колебания плотности теплового потока (2.68).

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНОЙ СРЕДЕ

2.5. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Понятие «конвективный теплообмен» или «теплоотдача» означает перенос теплоты между некоторой выделенной поверхностью и движущейся относительно нее текучей средой — жидкостью или газом. В качестве выделенной поверхности конвективного теплообмена обычно рассматривается поверхность твердого тела, но это может быть и граница раздела жидкостей или жидкой и газовой (паровой) фаз.

Если относительное движение жидкости (газа) и выделенной поверхности теплообмена вызвано какими-либо внешними побудителями (насосом, ветром, летательным аппаратом и т. д.), конвекцию называют *вынужденной*. Если же движение текучей среды возникает под действи-

ем неоднородного поля массовых сил (например, гравитационных), то такой процесс принято называть *свободной* или *естественной конвекцией*. При этом неоднородность поля гравитационных сил вызывается неоднородной (вследствие теплообмена) плотностью текучей среды.

Различают так называемые внутренние задачи (теплообмен между стенками канала и потоком теплоносителя в нем) и задачи при внешнем обтекании тел.

Для характеристики интенсивности конвективного теплообмена используются *местный* и *средний* коэффициенты теплоотдачи.

Местный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = q_c/\Delta T_p, \qquad (2.69)$$

где q_c — локальная плотность теплового потока на поверхности теплообмена; ΔT_p — расчетный температурный напор.

В задачах с внешним обтеканием тел обычно используется начальный температурный напор

$$\Delta T_p = \Delta T_н = |T_c - T_н|, \qquad (2.70)$$

где $T_н$ — начальная температура — температура набегающего потока жидкости вдали от поверхности теплообмена, T_c — температура стенки.

Во внутренних задачах используются как начальный, так и местный температурные напоры:

$$\Delta T_p = \Delta T_м = |T_c - \overline{T}_x|, \qquad (2.71)$$

где $\overline{T}_x$ — средняя калориметрическая (средняя массовая) температура жидкости в рассматриваемом сечении канала.

Температура $\overline{T}_x$ определяется по средней массовой энтальпии потока

$$\bar{h}_x = \frac{\int_f \rho w_x h df}{\int_f \rho w_x df}, \qquad (2.72)$$

где h, ρ, w_x — переменные по сечению потока энтальпия, плотность и продольная составляющая скорости жидкости.

Для потока в канале с заданной тепловой нагрузкой локальное значение средней температуры можно определить из уравнения теплового баланса

$$\overline{T}_ж = \overline{T}_{вх} \pm \int_l \frac{q_c \Pi dx}{c_p G}, \qquad (2.73)$$

где $\overline{T}_{вх}$ — температура теплоносителя на входе в трубу; q_c — плотность теплового потока на стенке; c_p — удельная изобарная теплоемкость; G — массовый расход теплоносителя; Π и l — периметр сечения и длина канала.

В уравнении (2.73) знаки «+» и «—» относятся соответственно к случаю нагревания и охлаждения потока в канале.

Средний по поверхности коэффициент теплоотдачи

$$\bar{\alpha} = Q_c/(F\overline{\Delta T}) = q_c/\overline{\Delta T}_p, \qquad (2.74)$$

где Q_c — тепловой поток через поверхность теплообмена площадью F.

При вычислении значений $\bar{\alpha}$ пользуются следующими средними температурными напорами:

начальным

$$\overline{\Delta T}_p = \overline{\Delta T}_п = |\overline{T}_c - T_н|; \qquad (2.75)$$

арифметическим

$$\overline{\Delta T}_p = \overline{\Delta T}_а = \left|\overline{T}_c - \frac{1}{2}(\overline{T}_{вх} + \overline{T}_{вых})\right|; \qquad (2.76)$$

логарифмическим

$$\overline{\Delta T}_p = \overline{\Delta T}_л = \frac{\overline{\Delta T}_1 - \overline{\Delta T}_2}{\ln(\overline{\Delta T}_1/\overline{\Delta T}_2)}; \qquad (2.77)$$

интегральным

$$\overline{\Delta T}_p = \overline{\Delta T}_и = \left|\frac{1}{l}\int_l (T_c - \overline{T}_x)\, dx\right|, \qquad (2.78)$$

где $T_н$ — температура набегающего потока при внешнем обтекании тел, или температура на входе в трубу; $\overline{T}_c$ — средняя температура стенки; $\overline{T}_{вх}$ и $\overline{T}_{вых}$ — среднемассовая температура теплоносителя соответственно на входе и выходе из теплообменной системы; $\overline{\Delta T}_1$ — больший из температурных напоров: $\overline{\Delta T}_{вх} = T_c - \overline{T}_{вх}$ и $\overline{\Delta T}_{вых} = T_c - \overline{T}_{вых}$, а $\overline{\Delta T}_2$ — меньший из них; l — длина трубы или теплообменного устройства; T_c — локальная температура стенки.

Если $\overline{\Delta T}_1/\overline{\Delta T}_2 < 2$, в большинстве теплотехнических расчетов можно вместо среднеинтегрального или среднелогарифмического температурного напора использовать среднеарифметический.

В зависимости от того, к какому температурному напору относят тепловой поток, различают и коэффициенты теплоотдачи, связанные между собой соотношением

$$\bar{\alpha}_н \overline{\Delta T}_н = \bar{\alpha}_а \overline{\Delta T}_а = \bar{\alpha}_л \overline{\Delta T}_л = \bar{\alpha}_и \overline{\Delta T}_и = \bar{q}_c. \qquad (2.79)$$

Коэффициент теплоотдачи в общем случае является функцией формы и размеров обтекаемого тела, режима течения, скорости, температуры и физических свойств теплоносителя, а также направления теплового потока.

Система дифференциальных уравнений конвективного теплообмена. Для полного аналитического описания процесса конвективного теплообмена необходимо задать систему дифференциальных уравнений, выражающих законы сохранения массы (уравнение неразрывности, сплошности), импульса (уравнение движения), энергии (уравнение

энергии), соответствующие специальные законы переноса импульса и теплоты, зависимость физических свойств теплоносителя от температуры и давления и, наконец, условия однозначности, включающие начальные и граничные условия. Дифференциальные уравнения неразрывности и движения приведены в § 1.2 и 1.5. В частности, для потока несжимаемой жидкости при условии, что вязкая диссипация (рассеяние) энергии пренебрежимо мала, эти уравнения имеют вид:

уравнение неразрывности

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial w_j}{\partial x_j} = 0; \qquad (2.80)$$

уравнение движения

$$\rho\left(\frac{\partial w_i}{\partial \tau} + \sum_{j=1}^{3} w_j \frac{\partial w_i}{\partial x_j}\right) = \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu \frac{\partial w_i}{\partial x_j}\right); \qquad (2.81)$$

уравнение энергии

$$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \sum_{j=1}^{3} w_j \frac{\partial T}{\partial x_j}\right) = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}\right) + q_V \qquad (2.82)$$

где через x_j обозначены декартовы оси координат; τ — время; c_p, ρ и μ — удельная теплоемкость, плотность и динамическая вязкость жидкости; w_i, w_j — проекции скорости на соответствующие оси координат; p — давление; T — температура; F_i — массовая сила; q_V — мощность внутренних источников энергии (теплоты).

В уравнениях (2.81) и (2.82) в качестве специальных законов переноса используются закон трения Ньютона [см. (1.1)]

$$\tau_* = \mu\, \partial w/\partial n \qquad (2.83)$$

и закон теплопроводности Фурье [см. (2.2)]

$$q = -\lambda\, \partial T/\partial n. \qquad (2.84)$$

Система дифференциальных уравнений (2.80) — (2.82) справедлива для турбулентных течений только при условии, что под параметрами потока в этих уравнениях подразумеваются их актуальные (мгновенные) значения. Если в (2.80) — (2.82) ввести условие $\partial/\partial\tau = 0$, получится соответствующая система уравнений для стационарных процессов движения жидкости и конвективного теплообмена, справедливая только для ламинарных потоков. В турбулентных потоках значения скорости, давления и температуры непрерывно изменяются случайным образом, пульсируют. Для них стационарным может быть только осредненное во времени движение. Чтобы выразить уравнения движения и энергии турбулентного потока через осредненные параметры, необходимо кроме молекулярного переноса учесть также составляющие переноса импульса и энергии, обусловленные механизмом молярного перемешивания среды в потоке. Через осредненные характеристики турбулентного потока уравнения (2.80) — (2.82) могут быть записаны в виде

$$\sum_{j=1}^{3} \partial \bar{w}_j/\partial x_j = 0; \qquad (2.85)$$

$$\rho\left(\frac{\partial \bar{w}_i}{\partial \tau} + \sum_{j=1}^{3} \bar{w}_j \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial x_j}\right) = \rho F_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho w_i' w_j'}\right); \qquad (2.86)$$

$$\rho c_p\left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \tau} + \sum_{j=1}^{3} \bar{w}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}\right) = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \times \left(\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{\rho c_p w_j' T'}\right) + q_V. \qquad (2.87)$$

Члены $(\overline{\rho w_i' w_j'})$ и $(\overline{\rho c_p w_j' T'})$ в уравнениях (2.86) и (2.87) представляют собой дополнительное напряжение и тепловой поток соответственно, возникающие вследствие турбулентного перемешивания среды. Следовательно, полное касательное напряжение и плотность теплового потока при турбулентном течении могут быть записаны как

$$\tau_* = (\mu + \mu_T)\, \partial \bar{w}_i/\partial x_j; \qquad (2.88)$$

$$q = -(\lambda + \lambda_T)\, \partial \bar{T}/\partial x_j, \qquad (2.89)$$

где

$$\mu_T = \frac{-\overline{\rho w_i' w_j'}}{\partial \bar{w}/\partial x_j} = \rho \varepsilon_{\tau},$$

и

$$\lambda_T = \frac{\overline{\rho c_p w_j' T'}}{\partial \bar{T}/\partial x_j} = \rho c_p \varepsilon_q$$

соответственно *турбулентные динамическая вязкость и теплопроводность*; w_i', w_j' и T' — локальные пульсации скорости и температуры потока.

Коэффициенты μ_T и λ_T в отличие от μ и λ не являются физическими свойствами среды. Непосредственно на твердой поверхности теплообмена $\mu_T = 0$ и $\lambda_T = 0$.

Турбулентные составляющие напряжения и теплового потока определяют с помощью методов статистической теории турбулентности, на основе полуэмпирических

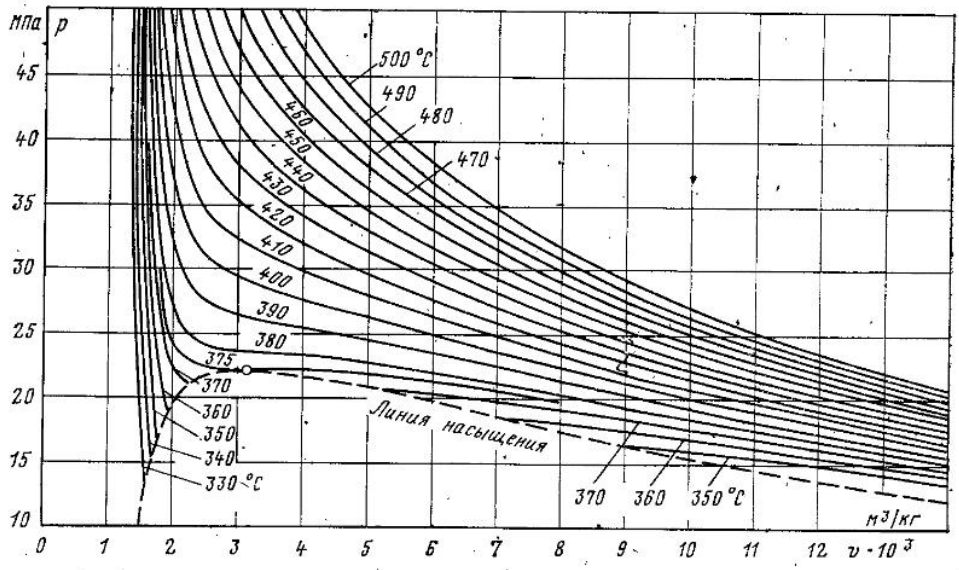


Рис. 2.17. Удельные объемы воды вблизи критической и сверхкритической областей.

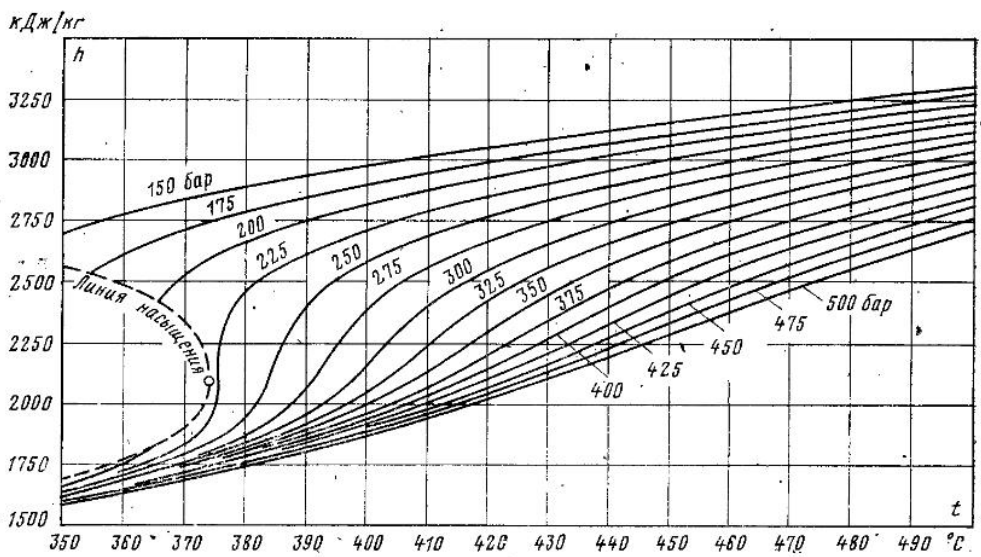


Рис. 2.18. Энтальпия воды вблизи критической и сверхкритической областей.

моделей турбулентного переноса или, наконец, экспериментально.

Решение уравнений конвективного теплообмена при соответствующих условиях однозначности позволяет определить температурное поле в потоке, а затем вычислить и остальные искомые значения q_c, α, $\bar{\alpha}$. Точное решение уравнений движения и энергии, составляющих систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, возможно лишь в ограниченном числе простейших случаев.

Методы теории подобия. Исходные уравнения и их решение, а также результаты экспериментального изучения конвективного теплообмена принято представлять в виде зависимостей между безразмерными комплексами — критериями (или числами) подобия.

Приведение математического описания процесса и расчетных соотношений к безразмерному виду позволяет выявить условия подобия и сопоставимости процессов, сокращает число переменных и постоянных вели-

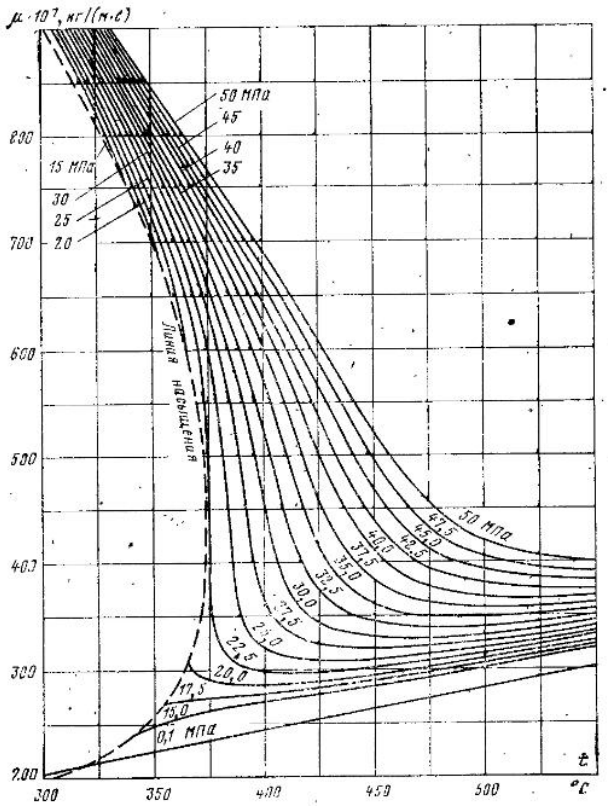


Рис. 2.19. Динамическая вязкость воды вблизи критической и сверхкритической областей.

чин, определяющих процесс; в случае экспериментального исследования позволяет свести к минимуму число величин, которые необходимо варьировать в опытах; указывает компактный и рациональный способ обобщения экспериментальных данных, дает возможность, не решая исходную систему дифференциальных уравнений, анализировать предельные случаи и установить критерии подобия, которые характеризуют наиболее существенные особенности процессов в данных конкретных условиях.

Для приведения функциональной зависимости к безразмерному виду пользуются, в частности, методом масштабных преобразований, состоящим из следующих этапов:

1) для каждой группы однородных величин (имеющих одинаковый физический смысл, одинаковую размерность), в составе которых имеются постоянные, выбирают одну из них в качестве масштаба и приводят эти величины к безразмерному виду ($x_1/l_0 = X_1$; $x_2/l_0 = X_2$; $w_1/w_0 = W_1$; $w_2/w_0 = W_2$ ...);

2) в исходные уравнения вместо размерных параметров подставляют их выражения в виде произведения безразмерной величины и соответствующего масштаба ($x_1 = X_1 l_0$, ..., $x_n = X_n l_0$; $w_1 = W_1 w_0$ и т. д.);

3) оставшиеся в уравнениях размерные величины и появившиеся в них масштабы группируют в безразмерные комплексы.

Проведенная процедура позволяет установить совокупность безразмерных критериев, характерных для изучаемого процесса. Эти критерии в общем случае являются мерой относительного влияния действующих сил и процессов переноса (потоков импульса, энергии, массы) на течение жидкости и теплообмен. Так, например, для стационарных процессов конвективного теплообмена в однофазной несжимаемой жидкости с постоянными (кроме плотности) физическими свойствами характерны следующие безразмерные числа:

число Нуссельта

$$\mathrm{Nu} = \frac{q_c l_0}{\lambda \Delta T} = \frac{\alpha l_0}{\lambda}; \qquad (2.90)$$

число Стантона

$$\mathrm{St} = \frac{\alpha}{c_p \rho w}, \qquad (2.91)$$

выражающие интенсивность теплоотдачи (безразмерные коэффициенты теплоотдачи);

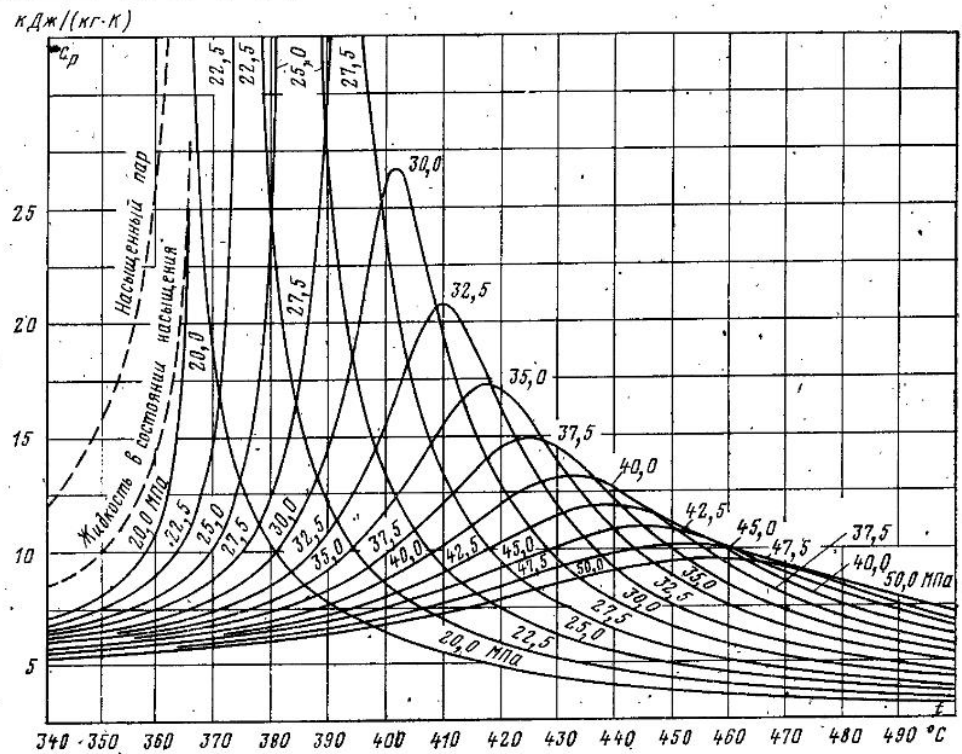


Рис. 2.20. Изобарная теплоемкость воды вблизи критической и сверхкритической областей.

безразмерные координаты точек поверхности теплообмена и линейные размеры

$$X_1 = x_1/l_0, \ldots, X_n = x_n/l_0; \qquad (2.92)$$

число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = w_0 l_0/\nu, \qquad (2.93)$$

характеризующее соотношение сил инерции и сил вязкости в потоке жидкости;

число Прандтля

$$\mathrm{Pr} = \mu c_p/\lambda = \nu/a, \qquad (2.94)$$

физический параметр, характеризующий соотношение молекулярных свойств переноса количества движения и теплоты;

число Пекле

$$\mathrm{Pe} = \mathrm{Re}\,\mathrm{Pr} = w_0 l_0/a, \qquad (2.95)$$

характеризующее соотношение конвективных и молекулярных потоков теплоты при конвективном теплообмене;

число Грасгофа

$$\mathrm{Gr} = g\beta\Delta T l_0^3/\nu^2; \qquad (2.96)$$

характеризующее эффективность подъемной силы, вызывающей свободноконвективное движение вязкой жидкости.

В (2.90) — (2.96) приняты обозначения: q_c — плотность теплового потока на поверхности теплообмена; $x_1, \ldots, x_n$ — координаты точек поверхности теплообмена; l_0 — характерный линейный размер; ΔT — разность между температурой стенки и температурой жидкости; w_0 — характерная скорость жидкости (газа); теплофизические свойства жидкости: λ — коэффициент теплопроводности; a — коэффициент температуропроводности; ν, μ — кинематическая и динамическая вязкости; ρ — плотность; c_p — удельная теплоемкость; β — температурный коэффициент объемного расширения:

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p; \qquad (2.97)$$

для идеального газа $\beta = 1/T$; для капельных жидкостей в интервале изменения температуры от T_1 до T_2 среднее значение $\beta = (\rho_1 - \rho_2)/[\rho_1(T_2 - T_1)]$, где ρ_1 и ρ_2 — плотность жидкости при температуре T_1 и T_2 соответственно.

Теплофизические свойства воды и водяного пара приведены в табл. 2.18 и 2.19, а также на графиках рис. 2.17—2.21, воздуха — в табл. 2.20, жидких металлов (натрия, калия, ртути, лития и сплава Na—K) — в табл. 2.21, масла марки МК — в табл. 2.22. Подробные сведения о свойствах жидкостей и газов см. в [5, 11].

Таблица 2.18

Теплофизические свойства воды при атмосферном давлении и на линии насыщения

t, °С	$p\cdot10^{-5}$, Па	ρ', кг/м³	h, кДж/кг	c_p, кДж/(кг·К)	$\lambda\cdot10^{2}$, Вт/(м·К)	$\mu\cdot10^{6}$, Па·с	$\sigma\cdot10^{4}$, Н/м	Pr
0	1,013	999,9	0	4,212	55,1	1788	756,4	13,67
10	1,013	999,7	42,04	4,191	57,4	1306	741,6	9,52
20	1,013	998,2	83,91	4,183	59,9	1004	726,9	7,02
30	1,013	995,7	125,7	4,174	61,8	801,5	712,2	5,42
40	1,013	992,2	167,5	4,174	63,5	653,3	696,5	4,31
50	1,013	988,1	209,3	4,174	64,8	549,4	676,9	3,54
60	1,013	983,1	251,1	4,179	65,9	469,9	662,2	2,98
70	1,013	977,8	293,0	4,187	66,8	406,1	643,5	2,55
80	1,013	971,8	355,0	4,195	67,4	355,1	625,9	2,21
90	1,013	965,3	377,0	4,208	68,0	314,9	607,2	1,95
100	1,013	958,4	419,1	4,220	68,3	282,5	588,6	1,75
110	1,43	951,0	461,4	4,233	68,5	259,0	569,0	1,60
120	1,98	943,1	503,7	4,250	68,6	237,4	548,4	1,47
130	2,70	934,8	546,4	4,266	68,6	217,8	528,8	1,36
140	3,61	926,1	589,1	4,287	68,5	201,1	507,2	1,26
150	4,76	917,0	632,2	4,313	68,4	186,4	486,6	1,17
160	6,18	907,0	675,4	4,346	68,3	173,6	466,0	1,10
170	7,92	897,3	719,3	4,380	67,9	162,8	443,4	1,05
180	10,03	886,9	763,3	4,417	67,4	153,0	422,8	1,03
190	12,55	876,0	807,8	4,459	67,0	144,2	400,2	0,96
200	15,55	863,0	852,5	4,505	66,3	136,4	376,7	0,93
210	19,08	852,8	897,7	4,555	65,5	130,5	354,1	0,91
220	23,20	840,3	943,7	4,614	64,5	124,6	331,6	0,89
230	27,98	827,3	990,2	4,681	63,7	119,7	310,0	0,88
240	33,48	813,6	1037,5	4,756	62,8	114,8	285,5	0,87
250	39,78	799,0	1085,7	4,844	61,8	109,9	261,9	0,86
260	46,94	784,0	1135,7	4,949	60,5	105,9	237,4	0,87
270	55,05	767,9	1185,7	5,070	59,0	102,0	214,8	0,88
280	64,19	750,7	1236,8	5,230	57,4	98,1	191,3	0,90
290	74,45	732,3	1290,0	5,485	55,8	94,2	168,7	0,93
300	85,92	712,5	1344,9	5,736	54,0	91,2	144,2	0,97
310	98,70	691,1	1402,2	6,071	52,3	88,3	120,7	1,03
320	112,90	667,1	1462,1	6,574	50,6	85,3	98,10	1,11
330	128,65	640,2	1526,2	7,244	48,4	81,4	76,71	1,22
340	146,08	610,1	1594,8	8,165	45,7	77,5	56,70	1,39
350	165,37	574,4	1671,4	9,504	43,0	72,6	38,16	1,60
360	186,74	528,0	1761,5	13,984	39,5	66,7	20,21	2,35
370	210,53	450,5	1892,5	40,321	33,7	56,9	4,709	6,79

Таблица 2.19

Теплофизические свойства водяного пара на линии насыщения

t, °C	$p \cdot 10^{-5}$, Па	ρ'', кг/м³	h'', кДж/кг	r, кДж/кг	c_p, кДж/(кг·К)	$\lambda \cdot 10^2$, Вт/(м·К)	$\mu \cdot 10^6$, Па·с	Pr
100	1,013	0,598	2675,9	2256,8	2,135	2,372	11,97	1,08
110	1,43	0,826	2691,4	2230,0	2,177	2,489	12,46	1,09
120	1,98	1,121	2706,5	2202,8	2,206	2,593	12,85	1,09
130	2,70	1,496	2720,7	2174,3	2,257	2,686	13,24	1,11
140	3,61	1,966	2734,1	2145,0	2,315	2,791	13,54	1,12
150	4,76	2,547	2746,7	2114,3	2,395	2,884	13,93	1,16
160	6,18	3,258	2758,0	2082,6	2,479	3,012	14,32	1,18
170	7,92	4,122	2768,9	2049,5	2,583	3,128	14,72	1,21
180	10,03	5,157	2778,5	2015,2	2,709	3,268	15,11	1,25
190	12,55	6,397	2786,4	1978,8	2,856	3,419	15,60	1,30
200	15,55	7,862	2793,1	1940,7	3,023	3,547	15,99	1,36
210	19,08	9,588	2798,2	1900,5	3,199	3,722	16,38	1,41
220	23,20	11,62	2801,5	1857,8	3,408	3,896	16,87	1,47
230	27,98	13,99	2803,2	1813,0	3,634	4,094	17,36	1,54
240	33,48	16,76	2803	1766	3,881	4,290	17,75	1,61
250	39,78	19,98	2801	1716	4,157	4,515	18,24	1,68
260	46,94	23,72	2796	1661	4,467	4,800	18,83	1,75
270	55,05	28,09	2709	1604	4,815	5,115	19,32	1,82
280	64,19	33,19	2780	1543	5,234	5,490	19,91	1,90
290	74,45	39,15	2766	1476	5,694	5,830	20,59	2,01
300	85,92	46,21	2749	1404	6,280	6,270	21,28	2,13
310	98,70	54,58	2727	1325	7,118	6,840	21,97	2,29
320	112,90	64,72	2700	1238	8,206	7,510	22,85	2,50
330	128,65	77,10	2666	1140	9,881	8,260	23,93	2,86
340	146,08	92,76	2622	1027	12,35	9,300	25,20	3,35
350	165,37	113,6	2564	893	16,24	10,700	26,58	4,03
360	186,74	144,0	2481	719,7	23,03	12,790	29,13	5,23
370	210,53	203,0	2331	438,4	56,52	17,100	33,73	11,10

Таблица 2.20

Теплофизические свойства сухого воздуха при $p=0{,}0981$ МПа

t, °C	ρ, кг/м³	c_p, кДж/(кг·К)	$\lambda\cdot10^2$, Вт/(м·К)	$\mu\cdot10^6$, Па·с	$a\cdot10^6$, м²/с	$\nu\cdot10^6$ м²/с	Pr
—50	1,532	1,00	2,05	14,53	13,4	9,49	0,71
—20	1,350	1,00	2,28	16,15	16,8	11,97	0,71
0	1,251	1,00	2,44	17,19	19,4	13,75	0,71
10	1,207	1,00	2,51	17,69	20,7	14,66	0,71
20	1,166	1,00	2,58	18,19	22,0	15,61	0,71
30	1,127	1,00	2,65	18,68	23,4	16,58	0,71
40	1,091	1,00	2,72	19,16	24,8	17,57	0,71
50	1,057	1,00	2,79	19,63	26,3	18,58	0,71
60	1,026	1,01	2,86	20,10	27,6	19,60	0,71
70	0,996	1,01	2,92	20,56	29,2	20,65	0,71
80	0,967	1,01	2,99	21,02	30,6	21,74	0,71
90	0,941	1,01	3,06	21,47	32,2	22,82	0,71
100	0,916	1,01	3,12	21,90	33,6	23,91	0,71
120	0,869	1,01	3,24	22,77	36,9	26,21	0,71
140	0,827	1,02	3,37	23,61	40,0	28,66	0,71
160	0,789	1,02	3,49	24,44	43,3	31,01	0,71
180	0,754	1,02	3,62	25,24	46,9	33,49	0,71
200	0,722	1,03	3,74	26,01	50,6	36,03	0,71
250	0,6530	1,03	4,06	27,91	60,0	42,75	0,71
300	0,5960	1,05	4,37	29,71	70,0	49,87	0,71
350	0,5482	1,06	4,64	31,42	80,0	57,33	0,72
400	0,5075	1,07	4,91	33,09	90,6	65,22	0,72
500	0,4418	1,09	5,45	36,15	113	81,85	0,72
600	0,3912	1,11	5,98	39,05	137	99,86	0,73
700	0,3510	1,13	6,47	41,74	162	118,95	0,73
800	0,3183	1,16	7,00	44,29	190	139,18	0,73
900	0,2916	1,17	7,40	46,68	216	160,14	0,74
1000	0,2683	1,18	7,84	48,99	247	182,67	0,74
1100	0,2487	1,20	8,26	51,20	277	205,94	0,74
1200	0,2319	1,21	8,66	53,36	309	230,17	0,74

Таблица 2.21

Теплофизические свойства жидких металлов

t, °C	ρ, кг/м³	λ, Вт/(м·К)	c_p, кДж/(кг·К)	$a\cdot10^6$, м²/с	$\nu\cdot10^6$, м²/с	Pr·10³
Натрий (Na) ($t_{пл}=97{,}3$ °C, $t_s=878$ °C)						
100	928	86,1	1,39	66,9	77,0	1,15
150	916	84,1	1,36	67,8	59,4	0,88
200	903	81,6	1,33	68,1	50,6	0,74
250	891	78,7	1,30	67,8	44,2	0,65
300	878	75,5	1,28	67,2	39,4	0,59
350	866	71,9	1,27	65,3	35,4	0,54
400	854	68,7	1,27	63,3	33,0	0,52
450	842	66,1	1,27	61,7	30,8	0,50
500	829	63,8	1,27	60,6	28,9	0,48
550	817	62,0	1,27	59,7	27,2	0,46
600	805	60,6	1,28	58,9	25,7	0,44
650	792	59,7	1,28	58,9	24,4	0,41
700	780	59,1	1,28	59,2	23,2	0,39

Продолжение табл. 2.21

t, °C	ρ, кг/м³	λ, Вт/(м·К)	c_p, кДж/(кг·К)	$a \cdot 10^6$, м²/с	$\nu \cdot 10^6$, м²/с	Pr·10³
Ртуть (Hg) ($t_{пл}$ = —38 °C, t_s = 357 °C)						
0	13 590	7,79	0,140	4,11	12,4	3,02
10	13 570	7,92	0,139	4,19	11,8	2,81
20	13 550	8,05	0,139	4,28	11,4	2,66
50	13 470	8,43	0,138	4,56	10,4	2,30
100	13 350	9,07	0,137	4,94	9,4	1,90
150	13 230	9,71	0,137	5,33	8,6	1,61
200	13 110	10,4	0,137	5,75	8,0	1,39
250	13 000	11,0	0,137	6,17	7,5	1,22
300	12 880	11,6	0,137	6,58	7,1	1,08
350	12 800	12,2	0,137	6,94	6,8	0,98
400	12 700	12,6	0,138	7,22	6,6	0,91
450	12 600	13,0	0,138	7,47	6,4	0,86
500	12 480	13,3	0,138	7,72	6,2	0,80
Калий (K) ($t_{пл}$ = 63,7 °C, t_s = 760 °C)						
100	818	46,5	0,817	69,5	56,1	0,81
200	795	46,0	0,792	73,0	42,8	0,59
300	773	43,11	0,775	72,5	35,2	0,49
400	750	39,6	0,766	69,0	29,8	0,43
500	727	34,9	0,766	62,5	25,7	0,41
600	704	31,0	0,770	57,3	22,1	0,39
700	681	28,3	0,775	53,6	20,5	0,38
Литий (Li) ($t_{пл}$ = 186 °C, t_s = 1317 °C)						
200	515	46,10	0,415	21,6	111,0	5,14
300	505	46,70	0,424	21,8	92,7	4,25
400	495	47,20	0,434	22,0	81,7	3,72
600	474	48,0	0,451	22,4	66,8	2,98
700	465	48,60	0,460	22,7	61,7	2,72
Сплав 25% Na + 75% K ($t_{пл}$ = —11 °C, t_s = 784 °C)						
20	872	22,1	1,300	19,5	93,0	4,76
100	852	23,3	1,145	23,8	60,7	2,55
200	828	24,6	1,073	27,7	45,2	1,63
300	803	25,8	1,040	30,8	36,6	1,19
400	778	27,1	1,007	34,6	30,8	0,89
500	753	28,4	0,969	39,0	26,7	0,68
600	729	29,7	0,935	43,6	23,7	0,54
700	704	31,0	0,900	48,9	21,4	0,44

Примечание. Значение t_s приведено для атмосферного давления.

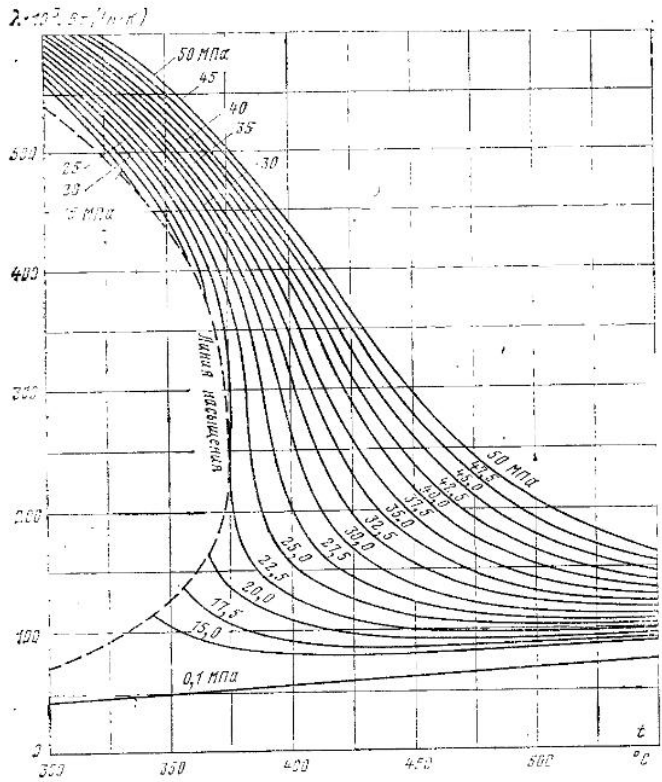


Рис. 2.21. Коэффициент теплопроводности воды вблизи критической и сверхкритической областей.

Таблица 2.22

Теплофизические свойства масла МК

t, °С	ρ, кг/м	c_p, кДж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)	$\mu \cdot 10^4$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м²/с	$a \cdot 10^8$, м²/с	Pr
10	911,0	1,645	0,1510	35 414	3883	9,94	39 000
20	903,0	1,712	0,1485	18 560	1514	9,58	15 800
30	894,5	1,758	0,1461	5180	591,2	9,28	7450
40	887,5	1,804	0,1437	3031	342,0	8,97	3810
50	879,0	1,851	0,1413	1638	186,2	8,69	2140
60	871,5	1,897	0,1389	961,4	110,6	8,39	1320
70	864,0	1,943	0,1363	603,3	69,3	8,14	858
80	856,0	1,989	0,1340	399,3	46,6	7,89	591
90	848,2	2,035	0,1314	273,7	32,3	7,61	424
100	840,7	2,081	0,1290	202,1	24,0	7,33	327
110	833,0	2,127	0,1264	145,2	17,4	7,11	245
120	825,0	2,173	0,1240	110,4	13,4	6,92	193,5
130	817,0	2,219	0,1214	87,31	10,7	6,69	160,0
140	809,2	2,265	0,1188	70,34	8,70	6,53	133,3
150	801,6	2,311	0,1168	56,90	7,10	6,25	113,5

2.5.1. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЙ РАЗМЕР, ОПРЕДЕЛЯЮЩАЯ ТЕМПЕРАТУРА

В числа подобия (Nu, Re, Pe, Gr) входит линейный размер l_0. Теория подобия не дает однозначного ответа на вопрос, какой размер должен быть принят за определяющий, т. е. за масштаб линейных размеров. Если в условия однозначности входит несколько размеров, за определяющий принимается тот, который в наибольшей мере влияет на процесс и удобен в расчетной практике (например, диаметр трубы, диаметр обтекаемого цилиндра, продольная координата и др.). В ряде случаев в качестве определяющего размера принимается не геометрическая характеристика теплообменной поверхности, а характерный параметр потока или составленный из разнородных физических величин комплекс, имеющий размерность длины.

Теория подобия не дает универсальных рекомендаций к выбору и определяющей температуры — температуры, при которой выбираются физические свойства теплоносителя, входящие в числа подобия. Целесообразно в качестве определяющей использовать температуру, которая задается в условиях практических задач или наиболее полно отражает особенности состояния теплоносителя и процесса теплообмена и может быть легко вычислена.

2.5.2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ

Аналогия Рейнольдса. Метод приближенного расчета теплоотдачи при турбулентном течении жидкости (не связанный с решением дифференциальных уравнений конвективного теплообмена) основан на представлениях о гидродинамической аналогии теплообмена. Гидродинамическая теория теплообмена строится на идее Рейнольдса о единстве процессов переноса количества движения и теплоты в турбулентном потоке и устанавливает количественную связь между теплоотдачей и гидравлическим сопротивлением.

В аналогии Рейнольдса постулируется равенство коэффициентов молярного переноса импульса и теплоты в любой точке потока и считается, что при характерном для турбулентных потоков интенсивном перемешивании среды влияние процессов молекулярного переноса пренебрежимо мало. Если обозначить через $m_т$ плотность поперечного потока массы между слоями жидкости, имеющими скорости w_1 и w_2, температуры T_1 и T_2, то, пренебрегая молекулярной вязкостью и теплопроводностью, касательное напряжение и плотность теплового потока между рассматриваемыми слоями можно представить как

$$\tau_* = m_т (w_1 - w_2); \qquad (2.98)$$

$$q = c_p m_т (T_2 - T_1), \qquad (2.99)$$

откуда, исключая $m_т$, получаем:

$$q = \tau_* \frac{c_p (T_2 - T_1)}{w_1 - w_2}. \qquad (2.100)$$

Если теперь применительно к задаче о теплообмене между потоком жидкости и омываемой ею поверхностью твердого тела принять, что в пристенном слое жидкость заторможена, т. е. $w_2 = 0$, а температура ее равна температуре стенки: $T_2 = T_с$, то согласно (2.100) получим соотношение

$$q_с = \tau_{*с} \frac{c_p (T_с - T)}{w}, \qquad (2.101)$$

которое после подстановки в него $\tau_{*с} = \frac{\xi}{8} \rho w^2$ можно представить в безразмерной форме

$$St = \xi/8; \qquad (2.102)$$

в этих выражениях w и T — скорость и температура набегающего потока при внешнем обтекании тел или средняя скорость и среднемассовая температура потока в канале; ξ — коэффициент гидравлического сопротивления; St — число Стантона.

Уравнения (2.101) и (2.102) представляют собой математическое выражение гидродинамической аналогии теплообмена по Рейнольдсу, которая справедлива в рамках принятой модели процесса для потоков с $Pr = 1$, когда профили скорости и температуры можно считать подобными.

Двухслойная модель. В действительности при любой степени турбулентности потока в тонком пристенном слое сохраняются черты ламинарного течения, скорость равна нулю лишь непосредственно на стенке (условие прилипания). В этой зоне, называемой вязким *подслоем*, преобладает механизм молекулярной вязкости, а турбулентные пульсации скорости резко затухают по мере приближения к стенке. Толщина вязкого подслоя δ, в котором сохраняются закономерности чисто ламинарного течения,

$$\delta \approx b \frac{\nu}{\sqrt{\tau_{*с}/\rho}} \qquad (2.103)$$

где $b = 3 \div 5$.

При построении расчетных формул теплоотдачи на основе двухслойной модели потока значение условной толщины вязкого подслоя принимается значительно большим ($b = 12 \div 12{,}7$), тем самым учитывается влияние переходной (между вязким подслоем и турбулентным ядром) зоны. В пределах вязкого подслоя касательное напряжение можно считать постоянным и равным значению его на стенке $\tau_{*с}$:

$$\tau_{*с} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \mu \frac{w_\delta}{\delta}, \qquad (2.104)$$

и скорость на границе вязкого подслоя

$$w_\delta = b \sqrt{\tau_{*с}/\rho}. \qquad (2.105)$$

Аналогично вязкому подслою в пристенной зоне выделяется и тепловой подслой, в пределах которого преобладает молекулярная теплопроводность. В общем случае толщина теплового подслоя Δ не равна δ. Приближенно считают

$$\Delta \approx \delta \, \mathrm{Pr}^{-1/3}. \qquad (2.106)$$

Учет перечисленных фактов и составил дальнейшее развитие идеи Рейнольдса и определил современную модификацию гидродинамической аналогии теплообмена. Так, используя двухслойную модель потока, плотность теплового потока на поверхности теплообмена можно выразить через теплопроводность вязкого подслоя и условия турбулентного переноса на его границе:

$$q_c = \frac{\lambda}{\Delta}(T_c - T_\Delta); \qquad (2.107)$$

$$q_c = \tau_{*c} \frac{c_p (T_\Delta - \bar{T})}{w - w_\delta}. \qquad (2.108)$$

Совместное решение (2.107) и (2.108), исключающее неизвестную температуру на границе теплового подслоя T_Δ, дает уточненное соотношение теплоотдачи и гидродинамических характеристик потока:

$$\mathrm{St} = \frac{\xi}{8} \frac{1}{1 + b\sqrt{\frac{\xi}{8}}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}, \qquad (2.109)$$

или

$$\mathrm{Nu} = \frac{\xi}{8} \frac{\mathrm{Re\,Pr}}{1 + b\sqrt{\frac{\xi}{8}}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}. \qquad (2.110)$$

При $\mathrm{Pr} = 1$ уравнение (2.109) переходит в выражение аналогии по Рейнольдсу. Гидродинамическая теория теплообмена в приведенном виде не учитывает переменность теплофизических свойств теплоносителя (неоднородность потока) и применима к развитым безотрывным турбулентным потокам сред с $\mathrm{Pr} \geqslant 1$. В общем случае идея гидродинамической аналогии теплообмена оказалась исключительно плодотворной, и возможности ее дальнейшего совершенствования и применения к решению практически важных задач далеко не исчерпаны.

2.6. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ (ГАЗА) В ТРУБАХ

Ламинарный режим течения наблюдается при $\mathrm{Re} < \mathrm{Re_{кр}}$. Для изотермического потока в круглой трубе $\mathrm{Re_{кр}} = 2300$. Режим

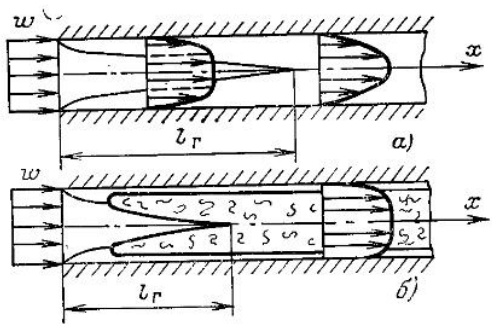


Рис. 2.22. Гидродинамическая стабилизация потока в трубе при ламинарном (*а*) и турбулентном (*б*) течениях.

развитого турбулентного течения устанавливается при $\mathrm{Re} \geqslant 10^4$. Значения Re в интервале от $\mathrm{Re_{кр}}$ до 10^4 соответствуют переходному режиму. Вследствие теплообмена плотность текущей среды может быть неоднородной по сечению и длине канала, и при определенных значениях числа Рэлея $\mathrm{Ra} = \mathrm{GrPr}$ в вынужденном потоке может возникнуть и развиться свободная конвекция. Ламинарное течение в отсутствие свободной конвекции принято называть *вязкостным*, а течение, сопровождающееся свободной конвекцией, — *вязкостно-гравитационным*. Вязкостный режим тем более вероятен, чем больше вязкость жидкости и меньше диаметр трубы и температурный напор. В условиях теплообмена даже в отсутствие влияния свободной конвекции распределение скорости по сечению трубы может значительно отличаться от профиля скорости изотермического потока, если вязкость теплоносителя заметно изменяется с изменением температуры. У капельных жидкостей, например, с ростом температуры вязкость падает. В результате при нагревании потока скорость вблизи стенки больше, чем при охлаждении, и соответственно интенсивнее теплоотдача.

На начальном участке канала профили скорости и температуры жидкости (газа) изменяются от состояния во входном сечении до полностью развитой по сечению потока формы (рис. 2.22). Эти участки канала, в пределах которых формируются гидродинамический и тепловой пограничные слои, называются соответственно *гидродинамическим* и *термическим начальным участком*. На участках гидродинамической и тепловой стабилизации потока теплоотдача по мере развития пограничных слоев падает по длине канала, число Nu уменьшается, асимптотически приближаясь к постоянному значению Nu_∞ (рис. 2.23). Это значение Nu_∞, называемое *предельным*, характеризует интенсивность теплоотдачи полностью стабилизировавшегося потока. В трубах длиной $l \gg l_г$ и $l \gg l_т$ средиюю теплоотдачу можно считать равной предельной: $\overline{\mathrm{Nu}} = \mathrm{Nu}_\infty$.

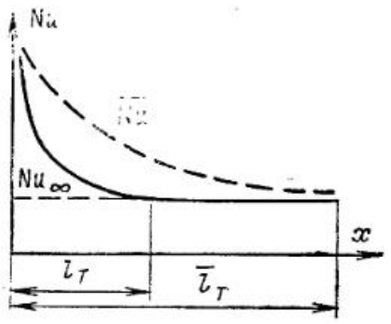


Рис. 2.23. Изменение локального и среднего значений числа Нуссельта по длине трубы.

2.6.1. ВЯЗКОСТНЫЙ РЕЖИМ

При ламинарном течении теплоносителя длины гидродинамического $l_г$ и термического $l_т$ начальных участков определяются по формулам

$$l_г = L_г \operatorname{Re} d_э \qquad (2.111)$$

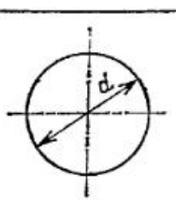
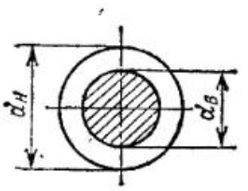
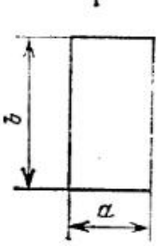
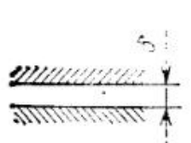
$$l_т = L_т \operatorname{Re} \operatorname{Pr} d_э, \qquad (2.112)$$

где $L_г$, $L_т$ — индивидуальные для каналов с разной формой поперечного сечения постоянные; $d_э$ — эквивалентный диаметр сечения: $d_э = 4f/П$, здесь f и $П$ — площадь и периметр проходного сечения.

Для газов, у которых $\operatorname{Pr} \approx 1$, расчетная длина начального теплового участка может достигать значений $l_т \approx 100 d_э$. У очень вязких жидкостей (масел) $\operatorname{Pr} \gg 1$ и значение $l_т$ может изменяться в пределах $(10^2 \div 10^4) d_э$, т. е. практически весь канал может представлять собой участок тепловой стабилизации. Значения приведенных длин начальных участков (постоянные $L_г = \frac{1}{\operatorname{Re}} \times \frac{l_г}{d_э}$; $L_т = \frac{1}{\operatorname{Pe}} \frac{l_т}{d_э}$) при ламинарном течении в различных трубах даны в табл. 2.23. Рекомендации по расчету теплоотдачи при вязкостном режиме течения приведены в табл. 2.24. Теплообмен при произвольном изменении $q_с$ по длине канала и на начальном участке труб с некруглой формой сечения см. [33, 35]. Обозначения: $\operatorname{Re} = w d_э/\nu$; $\operatorname{Pe} = w d_э/a$; w — средняя скорость потока; ν и a — кинематическая вязкость и коэффициент температуропроводности; $d_э = 4f/П$ — эквивалентный диаметр трубы; f и $П$ площадь и периметр проходного сечения трубы; $l_г$ и $l_т$ — длины начальных участков гидродинамической и тепловой стабилизации; $T_с$ — температура стенки; $q_с$ — плотность теплового потока на стенке трубы.

Таблица 2.23

Приведенные длины участков гидродинамической и тепловой стабилизации ламинарного потока в трубах

Форма проходного сечения канала	$L_г = \frac{1}{\operatorname{Re}} \frac{l_г}{d_э}$	$L_т = \frac{1}{\operatorname{Pe}} \frac{l_т}{d_э}$	
		$T_с$=const	$q_с$=const
Круглое сечение $d_э = d$ 	0,065	0,055	0,07
Кольцевое сечение $(d_в/d_н = 0{,}1 \div 1{,}0)$ $d_э = d_н - d_в$ 	0,015—0,01	0,05	0,06
Прямоугольное сечение $(a/b = 0{,}125 \div 1)$ $d_э = \frac{2ab}{a+b}$ 	0,023—0,075	—	—
Плоская щель (течение между неограниченными пластинами) при одинаковых значениях $T_с$ и $q_с$ на обеих стенках $d_э = 2\delta$ 	0,01	0,014	0,02

2.6.2. ВЯЗКОСТНО-ГРАВИТАЦИОННЫЙ РЕЖИМ

В потоке среды с неоднородной по сечению плотностью на основное (вынужденное) течение накладывается свободноконвективное движение. Если при этом направления свободного движения у поверхности теплообмена и вынужденного потока совпадают (в вертикальных каналах течение снизу вверх при нагревании потока и сверху вниз при охлаждении), скорость жидкости у стенки возрастает и соответственно интенсифицируется теплоотдача. При взаимно противоположном направлении вынужденного движения и подъемных сил в вертикальных каналах (течение сверху вниз при нагревании и снизу вверх при охлаждении потока) течение у стенки тормозится и ускоряется в ядре потока. С ростом числа Рэлея $Ra=GrPr$ профиль скорости все более деформируется, вплоть до образования точек перегиба. Но такое течение крайне неустойчиво и становится турбулентным, соответственно интенсифицируя теплообмен. При малых числах Ra ($Ra<170$), когда еще существует вязкостно-гравитационное течение, число Nu_∞ убывает с ростом Ra вследствие уменьшения скорости вблизи стенки.

В горизонтальных трубах направления вынужденного течения и подъемных сил взаимно перпендикулярны. В результате взаимодействия вынужденного течения вдоль оси канала и поперечной свободной конвекции температурное поле и поле скорости не являются осесимметричными. На верхней образующей трубы при нагревании и на нижней при охлаждении потока теплоотдача наименьшая. Но средняя по сечению теплоотдача и в этих условиях может быть выше, чем при чисто вязкостном течении.

Средняя по длине канала теплоотдача при вязкостно-гравитационном течении теплоносителя может быть определена по формуле [34]

$$\overline{Nu} = 0{,}17(Re\,Pr)^{0,33}\,(Gr\,Pr)^{0,1}\,(Pr\,Pr_c)^{0,25}\varepsilon_l. \qquad (2.113)$$

В (2.113) физические свойства определяются при средней температуре теплоносителя в канале $\overline{T}_ж=(\overline{T}_{вх}+\overline{T}_{вых})/2$, а Pr_c — при температуре стенки; за определяющий размер принят эквивалентный диаметр. Для труб с $l/d_э\geqslant 50$ коэффициент $\varepsilon_l=1$. Для коротких труб значения ε_l следующие:

$l/d_э$	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_l	1,90	1,70	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1

При вязкостно-гравитационном и переходном режимах течения теплоносителя в вертикальной трубе (сверху вниз при нагревании и снизу вверх при охлаждении) средняя теплоотдача может быть рассчитана также по формуле [33]

$$\overline{Nu} = 0{,}037Re^{0,75}\,Pr^{0,4}\,(\mu/\mu_c)^n, \qquad (2.114)$$

где $n=0{,}11$ при нагревании, $n=0{,}25$ при охлаждении жидкости; коэффициент теплоотдачи относится к среднеарифметическому температурному напору $\Delta\overline{T}_а=T_c-\overline{T}_ж$, а физические свойства, кроме μ_c, выбираются при температуре $\overline{T}_ж=\frac{1}{2}(\overline{T}_{вх}+\overline{T}_{вых})$.

Формула (2.114) применима в следующих интервалах изменения критериев: $Re=250\div 10^4$; $(GrPr)_р=(1{,}5\div 12)\cdot 10^6$. $Pr_р=2\div 10$. Здесь индекс «р» означает, что физические свойства выбираются при расчетной температуре $T_р=0{,}5(T_c+\overline{T}_ж)$.

2.6.3. ТУРБУЛЕНТНЫЙ РЕЖИМ

При турбулентном течении теплоносителя в трубах длины начальных участков гидродинамической и тепловой стабилизации сравнительно малы: $l_г=l_т\approx 15d_э$.

В трубах с $l/d_э>50\div 60$ среднюю теплоотдачу можно вычислять по формулам для стабилизированного режима течения и теплообмена. Зависимость местного числа Nu от чисел Re и Pr, а также его изменение по длине трубы практически одинаковы при $T_c=\text{const}$ и $q_c=\text{const}$, и при $Pr\geqslant 1$ и $Re\geqslant 4\cdot 10^3$ разница местных значений Nu не превышает 5—10%. При $Pr\ll 1$, т. е. для жидких металлов, значения Nu при $q_c=\text{const}$ могут быть на 15—25% больше, чем при $T_c=\text{const}$. Рекомендации по расчету местной и средней теплоотдачи при турбулентном течении теплоносителя в трубах с разной формой поперечного сечения для некоторых случаев приведены в табл. 2.25.

Кольцевые каналы. Расчет теплоотдачи в кольцевых каналах возможен по интерполяционным формулам [38]:

а) теплообмен на внутренней стенке (при теплоизолированной наружной)

$$Nu_в = Nu_{тр}\left[1-\frac{0{,}45}{2{,}4+Pr}\left(\frac{d_н}{d_в}\right)^n\right]\varepsilon; \qquad (2.115)$$

б) теплообмен на наружной стенке канала (при теплоизолированной внутренней)

$$Nu_н = Nu_{тр}\left[1-\frac{0{,}45}{2{,}4+Pr}\left(\frac{d_в}{d_н}\right)^{0,6}\right]; \qquad (2.116)$$

в этих формулах

$$Nu_в=\frac{\alpha_в d_э}{\lambda}=\frac{q_{св}d_э}{\lambda(T_{св}-\overline{T}_ж)};$$

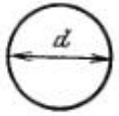
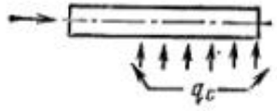
$$Nu_н=\frac{\alpha_н d_э}{\lambda}=\frac{q_{сн}d_э}{\lambda(T_{сн}-\overline{T}_ж)};$$

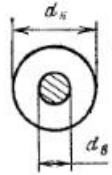
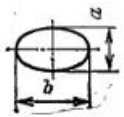
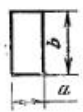
$$n=0{,}16Pr^{-0,15};\quad d_э=d_н-d_в;$$

$q_{св}$, $q_{сн}$, $T_{св}$ и $T_{сн}$ — плотность теплового потока и температура соответственно на по-

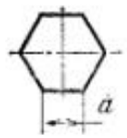
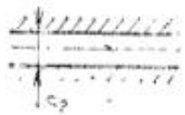
Таблица 2.24

Теплоотдача при вязкостном течении капельных жидкостей и газов в трубах

Форма проходного сечения трубы	Условия теплообмена	Определяющая температура	$\Delta T_р$	Расчетная формула	Пределы изменения параметров	Источник
 Круглое сечение $d_э=d$: без предвключенного участка гидродинамической стабилизации	T_c=const	$\bar{T}_x$	$\lvert T_c-\bar{T}_x\rvert$	$\mathrm{Nu}=3{,}66\left(1+0{,}025\frac{d}{x}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}^{5/6}\right)^{2/5}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_c}\right)^{1/4}$	$\frac{d}{x}\mathrm{Re}<10^4$	
	q_c=const	$\bar{T}_x$	$\lvert T_c-\bar{T}_x\rvert$	$\mathrm{Nu}=4{,}36\left(1+0{,}032\frac{d}{x}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}^{5/6}\right)^{2/5}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_c}\right)^{1/4}$	$0{,}7<\mathrm{Pr}<10^3$	[40]
	T_c=const	$\bar{T}_ж$	$\lvert T_c-\bar{T}_ж\rvert$	$\overline{\mathrm{Nu}}=1{,}4\left(\frac{d}{l}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}^{5/6}\right)^{2/5}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_c}\right)^{1/4}$	$\frac{d}{l}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}^{5/6}>15$; $\mathrm{Re}>10$; $\frac{l}{d}>10$	
	T_c=const	$\frac{1}{2}(T_c+\bar{T}_x)$	$\lvert T_c-\bar{T}_x\rvert$	$\mathrm{Nu}=1{,}03\left(\frac{d}{x}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\right)^{0{,}33}\left(\frac{\mu}{\mu_c}\right)^{0{,}14}$	$\frac{d}{x}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\geqslant 10^2$	[33]
 с предвключенным участком гидродинамической стабилизации	T_c=const	$\bar{T}_x$	$\lvert T_c-\bar{T}_x\rvert$	$\mathrm{Nu}=\left\{3{,}66+\frac{0{,}00178\left(\frac{d}{x}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\right)^{5/3}}{\left[1+0{,}04\left(\frac{d}{x}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\right)^{2/3}\right]^2}\right\}\times\left(\frac{\mu}{\mu_c}\right)^{0{,}14}$	$\frac{d}{x}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}<10^3$	
	T_c=const	Нагревание $T_c+\frac{1}{2}\Delta\bar{T}_л$; Охлаждение $T_c-\frac{1}{2}\Delta\bar{T}_л$	$\Delta\bar{T}_л$	$\overline{\mathrm{Nu}}=1{,}55\left(\frac{d}{l}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_c}\right)^{0{,}14}$	$\frac{d}{l}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\geqslant 20$	
	q_c=const	$\frac{1}{2}(T_c+\bar{T}_x)$	$\lvert T_c-\bar{T}_x\rvert$	$\mathrm{Nu}=1{,}31\left(\frac{d}{x}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\right)^{1/3}\left(1+2\frac{x}{d}\frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\right)\left(\frac{\mu}{\mu_c}\right)^{1/6}$	$\frac{d}{x}\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\geqslant 25$	[33]

на участке стабилизированного течения и теплоотдачи	T_c=const q_c=const	$\bar{T}_x$	$\lvert T_c-\bar{T}_x\rvert$	$\mathrm{Nu}_\infty = 3{,}66$ $\mathrm{Nu}_\infty = 4{,}36$								$x \geqslant l_T$ $x \geqslant l_T$	[33]
 Кольцевое сечение $d_э = d_н - d_в$: при теплообмене на внутренней стенке при теплообмене на наружной стенке	T_c=const	T_x	$\lvert T_c-\bar{T}_x\rvert$	$d_в/d_н$	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	$x \geqslant l_T$ $x \geqslant l_T$	—
				Nu_∞	—	—	8,0	6,15	5,42	5,05	4,86		
	q_c=const				17,8	11,9	8,5	6,58	5,91	5,58	5,38		
	T_c=const				—	4,10	4,18	4,33	4,50	4,70	4,86		
	q_c=const				4,79	4,83	4,89	5,0	5,1	5,24	5,38		
 Эллиптическое сечение $d_э = \dfrac{2ab}{1{,}5(a+b) - \sqrt{ab}}$	T_c=const	$\bar{T}_x$	$\lvert T_c-\bar{T}_x\rvert$	a/b	0,5	0,25	0,125						
				Nu_∞	3,74	3,79	3,72						
	q_c=const				4,55	4,87	5,08						
 Прямоугольное сечение $d_э = \dfrac{2ab}{a+b}$	T_c=const	$\bar{T}_x$	$\lvert T_c-\bar{T}_x\rvert$	a/b	0,1	0,2	0,4	0,6	1,0				
				Nu_∞	5,9	4,9	3,7	3,1	3,0				
	q_c=const				6,8	5,7	4,5	3,9	3,6				

Продолжение табл. 2.24

Форма проходного сечения трубы	Условия теплообмена	Определяющая температура	$\Delta T_р$	Расчетная формула	Пределы изменения параметров	Источник
 Треугольное сечение $d_э = \frac{a\sqrt{3}}{3}$	T_c=const	$\overline{T}_x$	$\lvert T_c - \overline{T}_x \rvert$	$Nu_\infty = 2{,}68$	$x > l_г$ $x > l_т$	
	q_c=const			$Nu_\infty = 3{,}1$		
 Шестиугольное сечение $d_э = a\sqrt{3}$	T_c=const	$\overline{T}_x$	$\lvert T_c - \overline{T}_x \rvert$	$Nu_\infty = 3{,}36$		
	q_c=const			$Nu_\infty = 4{,}0$		
 Плоская щель (течение между двумя неограниченными пластинами, $d_э = 2\delta$): при одинаковых T_c и q_c на обеих стенках	T_c=const	$\overline{T}_x$	$\lvert T_c - \overline{T}_x \rvert$	$Nu_\infty = 7{,}54$		
	q_c=const			$Nu_\infty = 8{,}24$		

при одностороннем обогреве	T_c=const	$\overline{T}_x$	$\lvert T_c-\overline{T}_x\rvert$
			Nu_∞=4,86
	q_c=const		Nu_∞=5,40

Примечание. Обозначения: $\overline{Nu}=\bar{\alpha}d_э/\lambda$; $Nu=\alpha d_э/\lambda$; $Nu_\infty=\alpha_\infty d_э/\lambda$; $Re=wd_э/\nu$; $Pr=\mu c_p/\lambda$; $d_э=4f/\Pi$; $\bar{\alpha}$, α — средний по длине трубы и местный коэффициенты теплоотдачи; α_∞ — коэффициент теплоотдачи на участке стабилизированного течения и теплообмена; λ, μ, c_p — коэффициент теплопроводности, динамическая вязкость и удельная изобарная теплоемкость теплоносителя; f и Π — площадь и периметр проходного сечения трубы; l — длина трубы; x — расстояние от входа в трубу до рассматриваемого сечения; T_c — температура стенки; $\overline{T}_x$ — среднемассовая температура теплоносителя в данном сечении; $\overline{T}_ж=0{,}5(\overline{T}_{вх}+\overline{T}_{вых})$ — средняя температура теплоносителя в трубе; $\overline{T}_{вх}$ и $\overline{T}_{вых}$ — среднемассовая температура теплоносителя на входе и выходе трубы; $\Delta\overline{T}_л$ — среднелогарифмический температурный напор (2.77); q_c — плотность теплового потока на стенке трубы.

В расчетных формулах физические свойства выбираются при определяющей температуре, а индексом «с» обозначены параметры, определяемые при температуре T_c.

Плотность теплового потока определяется как $q_c=\alpha\Delta T_р$, где $\Delta T_р$ — расчетный температурный напор.

Формулы табл. 2.24 применимы в условиях $GrPr<8\cdot10^5$, где $Gr=g\beta\Delta Td_э^3/\nu^2$; $\Delta T=|T_c-\overline{T}_{вх}|$; физические параметры определены при $T_р=0{,}5(T_c+\overline{T}_{вх})$.

верхности внутренней и наружной стенок; $d_в$, $d_н$ — диаметры внутренней и наружной труб кольцевого канала; $Nu_{тр}$ — число Нуссельта, вычисляемое по формулам для труб круглого сечения с диаметром $d=d_н-d_в$.

Поправочный коэффициент

$$\varepsilon = 1 + 7\left[\left(\frac{d_н}{d_в}-4\right)/Re\right]^{0,6} \quad \text{при } d_в/d_н<0{,}2;$$

$$\varepsilon = 1 \quad \text{при } d_в/d_н \geqslant 0{,}2.$$

Уравнения (2.115) и (2.116) применимы к участку канала с $x>l_т$. Длина участка термической стабилизации $l_т$ определяется соотношениями:

при теплообмене на внутренней стенке

$$l_т/d_э = 40\,(d_в/d_н)^{0,43};$$

при теплообмене на наружной стенке

$$l_т/d_э = 15\,(1+1{,}5d_в/d_н).$$

Для $x<l_т$ коэффициенты теплоотдачи $\alpha_в$ и $\alpha_н$, вычисленные по (2.115) и (2.116), следует умножить на поправочные коэффициенты ε_l, которые определяются по формулам:

при теплообмене на внутренней стенке ($Pr=0{,}7\div1$)

$$\varepsilon_l = 0{,}86 + 0{,}8\,(d_в/d_н)^{0,2}\,(d_э/x)^{0,4};$$

при теплообмене на наружной стенке ($Pr=0{,}7\div1$)

$$\varepsilon_l = 0{,}85 + 0{,}54\,(d_э/x)^{0,4}\,[1 + 0{,}48\,(d_в/d_н)^{0,37}].$$

Уравнения (2.115) и (2.116) применимы к кольцевым каналам с $d_в/d_н=0{,}03\div1$ при $Pr=0{,}7\div100$ и $Re=10^4\div10^6$.

Продольно омываемые пучки. Для расчета теплоотдачи продольно омываемых пучков труб (см. табл. 2.25) можно пользоваться формулой [43]

$$\overline{Nu} = c\,Re^{0,8}\,Pr^{0,33} \qquad (2.117)$$

при $2{,}5\cdot10^5<Re<10^6$.

Для шахматных пучков с $1{,}1<s/d_c<1{,}5$

$$c = 0{,}026\frac{s}{d_c} - 0{,}006.$$

Для коридорных пучков с $1{,}1<s/d_c<1{,}3$

$$c = 0{,}042\frac{s}{d_c} - 0{,}024.$$

За определяющий размер в (2.117) принят эквивалентный диаметр, а за определяющую температуру $T_р=(T_c+\overline{T}_ж)/2$. Теплоотдачу в редких пучках, обтекаемых продольно жидкометаллическим теплоносителем, можно рассчитать по формулам [44] и [45]:

$$\overline{Nu} = 0{,}58Pe^{0,45} \qquad (2.118)$$

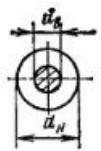
при $Pe=400\div6000$; $s/d_c=1{,}1\div1{,}5$;

$$\overline{Nu} = 6 + 0{,}006Pe \qquad (2.119)$$

при $Pe=30\div4000$; $Re>10^4$; $s/d_c=1{,}2\div1{,}75$.

Таблица 2.25

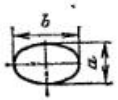
Теплоотдача при турбулентном течении теплоносителя в трубах

Форма поперечного сечения трубы	Расчетная формула	Пределы измерения параметров	Примечания
 Круглое сечение $d_э = d$	$\mathrm{Nu} = \dfrac{\dfrac{\xi}{8}\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\,\varepsilon_t\,\varepsilon_l\,\varepsilon_R}{1+\dfrac{900}{\mathrm{Re}}+12{,}7\sqrt{\dfrac{\xi}{8}}\,(\mathrm{Pr}^{2/3}-1)}$	$4\cdot10^3 < \mathrm{Re} < 5\cdot10^6$ $0{,}5 < \mathrm{Pr} < 5\cdot10^5$	[37, 38]
 Кольцевое сечение $(d_н/d_в = 1 \div 5{,}6)$ $d_э = d_н - d_в$	$\mathrm{Nu} = 0{,}021\,\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{0,43}\left(\dfrac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr_c}}\right)^{0,25}\varepsilon_l'\,\varepsilon_R$ $\xi = (1{,}82\lg\mathrm{Re}-1{,}64)^{-2}$ $\xi = (100\,\mathrm{Re})^{-0,25}$ $\varepsilon_t = (\mu/\mu_c)^n$	$10^4 < \mathrm{Re} < 5\cdot10^6$ $0{,}6 < \mathrm{Pr} < 2{,}5\cdot10^3$ $\mathrm{Re} > 2\cdot10^3$ $10^4 \leqslant \mathrm{Re} < 10^5$ $2 < \mathrm{Pr} < 140$ $5\cdot10^2 < \mathrm{Re} < 1{,}5\cdot10^5$	[39] Формулы получены и предпочтительны для труб с круглой формой проходного сечения, но могут использоваться для приближенного расчета теплоотдачи и в трубах со сложной формой сечения
 Прямоугольное сечение $(b/a = 1 \div 40)$ $d_э = \dfrac{2ab}{a+b}$	n=0,11 при нагревании n=0,25 при охлаждении потока		



Треугольное сечение

$$d_э = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



Эллиптическое сечение

$$d_э = \frac{2ab}{1{,}5(a+b) - \sqrt{ab}}$$



Шестиугольное сечение

$$d_э = a\sqrt{3}$$

При расчете α:

$$\varepsilon_l = 0{,}86 + 0{,}54\,(d/x)^{0,4}$$

$x/d_э < 15$

$x/d_э > 15$

$$\varepsilon_l = 1$$

$15 < l/d_э < 60$

$l/d_э > 60$

При расчете $\bar{\alpha}$:

$$\varepsilon_l = 0{,}86 + 0{,}90\left(\frac{d}{l}\right)^{0,4}$$

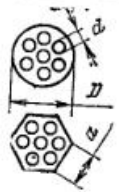
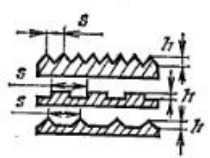
$$\varepsilon_l = 1$$

$l/d_э < 50$

$l/d_э > 50$

Для кольцевых каналов и пучков стержней см. (2.115)—(2.117), а также [38, 42]

Продолжение табл. 2.25

Форма поперечного сечения трубы	Расчетная формула	Пределы изменения параметров	Примечания
 Пучок продольнообтекаемых стержней $d_э = \frac{D^2 - nd_c^2}{D + nd_c}$ $d_э = \frac{6\sqrt{3}\,a^2 - n\pi d_c^2}{6a + n\pi d_c}$	$\varepsilon_l' = \left[1 + \left(\frac{2700}{\mathrm{Re}}\right)^{0,33}\right]^{\left(1+0,60\lg\frac{d}{l}\right)}$ $\varepsilon_l = 1$ $\varepsilon_R = 1 + 1,77\frac{d_э}{R}$ $\varepsilon_R = 1$ для прямой трубы		
Круглое сечение	$\overline{\mathrm{Nu}} = (5 + 0,025\,\mathrm{Pe}^{0,8})\,\varepsilon_l$ $\overline{\mathrm{Nu}} = (3,3 + 0,014\,\mathrm{Pe}^{0,8})\,\varepsilon_l$ $\varepsilon_l = 1,72\,(d/l)^{0,16}$ $\varepsilon_l = 1$	$200 < \mathrm{Pe} < 2\cdot10^4$ $0,004 < \mathrm{Pr} < 0,03$ $\mathrm{Re} > 10^4$ $l/d < 30$ $l/d > 30$	[41] При чистой поверхности теплообмена [36] Если не принимаются специальные меры, исключающие окислы на поверхности и в потоке
 Трубы с искусственной шероховатостью	$\overline{\mathrm{Nu}} = 0,021\,\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{0,43}\,(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr_c})^{0,25}\,\varepsilon_{ш}$ $\varepsilon_{ш} = 1,04\,\mathrm{Pr}^{0,04}\exp\left[0,85\frac{13}{s/h}\right]$ $\varepsilon_{ш} = 1,04\,\mathrm{Pr}^{0,04}\exp\left[0,85\frac{s/h}{13}\right]$	$6\cdot10^3 < \mathrm{Re} < 4\cdot10^5$ $0,7 < \mathrm{Pr} < 80$ $s/h \geqslant 13$ $6 < s/h \leqslant 13$	[46] Коэффициент теплоотдачи относится к полной поверхности теплообмена (с учетом шероховатости)

Примечание. $\mathrm{Pe} = \mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}$; w — средняя скорость потока; R — радиус кривизны изогнутой трубы (спирального змеевика). При расчете α физические свойства теплоносителя выбираются по температуре $\overline{T}_x$, а при расчете α по температуре $\overline{T}_ж$; остальные обозначения см. табл. 2.24.

В формулах (2.118) и (2.119) в качестве характерного размера используется диаметр стержней. Более подробно о теплоотдаче продольно омываемых пучков стержней (труб) см. [33, 42].

Конвективный теплообмен в трубах при резко переменных физических свойствах теплоносителя. Этот класс задач возникает при больших температурных напорах и в сверхкритической области состояния вещества. Здесь коэффициент теплоотдачи при определенном сочетании режимных параметров и физических свойств может быть как больше, так и меньше значений, рассчитанных по обычным формулам для конвективного теплообмена.

При теплообмене в сверхкритической области состояния теплоносителя различают:

а) нормальные режимы, когда температура стенки монотонно (при $q_c = \text{const}$) изменяется вдоль потока соответственно изменению энтальпии (температуре) теплоносителя;

б) режимы ухудшенной (или улучшенной) теплоотдачи, при которых температура стенки трубы имеет немонотонный (при ухудшенных режимах — пиковый) характер изменения и зависит от тепловой нагрузки.

В случае, если свободная конвекция не оказывает заметного влияния на вынужденное турбулентное течение, то расчет значений α можно проводить в соответствии с рекомендациями [37, 47, 48].

2.7. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ВНЕШНЕМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ

Соотношения для расчета локальной и средней теплоотдачи приведены в табл. 2.26.

Плоская пластина. При течении жидкости (газа) вдоль плоской поверхности (пластины) в пристенной зоне образуется гидродинамический пограничный слой, в пределах которого скорость изменяется от значения w_0 на внешней границе до нуля на стенке. На начальном участке пластины, пока пограничный слой тонкий, течение ламинарное. Далее, на некотором расстоянии $x_{кр}$ от передней кромки пластины течение в пограничном слое становится турбулентным. Условная граница перехода от ламинарного режима течения к турбулентному определяется критическим значением числа Рейнольдса:

$$\mathrm{Re}_{кр} = w_0 x_{кр}/\nu = 5 \cdot 10^5.$$

В действительности значение $\mathrm{Re}_{кр}$ зависит от степени начальной турбулентности набегающего потока, шероховатости обтекаемой поверхности, интенсивности теплообмена и переход от ламинарного режима течения к турбулентному происходит не в точке, а на некотором участке.

Толщина ламинарного пограничного слоя растет с расстоянием от передней кромки пластины по закону

$$\delta_л = 5x\,(\nu/w_0 x)^{1/2} = 5x/\mathrm{Re}^{0,5}, \quad (2.120)$$

а при турбулентном режиме течения

$$\delta_т = 0{,}37x/\mathrm{Re}^{0,2}. \quad (2.121)$$

Соотношение (2.121) относится к случаю, когда пограничный слой турбулентен начиная от передней кромки пластины.

При наличии разности температур стенки и потока в пристенной зоне формируется и тепловой пограничный слой, в пределах которого температура теплоносителя изменяется от значения температуры стенки T_c до температуры T_0 набегающего потока. Характер формирования теплового слоя во многом похож на характер развития гидродинамического пограничного слоя, и соотношение их толщин в основном определяется числом Прандтля, т. е. физическими свойствами теплоносителя. Для ламинарного пограничного слоя толщина теплового слоя

$$\Delta_л = \delta_л/\mathrm{Pr}^{1/3}.$$

О структуре турбулентного пограничного слоя см. п. 2.5.2.

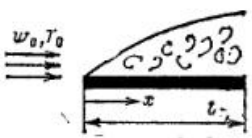
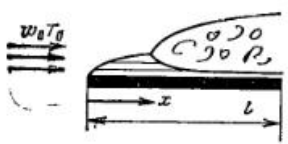
Тела сложной формы. Картина обтекания тел сложной формы и процессы теплоотдачи при этом имеют ряд особенностей. Опыт показывает, что плавный характер поперечного обтекания труб и стержней с разной формой сечения, шара и других неудобообтекаемых тел возможен лишь при очень малых значениях числа Рейнольдса. В характерных для практики условиях обтекание тел сопровождается отрывом потока и образованием в кормовой части вихревой зоны. Своеобразие обтекания тел существенно сказывается и на их теплоотдаче. Так, например, интенсивность теплоотдачи по периметру поперечно обтекаемого цилиндра резко изменяется по мере нарастания пограничного слоя от максимума в лобовой точке ($\varphi = 0$) до минимального значения в области $\varphi = 80 \div 100°$ (см. табл. 2.26), а затем в кормовой части вновь возрастает за счет интенсивного вихревого движения жидкости. При прочих равных условиях теплоотдача максимальна, когда направление набегающего потока перпендикулярно оси цилиндра. С уменьшением угла атаки коэффициент теплоотдачи уменьшается.

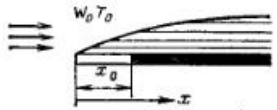
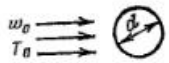
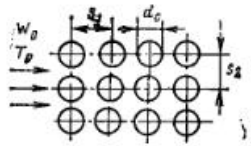
Режим обтекания и теплоотдача призматических тел (стержней) заметно меняются также с изменением их ориентации относительно потока, т. е. в зависимости от того, набегает ли поток на ребро или их грань.

Поперечное обтекание пучка труб (стержней). Картина омывания и соответственно интенсивность теплоотдачи в этом случае отличаются от таковой для одиночной трубы. Картина обтекания труб первого ряда пучков похожа на картину обтекания одиночной трубы. Трубы второго и последующих рядов пучка, особенно коридорного, находятся в вихревой зоне впереди расположенных труб, и характер их обтекания и теплоотдача зависят, кроме режимных параметров, также от плотности их упаковки в пучке.

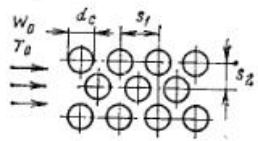
Таблица 2.26

Теплоотдача при внешнем обтекании тел

Обтекаемое тело	Расчетная формула	Определяющий размер	Пределы изменения параметров	Примечание
Плоская стенка, пластина: ламинарный пограничный слой				
	$Nu = 0{,}332Re^{0,5}\,Pr^{0,33}\,(Pr/Pr_c)^{0,25}$ $\overline{Nu} = 0{,}664Re^{0,5}\,Pr^{0,33}\,(Pr/Pr_c)^{0,25}$	x l	$Re<Re_{кр}$ $0{,}6<Pr<15$	Среднее значение $Re_{кр}=5\cdot10^5$
турбулентный пограничный слой				
	$Nu = 0{,}0296Re^{0,8}\,Pr^{0,43}\,(Pr/Pr_c)^{0,25}$ $\overline{Nu} = 0{,}037Re^{0,8}\,Pr^{0,43}\,(Pr/Pr_c)^{0,25}$	x l	$Re<10^7$ $0{,}7<Pr<200$	При высокой начальной турбулентности набегающего потока или при неудобообтекаемой турбулизирующей входной кромке [50]
смешанный режим течения				
	$\overline{Nu} \simeq \left[0{,}664Re_{кр}^{0,5}\,Pr^{0,33} + 0{,}037\left(Re^{0,8} - Re_{кр}^{0,8}\right)Pr^{0,43}\right]\left(Pr/Pr_c\right)^{0,25}$	l		На начальном участке ламинарный пограничный слой, на остальной части пластины — турбулентный
Пластина с необогреваемым начальным участком. Ламинарный пограничный слой	$\overline{Nu} = 0{,}33Re^{0,5}\,Pr^{0,33}\left(1-\frac{x_0}{x}\right)^{0,2}(Pr/Pr_c)^{0,25}$	$x-x_0$	$3<Re<3\cdot10^4$ $0{,}7<Pr<510$	[55]

				
Шар 	$\overline{Nu} = 2 + 0{,}03Re^{0,54}\,Pr^{0,33} + 0{,}35Re^{0,58}\,Pr^{0,36}$	d	$Re \leqslant 3\cdot10^5$ $0{,}6 < Pr < 8\cdot10^3$	[51]
Цилиндр 	$\overline{Nu} = 0{,}5Re^{0,5}\,Pr^{0,38}\,(Pr/Pr_c)^{0,25}$	d	$5 < Re < 10^3$	[52, 53], см. также [14, 54]
	$\overline{Nu} = 0{,}025Re^{0,6}\,Pr^{0,38}\,(Pr/Pr_c)^{0,25}$	d	$10^3 < Re < 2\cdot10^5$	В предварительно турбулизированном потоке (за вентилятором, за турбулизирующей решеткой) теплоотдача на 50—60% выше расчетной. Если угол ψ между направлением потока и осью цилиндра (угол атаки) меньше 90°, значения α следует умножить на поправочный коэффициент $\varepsilon = 1 - 0{,}54\cos^2\psi$.
	$\overline{Nu} = 0{,}023Re^{0,8}\,Pr^{0,37}\,(Pr/Pr_c)^{0,25}$	d	$3\cdot10^5 < Re < 2\cdot10^6$	
Коридорный пучок 	$\overline{Nu} = 1{,}2Re^{0,33}\,Pr^{0,33}\,(Pr/Pr_c)^{0,25}$	d	$s_1/d \leqslant 1{,}25$ $s_2/d \leqslant 1{,}25$ $10 < Re < 150$	Формулы применимы к третьему и последующим рядам пучка [56].
	$\overline{Nu} = 0{,}26Re^{0,65}\,Pr^{0,33}\left(\frac{d}{s_2}\right)^{0,15}(Pr/Pr_c)^{0,25}$	d	$1{,}24 < \frac{s_1}{d} < 4$	В числа Re и Pe входит скорость потока в узком сечении ряда. За определяющую температуру для капельных жидкостей принимается температура T_0 жидкости перед соответствующим рядом пучка и $\varepsilon_t = (Pr/Pr_c)^{0,25}$ [57], для газов свойства определяются при расчетной температуре $T_p = \frac{1}{2}\left(T_0 + T_c\right)$, а $\varepsilon_t = 1$
			$1{,}24 < \frac{s_2}{d} < 4$	
			$10^3 < Re < 10^5$	
	$\overline{Nu} = 0{,}02Re^{0,84}\,Pr^{0,36}\,(Pr/Pr_c)^{0,25}$	d	$0{,}7 < Pr < 500$	
			$1{,}3 < \frac{s_1}{d} < 2{,}5$	

Продолжение табл. 2.26

Обтекаемое тело	Расчетная формула	определяющий размер	Пределы измерения параметров	Примечание
Шахматный пучок 	$\overline{Nu} = 1{,}8Re^{0{,}33}\,Pr^{0{,}33}\,(Pr/Pr_c)^{0{,}25}$	d	$1{,}3 < \frac{s_2}{d} < 2{,}3$ $10^5 < Re < 10^6$ $s_1/d \leqslant 1{,}25$ $s_2/d \leqslant 1{,}25$ $10 < Re < 200$	
	$\overline{Nu} = 0{,}41Re^{0{,}6}\,Pr^{0{,}33}\,(Pr/Pr_c)^{0{,}25}\,\varepsilon_s$	d	$1{,}3 < \frac{s_1}{d} < 2{,}6$	[56]
	$\varepsilon_s = (s_1/s_2)^{1/6}$ при $s_1/s_2 < 2$		$0{,}6 < \frac{s_2}{d} < 4$	
	$\varepsilon_s = 1{,}12$ при $s_1/s_2 \geqslant 2$		$10^3 < Re < 10^5$ $0{,}7 < Pr < 500$	
	$\overline{Nu} = 0{,}021Re^{0{,}84}\,Pr^{0{,}36}\,(Pr/Pr_c)^{0{,}25}$	d	$1{,}2 < \frac{s_1}{d} < 2{,}5$	[57]
			$0{,}9 < \frac{s_2}{d} < 1{,}5$	
Коридорный и шахматный пучки	$\overline{Nu} = Pe^{0{,}5}$	d	$10^5 \quad Re < 10^6$	
			$1 < \frac{s_1}{d} < 1{,}5$	[44], чистые жидкометаллические теплоносители
			$1 < \frac{s_2}{d} < 1{,}5$	
			$10^2 < Pe < 4 \cdot 10^3$	

Примечание. Обозначения: $\overline{Nu} = \bar{\alpha}x/\lambda$; $Nu = \alpha x/\lambda$; $Re = w_0 x/\nu$; $Pr = \mu c_p/\lambda$; $Pe = RePr$; $\bar{\alpha}$ и α — средний по поверхности и местный коэффициенты теплоотдачи; $\bar{\alpha} = \bar{q}_c/|T_c - T_0|$, $\alpha = q_c/|T_c - T_0|$; x — характерный, определяющий размер (расстояние от входной кромки пластины до данного сечения, длина пластины, диаметр шара, цилиндра и др.); w_0 — характерная скорость теплоносителя (скорость набегающего потока, скорость в узком сечении пучка стержней и др.); λ, ν, μ, c_p — коэффициенты теплопроводности, кинематическая и динамическая вязкости, удельная теплоемкость выбираются при температуре T_0 набегающего потока, а Pr_c — при температуре стенки T_c.

На трубах глубинных рядов коридорного пучка максимум локальной теплоотдачи наблюдается на образующей, отстоящей от лобовой на 50°. В шахматных пучках максимум теплоотдачи труб всех рядов отмечается на лобовой образующей. Теплоотдача труб третьего и последующих рядов пучка одинакова. Если это значение принять за 100%, то в шахматных и коридорных пучках теплоотдача труб первого ряда составляет лишь 60%, второго коридорного ряда 90%, а второго шахматного ряда 70%. При прочих равных условиях в ламинарной области теплоотдача шахматных пучков в 1,5 раза выше коридорных. В смешанном режиме течения, когда передняя поверхность труб омывается ламинарным пограничным слоем, а кормовая — вихревым потоком, эта разница в теплоотдаче шахматных и коридорных пучков уменьшается и в пределе при $Re \geqslant 10^5$ практически исчезает.

Псевдоожиженный газом слой. Средний коэффициент теплоотдачи в слое неподвижных твердых частиц, продуваемом газом, можно определить по формулам

$$\overline{Nu} = 0{,}106Re \quad \text{при } Re = 20 \div 200; \tag{2.122}$$

$$\overline{Nu} = 0{,}61Re^{0{,}67} \quad \text{при } Re = 200 \div 1700, \tag{2.123}$$

где $\overline{Nu} = \bar{\alpha} d_\Phi / \lambda$; здесь $\bar{\alpha}$ — средний коэффициент теплоотдачи, отнесенный к единице площади поверхности частиц в слое; $Re = w_0 d_\Phi / \nu$; w_0 — скорость потока газа перед слоем; $d_\Phi = (6V/П)^{1/3}$ — диаметр сферической частицы или эквивалентной по объему сферической частицы, если частицы имеют другую форму; V — объем частицы.

Формулы (2.123) и (2.124) получены по данным эксперимента с частицами размером 0,4—5 мм.

2.8. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ВЫСОКОЙ СКОРОСТИ ГАЗОВОГО ПОТОКА

При скорости газа, соответствующей значениям $M \geqslant 0{,}3$ ($M = w/a$, w — скорость газа, a — скорость звука в газе), в пограничном слое наблюдается значительное повышение температуры в результате действия сил внутреннего трения. Поэтому в расчете теплоотдачи необходимо учитывать фактор интенсивности диссипации энергии движения и сжимаемость газа. В этом случае местный коэффициент теплоотдачи, вычисляемый по формулам для несжимаемой жидкости,

$$\alpha = q_c / (T_c - T_{c.a}), \tag{2.124}$$

где $T_{c.a} = T\left(1 + r\dfrac{\varkappa - 1}{2}M^2\right)$ — *адиабатная (равновесная, собственная)* температура стенки; $\varkappa$ — показатель адиабаты; r — коэффициент восстановления температуры, характеризующий соотношение интенсивности тепловыделения из-за вязкого трения и интенсивности отвода теплоты в ядро потока из пристенного слоя.

Для продольно обтекаемой пластины при ламинарном пограничном слое $r = \sqrt{Pr}$, а при турбулентном $r = \sqrt[3]{Pr}$.

При поперечном обтекании труб воздухом $r = 0{,}92$. Для дозвукового ($M < 1$) и сверхзвукового ($M > 1$) турбулентных потоков воздуха в трубе r изменяется от 0,85 до 0,89.

При расчете значений α переменность теплофизических свойств, кроме теплоемкости, учитывают, используя в качестве определяющей расчетную температуру

$$T_p = T_0 + 0{,}5(T_c - T_0) + 0{,}22(T_{c.a} - T_0), \tag{2.124а}$$

где T_0 — температура набегающего потока при внешнем обтекании или средняя термодинамическая температура газа в данном сечении канала.

2.9. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

Средняя теплоотдача при свободной конвекции жидкости (газа) в большом объеме около вертикальных пластин, а также вертикальных и горизонтальных труб может быть рассчитана по уравнению [14]

$$\overline{Nu} = C(Gr\,Pr)^n \varepsilon, \tag{2.125}$$

где

$$\overline{Nu} = \bar{\alpha} l_0 / \lambda;$$

$$Gr = g\beta\Delta T l_0^3 / \nu^2; \quad Pr = \nu / a;$$

$$\bar{\alpha} = \bar{q}_c / \Delta T;$$

$\Delta T = \overline{T_c} - T_0$; $\overline{T_c}$ — постоянная или средняя температура поверхности тела; T_0 — температура жидкости вдали от поверхности теплообмена; l_0 — характерный размер омываемой поверхности: для горизонтальных труб $l_0 = d$, для вертикальных труб и пластин $l_0 = H$, где H — длина трубы или пластины.

Значения C, n и ε приведены в табл. 2.27.

Физические свойства λ, ν, a, β в (2.125) выбираются при температуре $T_p = 0{,}5(T_c + T_0)$.

Расчет теплоотдачи вертикальных труб и пластин при значениях $GrPr > 10^9$ производится отдельно для начального участка высотой $H_{кр}$, заятого ламинарным пограничным слоем, и для участка $H - H_{кр}$, заятого турбулентным пограничным слоем. Значение $H_{кр}$ определяется из условия

$$Gr\,Pr = \frac{g\beta\Delta T H_{кр}^3}{\nu a} = 10^9.$$

Таблица 2.27

Значения C, n и ε в уравнении (2.125)

Условия теплоотдачи	C	n	ε
Вертикальная пластина и вертикальная труба: ламинарный пограничный слой $GrPr=10^3 \div 10^9$	0,8	1/4	$\left[1+\left(1+\frac{1}{\sqrt{Pr}}\right)^2\right]^{-\frac{1}{4}}$
турбулентный пограничный слой $GrPr>10^9$	0,15	1/3	1
Горизонтальная труба: $10^{-3} \leqslant GrPr \leqslant 10^3$	1,18	1/8	1
$10^3 \leqslant GrPr \leqslant 10^8$	0,5	1/4	1

* По [32].

Среднее по высоте значение коэффициента теплоотдачи

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_л \frac{H_{кр}}{H} + \bar{\alpha}_т \left(1 - \frac{H_{кр}}{H}\right), \quad (2.126)$$

где $\bar{\alpha}_л$ и $\bar{\alpha}_т$ — средние коэффициенты теплоотдачи на участках ламинарного и турбулентного пограничных слоев; H — полная высота пластины или длина трубы.

Средний коэффициент теплоотдачи горизонтальной пластины можно определить как $\bar{\alpha}_{гор}=\bar{\alpha}_{верт}$, если теплообменная поверхность обращена вверх, и $\bar{\alpha}_{гор}=0{,}5\bar{\alpha}_{верт}$, если поверхность обращена вниз; здесь $\bar{\alpha}_{верт}$ — коэффициент теплоотдачи вертикальной пластины, определяемый по (2.125) при $GrPr<10^9$. За определяющий размер при этом принимается меньшая сторона пластины.

Теплоотдача в условиях свободной конвекции расплавленных металлов обобщается формулой [80]

$$\overline{Nu} = C\,Gr^n\,Pr^m, \quad (2.127)$$

где

$$m = 0{,}3 + (0{,}02/Pr^{1/3});$$

$$C = 0{,}52, \quad n = 0{,}25 \text{ при } Gr = 10^2 \div 10^9;$$

$$C = 0{,}105, \quad n = 1/3 \text{ при } Gr > 10^9.$$

В качестве определяющей принимается средняя температура пограничного слоя $T_р=0{,}5(T_с+T_0)$, **а в качестве линейного размера** — диаметр горизонтальной трубы или длина вертикальной трубы, стенки.

Теплоотдача при свободной конвекции в ограниченном объеме (в узких щелях, плоских и кольцевых зазорах и т.д.) может быть оценена приближению по формуле

$$\overline{Nu} = 0{,}18\,(Gr\,Pr)^{0{,}25} \text{ при } Gr\,Pr > 1000. \quad (2.128)$$

Физические свойства в (2.128) выбираются при $T_р=0{,}5(T_{с1}+T_{с2})$, где $T_{с1}$, $T_{с2}$ — температура стенок зазора, а за определяющий размер принимается ширина зазора δ. При значениях $GrPr<1000$ передача теплоты от горячей стенки к холодной в прослойках осуществляется только теплопроводностью. Конвекция отсутствует также в горизонтальных щелях, если нагретая поверхность расположена сверху.

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ПРИ ИЗМЕНЕНИИ АГРЕГАТНОГО СОСТОЯНИЯ

2.10. ТЕПЛООБМЕН ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ

2.10.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Кипение — процесс образования пара внутри объема жидкости. Для его инициации всегда необходим некоторый перегрев жидкости, т. е. превышение температуры жидкости $T_ж$ над температурой насыщения T_s при заданном давлении p.

Обычно теплота, требуемая для поддержания кипения, подводится к жидкости через твердую поверхность. Поэтому температура слоев жидкости, расположенных вблизи этой поверхности, наиболее высокая. Кроме того, вероятность возникновения паровой фазы на твердой поверхности в местах, где имеются микровпадины и ухудшены условия смачиваемости, как правило, больше, чем в объеме жидкости [59]. В результате кипение развивается в пристенных слоях жидкости. Этот вид кипения, называемый *кипением на твердой поверхности нагрева*, представляет наибольший интерес с практической точки зрения.

2.10.2. КИПЕНИЕ В БОЛЬШОМ ОБЪЕМЕ

Кипение на твердой поверхности в условиях свободного движения жидкости в неограниченном пространстве называют *кипением в большом объеме*. Этот процесс имеет несколько характерных, отличающихся механизмом передачи теплоты и, как следствие, интенсивностью режимов, развитие которых зависит от условий подвода теплоты к греющей стенке.

Для случая, когда произвольно задается температура поверхности греющей стенки T_c (практически это условие реализуется, если для обогрева используется конденсация насыщенного пара подходящей температуры на противоположной стороне стенки), зависимости плотности теплового потока q и коэффициента теплоотдачи α от температурного напора $\Delta T = T_c - T_s$ приведены на рис. 2.24, *а*. Собственно кипение начинается только при $\Delta T > \Delta T_{н.к}$, при меньших температурных напорах теплота с поверхности снимается путем свободной конвекции (см. § 2.9). При $\Delta T > \Delta T_{н.к}$ в отдельных точках поверхности возникают, растут, а затем отрываются паровые пузыри, развивается *пузырьковый режим* кипения. Увеличение ΔT приводит к интенсификации теплоотдачи так, что в среднем $q \sim (\Delta T)^3$. Рост q ограничен значением $q_{кр1}$, достигаемым при $\Delta T_{кр1}$. Величина $q_{кр1}$ называется *первой критической плотностью теплового потока*. Дальнейшее увеличение ΔT приводит к уменьшению q приблизительно по закону $q \sim (\Delta T)^{-1}$. Возникает *переходный режим* кипения, характерный образованием на твердой поверхности областей, непосредственно контактирующих с паром. Теплоотдача все более ухудшается и, наконец, при $\Delta T = \Delta T_{кр2}$, когда вся поверхность обволакивается сплошной пленкой пара, становится минимальной. Величину $q_{кр2}$, соответствующую этому моменту, называют *второй критической плотностью теплового потока*. В *пленочном режиме* кипения, наступающем при $\Delta T > \Delta T_{кр2}$, коэффициент теплоотдачи остается постоянным или слабо уменьшается с ростом ΔT, при больших ΔT возможна некоторая интенсификация теплообмена из-за переноса теплоты через пленку пара излучением. В первом приближении для этого режима можно полагать $q \sim \Delta T$.

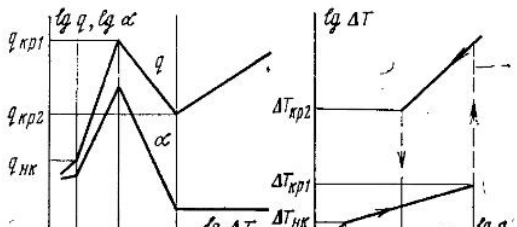


Рис. 2.24. Кривые кипения в большом объеме.

а — задана температура стенки T_c; *б* — задана плотность теплового потока q на стенке.

В случае, когда к поверхности нагрева подводится фиксированный тепловой поток q (электрический обогрев, обогрев за счет теплоты, выделяющейся в результате ядерных превращений), характер зависимостей $\Delta T(q)$ и $\alpha(q)$ изменяется (рис. 2.24, *б*). Если постепенно увеличивать q от нулевого значения, то вначале процесс развивается точно так же, как и при задании температуры стенки — при $q < q_{н.к}$ ($\Delta T < \Delta T_{н.к}$) наблюдается режим свободной конвекции, на смену которому при $q > q_{н.к}$ ($\Delta T > \Delta T_{н.к}$) приходит пузырьковый режим кипения. Однако, как только значение q хотя бы немного превысит значение $q_{кр1}$, пузырьковый режим кипения сразу же сменяется пленочным. Этот переход, условно изображенный на рис. 2.24, *б* штриховой линией, носит *кризисный характер* — из-за резкого ухудшения теплоотдачи и большого значения $q_{кр1}$ температура стенки очень быстро повышается на сотни градусов, что в реальных теплообменных устройствах может вызвать разрушение поверхности нагрева. Если после установления стационарного состояния при $q = q_{кр1}$ снижать тепловой поток, то пленочный режим сохраняется до значения $q_{кр2}$, а затем происходит обратный переход к пузырьковому режиму, тоже носящий кризисный характер (рис. 2.24, *б*). Таким образом, при задании q полностью исключается переходный режим кипения.

Если кипение происходит в нестационарных условиях (закалка металла, процессы захолаживания в криогенной технике), то положение кривой $q(\Delta T)$ зависит от скорости изменения температуры охлаждаемого объекта (стационарный процесс может рассматриваться как предельный случай исчезающе малой скорости). Приведенные ниже расчетные соотношения относятся к кипению в стационарных условиях, за исключением обобщения данных по переходному режиму, которое справедливо для тех и других условий. О влиянии скорости охлаждения на интенсивность теплоотдачи при кипении и на положение кризисов см. в [60, 61].

Начало кипения. Значения $\Delta T_{н.к}$ и $q_{н.к}$, при которых возникает пузырьковое кипение, зависят от многих факторов (давления, свойств жидкости, шероховатости поверхности нагрева и др.). При $\Delta T < \Delta T_{н.к}$ ($q < q_{н.к}$) теплоотдача полностью определяется свободной конвекцией однофазной жидкости (см. § 2.9). Сами значения $\Delta T_{н.к}$ и $q_{н.к}$ можно приближенно вычислить, исходя из равенства коэффициентов теплоотдачи при пузырьковом кипении (2.129) и при свободной конвекции. Для воды при $p = 10^5$ Па $\Delta T_{н.к} \approx 5 \div 6$ К, $q_{н.к} \approx 6 \cdot 10^5$ Вт/м^2.

Пузырьковый режим. Пузырьковый режим кипения отличается высокой интенсивностью теплоотдачи при сравнительно небольших температурных напорах (опытные данные по кипению воды приведены на рис.

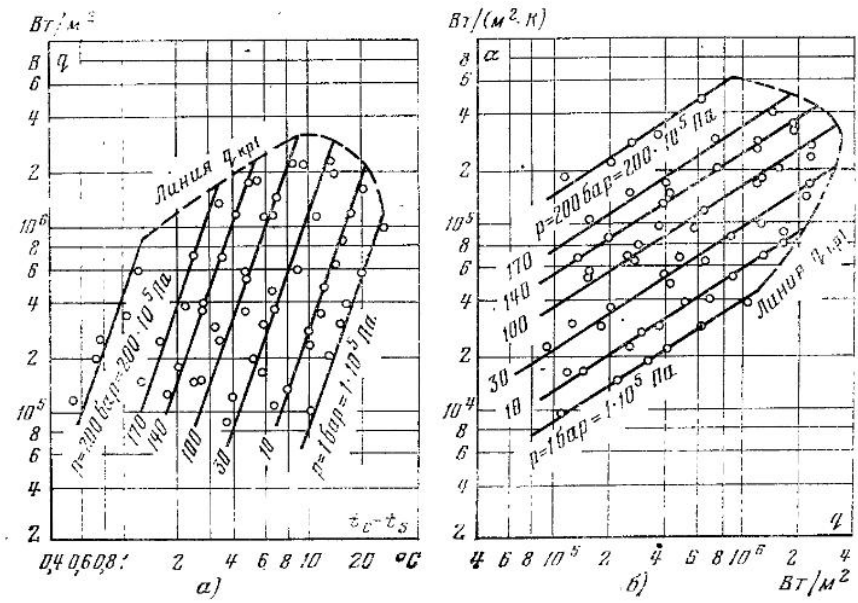


Рис. 2.25. Теплообмен при развитом пузырьковом кипении воды на поверхности горизонтальной трубы $D=5$ мм.

а — зависимость q от $T_c - T_s$; *б* — зависимость α от q.

2.25). Теплоотдача не зависит от уровня гравитационных сил, формы поверхности нагрева и ее размера, если он остается гораздо больше отрывного диаметра пузыря, который при атмосферном и более высоких давлениях не превышает 1—2 мм. С ростом давления p коэффициент теплоотдачи α увеличивается (рис. 2.25). Помимо давления, режимных параметров (задаваемое на поверхности нагрева значение T_c или q), свойств жидкости на процесс заметное влияние оказывают материал и толщина греющей стенки, а также такие трудно контролируемые факторы, как условия смачиваемости на поверхности нагрева и ее микрошероховатость. Эффекты, обусловленные свойствами поверхности нагрева, обычно проявляются одновременно, что еще больше затрудняет их учет. По этой причине для опытных данных по теплоотдаче при пузырьковом кипении характерен значительный разброс.

Средний уровень теплоотдачи в пузырьковом режиме кипения однокомпонентных жидкостей в большом объеме можно оценить как [62]

$$\alpha = 0{,}075\left[1 + 10\left(\frac{\rho_п}{\rho_ж - \rho_п}\right)^{2/3}\right] \times \left(\frac{\lambda^2}{\nu\sigma T_s}\right)^{1/3} q^{2/3}, \qquad (2.129)$$

где $\rho_ж$ и $\rho_п$ — плотности жидкости и пара; λ, ν, σ — свойства жидкости: коэффициент теплопроводности, кинематическая вязкость и поверхностное натяжение; T_s — температура насыщения.

Все теплофизические свойства в (2.129) определяются по температуре насыщения. Если задана температура поверхности нагрева T_c, то для расчета по формуле (2.129) используется связь между $\Delta T = T_c - T_s$ и q, устанавливаемая законом Ньютона—Рихмана $q = \alpha \Delta T$.

Формула (2.129) справедлива в диапазоне изменения приведенного давления $p/p_{кр}$ ($p_{кр}$ — давление в критической точке) от 0,005 до 0,8 для воды, аммиака и органических жидкостей (спиртов, фреонов, бензола, гептана, дифенила). Действительные значения могут отклоняться от рассчитанных по (2.129) в пределах ±35% вследствие указанных выше причин.

Для воды соотношение (2.129) можно представить в виде

$$\alpha = \frac{3{,}4\,(10p)^{0,18}}{1 - 0{,}045p}\, q^{2/3}, \qquad (2.130)$$

где p — давление, МПа; q — плотность теплового потока, Вт/м²; α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К).

В области низких давлений (для воды $p < 2 \cdot 10^4$ Па) кипение приобретает специфические черты [63] — возникают значительные перегревы жидкости, работа центров парообразования отличается крайней нерегулярностью, процесс роста паровых пузырей, размеры которых в момент отрыва достигают 10—100 мм, носит взрывообразный

характер. Это приводит к значительным колебаниям температуры поверхности нагрева, к большим выбросам кипящей жидкости. Коэффициент теплоотдачи заметно снижается (для воды при $p=2\cdot10^3$ Па в 4—5 раз по сравнению с атмосферным давлением). В [63] предложено соотношение для расчета коэффициента теплоотдачи в области низких давлений, а также показано, что нанесение на поверхность нагрева дискретных гидрофобных покрытий (медно-капроновая сетка, фторопластовая перфорированная пленка и др.) позволяет стабилизировать вакуумное кипение и существенно (в 2—3 раза) интенсифицировать теплоотдачу.

Рекомендации по расчету теплоотдачи при пузырьковом кипении криогенных жидкостей (азот, кислород, водород и др.) приведены в [61], гелия — в § 3.4, жидких металлов — в [98].

Переходный режим. Этот режим кипения, отличающийся наиболее сложным механизмом передачи теплоты, изучен сравнительно мало, что затрудняет создание надежной теории. На интенсивность процесса влияют различные факторы: физические свойства жидкости и материала греющей стенки, форма и ориентация поверхности нагрева, ее шероховатость и др. Особенно существенным оказывается влияние малотеплопроводных покрытий поверхности нагрева, вызывающих увеличение коэффициента теплоотдачи.

В [61] предложено эмпирическое обобщение всех известных к настоящему времени данных по теплоотдаче в переходном режиме, полученных как в стационарных условиях, так и в условиях нестационарного охлаждения с различными скоростями. В зависимости от значения

$$W=\frac{1}{2}\,\frac{\lambda_{\text{ж}}\rho_{\text{ж}}\dfrac{d\overline{T}_{\text{c}}}{d\tau}}{q_{\text{кр2}}^{2}}\sqrt{\frac{(\lambda c\rho)_{\text{т}}}{(\lambda c\rho)_{\text{ж}}}}\times\frac{\Delta T_{\text{кр2}}}{\Delta T_{\text{кр2}}-\Delta T_{\text{кр1}}} \qquad (2.131)$$

выделены три характерных положения кривой кипения $q(\Delta T)$ в переходном режиме:

при $W<2\cdot10^{-4}$

$$y=x-0{,}1\sin 2\pi x^2; \qquad (2.132а)$$

при $2\cdot10^{-4}<W<2\cdot10^{-3}$

$$y=1-(1-x)^{4{,}3}; \qquad (2.132б)$$

при $W>2\cdot10^{-3}$

$$y=x(2-x), \qquad (2.132в)$$

где

$$y=\frac{\lg(q/q_{\text{кр2}})}{\lg(q_{\text{кр1}}/q_{\text{кр2}})};$$

$$x=\frac{\lg(\Delta T_{\text{кр2}}/\Delta T)}{\lg(\Delta T_{\text{кр2}}/\Delta T_{\text{кр1}})}. \qquad (2.133)$$

Для стационарных условий средняя скорость изменения температуры поверхности $d\overline{T}_{\text{c}}/d\tau$ охлаждаемого тела равна нулю и процесс описывается уравнением (2.132а), для нестационарных условий значение $d\overline{T}_{\text{c}}/d\tau$ в (2.131) определяется значением числа

$$\overline{\text{Bi}}=\frac{q_{\text{кр1}}-q_{\text{кр2}}}{\Delta T_{\text{кр2}}-\Delta T_{\text{кр1}}}\,\frac{V}{F\lambda_{\text{т}}}\times\frac{\lg(\Delta T_{\text{кр2}}/\Delta T_{\text{кр1}})}{\lg(q_{\text{кр1}}/q_{\text{кр2}})} \qquad (2.134)$$

так, что при $\overline{\text{Bi}}<1$

$$d\overline{T}_{\text{c}}/d\tau=M; \qquad (2.135а)$$

при $1<\overline{\text{Bi}}<100$

$$d\overline{T}_{\text{c}}/d\tau=M\left\{1+0{,}25\left[\frac{(\lambda c\rho)_{\text{ж}}}{(\lambda c\rho)_{\text{т}}}\right]^{0{,}25}(\overline{\text{Bi}}-1)\right\}; \qquad (2.135б)$$

при $\overline{\text{Bi}}>100$

$$\frac{d\overline{T}_{\text{c}}}{d\tau}=M\left\{1+25\left[\frac{(\lambda c\rho)_{\text{ж}}}{(\lambda c\rho)_{\text{т}}}\right]^{0{,}25}\right\}. \qquad (2.135в)$$

В (2.131)—(2.135) приняты следующие обозначения:

$$M=\left[1+\frac{\lg(q_{\text{кр1}}/q_{\text{кр2}})}{\lg(\Delta T_{\text{кр2}}/\Delta T_{\text{кр1}})}\right]\times\frac{q_{\text{кр2}}(1-\Delta T_{\text{кр1}}/\Delta T_{\text{кр2}})}{(\rho c)_{\text{т}}\dfrac{V}{F}}; \qquad (2.136)$$

λ — коэффициент теплопроводности; c — удельная теплоемкость, ρ — плотность; r — теплота парообразования; V — объем тела; F — площадь поверхности, на которой происходит кипение; индексы «ж» и «т» относятся к жидкости и материалу твердого тела. Теплофизические свойства жидкости определяются по температуре насыщения T_s, свойства материала твердого тела — по температуре $T_s+\frac{1}{2}(\Delta T_{\text{кр1}}+\Delta T_{\text{кр2}})$. Значения первой и второй критических плотностей теплового потока $q_{\text{кр1}}$ и $q_{\text{кр2}}$, а также соответствующих им температурных напоров $\Delta T_{\text{кр1}}$ и $\Delta T_{\text{кр2}}$ либо находятся из эксперимента, либо, если это возможно, рассчитываются на основе рекомендаций, приведенных ниже.

При расчете переходного режима кипения на поверхностях, покрытых слоем малотеплопроводного материала, величина $(\lambda c\rho)_{\text{т}}$ в формулах (2.131), (2.135б), (2.135в) представляет собой теплофизические свойства материала покрытия, а $\lambda_{\text{т}}$ в (2.135) и $(\rho c)_{\text{т}}$ в (2.136) — свойства материала подложки.

Пленочный режим. Интенсивность теплоотдачи определяется конвективным, а при больших температурных напорах $\Delta T=$

$=T_c-T_s$ и лучистым переносом теплоты через паровую пленку, отделяющую поверхность нагрева от жидкости. В свою очередь, характер движения пленки зависит от формы и ориентации поверхности нагрева, физических свойств жидкости и пара. Заметная интенсификация теплоотдачи может наблюдаться при нанесении на поверхность нагрева малотеплопроводных и пористых покрытий.

Расчетное соотношение для теплоотдачи при пленочном кипении воды, органических и криогенных жидкостей на металлических поверхностях имеет вид:

$$\mathrm{Nu}_l = C\,\mathrm{Ra}_l^n, \qquad (2.137)$$

где

$$\mathrm{Nu}_l = \frac{\alpha l}{\lambda_п}; \quad \mathrm{Ra}_l = \frac{g l^3}{\nu_п a_п} \frac{\rho_ж - \rho_п}{\rho_п} \times \left(\frac{r}{c_{pп}\Delta T} + \frac{1}{2}\right);$$

$$l = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_ж - \rho_п)}};$$

α — коэффициент теплоотдачи; λ — коэффициент теплопроводности; ν — кинематическая вязкость, a — коэффициент температуропроводности, м²/с; ρ — плотность; c_p — удельная теплоемкость; r — теплота парообразования; $\Delta T = T_c - T_s$; g — ускорение свободного падения; σ — коэффициент поверхностного натяжения; индексы «ж» и «п» относятся к жидкости и пару.

В табл. 2.28 приведены значения C и n для различных форм поверхности нагрева, а также указана температура, по которой определяются физические свойства жидкости и пара.

Теплоотдача на плоских горизонтальных поверхностях, у которых хотя бы один из размеров меньше или примерно равен l, оказывается выше, чем это следует из соотношения (2.137) с значениями C и n из табл. 2.28. По данным [61], для горизонтальных поверхностей, имеющих форму круга диаметром d или длинной полосы шириной d, теплоотдача интенсифицируется при уменьшении d в области $d \leqslant 3{,}6l$. Это увеличение коэффициента теплоотдачи можно учесть, умножая рассчитанное по (2.137) значение α на $3{,}6(l/d)$.

Первый кризис. Величина $q_{кр1}$ зависит в основном от физических свойств жидкости, плотности ее пара, ускорения свободного падения, формы и ориентации поверхности нагрева. Кроме того, определенное влияние оказывают условия смачиваемости, шероховатость и материал поверхности нагрева. Первый кризис кипения отличается статистической природой — даже при тщательно контролируемых условиях эксперимента разброс значений $q_{кр1}$ достигает ±15%.

Таблица 2.28

Значения C и n в соотношении (2.137) для различных поверхностей нагрева

Форма и ориентация поверхности нагрева		C	n	Определяющая температура	Источник
Вертикальная поверхность		$0{,}32\left(\frac{r}{c_{pп}\Delta T} + \frac{1}{2}\right)^{-1/3} \times \left(\frac{T_s}{T_c}\right)^{1/2}$	$\frac{1}{3}$	T_s	[64]
Горизонтальная плоская поверхность	$\mathrm{Ra}_l < 10^7$	0,672	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}(T_s + T_c)$	[65]
	$\mathrm{Ra}_l > 10^7$	0,012	$\frac{1}{2}$		[66]
Боковая поверхность горизонтально расположенной круглой трубы диаметром D		$0{,}59 + 0{,}069\frac{l}{d}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}(T_s + T_c)$	[67]
Сферическая поверхность диаметром D	$\mathrm{Ra}_l\left(\frac{D}{l}\right)^3 < 6 \cdot 10^7$	$0{,}59\left(\frac{l}{D}\right)^{1/4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}(T_s + T_c)$	[68]
	$\mathrm{Ra}_l\left(\frac{D}{l}\right)^3 > 6 \cdot 10^7$	0,15	$\frac{1}{3}$		[69]

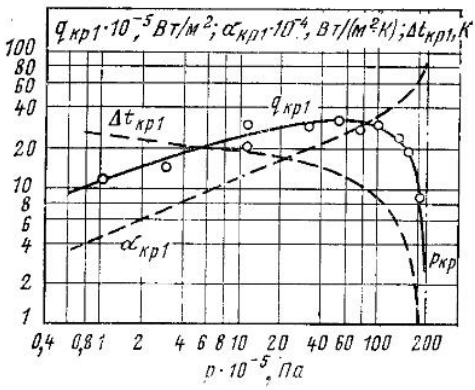


Рис. 2.26. Изменение $q_{кр1}$, $\Delta T_{кр1}$ и $\alpha_{кр1}$ в зависимости от давления при кипении воды.

При кипении чистых жидкостей, нагретых по всему объему до температуры насыщения, на горизонтальной плоской поверхности больших размеров, обращенной вверх, средняя величина $q_{кр1}$ определяется как [31]

$$q_{кр} = 0{,}14r\sqrt{\rho_п}\sqrt[4]{\sigma g(\rho_ж - \rho_п)}, \quad (2.138)$$

где r — теплота парообразования; $\rho_п$ и $\rho_ж$ — плотности пара и жидкости; σ — коэффициент поверхностного натяжения; g — ускорение свободного падения.

Формула (2.138) предсказывает зависимость критической плотности теплового потока $q_{кр1}$ от давления p. В области $p < 0{,}33p_{кр}$ увеличение давления приводит к росту $q_{кр1}$, при $p \approx 0{,}33p_{кр}$ величина $q_{кр1}$ достигает своего максимального значения, а затем уменьшается, обращаясь в нуль при давлении в критической точке $p_{кр}$. Такой характер зависимости $q_{кр1}(p)$ в целом хорошо подтверждается опытными данными (рис. 2.26). Вместе с тем при очень низких давлениях ($p/p_{кр} \leqslant 0{,}004$) формула (2.138) дает заниженные значения $q_{кр1}$ [63].

Если температура жидкости в объеме $T_ж$ меньше температуры насыщения T_s на ϑ, то первая критическая плотность теплового потока $q_{кр1}$ рассчитывается по соотношению [31]

$$q_{кр1\vartheta} = q_{кр1}\left[1 + 0{,}1\left(\frac{\rho_ж}{\rho_п}\right)^{3/4}\frac{c_p\vartheta}{r}\right], \quad (2.139)$$

в котором $q_{кр1}$ определяется формулой (2.138); c_p — удельная теплоемкость жидкости. Соотношение (2.139) справедливо при давлениях p, лежащих в пределах $0{,}01 \leqslant p/p_{кр} \leqslant 0{,}5$.

Зона автомодельности $q_{кр1}$ относительно размера плоской горизонтальной поверхности ограничена снизу значением, примерно равным $20\sqrt{\sigma/[g(\rho_ж - \rho_п)]}$, которое для большинства жидкостей при атмосферном давлении составляет 20—60 мм. При меньших размерах первая критическая плотность теплового потока увеличивается с уменьшением размера. Надежных рекомендаций для расчета $q_{кр1}$ в этой области в настоящее время не существует.

Для поверхностей другой формы и ориентации расчет $q_{кр1}$ проводится по соотношению

$$q_{кр1}/q_{кр1\infty} = F(L/b), \quad (2.140)$$

где $q_{кр1\infty}$ — значение, рассчитываемое по формуле (2.138); F — функция, определяемая отношением характерного линейного размера поверхности L к капиллярной постоянной $b = \sqrt{\sigma/[g(\rho_ж - \rho_п)]}$:

а) для горизонтальной цилиндрической поверхности раднусом R [70]

$$F = 0{,}89 + 2{,}27\exp(-3{,}44\sqrt{R/b}); \quad (2.141)$$

при $R \geqslant 2{,}5b$ второе слагаемое в (2.141), содержащее экспоненту, не превышает 1% первого;

б) для вертикальной плоской поверхности большого размера и вертикальной цилиндрической поверхности с радиусом $R > 0{,}2b$ [71, 72]

$$F = 0{,}72; \quad (2.142)$$

в) для сферической поверхности радиусом R [73]

$$\text{при } R < 4{,}26b \quad F = 1{,}734(R/b)^{-0{,}5}; \quad (2.143)$$

$$\text{при } R > 4{,}26b \quad F = 0{,}84. \quad (2.144)$$

Значения коэффициента теплоотдачи $\alpha_{кр1}$ и температурного напора $\Delta T_{кр1}$, соответствующие первому кризису кипения, можно рассчитать, подставляя значение $q_{кр1}$, определяемое по (2.138) или (2.140), в уравнение теплоотдачи для пузырькового режима (2.129).

Второй кризис. Положение второго кризиса кипения ($q_{кр2}$, $\Delta T_{кр2}$) определяется главным образом свойствами жидкости, формой и ориентацией поверхности нагрева, ускорением свободного падения. Имеющиеся в литературе расчетные рекомендации нуждаются в дополнительной экспериментальной проверке и уточнении.

Существуют два принципиальных подхода к определению положения второго кризиса — *гидродинамический* и *термодинамический*.

Первый из них — *гидродинамический* — позволяет рассчитать $q_{кр2}$ как тепловой поток, соответствующий началу неустойчивых колебаний поверхности раздела жидкость—пар. Наиболее надежными представляются соотношения:

а) для горизонтальной поверхности больших размеров [74]

$$q_{кр2} = 0{,}09r\rho_п\sqrt[4]{\frac{\sigma g(\rho_ж - \rho_п)}{(\rho_ж + \rho_п)^2}}; \quad (2.145)$$

б) для горизонтальной цилиндрической поверхности, диаметр D которой удовлетворяет условию

$$D \leqslant \frac{\pi}{5}\left[\frac{\sigma}{g(\rho_ж - \rho_п)}\right]^{0,5}, \quad [75]$$

$$q_{кр2} = 0,16\frac{r\rho_п}{D}\left[g\frac{\rho_ж - \rho_п}{\rho_ж + \rho_п} + \frac{2\sigma}{(\rho_ж + \rho_п)^2 D^2}\right]^{1/2} \times \left[\frac{g(\rho_ж - \rho_п)}{\sigma} + \frac{2}{D^2}\right]^{-3/4}. \quad (2.146)$$

В соотношениях (2.145) и (2.146) r — теплота парообразования; $\rho_ж$ и $\rho_п$ — плотности жидкости и пара; g — ускорение свободного падения; σ — коэффициент поверхностного натяжения. Значение температурного напора в момент кризиса $\Delta T_{кр2}$ можно найти, подставляя величину $q_{кр2} = \alpha_{кр2}\,\Delta T_{кр2}$ в уравнение (2.137), описывающее теплоотдачу при пленочном режиме.

С точки зрения *термодинамического* подхода положение второго кризиса определяется температурой предельного перегрева жидкости $T_{пр}$. Контакт жидкости с поверхностью нагрева, имеющей температуру $T_с$, возможен лишь тогда, когда $T_с < T_{пр}$. Поэтому пленочное кипение прекращается при температурном напоре

$$\Delta T_{кр2} = C(T_{пр} - T_s), \quad (2.147)$$

где коэффициент пропорциональности C обычно составляет 0,8—1,0 [24].

Значения $T_{пр}$ для некоторых жидкостей при атмосферном давлении приведены ниже [76]:

Жидкость	T_s, K	$T_{пр}$, K
Ацетон	329	454
Бензол	353	499
Вода	373	573
Гексан	342	455
Гептан	371	488
Пентан	309	420
Спирт метиловый	351	463
Спирт этиловый	337	468
Эфир диэтиловый	307	417

Зная значение $\Delta T_{кр2}$, можно рассчитать и соответствующее значение $q_{кр2}$ по уравнению (2.137).

В действительности $\Delta T_{кр2}$ зависит не только от свойств жидкости, как это предсказывает формула (2.147), но и от теплофизических свойств материала поверхности нагрева — положение второго кризиса сдвигается в область более высоких температурных напоров при уменьшении коэффициента теплоусвоения $\sqrt{\lambda c\rho}$ материала поверхности нагрева. Более точный анализ в рамках термодинамической теории позволяет учесть эту зависимость, тогда как гидродинамический подход оказывается несостоятельным. В [60] предложено соотношение, описывающее с точностью ±30% данные по $\Delta T_{кр2}$ для азота, фреонов, воды и этилового спирта, кипящих на поверхностях из различных материалов:

$$\frac{\Delta T_{кр2}}{T_{кр} - T_s} = 0,165 + 2,5\left[\frac{(\lambda c\rho)_ж}{(\lambda c\rho)_т}\right]^{0,25} + \frac{(\lambda c\rho)_ж}{(\lambda c\rho)_т}. \quad (2.148)$$

Это соотношение справедливо при

$$(\lambda c\rho)_ж/[(\lambda c\rho)_т] = 10^{-6} \div 1;$$
$$p/p_{кр} = 0,02 \div 0,63. \quad (2.149)$$

В (2.148) и (2.149) $T_{кр}$, $p_{кр}$ — температура и давление в критической точке (не путать с координатами кризисов кипения!); λ — коэффициент теплопроводности; c — удельная теплоемкость; ρ — плотность: индексы «ж» и «т» относятся к жидкости и материалу поверхности нагрева (если на поверхность нанесено покрытие, то индекс «т» относится к материалу покрытия).

2.10.3. КИПЕНИЕ ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ТЕЧЕНИИ В ТРУБАХ

Режимы течения. Структура двухфазного потока, возникающего при кипении в условиях вынужденного течения в трубе, определяется многими факторами — теплофизическими свойствами жидкости и пара (давлением), диаметром и длиной трубы, тепловой нагрузкой, скоростью течения и пр. В практике чаще других встречаются следующие режимы течения (см. рис. 1.98):

1) *пузырьковый*, когда пузыри, растущие на стенке трубы, смываются и уносятся потоком жидкости. Этот режим близок по своему характеру к пузырьковому кипению в большом объеме;

2) *снарядный*, развивающийся при слиянии отдельных пузырей пара и образовании заполняющих все поперечное сечение паровых пробок — «снарядов», разделенных прослойками жидкости;

3) *дисперсно-кольцевой*, при котором по стенке трубы движется жидкая пленка, а центральная часть трубы занята потоком пара с каплями жидкости;

4) *расслоенный*, наблюдающийся в горизонтальных трубах при малых скоростях течения и отличающийся крайней неравномерностью теплоотдачи по периметру трубы.

В достаточно длинной трубе могут одновременно сосуществовать на разных участках несколько режимов течения, в результате чего теплоотдача по длине трубы заметно изменяется. Подробнее о режимах течения двухфазного потока и расчете его паросодержания см. § 1.15.

Резкое ухудшение теплоотдачи наблюдается в двух случаях:

1) при образовании сплошной пленки пара, оттесняющей жидкость от стенки

трубы. Это явление, называемое в литературе *кризисом теплообмена первого рода*, в известной мере аналогично первому кризису кипения в большом объеме. Однако в данном случае критическая плотность теплового потока $q_{кр}$ помимо свойств жидкости и степени ее недогрева до температуры насыщения зависит и от диаметра трубы, массовых скорости и паросодержания;

2) при полном высыхании пристенной пленки жидкости в дисперсно-кольцевом потоке. Это происходит после того, как паросодержание достигает значения $x_{гр}$, которое практически не зависит от тепловой нагрузки и определяется диаметром трубы, массовой скоростью и физическими свойствами жидкости и пара. Подобный эффект называют *кризисом теплообмена второго рода*.

Теплоотдача. При сравнительно небольших паросодержаниях потока, соответствующих пузырьковому и снарядному режимам, интенсивность теплоотдачи определяется как однофазной конвекцией жидкости, так и процессом парообразования. Вклад каждой составляющей зависит от тепловой нагрузки, давления, скорости и паросодержания потока. При низких тепловых нагрузках главную роль играет первая составляющая, при высоких — вторая.

При вынужденном течении в трубах и кольцевых каналах кипящей жидкости, нагретой до температуры насыщения, средний коэффициент теплоотдачи — $\bar{\alpha}$ можно оценить по формулам [77]

$$\bar{\alpha} = \alpha_w \text{ при } \alpha_к/\alpha_w \leqslant 0{,}5; \qquad (2.150)$$

$$\frac{\bar{\alpha}}{\alpha_w} = \frac{4\alpha_w - \alpha_п}{5\alpha_w - \alpha_к} \text{ при } 0{,}5 \leqslant \alpha_п/\alpha_w \leqslant 2; \qquad (2.151)$$

$$\bar{\alpha} = \alpha_п \text{ при } \alpha_к/\alpha_w \geqslant 2, \qquad (2.152)$$

где $\alpha_к$ — коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении в большом объеме, определяемый по уравнению (2.129) вне зависимости от скорости движения; α_w — рассчитываемый по уравнениям табл. 2.25 коэффициент теплоотдачи при турбулентном режиме течения однофазной жидкости (предполагается, что кипение отсутствует).

Для воды формулы (2.150)—(2.152) справедливы в диапазоне давлений от 0,02 до 20 МПа и объемном паросодержании

$$\beta = V_п/(V_ж + V_п) < 0{,}7,$$

где $V_п$ и $V_ж$ — объемные расходы жидкости и пара ($\beta=0$ соответствует однофазному потоку жидкости, $\beta=1$ — потоку пара).

Кризис первого рода. В настоящий момент надежных обобщающих соотношений для расчета критической плотности теплового потока $q_{кр}$ при кипении в трубах не существует; ощущается также некоторая ограниченность опытных данных для различных жидкостей. Наиболее богатый экспериментальный материал получен при кипении воды.

Значения критической плотности теплового потока $q_{кр}$ при кипении воды в условиях вынужденного течения в круглой трубе диаметром $d=8$ мм и длиной $l \geqslant 160$ мм, обогреваемой равномерно по периметру и длине, представлены в табл. 2.29 [78] в зависимости от давления p, массовой скорости ρw, степени недогрева воды до температуры насыщения $\Delta T_{нед} = T_s - T$ или массового паросодержания в месте кризиса:

$$x = G_п/(G_ж + G_п),$$

где $G_п$ и $G_ж$ — массовые расходы пара и жидкости. Представленные значения получены путем приведения большого числа экспериментальных данных по $q_{кр}$ для различных условий к диаметру трубы 8 мм и единым значениям других определяющих факторов, лежащих в диапазонах $p = 2{,}94 \div 19{,}6$ МПа; $\rho w = 750 \div 5000$ кг/(м^2 × × с); $\Delta T_{нед} = 75 \div 0$ К; $x = 0 \div x_{гр}$.

При использовании табл. 2.29 значения $\Delta T_{нед}$ и x в месте кризиса, который обычно возникает в конце трубы, рассчитываются из уравнения теплового баланса, в которое входит тепловая нагрузка q [см. формулу (1.208)]. Поэтому определение $q_{кр}$ проводится в следующей последовательности — задаются значением $q_{кр}$, на его основе рассчитывают $\Delta T_{нед}$ или x в конце трубы, затем по полученному значению $\Delta T_{нед}$ или x в зависимости от давления и массовой скорости выбирают из табл. 2.29 значение и сравнивают его с принятым. Расчет повторяют до тех пор, пока значения $q_{кр}$ не совпадут.

Критические тепловые нагрузки для труб диаметром d от 4 до 16 мм, у которых длина $l \geqslant 20\ d$, рассчитываются по соотношению

$$q_{кр}/q_{кр0} = \sqrt{d_0/d}, \qquad (2.153)$$

где $q_{кр}$ и $q_{кр0}$ — критические плотности теплового потока для труб с диаметром d и $d_0=8$ мм при одинаковых значениях других определяющих факторов.

В трубах с $l < 20\ d$ значение $q_{кр}$ будет выше, чем это следует из табл. 2.29 и соотношения (2.153).

При использовании данных табл. 2.29 в расчетах по соотношению (2.153) необходимо учитывать, что значение $q_{кр}$ в реальных условиях может оказаться заметно меньше предсказываемого при появлении в трубе низкочастотных пульсаций расхода и давления.

В [79] предложена аналогичная таблица значений для тех же диапазонов изменения определяющих факторов, что и в табл. 2.29. Вместе с тем между данными по $q_{кр}$, рекомендуемыми в [78] и [79], наблюдается расхождение, достигающее в отдельных случаях более 20%. Авторы [79] аппроксимировали свои данные по $q_{кр}$ с точностью ±15%, за исключением обла-

Таблица 2.29

Критические тепловые потоки $q_{кр}$, МВт/м², при кипении воды в условиях вынужденного движения в круглой трубе диаметром 8 мм

Массовая скорость ρw, кг/(м²·с)	Степень недогрева $\Delta T_{нед}$, °С					Массовое паросодержание x						
	75	50	25	10	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
						p=2,94 МПа						
750	9,90	9,25	8,85	8,55	8,30	7,50	6,75	6,15	5,50	5,00	4,20	3,20
1000	10,05	9,35	8,80	8,40	8,20	7,25	6,35	5,60	4,95	4,30	3,70	—
1500	10,30	9,50	8,75	8,20	8,00	6,55	5,40	4,60	3,80	3,00	—	—
2000	10,53	9,65	8,60	8,00	7,75	5,90	4,75	3,80	2,90	—	—	—
2500	10,80	9,90	8,65	7,90	7,60	5,50	4,25	3 25	2,35	—	—	—
3000	11,25	10,05	8,85	7,85	7,40	5,20	3,95	3,05	—	—	—	—
4000	12,10	10,35	8,75	7,75	7,20	4,80	3,50	2,65	—	—	—	—
5000	12,60	10,65	8,85	7,70	7,05	4,30	3,30	2,50	—	—	—	—
						p=4,9 МПа						
750	8,85	8,30	7,80	7,60	7,40	6,25	5,40	4,85	4,35	3,95	3,55	3,20
1000	9,10	8,55	8,00	7,60	7,40	5,95	5,20	4,60	4,05	3,60	3,20	—
1500	9,40	8,75	8,10	7,60	7,25	5,50	4,60	4,05	3,55	3,05	—	—
2000	9,75	9,00	8,15	7,60	7,10	5,10	4,05	3,40	2,90	—	—	—
2500	10,05	9,20	8,20	7,45	7,00	4,75	3,70	3,05	2,35	—	—	—
3000	10,40	9,40	8,25	7,35	6,90	4,60	3,50	2,75	—	—	—	—
4000	11,20	9,75	8,30	7,20	6,60	4,30	3,15	2,10	—	—	—	—
5000	11,65	10,15	8,40	7,10	6,35	4,05	2,85	1,75	—	—	—	—
						p=6,9 МПа						
750	7,70	7,40	6,85	6,45	6,20	4,90	4,20	3,75	3,35	3,00	2,6	2,45
1000	8,15	7,60	6,85	6,45	6,15	4,70	4,00	3,50	3,05	2,60	2,10	—
1500	8,50	7,80	6,95	6,45	5,95	4,35	3,60	2,95	2,45	—	—	—
2000	8,85	8,00	7,00	6,40	5,90	4,05	3,20	2,55	2,05	—	—	—
2500	9,20	8,25	7,00	6,35	5,70	3,75	2,90	2,25	—	—	—	—
3000	9,75	8,45	7,15	6,25	5,55	3,60	2,65	1,90	—	—	—	—
4000	10,20	8,90	7,25	6,10	5,35	3,30	2,25	—	—	—	—	—
5000	11,40	9,60	7,40	6,30	5,65	3,10	1,95	—	—	—	—	—
						p=9,8 МПа						
750	6,30	5,80	5,20	4,90	4,55	3,55	3,05	2,60	2,25	1,95	1,55	—
1000	6,55	5,95	5,05	4,85	4,55	3,45	2,85	2,40	2,00	1,60	—	—
1500	7,05	6,25	5,25	4,80	4,50	3,30	2,60	2,05	1,55	—	—	—
2000	7,65	6,50	5,40	4,85	4,45	2,95	2,20	1,65	—	—	—	—
2500	8,25	7,00	5,65	5,00	4,30	2,80	2,05	1,40	—	—	—	—
3000	8,75	7,50	6,00	5,15	4,30	2,60	1,75	1,20	—	—	—	—
4000	10,00	8,25	6,40	5,55	4,50	2,40	1,55	0,95	0,55	—	—	—
5000	11,40	9,40	6,90	5,80	4,65	2,25	1,35	0,90	0,60	—	—	—
						p=11,8 МПа						
750	5,20	4,60	4,00	3,70	3,40	2,60	2,25	1,90	1,60	1,30	—	—
1000	5,55	4,80	4,20	3,75	3,45	2,65	2,20	1,75	1,45	—	—	—
1500	6,15	5,40	4,45	3,90	3,45	2,50	1,90	1,45	—	—	—	—
2000	7,20	6,15	4,85	4,10	3,55	2,40	1,75	1,15	—	—	—	—
2500	7,80	6,60	5,20	4,20	3,60	2,35	1,50	1,05	—	—	—	—
3000	8,55	7,15	5,55	4,45	3,70	2,15	1,30	0,80	—	—	—	—
4000	9,60	7,85	6,20	5,00	3,90	2,15	1,30	0,80	0,55	0,40	—	—
5000	11,10	8,80	6,75	5,55	4,45	2,15	1,35	0,90	0,60	0,45	—	—

Продолжение табл. 2.29

Массовая скорость ρw, кг/(м²·с)	Степень недогрева $\Delta T_{нед}$, °С					Массовое паросодержание x						
	75	50	25	10	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
						p=13,8 МПа						
750	4,10	3,65	3,15	2,80	2,50	2,05	1,70	1,40	1,20	—	—	—
1000	4,50	3,95	3,40	3,05	2,80	2,00	1,60	1,30	1,05	—	—	—
1500	5,30	4,50	3,80	3,25	2,95	1,95	1,45	0,90	—	—	—	—
2000	6,15	5,15	4,15	3,50	3,10	1,95	1,30	—	—	—	—	—
2500	6,75	5,70	4,50	3,75	3,25	1,95	1,10	0,75	0,50	0,30	—	—
3000	7,55	6,30	4,90	4,00	3,40	1,90	1,15	0,80	0,55	0,35	—	—
4000	9,45	7,40	5,70	4,65	3,80	2,05	1,30	0,90	0,65	0,45	—	—
5000	10,60	8,45	6,40	5,30	4,30	2,20	1,50	1,05	0,75	0,50	—	—
						p=15,7 МПа						
750	3,30	2,90	2,45	2,15	2,00	1,50	1,20	0,95	0,80	0,60	—	—
1000	3,75	3,25	2,70	2,35	2,10	1,55	1,20	0,90	0,65	0,40	—	—
1500	4,55	3,80	3,25	2,75	2,30	1,60	1,15	0,80	0,45	0,30	—	—
2000	5,40	4,50	3,65	3,00	2,45	1,75	1,25	0,85	0,45	0,30	—	—
2500	6,10	5,05	4,05	3,35	2,65	1,80	1,25	0,85	0,50	0,40	—	—
3000	6,80	5,65	4,45	3,60	2,85	1,85	1,30	0,85	0,55	0,40	—	—
4000	8,30	6,70	5,25	4,25	3,15	2,10	1,45	1.00	0,70	0,45	—	—
5000	9,80	7,85	5,90	4,70	3,75	2,40	1,65	1,20	0,80	0,55	—	—
						p=17,7 МПа						
750	2,95	2,50	2,10	1,75	1,50	1,10	0,80	0,60	0,45	0,35	—	—
1000	3,45	2,85	2,25	1,90	1,60	1,15	0,85	0,65	0,40	0,20	—	—
1500	3,70	3,20	2,55	2,25	1,80	1,30	0,90	0,65	0,40	0,30	—	—
2000	4,60	3,75	3,00	2,50	2,10	1,45	1,10	0,75	0,45	0,30	—	—
2500	5,05	4,35	3,30	2,80	2,15	1,65	1,20	0,80	0,55	0,35	—	—
3000	5,70	4,70	3,55	3,00	2,35	1,80	1,35	0,95	0,65	0,40	—	—
4000	7,25	5,75	4,40	3,55	2,85	2,05	1,55	1,15	0,80	0,50	—	—
5000	8,70	6,85	4,95	3,85	3,05	2,40	1,70	1,20	0,85	0,60	—	—
						p=19,6 МПа						
750	2,05	1,80	1,60	1,40	1,35	1,05	0,60	0,45	0,40	0,35	—	—
1000	2,30	2,05	1,75	1,55	1,35	1,05	0,65	0,50	0,30	—	—	—
1500	2,95	2,55	2,00	1,80	1,50	1,20	0,85	0,55	0,40	0,25	—	—
2000	3,55	2,85	2,40	2,00	1,65	1,35	1,00	0,70	0,45	0,30	—	—
2500	4,05	3,45	2,65	2,20	1,75	1,45	1,10	0,80	0,55	0,35	—	—
3000	4,95	3,75	3,00	2,35	1,90	1,50	1,20	0,90	0,65	0,40	—	—
4000	6,25	4,85	3,55	2,65	2,00	1,70	1,45	1,10	0,80	0,50	—	—
5000	7,55	5,80	4,05	3,00	2,30	2,20	1,70	1,25	0,90	0,60	—	—

сти давлений 15,6—19,6 МПа с большими массовыми скоростями [более 2000 кг/(м²××с)] и значительными недогревами (более 50 К), эмпирическим уравнением

$$q_{кр} = \left[10{,}3 - 7{,}8\left(\frac{p}{9{,}8}\right) + 1{,}6 \times \right.$$

$$\left. \times \left(\frac{p}{9{,}8}\right)^2\right]\left(\frac{\rho w}{1000}\right)^{1{,}2\left[0{,}25\left(\frac{p}{9{,}8}-1\right)-x\right]} \times$$

$$\times \exp(-1{,}5x), \qquad (2.154)$$

в котором

$$x = (h_{см} - h_ж)/r,$$

где $h_{см}$ и $h_ж$ — энтальпии смеси и жидкости при температуре насыщения; r — теплота парообразования.

При таком определении x имеет отрицательные значения ($h_{см} < h_ж$) для недогретой до состояния насыщения воды. В (2.154) величины имеют размерности $[q_{кр}]$=МВт/м²; $[p]$=МПа; $[\rho w]$=кг/(м²·с).

Кризис второго рода. Так же как и для величины $q_{кр}$, достаточно полная информация о значении *граничного паросодержания* $x_{гр}$ имеется только для воды. Рекомендуемые значения $x_{гр}$ при кипении воды в круглой трубе диаметром 8 мм в зависимости от давления p и массовой скорости ρw представлены в табл. 2.30 [78].

Таблица 2.30

Граничные паросодержания при кипении воды в круглой трубе диаметром 8 мм

Массовая скорость ρw, кг/(м²·с)	Давление p, МПа					
	2,94	4,9	6,9	9,8	11,8	13,8
750	0,75	0,75	0,70	0,60	0,55	0,45
1000	0,65	0,65	0,60	0,50	0,45	0,35
1500	0,55	0,55	0,45	0,40	0,35	0,30
2000	0,45	0,45	0,40	0,30	0,30	0,30
2500	0,40	0,40	0,35	0,30	0,30	—
3000	0,35	0,35	0,30	0,30	—	—
4000	0,30	0,30	0,25	—	—	—
5000	0,30	—	—	—	—	—

Для определения $x_{гр}$ в трубах диаметром d, лежащим в пределах от 4 до 16 мм, используется соотношение [78]

$$x_{гр}/x_{гр0} = (d_0/d)^{0,15}, \qquad (2.155)$$

где $x_{гр}$ и $x_{гр0}$ — граничные паросодержания в трубах с диаметром d и $d_0=8$ мм при одинаковых значениях p и ρw.

Указанные в табл. 2.30 значения $x_{гр}$ относятся к случаю, когда на вход парогенерирующего канала подается либо недогретая до температуры насыщения вода, либо двухфазный поток с паросодержанием $x_{вх}$, отличающимся от табличного значения $x_{гр}$, соответствующего данным давлению и массовой скорости, не менее чем на 0,15. Для более высоких паросодержаний на входе значение $x_{гр}$ оказывается выше.

Основываясь прежде всего на результатах собственных измерений граничного паросодержания $x_{гр}$, при кипении воды в трубах, авторы [79] предложили таблицу значений $x_{гр}$, подобную табл. 2.30, охватывающую диапазон давлений $p=0{,}98\div16{,}7$ МПа и массовых скоростей $\rho w=750\div3000$ кг/(м²·с), и подобрали эмпирическое уравнение, аппроксимирующее с точностью 5% рекомендуемые ими значения:

$$x_{гр} = \left[0{,}39 + 1{,}57\left(\frac{p}{9{,}8}\right) - 2{,}04\left(\frac{p}{9{,}8}\right)^2 + 0{,}68\left(\frac{p}{9{,}8}\right)^3\right]\left(\frac{\rho w}{1000}\right)^{-0{,}5}, \qquad (2.156)$$

в котором единицы давления — МПа, массовой скорости — кг/(м²·с). Данные по $x_{гр}$, приведенные в [78] и [79], заметно отличаются — для некоторых значений p и ρw расхождение между ними составляет 30%.

2.11. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ КОНДЕНСАЦИИ ПАРА

2.11.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Конденсация пара возможна при его докритических состояниях. В зависимости от заданных условий конденсация может происходить в объеме пара или на охлаждаемых поверхностях, с которыми соприкасается пар. Различают процессы конденсации неподвижного и движущегося пара, насыщенного (влажного) и перегретого пара, чистого пара и смеси паров, в поле массовых сил в отсутствие, например, поля гравитаций. На поверхности, не смачиваемой образующимся конденсатом, жидкость осаждается в виде отдельных капель (*капельная конденсация*). На смачиваемой поверхности конденсат образует сплошную пленку (*пленочная конденсация*).

Режим движения пара и конденсатной пленки может быть ламинарным и турбулентным. В технических устройствах возможно одновременное существование на разных участках поверхности ламинарного и турбулентного режимов течения.

2.11.2. ПЛЕНОЧНАЯ КОНДЕНСАЦИЯ НЕПОДВИЖНОГО ПАРА

Неметаллические жидкости. Средний коэффициент теплоотдачи при конденсации неподвижного чистого насыщенного пара в условиях $r(c_p\Delta T)\geqslant5$ и $\mathrm{Pr}\geqslant1$ определяется по формулам [81]:

1) на вертикальных трубах и стенках

$$\bar{\alpha} = 0{,}94\frac{r\rho_ж\nu}{H\Delta T}\,Z^{0,78}\varepsilon_t, \qquad (2.157)$$

при $Z<2300$ (ламинарный режим течения пленки);

$$\bar{\alpha} = 400\frac{r\rho_ж\nu}{H\Delta T}\left[1 + 0{,}625\,\mathrm{Pr}^{0,05}\left(\frac{Z}{2300} - 1\right)\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_c}\right)^{0,25}\right]^{4/3}. \qquad (2.158)$$

при $Z>2300$ (течение пленки ламинарное на начальном участке и турбулентное внизу).

Значения $(H\Delta T)_{кр}$, при которых режим течения конденсатной пленки переходит в турбулентный, определяются соотношением

$$(H\Delta T)_{кр} = 2300\frac{r\mu}{\lambda}\left(\frac{\nu^2}{g}\frac{\rho_ж}{\rho_ж-\rho_п}\right)^{1/3} \qquad (2.159)$$

и для водяного пара при нормальном ускорении свободного падения ($g=9{,}81$ м/с²) равны:

T_s, °C	100	120	150	180	210	250	280	310	340
$P_s\cdot10^{-6}$, Па/м² . . .	1,01	1,99	4,76	10,0	19,1	39,8	64,2	98,7	146,1
$(H\Delta T)_{кр}$, м·К . . .	44,6	32,7	21,5	15,3	11,7	8,8	7,4	6,3	5,0

Минимальное значение среднего коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации насыщенного пара на вертикальных поверхностях может быть оценено по формуле

$$\bar{\alpha}_{\text{мин}} = 400 \frac{\mu r}{(H\Delta T)_{\text{пр}}}; \quad (2.160)$$

2) на горизонтальных трубах (ламинарное течение пленки по всему периметру трубы)

$$\bar{\alpha} = 0{,}725 \left[\frac{\lambda^3 g (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{п}}) r}{\nu \Delta T d}\right]^{1/4} \varepsilon_t. \quad (2.161)$$

В формулах (2.157) — (2.161) обозначено:

$$Z = \frac{\lambda H \Delta T}{r \rho_{\text{ж}} \nu} \left[\frac{g}{\nu^2}\left(1 - \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{ж}}}\right)\right]^{1/3};$$

$\varepsilon_t = [(\lambda_c/\lambda)^3 \mu/\mu_c]^{1/8}$ — поправка на переменность физических свойств конденсата; $\bar{\alpha} = \bar{q}_c/\Delta T$ — средний по поверхности коэффициент теплоотдачи; $\Delta T = T_s - \bar{T}_c$; $\bar{q}_c$ — средняя плотность теплового потока на стенке; T_s — температура насыщения; $\bar{T}_c$ — средняя температура стенки; $\rho_{\text{п}}$ — плотность насыщенного пара; r — теплота парообразования; c_p, $\rho_{\text{ж}}$, λ, ν, μ и Pr — соответственно теплоемкость, плотность, коэффициент теплопроводности, кинематическая и динамическая вязкости и число Прандтля конденсата при температуре T_s; λ_c, μ_c, Pr_c — физические свойства конденсата при температуре $\bar{T}_c$; H — высота стенки или длина трубы; d — диаметр трубы; g — ускорение свободного падения.

При конденсации перегретого пара коэффициент теплоотдачи приближенно может быть определен по формулам для сухого насыщенного пара, если в них вместо теплоты парообразования r подставить величину $[r + c_{p\text{п}}(T_{\text{п}} - T_s)]$, где $c_{p\text{п}}$ — теплоемкость и $T_{\text{п}}$ — температура перегретого пара. Для влажного пара в формулах (2.157)—(2.161) следует вместо r использовать величину xr, где x — степень сухости пара.

Жидкие металлы. При конденсации паров металлов термическое сопротивление жидкостной пленки чрезвычайно мало. Интенсивность конденсации определяется в основном степенью чистоты поверхности конденсации и молекулярно-кинетическими эффектами на границе раздела жидкость — пар (скоростью поступления молекул пара к поверхности пленки и интенсивностью их осаждения на этой поверхности). Скорость конденсации насыщенного пара определяется соотношением [82, 83]

$$j = \frac{\beta}{1 - 0{,}4\beta} \frac{p_s - p}{\sqrt{2\pi R T_s}}, \quad (2.162)$$

где j — количество пара, которое конденсируется на единице поверхности пленки в единицу времени; β — коэффициент конденсации, безразмерная величина, характеризующая отношение числа сконденсировавшихся молекул к числу всех молекул пара, падающих на поверхность жидкости; p_s и T_s — давление и температура насыщенного пара в объеме; p — давление на линии насыщения, соответствующее температуре поверхности пленки $\bar{T}$; R — индивидуальная газовая постоянная.

Тепловой поток q через поверхность пленки составляет:

$$q = rj, \quad (2.163)$$

где r — теплота парообразования.

Для жидкометаллических теплоносителей температуру свободной поверхности жидкости можно принять равной температуре стенки T_c и коэффициент теплоотдачи определить как

$$\bar{\alpha} = \frac{\beta r}{1 - 0{,}4\beta} \frac{p_s - p_c}{\sqrt{2\pi R T_s}} \frac{1}{(T_s - T_c)}; \quad (2.164)$$

здесь p_c — давление насыщенного пара при температуре стенки T_c, остальные обозначения те же, что и в (2.162).

Согласно [84] при низких давлениях паров щелочных металлов ($p_s < 10^3$ Па) коэффициент конденсации $\beta \approx 1$. При увеличении давления β уменьшается. По данным [85, 86], зависимость β от p_s может быть представлена в виде

$$\beta = 20/p_s^{0,5}. \quad (2.165)$$

При наличии в паре неконденсирующихся газов теплоотдача при конденсации сильно снижается. Например, при массовой концентрации воздуха в неподвижном водяном паре до 1% коэффициент теплоотдачи уменьшается на 55—60%.

2.11.3. ПЛЕНОЧНАЯ КОНДЕНСАЦИЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ ПАРА

При вынужденном течении пара относительно поверхности конденсации поток пара оказывает динамическое воздействие на конденсатную пленку. В результате толщина конденсатной пленки уменьшается, если пар движется в направлении действия гравитационных сил, и увеличивается при движении пара снизу вверх, а соответственно увеличивается или уменьшается коэффициент теплоотдачи.

Учет влияния скорости пара на теплоотдачу при конденсации на вертикальных поверхностях см. в [31, 87].

Горизонтальный цилиндр. Средний коэффициент теплоотдачи при конденсации движущегося пара на поверхности поперечно омываемого горизонтального цилиндра можно рассчитать по формуле [88]

$$\overline{\text{Nu}} = 0{,}64 \text{Re}^{1/2} \left[1 + \left(1 + 1{,}69 \frac{K \text{Pr}}{\text{Fr}}\right)^{1/2}\right]^{1/2} \quad (2.166)$$

при $\mathrm{Re}=1\div10^6$; $\mathrm{KPr/Fr}=10^{-5}\div10^5$;

где $\mathrm{Re}=w_0d/\nu$; $\mathrm{K}=r/(c_p\Delta T)$; $\mathrm{Fr}=w_0^2/(gd)$;

w_0 — скорость насыщенного пара вдали от цилиндра; r — теплота парообразования; d — диаметр цилиндра; ν — кинематическая вязкость конденсата при средней температуре $T_р=0{,}5(T_s+T_c)$.

Пучок горизонтальных труб. При конденсации скорость пара изменяется по глубине пучка. Для первого ряда пучка, омываемого сверху вниз насыщенным паром, по данным [89, 90],

$$\frac{\bar\alpha}{\bar\alpha_н}=25{,}7\left(\frac{\rho_п\bar w_п^2}{g\rho_ж d}\right)^{0{,}08}\left(\frac{\bar\alpha_п d}{\lambda}\right)^{-0{,}5}, \qquad (2.167)$$

где $\bar\alpha_н$ — средний коэффициент теплоотдачи при конденсации неподвижного пара, определяемый по (2.161); $\rho_ж$ и $\rho_п$ — плотность конденсата и пара при температуре насыщения; $\bar w_п$ — средняя скорость пара в узком сечении горизонтального ряда труб; d — диаметр трубы.

Формула (2.167) получена по экспериментальным данным для водяного пара при $p=(0{,}032\div0{,}89)\cdot10^5$ Па; $\Delta T=0{,}6\div12$ °С; $\mathrm{Re}_п=\rho_п\bar w_п d/\mu_п=46\div864$ и среднем объемном содержании воздуха в паре не более 0,017%.

Для всего пучка горизонтальных труб, имеющего постоянное по высоте проходное сечение (для пара), средний коэффициент теплоотдачи можно вычислить по формуле [90]

$$\frac{\bar\alpha}{\bar\alpha_1}=\frac{0{,}84(1-\varkappa)}{(1-\varkappa^{0{,}84})n^{0{,}07}}, \qquad (2.168)$$

где $\bar\alpha_1$ — коэффициент теплоотдачи для первого ряда пучка, вычисляемый по (2.167); $1-\varkappa$ — степень конденсации пара;

$$1-\varkappa=(G_{вх}-G_{вых})/G_{вх}, \qquad (2.169)$$

где $G_{вх}$ и $G_{вых}$ — массовый расход пара на входе и выходе из пучка; n — число рядов труб по высоте коридорного пучка или половина числа рядов труб шахматного пучка.

Конденсация пара в потоке недогретой жидкости (в каналах с предвключенным смесителем пара и жидкости, при поверхностном кипении в трубах, в опускном канале кипящих ядерных реакторов и др.). При пузырьковой структуре неравновесного двухфазного турбулентного потока коэффициент теплоотдачи, отнесенный к границе раздела фаз (поверхности парового пузыря), может быть определен как [91]

$$\bar\alpha=A\rho wc_p(1-x), \qquad (2.170)$$

а скорость разрушения (захлопывания) парового пузыря можно вычислить по уравнению

$$\frac{dR}{d\tau}=\frac{A\rho wc_p\Delta T}{r\rho_п}(1-x). \qquad (2.171)$$

Если паросодержание адиабатного потока мало, изменением температуры жидкости в результате конденсации пара можно пренебречь и зависимость радиуса пузыря от времени выразить из (2.171) в виде

$$R=R_0-\frac{A\rho wc_p\Delta T}{r\rho_п}\tau. \qquad (2.172)$$

В формулах (2.170)—(2.172)

$$A=\frac{\xi}{8\left(1-12{,}7\sqrt{\xi/8}\right)};$$

ξ — коэффициент гидравлического сопротивления канала (см. табл. 2.25); ρw — массовая скорость потока; c_p — удельная теплоемкость жидкости; r — теплота парообразования; $\rho_п$ — плотность пара; $\Delta T=T_s-T_ж$ — недогрев жидкости до температуры насыщения; τ — время; R_0 — начальный радиус парового пузыря; x — расходное массовое паросодержание потока.

Конденсация пара в трубах. Для расчета теплоотдачи, когда режим течения конденсатной пленки турбулентный и влияние гравитационных сил пренебрежимо мало по сравнению с силами межфазного взаимодействия [$\mathrm{Re}=4G_{см}/(\pi d\mu)>5\cdot10^3$], рекомендуется формула Г. Н. Кружилина и др.

$$\frac{\bar\alpha}{\alpha_0}=\frac{1}{2}\left[\sqrt{1+x_1\left(\frac{\rho_ж}{\rho_п}-1\right)}+\sqrt{1+x_2\left(\frac{\rho_ж}{\rho_п}-1\right)}\right], \qquad (2.172а)$$

где α_0 — коэффициент теплоотдачи, рассчитываемый по формулам табл. 2.25, для турбулентного однофазного потока насыщенной жидкости в трубе с расходом $G=G_{см}$; x_1 и x_2 — расходное массовое паросодержание потока на входе и выходе из участка конденсации; $G_{см}$ — массовый расход смеси (или пара, если $x_1=1$).

Данные по конденсации пара в трубах из разных материалов заметно различаются. Поэтому рассчитанные по (2.172а) значения α рекомендуется умножить на поправочный коэффициент $\varepsilon_м$. Для труб из нержавеющей стали $\varepsilon_м=1{,}14$, из латуни $\varepsilon_м=1{,}24$, из меди $\varepsilon_м=1{,}5$.

2.11.4. КАПЕЛЬНАЯ КОНДЕНСАЦИЯ ПАРА

Капельная конденсация происходит на лиофобной (не смачиваемой конденсатом) поверхности. Благодаря тому что капли жидкости формируются в отдельных центрах конденсации и значительная часть поверхности теплообмена при этом свободна от конденсата, капельная конденсация яв-

ляется одним из наиболее интенсивных по теплоотдаче процессов.

Самопроизвольно в капельной форме конденсируются, например, ртутный пар на нержавеющей стали и некоторые смеси паров. Искусственно капельный режим конденсации организуют путем нанесения на поверхность масел, керосина, жирных кислот, разных поверхностно-активных веществ или примешивая эти лнофобизаторы к пару.

В настоящее время нет законченной теории капельной конденсации и надежных методов расчета теплоотдачи. Известные эмпирические формулы применимы в ограниченном диапазоне изменения режимных параметров и к тем веществам, по данным опытов с которыми они получены.

Средний коэффициент теплоотдачи при капельной конденсации насыщенного водяного пара на вертикальной поверхности и горизонтальной трубе может быть определен приближенно по эмпирическим формулам [92]

$$\left.\begin{aligned}\bar{\alpha} &= 2{,}61\cdot 10^2\, T_s^{4/3}\,\Delta T^{0{,}16};\\ \bar{\alpha} &= 1{,}20\cdot 10^5\,(10p_s)^{0{,}434}\,\Delta T^{0{,}16};\end{aligned}\right\}$$

при $8\cdot 10^{-4}\leqslant \mathrm{Re}_*\leqslant 3{,}3\cdot 10^{-3}$

$$\left.\begin{aligned}\bar{\alpha} &= 2{,}79\cdot 10^4\, T_s^{0{,}5}\,\Delta T^{-0{,}57},\\ \bar{\alpha} &= 2{,}77\cdot 10^5\,(10p_s)^{0{,}151}\,\Delta T^{-0{,}57},\end{aligned}\right\}$$

при $3{,}3\cdot 10^{-3}\leqslant \mathrm{Re}_*\geqslant 3{,}4\cdot 10^{-2}$, где $\mathrm{Re}_*=\lambda\Delta T/(r\rho\nu)$; $\Delta T=T_s-\overline{T}_c$; T_s — температура насыщения, °С; p_s — давление насыщения, МПа; λ, ρ, ν — коэффициент теплопроводности, плотность и кинематическая вязкость конденсата при температуре насыщения; $\bar{\alpha}$ — средний коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²××К).

При малых температурных напорах $\Delta T=T_s-\overline{T}_c$ коэффициент теплоотдачи возрастает по мере увеличения ΔT, а при больших ΔT резко уменьшается. Изменение характера зависимости $\bar{\alpha}(\Delta T)$ происходит при $\mathrm{Re}_*=3{,}3\cdot 10^{-3}$.

Интенсивность теплоотдачи сильно снижается при наличии в паре неконденсирующихся газов.

Теплообмен при капельной конденсации движущегося пара см. [87].

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

2.12. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

2.12.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Все нагретые материальные объекты излучают энергию в окружающее пространство в форме квантов энергии или, в ином представлении, с помощью электромагнитных волн. Кванты энергии излучаются атомами вещества, распространяются в пространстве прямолинейно и в конце концов захватываются (поглощаются) другими атомами в других областях пространства.

Скорость кванта c, длина волны λ и частота ν эквивалентного поля связаны соотношением

$$c = \lambda\nu. \qquad (2.173)$$

В вакууме $c=c_0=2{,}9977\cdot 10^8$ м/с (скорость света в пустоте). В других средах $c<c_0$. В газах обычно оправдано приближение $c\approx c_0$. Для ряда жидкостей и твердых тел скорость света падает примерно до $c=0{,}7c_0$. Когда излучение переходит из одной среды в другую, значения c у этих сред разные, согласно уравнению (2.173) изменяются длины волн λ, тогда как частота ν остается неизменной. Энергия кванта равна $h\nu$ и при таком переходе не меняется. Здесь $h=6{,}63\cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка[1].

Наиболее детальной характеристикой поля излучения в пространстве является понятие *монохроматической интенсивности излучения*. Эта величина характеризует поток энергии, переносимый квантами энергии единичного интервала частот около значения ν, пересекающими единичную площадку, нормальную данному направлению в пространстве, и движущимися внутри единичного телесного угла, ориентированного в этом направлении. Если пространственные и частотные распределения интенсивностей известны для каждой точки пространства, то имеется полная картина протекания процесса излучения. Однако необходимость в столь детальном описании возникает обычно лишь при теоретическом анализе. В инженерной практике интерес представляют существенно более осредненные характеристики процесса, такие, как:

1) *интегральная плотность потока полусферического излучения* E, Вт/м² — поток энергии, переносимый квантами разнообразных частот, пересекающими единичную площадку во всех направлениях пространства полусферы;

2) *полный поток излучения* $Q=\int\limits_F E\,dF$, Вт, передаваемый через поверхность конечной площади F.

Распределение энергии излучения по частотам или длинам волн характеризуется *спектром излучения*.

Спектральная или, что то же самое, *монохроматическая плотность потока полусферического излучения* относится либо к единичному интервалу частот

$$E_\nu = dE/d\nu, \qquad (2.174)$$

либо к единичному интервалу длин волн

$$E_\lambda = dE/d\lambda. \qquad (2.175)$$

В первом случае размерность спектральной плотности Вт·с/м², во втором Вт/(м²·м).

---

[1] Далее (для технических приложений) универсальные постоянные округлены до трех значащих цифр.

Величины E_ν и E_λ связаны между собой соотношением

$$\nu E_\nu = \lambda E_\lambda . \qquad (2.176)$$

Излучение, падающее на некоторое тело, может в самом общем случае частично отразиться (доля R от падающего потока энергии — *коэффициент отражения*), частично поглотиться (доля A — *коэффициент поглощения*) и частично пройти транзитом сквозь тело (доля D — *коэффициент пропускания*). Поэтому всегда справедливо соотношение

$$A + R + D = 1. \qquad (2.177)$$

Такое же соотношение имеет место и для монохроматического излучения

$$A_\lambda + R_\lambda + D_\lambda = 1 \text{ или}$$

$$A_\nu + R_\nu + D_\nu = 1. \qquad (2.178)$$

В предельных случаях $A = 1$ ($R = D = 0$) — *абсолютно черное тело*[1]; $R = 1$ ($A = D = 0$) — *абсолютно отражающая оболочка*; $D = 1$ ($A = R = 0$) — *абсолютно прозрачное тело* или *диатермичная среда*.

Сухой воздух, одно- и двухатомные газы (при температуре ниже 2500—3000 К) можно с хорошим приближением рассматривать как диатермичные среды ($D \approx 1$). Моделью абсолютно черного тела служит малое отверстие, ведущее в большую закрытую полость. Любой луч, прошедший внутрь полости, после многократных отражений и частичных поглощений на стенках практически полностью поглощается и назад не выходит ($A \approx 1$). Большинство конструкционных твердых тел (металлы, сплавы, теплоизоляционные материалы) и ряд жидкостей (спирты, вода) для тепловых лучей при заметных толщинах слоя вещества практически непрозрачны ($D \approx 0$). При этом

$$A + R = 1. \qquad (2.179)$$

Для металлов $D \to 0$ уже при толщине приблизительно 1 мкм, для диэлектриков — при толщинах около 1 мм. Поэтому для упрощения рассмотрения часто полагают, что процессы поглощения и отражения, определяемые соотношением (2.179), протекают на самой поверхности этих тел. Если на поверхность такого тела извне не падает лучистой энергии, то единственный поток энергии, который можно зарегистрировать, будет исходить с поверхности тела и передаваться в окружающее пространство. Этот поток энергии с плотностью E_1 называется *собственным излучением* тела. При сделанных выше оговорках можно считать, что это излучение формируется на самой поверхности тела и, следовательно, зависит лишь от температуры, материала и состояния поверхности. В реальных условиях со стороны внешнего окружения на поверхность тела падает какой-то внешний поток энергии — *падающее излучение* плотностью $E_{пад}$. Часть этого потока в количестве $A_1 E_{пад}$ поглощается телом — *поглощенное излучение*. Часть в количестве

$$R_1 E_{пад} = (1 - A_1) E_{пад} \qquad (2.180)$$

отражается поверхностью тела — *отраженное излучение*. Сумма собственного и отраженного излучения образует *эффективное излучение* данного тела

$$E_{эф1} = E_1 + (1 - A_1) E_{пад}, \qquad (2.181)$$

которое и регистрирует прибор. Наконец, разность между собственным и поглощенным излучением образует *результирующее излучение*

$$E_{рез1} = E_1 - A_1 E_{пад}. \qquad (2.182)$$

Величина $E_{рез1}$ показывает суммарный расход (приход) энергии вследствие лучистого теплообмена с окружающей средой. Часто это — искомая величина в инженерных тепловых расчетах.

2.12.2. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Закон Планка устанавливает характер спектра излучения абсолютно черного тела. Распределение энергии по частотам ν, даваемое законом Планка,

$$E_{0\nu} = 2\pi \frac{h\nu^3}{c_0^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \qquad (2.183)$$

то же по длинам волн λ:

$$E_{0\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(c_2/\lambda T) - 1}, \qquad (2.184)$$

где $E_{0\nu}$ и $E_{0\lambda}$ — спектральные плотности излучения абсолютно черного тела; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка; $c_0 = 3{,}00 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана; $c_1 = 2\pi h c_0^2 = 3{,}74 \cdot 10^{-16}$ Вт·м^2 и $c_2 = hc_0/k = 1{,}44 \cdot 10^{-2}$ м·К — постоянные величины.

Закон Вина. При обычно встречающихся на практике температурах основной вклад в излучение дает диапазон длин волн примерно от 0,4 мкм до нескольких сотен микрометров, который именуется «тепловым». При каждой температуре T имеется длина волны $\lambda_{макс}$, для которой значение E_0 максимально. Условие экстремума $dE_{0\lambda}/d\lambda = 0$ приводит к соотношению

$$\lambda_{макс} T = 2{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ м·К}, \qquad (2.185)$$

которое еще до открытия закона Планка предложил Вин.

Закон Стефана — Больцмана. Закон определяет для абсолютно черного тела зависимость интегральной плотности потока излучения от температуры. Хотя искомое выражение для E_0 определяется просто

[1] Приняты величины, характеризующие излучение черного тела, выделять подстрочным индексом 0 (нуль).

Таблица 2.31

Коэффициенты полного нормального теплового излучения для различных материалов

Наименование материала	t, °С	
Алюминий:		
полированный	225—575	0,039—0,057
шероховатый	26	0,055
окисленный при 600 °С	200—600	0,11—0,19
Вольфрам полированный	40—540	0,04—0,08
Вольфрамовая нить	540—1100	0,11—0,16
	2800	0,39
Вольфрамовая нить, бывшая в употреблении	40—3300	0,03—0,35
Железо:		
полированное	425—1020	0,144—0,377
свежеобработанное наждаком	20	0,242
окисленное	100	0,736
окисленное гладкое	125—525	0,78—0,82
литое необработанное	925—1115	0,87—0,95
Стальное литье полированное	770—1040	0,52—0,56
Сталь:		
листовая шлифованная	940—1100	0,55—0,61
окисленная при 600 °С	200—600	0,80
листовая с плотным блестящим слоем окиси	25	0,82
Чугун:		
обточенный	830—990	0,60—0,70
окисленный при 600 °С	200—600	0,64—0,78
Окись железа	500—1200	0,85—0,95
Золото, тщательно полированное	225—635	0,018—0,035
Латунная пластина:		
прокатанная с естественной поверхностью	22	0,06
прокатанная и обработанная грубым наждаком	22	0,20
тусклая	50—350	0,22
Латунь, окисленная при 600 °С	200—600	0,61—0,59
Медь:		
тщательно полированная, электролитная	80—115	0,018—0,023
торговая, шабренная до блеска, но не зеркальная	22	0,072
окисленная при 600 °С	200—600	0,57—0,87
расплавленная	1075—1275	0,16—0,13
Окись меди	800—1100	0,66—0,54
Молибден полированный	40—260	0,06—0,08
	540—1100	0,11—0,18
Молибденовая нить	725—2600	0,096—0,292
Никель:		
технически чистый, полированный	225—375	0,07—0,087
окисленный при 600 °С	200—600	0,37—0,48
Никелированное травленое железо, неполированное	20	0,11
Никелевая проволока	185—1000	0,096—0,186
Окись никеля	650—1255	0,59—0,86
Хромоникель	125—1034	0,64—0,76
Олово, блестящее луженое листовое железо	25	0,043—0,064
Платина:		
полированная пластина	225—625	0,054—0,104
лента	925—1115	0,12—0,17
нить	25—1230	0,036—0,192
проволока	225—1375	0,073—0,182
Ртуть очень чистая	0—100	0,09—0,12

Продолжение табл. 2.31

Наименование материала	t, °С	ε
Свинец:		
серый окисленный	25	0,281
окисленный при 200 °С	200	0,63
Серебро полированное чистое	225—625	0,0198—0,0324
Хром	100—1000	0,08—0,26
Цинк (99,1%):		
полированный	225—325	0,045—0,053
окисленный при 400 °С	400	0,11
Оцинкованное листовое железо:		
блестящее	28	0,228
серое окисленное	24	0,276
Асбестовый картон	24	0,96
Асбестовая бумага	40—370	0,93—0,945
Бумага тонкая, наклеенная на металлическую пластину	19	0,924
Вода	0—100	0,95—0,963
Гипс	20	0,903
Дуб строганый	20	0,895
Кварц плавленый шероховатый	20	0,932
Кирпич:		
красный шероховатый, но без больших неровностей	20	0,93
динасовый неглазурованный, шероховатый	100	0,80
динасовый глазурованный шероховатый	1100	0,85
шамотный глазурованный	1100	0,75
огнеупорный	—	0,8—0,9
Лак:		
белый эмалевый, на железной шероховатой пластине	23	0,906
черный блестящий, распыленный на железной пластине	25	0,875
черный матовый	40—95	0,96—0,98
белый	40—95	0,80—0,95
Шеллак:		
черный блестящий, на луженом железе	21	0,821
черно-матовый	75—145	0,91
Масляные краски различных цветов	100	0,92—0,96
Алюминиевые краски различной давности и с переменным содержанием Al	100	0,27—0,67
Алюминиевый лак по шероховатой пластине	20	0,39
Алюминиевая краска после нагрева до 325 °С	150—315	0,35
Мрамор сероватый, полированный	22	0,931
Резиновая твёрдая лощеная пластина	23	0,945
Резина мягкая серая шероховатая (рафинированная)	24	0,859
Стекло гладкое	22	0,937
Сажа:		
свечная копоть	95—270	0,952
с жидким стеклом	100—185	0,959—0,947
ламповая толщиной 0,075 мм и больше	40—370	0,945
Толь	21	0,910
Уголь очищенный (0,9% золы)	125—625	0,81—0,79
Угольная нить	1040—1405	0,526
Фарфор глазурованный	22	0,924
Штукатурка шероховатая известковая	10—88	0,91
Эмаль белая, приплавленная к железу	19	0,897

суммированием (интегрированием) энергии по спектру закона Планка

$$E_0 = \int_0^\infty E_{0\lambda}\, d\lambda = \int_0^\infty E_{0\nu}\, d\nu,$$

исторически это соотношение было найдено экспериментально (Стефаном) и теоретически (Больцманом) еще до открытия закона Планка:

$$E_0 = \sigma T^4, \qquad (2.186)$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4) — постоянная Стефана—Больцмана.

Собственное излучение реальных тел $E(T)$ можно представить как долю от излучения абсолютно черного тела при той же температуре

$$\varepsilon(T) = E(T)/E_0(T), \qquad (2.187)$$

где $\varepsilon(T)$ — *интегральный коэффициент теплового излучения тела* ($\varepsilon \leqslant 1$), зависящий от материала, состояния поверхности и температуры.

Для многих технических поверхностей зависимость ε от температуры достаточно слабая, так что соотношение (2.187) дает удобную формулу для расчета излучения реальных тел

$$E = \varepsilon \sigma T^4. \qquad (2.188)$$

Для некоторых технически важных материалов примерные значения ε приведены в табл. 2.31. В ответственных случаях рекомендуется значение ε определять экспериментально (см. § 9.6).

Более детальная характеристика излучающей поверхности — *спектральный коэффициент теплового излучения*

$$\varepsilon_\lambda = E_\lambda(T)/E_{0\lambda}(T) \text{ или}$$
$$\varepsilon_\nu = E_\nu(T)/E_{0\nu}(T) \qquad (2.189)$$

получается из сравнения монохроматических потоков излучения данного тела и абсолютно черного тела при фиксированных температуре и длине волны или частоте.

Закон Кирхгофа. Закон устанавливает численное равенство спектральных величин коэффициентов теплового излучения и поглощения:

$$A_\lambda = \varepsilon_\lambda \text{ или } A_\nu = \varepsilon_\nu. \qquad (2.190)$$

Строго равенства (2.190) доказываются для условий термодинамического равновесия (тело и окружение находятся при одной и той же температуре, лучистый теплообмен отсутствует). Однако физические представления о процессах испускания и захвата квантов энергии дают основания считать равенства спектральных величин (2.190) приближенно правомерными и для многих неравновесных ситуаций, в которых состояние вещества в том реальном поверхностном слое, где формируется собственное излучение и протекает поглощение, можно характеризовать определенной температурой, к которой и относится это равенство.

Средние по спектру (интегральные) величины A и ε равны между собой

$$A = \varepsilon \qquad (2.191)$$

только в условиях термодинамического равновесия.

Соотношение (2.191) выражает закон Кирхгофа для интегральных характеристик.

В неравновесных условиях равенство (2.191) имеет место только для так называемой модели *серого тела*, у которого спектральные коэффициенты теплового излучения и поглощения не зависят от частоты (длины волны); они одинаковы в любой части спектра. Поэтому для такого тела $A_\nu = A$; $\varepsilon_\nu = \varepsilon$ и в силу (2.190) $A = \varepsilon$. С известным приближением некоторые технические поверхности можно считать серыми. Модель серого тела существенно упрощает вычисления и поэтому широко применяется в приближенных инженерных расчетах.

Закон Ламберта устанавливает, что интенсивность излучения на поверхности абсолютно черного излучателя не зависит от угла и направления. Следствием этого является выражение, дающее распределение энергии по направлениям:

$$\frac{d^2Q}{dF\, d\omega} = \frac{E_0}{\pi} \cos\varphi. \qquad (2.192)$$

Выражение (2.192) определяет поток энергии Q, излучаемый единичной площадкой поверхности F внутри единичного телесного угла ω в направлении, расположенном под углом φ с нормалью к поверхности. Тела, излучение которых подчиняется закону Ламберта, называют *диффузными излучателями*. Излучение реальных твердых тел, как правило, не подчиняется закону Ламберта. Металлы имеют максимум интенсивности при углах φ, равных примерно 40—80°, т. е. при наблюдении поверхности под значительным углом. Напротив, диэлектрики дают наибольшую интенсивность излучения в направлении нормали и весьма малое значение при больших углах φ. Однако в инженерных расчетах эти осложнения часто обходят и не учитывают; с целью облегчения анализа реальные поверхности трактуются как диффузные излучатели.

2.13. ТЕПЛООБМЕН МЕЖДУ ТЕЛАМИ, РАЗДЕЛЕННЫМИ ПРОЗРАЧНОЙ СРЕДОЙ

2.13.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОБЩИЙ МЕТОД РАСЧЕТА

При проведении инженерных расчетов лучистого теплообмена между телами, разделенными прозрачной (диатермичной) средой, приходится вводить ряд упрощений. Наиболее широко распространено предположение о том, что поверхности излучения — серые, их эффективное излучение является

диффузным и характеризуется неизменной плотностью на изотермических участках поверхностей системы. В этом приближении для проведения расчетов требуется минимальная исходная информация: необходимо знать интегральные коэффициенты теплового излучения поверхностей системы и размещение тел в пространстве.

Типовая задача. Имеется замкнутая система[1] известной геометрии, состоящая из N изотермических поверхностей, имеющих температуры T_i и коэффициенты теплового излучения ε_i ($i = 1,2, ..., N$). Требуется рассчитать лучистый теплообмен в такой системе, т. е. найти результирующие лучистые потоки $E_{\text{рез}i}$ для каждой поверхности.

Метод решения. Из определений (2.181) и (2.182) величин результирующего и эффективного потоков излучения после исключения величины потока падающего излучения $E_{\text{пад}}$

$$E_{\text{рез}i} = \frac{E_i}{1-A_i} - \frac{A_i}{1-A_i} E_{\text{эф}i}. \qquad (2.193)$$

Это соотношение связывает собственное, эффективное и результирующее излучения данной поверхности. Для серых поверхностей из (2.193) следует:

$$E_{\text{рез}i} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left[\sigma T_i^4 - E_{\text{эф}i}\right]; \qquad (2.194)$$

отсюда видно, что если известны эффективные потоки $E_{\text{эф}i}$ излучения в системе, то можно определить искомые результирующие потоки $E_{\text{рез}i}$. Выражения для эффективных потоков для каждой поверхности можно представить в виде

$$\left.\begin{aligned}
E_{\text{эф}1} &= \varepsilon_1 \sigma T_1^4 + (1-\varepsilon_1) \times \\
&\times \sum_{i=1}^{N} E_{\text{эф}i} \varphi_{1-i}; \\
E_{\text{эф}2} &= \varepsilon_2 \sigma T_2^4 + (1-\varepsilon_2) \times \\
&\times \sum_{i=1}^{N} E_{\text{эф}i} \varphi_{2-i}; \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
E_{\text{эф}N} &= \varepsilon_N \sigma T_N^4 + (1-\varepsilon_N) \times \\
&\times \sum_{i=1}^{N} E_{\text{эф}i} \varphi_{N-i}.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.195)$$

В правой части этих соотношений первые слагаемые представляют потоки излучения; суммы характеризуют потоки излучения, падающего на соответствующие поверхности; они же, умноженные на $(1-\varepsilon_i)$, дают потоки отраженного излучения.

В соотношении (2.195) величины φ_{1-i}, φ_{2-i}, ..., φ_{N-i} представляют собой так называемые *угловые коэффициенты* — геометрические характеристики пространственного расположения тел. Методы их расчета — см. п. 2.13.2. При известных угловых коэффициентах соотношения (2.195) образуют систему из N линейных алгебраических уравнений относительно N неизвестных величин $E_{\text{эф}i}$ ($i = 1,2, ..., N$). Решение системы (2.195) дает с учетом (2.194) решение задачи.

На практике возможны и иные постановки задачи. Так, иногда можно считать известными результирующие потоки $E_{\text{рез}i}$, а искомыми — температуры поверхностей T_i. Нередко возникает смешанная постановка: для части поверхностей известны T_i, для других $E_{\text{рез}i}$. Во всех случаях решение получается на базе приведенных алгебраических соотношений (2.194) и (2.195), которые составляют основу метода.

Сейчас разрабатываются более строгие методы, в которых используется меньшее число упрощений (например, отказ от модели серого излучения или диффузионного характера излучения поверхности и др.). Они оказываются существенно более сложными и обсуждаются, например, в [93].

Ниже на основе изложенного метода приведены решения ряда простых задач.

1. Теплообмен излучением между двумя плоскими параллельными серыми поверхностями неограниченных размеров (рис. 2.27, *а*)

$$q_{12} = E_{\text{рез}1} = -E_{\text{рез}2}; \qquad (2.196)$$

$$q_{12} = \sigma \frac{T_1^4 - T_2^4}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}. \qquad (2.197)$$

2. Теплообмен излучением между вогнутой серой поверхностью *1* и облегающей ее серой поверхностью *2* (рис. 2.27, б), которые вместе образуют замкнутую систему

$$Q_{12} = E_{\text{рез}1} F_1 = -E_{\text{рез}2} F_2; \qquad (2.198)$$

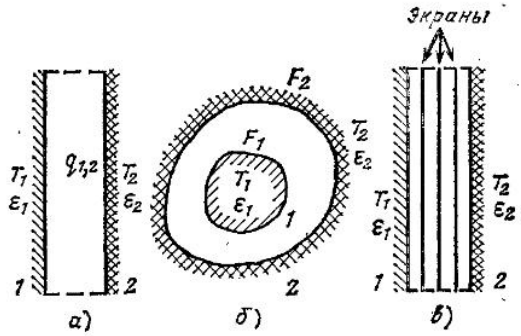


Рис. 2.27. Две плоскопараллельные пластины (*а*), тело и оболочка (б), тепловые экраны (*в*).

[1] Постановка задачи о лучистом теплообмене не черных тел правомерна только для замкнутой системы тел.

$$Q_{12} = \sigma F_1 \frac{T_1^4 - T_2^4}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}. \quad (2.199)$$

Формула (2.199) при сделаниых выше допущениях правомерна для любых систем, лишь бы меньшее из тел, первое, было невогнутым, т. е. не излучало само на себя. Последнее выполняется для плоских и выпуклых очертаний поверхности.

3. Теплообмен излучением между двумя плоскими поверхностями бесконечной протяженности, между которыми помещены n слоев фольги, играющих роль *тепловых экранов* (рис. 2.27, *в*). Коэффициент теплового излучения экрана равен $\varepsilon_э$ и отличен в общем случае от коэффициентов излучения поверхностей ε_1 и ε_2:

$$q_{12} = \sigma \frac{T_1^4 - T_2^4}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + n\left(\frac{2}{\varepsilon_э} - 1\right)}. \quad (2.200)$$

Формула (2.200) широко применяется для расчета тепловых экранов. При $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_э$ один экран снижает поток теплоты излучением в 2 раза, два экрана — в 3 раза, n экранов — в $(n+1)$ раз. Больший эффект дают экраны с малыми значениями $\varepsilon_э$.

2.13.2. УГЛОВЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

Угловой коэффициент φ_{1-2} показывает, какая доля от всего лучистого потока, излучаемого с поверхности F_1 абсолютно черного изотермического излучателя *1* во все стороны пространства, достигает поверхности F_2 тела *2*, известным образом расположенного относительно *1* в пространстве (в определении существенно то, что излучатель *1* диффузный и плотность лучистого потока на поверхности тела *1* неизменна). Угловые коэффициенты — положительные безразмерные числа, меньшие единицы — отражают лишь чисто геометрические особенности размещения двух тел в пространстве.

Угловые коэффициенты каждого из N тел, образующих замкнутую систему, обладают *свойством замыкаемости*

$$\varphi_{1-1} + \varphi_{1-2} + \ldots + \varphi_{1-N} = 1;$$
$$\varphi_{2-1} + \varphi_{2-2} + \ldots + \varphi_{2-N} = 1;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\varphi_{N-1} + \varphi_{N-2} + \ldots + \varphi_{N-N} = 1$$

или в компактной форме для любого тела k

$$\sum_{l=1}^{N} \varphi_{k-l} = 1. \quad (2.201)$$

Это свойство вытекает из балансового соотношения для каждой поверхности, входящей в замкнутую систему. Коэффициенты φ_{k-k} учитывают излучение тела k на себя (самооблучение), что возможно, если тело k вогнутое. Для выпуклых и плоских тел $\varphi_{k-k} = 0$.

Другим важным свойством угловых коэффициентов является *свойство взаимности* — угловые коэффициенты облучающих друг друга поверхностей F_k и F_l, произвольно расположенных в пространстве, связаны соотношением

$$\varphi_{k-l} F_k = \varphi_{l-k} F_l. \quad (2.202)$$

Кроме рассматриваемых здесь угловых коэффициентов между двумя поверхностями конечных размеров, которые и нужны для инженерных расчетов, в теоретических вычислениях используются также угловые коэффициенты между двумя дифференциально малыми поверхностями и угловые коэффициенты между дифференциально малой поверхностью и поверхностью конечного размера. Сведения о них приведены, в частности, в [93, 94]. Там же обсуждаются *графо-аналитические, аналитические* и *экспериментальные* методы определения угловых коэффициентов.

В аналитической форме в общем виде решение для углового коэффициента имеет простой вид лишь для определенного типа поверхностей. К ним относятся все поверхности, очертание и взаимное размещение которых можно изобразить в виде двух линий на плоском чертеже, тогда как протяженность тел в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа, будет неограниченной.

Для этих условий общее решение получается на основе *метода «натянутых нитей»*. Для двух произвольно расположенных в пространстве поверхностей, частично экранированных другими телами, как это показано на рис. 2.28, решение имеет вид:

$$\varphi_{1-2} = \frac{(AD + BC) - (AC + BD)}{2L_1}, \quad (2.203)$$

где AD и BC — длины «натянутых нитей», соединяющих крайние точки поверхности накрест; AC и BD — длины «натянутых нитей», соединяющие попарно крайние точки поверхностей с учетом частичного экранирования излучения иными телами (рис. 2.28); L_1 — длина, отсчитанная вдоль контура первого тела вне зависимости от типа его очертания (выпуклое или вогнутое).

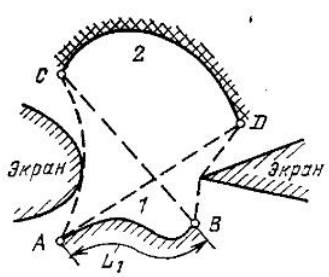


Рис. 2.28. Определение угловых коэффициентов методом натянутых нитей.

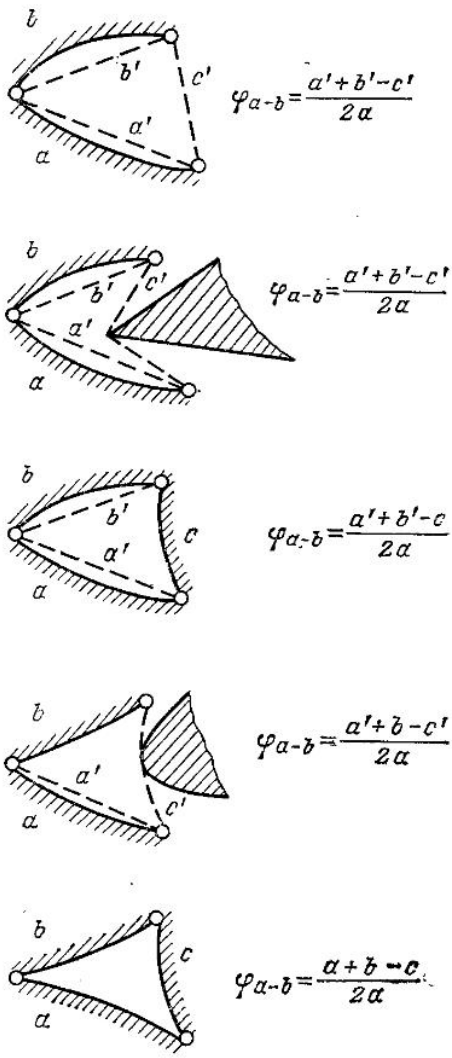


Рис. 2.29. Формулы для расчета угловых коэффициентов в плоских задачах.

На рис. 2.29 приведены полученные на основе (2.203) соотношения для расчета угловых коэффициентов для некоторых частных случаев плоских задач. В этих соотношениях через a, b, c обозначены длины вдоль соответствующих поверхностей, через a', b', c' — длины «натянутых нитей» с теми же крайними точками. По этим соотношениям можно рассчитать целый ряд конкретных задач. Некоторые из них представлены на рис. 2.30.

Иногда на практике для вогнутого контура требуется найти угловой коэффициент

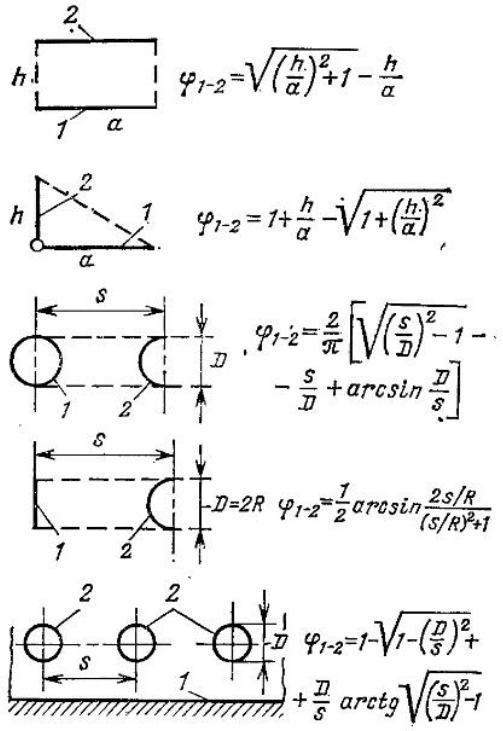


Рис. 2.30. Угловые коэффициенты для часто встречающихся схем расположения излучающих поверхностей.

самооблучения φ_{1-1}. Для поверхностей, имеющих неограниченную протяженность в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа, решение в общем виде дает

$$\varphi_{1-1}=1-L'/L, \qquad (2.204)$$

где L' — длина «натянутой» на концы поверхности «нити»; L — физическая длина контура поверхности; для плоских и выпуклых очертаний $L'=L$ и $\varphi_{1-1}=0$.

В общем случае, когда размеры поверхностей во всех направлениях ограничены, аналитические решения в замкнутом виде получены лишь для нескольких частных задач. Эти решения, как правило, оказываются крайне громоздкими. По ним, однако, можно составить расчетные номограммы для инженерных целей. Такие номограммы для лучистого теплообмена между различными фигурами, расположенными в параллельных плоскостях, и между двумя взаимно перпендикулярными прямоугольниками с общей стороной приведены на рис. 2.31. Достаточно полная сводка работ, содержащих решения частных задач, изложена в [93]. Там же приведены результаты аналитического решения целого ряда задач.

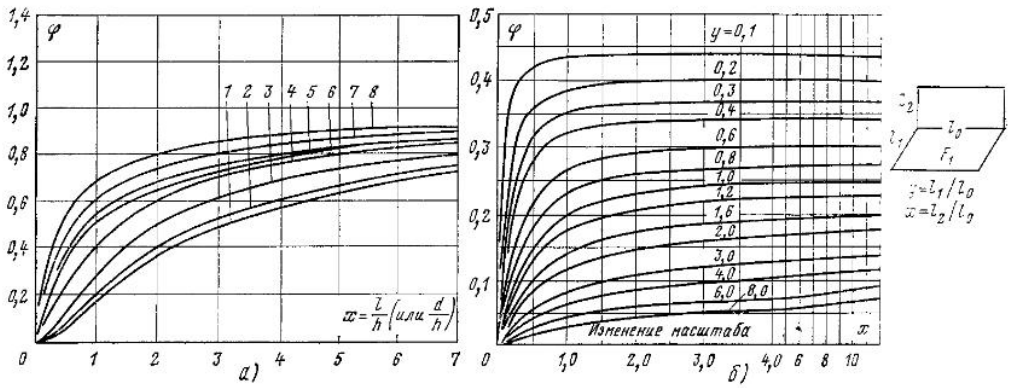


Рис. 2.31. Значения углового коэффициента φ при лучистом теплообмене между плоскими параллельными фигурами (*а*) и двумя взаимно перпендикулярными прямоугольниками с общей стороной l_0 (*б*).

l и *d* — сторона и диаметр фигуры; *h* — расстояние между плоскостями; *F* — расчетная площадь поверхности; *1—4* — прямой лучистый теплообмен между поверхностями; *5—8* — лучистый теплообмен между поверхностями с учетом отражения от соединяющей их нетеплопроводной оболочки; *1, 5* — диски; *2, 6* — квадраты; *3, 7* — прямоугольники с отношением сторон 2 : 1; *4, 8* — длинные узкие прямоугольники.

2.14. ТЕПЛООБМЕН МЕЖДУ ГАЗОМ И ПОВЕРХНОСТЬЮ ТВЕРДОГО ТЕЛА

2.14.1. ОСОБЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ ГАЗОВ

Газы обладают способностью излучать и поглощать лучистую энергию. Для разных газов эта способность различна. Излучение и поглощение обычных одно- и двухатомных газов, в частности азота (N_2), кислорода (O_2), водорода (H_2), гелия (He), столь незначительны, что в инженерных расчетах эти газы можно рассматривать как абсолютно прозрачные (днатермичные) среды. Значительной способностью излучать и поглощать лучистую энергию обладают многоатомные газы, в частности двуокись углерода (CO_2), водяной пар (H_2O), сернистый ангидрид (SO_2), аммиак (NH_3) и др. Двухатомный газ — окись углерода (CO) также имеет заметный уровень излучения. Для теплотехнических расчетов наибольший интерес представляют пары воды и двуокись углерода. Эти газы входят в состав продуктов сгорания при сжигании различных видов топлива.

Излучение и поглощение газов носят объемный характер. Поэтому такие факторы, как размеры и форма излучающего слоя, однородность его температуры, существенны при описании излучения газов. Спектры излучения — поглощения газов в отличие от многих твердых тел носят *селективный характер.* Процессы излучения и поглощения происходят лишь внутри ряда дискретных полос спектра; при других длинах волн (частотах) газ ведет себя как прозрачная диатермическая среда. Отмеченные особенности излучения и поглощения энергии в газах осложняют расчеты лучистого теплообмена.

Для наглядного представления механизма переноса энергии в объеме излучающего газа часто бывает удобно рассматривать излучение как поток частиц — фотонов, движущихся по прямолинейным траекториям со скоростью света *c* и обладающих разной энергией *hν*. Часть фотонов «захватывается» молекулами газа, что приводит к повышению энергии газа, т. е. его нагреванию. При этом молекулы газа «захватывают» лишь те фотоны, частоты которых отвечают полосам поглощения в спектре газа. Фотоны других частот (энергий) пролетают газовый объем без взаимодействия с веществом. Так осуществляется процесс поглощения лучистой энергии в объеме газа. Одновременно с процессом поглощения энергии происходит обратный процесс — излучения энергии объемом газа. Вследствие хаотического теплового движения газовых молекул, их вращения, колебаний атомов отдельные многоатомные молекулы газа получают избыток энергии по сравнению со средним его уровнем. Избыток энергии может затем самопроизвольно излучаться в форме «рождающихся» фотонов в окружающее пространство. Этот механизм определяет собственное излучение газового объема. В связи с тем что в любом макроскопически малом объеме газа его состояние обычно весьма близко к термодинамически равновесному состоянию, каждый элементарный объем газа излучает фотоны по всем направлениям пространства с примерно одинаковой интенсивностью. Иначе говоря, пространственное распределение собственного излучения элемента газового объема имеет обычно характер, близкий к изотропному.

2.14.2. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ПЕРЕНОСА ЛУЧИСТОЙ ЭНЕРГИИ В ИЗЛУЧАЮЩЕ-ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Протекающие одновременно процессы поглощения и излучения определяют структуру *основного закона переноса лучистой энергии в излучающе-поглощающей среде*

$$dI_\nu = a_\nu (I_{0\nu} - I_\nu)\, dl, \qquad (2.205)$$

где I_ν — спектральная интенсивность излучения в направлеиии оси l; a_ν — *спектральный коэффициент поглощения*, определяемый как относительное уменьшение спектральной интенсивности излучения иа единице длины пути луча. Этот коэффициент представляет собой физическую характеристику газа и зависит от его природы, температуры, давлеиия, а также частоты излучения ν; вне полос излучения-поглощения спектра $a_\nu = 0$; обратная величина $1/a_\nu$ равна *средней длине пробега фотонов* с эиергией $h\nu$ до момеита их поглощения;

$$I_{0\nu} = \frac{E_{0\nu}}{\pi} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

— спектральиая интенсивность излучения абсолютио черного тела при температуре газа внутри элемеитарного объема пространства.

Соотиошеиие (2.205) представляет уравнение эиергетического балаиса для элементарного объема пространства в форме цилиндра длиной dl и единичной площадью основаиия (рис. 2.32).

Произведеиие в правой части уравнения (2.205) $a_\nu I_{0\nu}\, dl$ — увелнчение спектральной интенсивности излучения на длине dl вследствие вклада собственного излучения газа, происходящего внутри контрольного элемента объема, а $-a_\nu I_\nu\, dl$ — уменьшеиие спектральной интенсивности излучения по длине dl из-за поглощения падающего внешнего излучения внутри контрольиого элемента объема.

Частиые случаи уравнения (2.205):

1. Лучистое равновесие ($I_{0\nu} = I_\nu$ в каждой точке газового объема, $dI_\nu/dl = 0$, температура газа в объеме постоянна).

2. Чисто поглощающий изотермический плоский слой газа; температура газа поддерживается постоянной и столь низкой, что собственное излучение всюду существенно меньше внешнего ($I_{0\nu} \ll I_\nu$). Внешнее излучение частично поглощается в слое, частично проходит через слой. Ослабление падающего монохроматического излучения в зависимости от толщины слоя l определяется зависнмостью



Рис. 2.32. Измеиеиие иитенсивиости излучения в излучающе-поглощающей среде на длине dl.

$$I_\nu(l) = I_\nu(0)\, e^{-a_\nu l}. \qquad (2.206)$$

Соотношеиие (2.206) называется *законом Бугера*; безразмерная величина $a_\nu l$ есть *спектральная оптическая толщина слоя газа*.

3. Чисто излучающий изотермический плоский слой газа; внешнее излучение отсутствует. Интенсивность излучения, выходящая с поверхности плоского слоя $I_\nu(l)$ по нормали к поверхности, определяется процессами собственного излучения всех слоев газа с учетом поглощения собственного излучения в объеме газа:

$$I_\nu(l) = I_{0\nu}\left(1 - e^{-a_\nu l}\right). \qquad (2.207)$$

Из соотношения (2.207) следует, что спектральная интенсивность собственного излучеиия оптически толстого слоя газа ($a_\nu l \gg 1$) приближается к излучению абсолютно черного тела.

2.14.3. СОБСТВЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ГАЗОВОГО ОБЪЕМА

В теплотехнических иижеиерных расчетах обычно интерес представляют такие осредненные характеристики излучения газового объема, как, например, суммарный поток энергии излучения газового объема, суммарная доля поглощения газовым объемом внешнего падающего излучения и т. д. Эти характеристики принципиально могут быть получены на основе решения дифференциального уравиеиия переноса лучистой энергии (2.205) при соответствующих граничных условиях. Однако такой наиболее правильный и последовательный путь решения еще редко используется на практике из-за отсутствия достаточных даиных относительио спектральных коэффициентов поглощения a_ν и весьма громоздких и сложных вычислительных процедур.

Собственное излучение изотермических объемов двуокиси углерода, водяного пара и других многоатомных газов было надежио эксперимеитальио измереио в серии работ начиная с 30-х годов нашего века. На основе этих даиных были составлены номограммы, которые широко используются в настоящее время в теплотехиических расчетах [40, 94—96].

На рис. 2.33 и 2.34 представлены иомограммы для двуокиси углерода (CO_2) и водяного пара (H_2O) в форме зависимости коэффициеита теплового излучения газового объема ε от температуры газа. Параметром на графиках служат величиины произведения средией длины луча l иа парци-

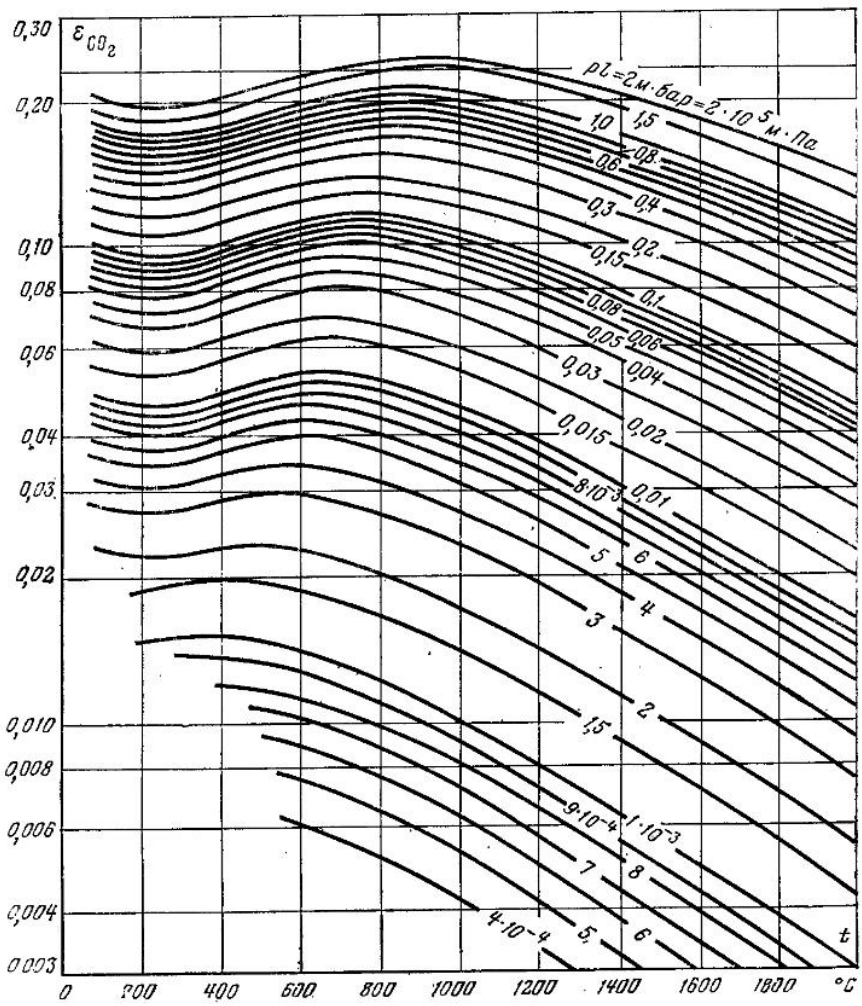


Рис. 2.33. Коэффициент теплового излучения газового объема CO_2.

альное давление излучающего газа p. Для водяного пара влияние p несколько сильнее, чем l, поэтому значение ε_{H_2O}, найденное из рис. 2.34, необходимо умножать затем на поправочный коэффициент β (рис. 2.35), зависящий от парциального давления водяного пара. По найденному из номограмм значению ε рассчитывается собственное излучение газового объема по соотношению

$$E = \varepsilon\sigma T_г^4, \qquad (2.208)$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴); $T_г$ — температура газа.

Номограммы составлены таким образом, что вычисленная по формуле (2.208) плотность потока излучения E будет определять излучение, проходящее через единичную площадку из окружающей ее газовой полусферы, как это показано на рис. 2.36, *а*. В этом случае длина пути l по всем направлениям одинакова и равна радиусу сферы. Для газовых объемов иной формы длина лучей по разным направлениям различна (рис. 2.36, *б*). Для того чтобы данные, приведенные на номограммах, можно было применять для расчета излучения газовых объемов различной формы, были проведены специальные расчеты и исследования. Они показали, что излучение любого газового объема можно с хорошим приближением заменить излучением эквивалентной газовой полусферы радиуса

$$l = 0{,}9\frac{4V}{F}, \qquad (2.209)$$

где V — излучающий объем газа; F — площадь поверхности его оболочки.

Найденная по формуле (2.208) плотность потока собственного излучения представляет собой среднее по поверхности значение $E = Q/F$, где Q — суммарный поток

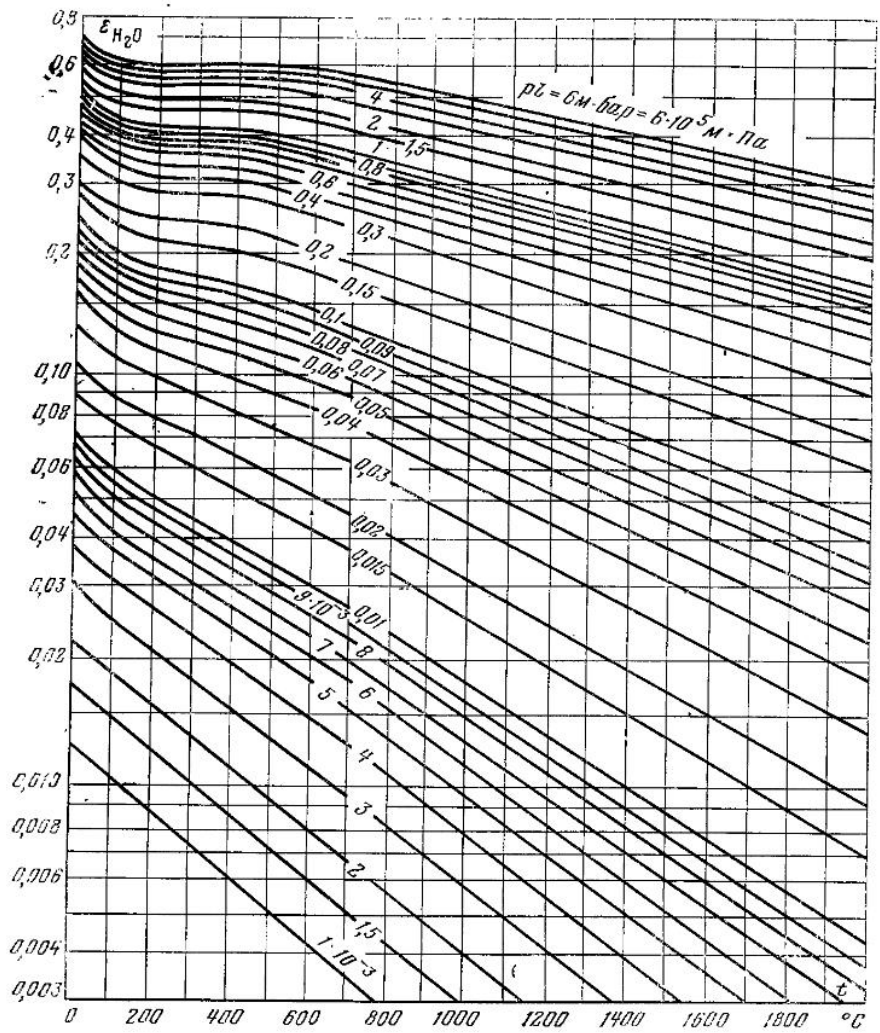


Рис. 2.34. Коэффициент теплового излучения газового объема H_2O.

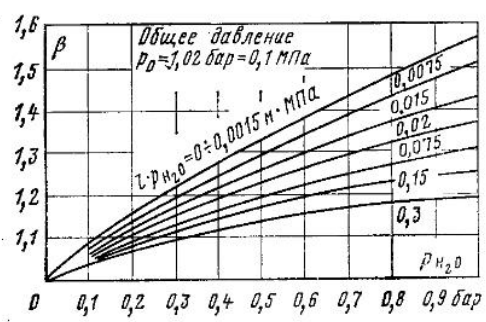


Рис 2.35. Поправочный коэффициент β для расчета степени черноты газового объема H_2O.

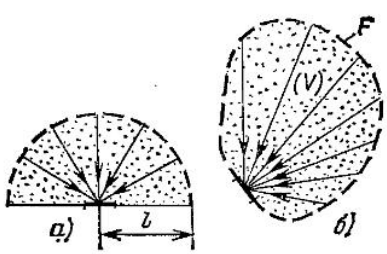


Рис. 2.36. Средняя длина пути луча.

а — излучение газовой полусферы, проходящее через единичную площадку в центре ее основания; *б* — излучение газового объема сложной формы.

энергии собственного излучения газового объема.

В продуктах сгорания топлива углекислый газ и водяной пар находятся обычно в смеси друг с другом. Из-за частичного перекрывания полос излучения-поглощения этих газов коэффициент теплового излучения смеси газов, строго говоря, меньше суммы коэффициентов излучения чистых газов

$$\varepsilon = \varepsilon_{CO_2} + \varepsilon_{H_2O} - \Delta\varepsilon, \qquad (2.210)$$

где $\Delta\varepsilon$ — поправка, которая зависит от температуры смеси, концентрации компонентов, давления, средней длины луча.

Имеются номограммы для нахождения значения $\Delta\varepsilon$ (см. [94, 96]). При обычных соотношениях компонентов смеси, наблюдаемых на практике, поправка в количественном отношении невелика, и в первом приближении может быть опущена.

Расчет коэффициента теплового излучения ε смеси H_2O и CO_2, образующейся при сжигании энергетических топлив, может проводиться также по упрощенной методике [94]:

$$\varepsilon = 1 - e^{-10kpl}, \qquad (2.211)$$

где k — коэффициент ослабления лучей в смеси, определяемый эмпирической формулой

$$k = 0{,}8\,\frac{1 + 20p_{H_2O}}{\sqrt{10\,pl}}\left(1 - 0{,}38\frac{T_г}{1000}\right); \qquad (2.212)$$

$p = p_{H_2O} + p_{CO_2}$ — суммарное парциальное давление водяного пара и углекислого газа, МПа; l и $T_г$ в соотношениях (2.211), (2.212) — м и К.

Эта методика согласована с приведенными выше номограммами и правомерна в следующем диапазоне параметров:

$p_{CO_2}l$, м·МПа	$p_{H_2O}l$, м·МПа	p_{H_2O}/p_{CO_2}	$T_г$, К
$8\cdot10^{-4}$—0,16	$4\cdot10^{-4}$—0,13	0,2—2	750—1950

2.14.4. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТЕПЛООБМЕНА

Формула (2.208) определяет поток собственного излучения газового объема, который проходит через его оболочку. В том простом случае, когда изотермический газовый объем с температурой $T_г$ окружен «холодными» черными стенками ($\varepsilon_c \approx 1$) с существенно более низкой температурой ($T_c^4 \ll T_г^4$), формула (2.208) дает одновременно и результирующий лучистый поток в системе, ибо собственное излучение стенок и отражение от стенок здесь несущественны. Однако при коэффициенте теплового излучения «холодных» стенок, отличном от единицы, ситуация при расчете лучистого теплообмена осложняется. В системе появляются значительные потоки отраженного излучения. Когда температуры стенок и газа различаются не очень значительно, необходим учет также собственного излучения стенок, которое частично поглощается в объеме газа. Такие расчеты требуют знания коэффициента поглощения газового объема по отношению к эффективному излучению стенок и до настоящего времени носят приближенный характер.

Коэффициент поглощения газового объема A не является физической характеристикой газа. Он зависит от спектра падающего излучения и различен при различных температурах окружающих газ стенок. Лишь при условии лучистого равновесия (температуры газа и стенок одинаковы) в соответствии с законом Кирхгофа коэффициент поглощения и коэффициент излучения газового объема равны: $A = \varepsilon$. Для коэффициента поглощения изотермического объема газа с температурой $T_г$ по отношению к излучению абсолютно черной оболочки с температурой T_c были получены следующие эмпирические зависимости [96]:

для CO_2

$$A_{г.с} = \varepsilon^*_{г.с}\left(T_г/T_c\right)^{0{,}65}; \qquad (2.213)$$

для H_2O

$$A_{г.с} = \varepsilon^*_{г.с}\left(T_г/T_c\right)^{0{,}45}, \qquad (2.214)$$

где $A_{гс}$ — искомый коэффициент поглощения газового объема при температуре $T_г$ по отношению к излучению абсолютно черной стенки с температурой T_c; $\varepsilon^*_{г.с} = \varepsilon_г(T_c, l, p^*)$ — коэффициент теплового излучения газового объема при температуре стенки T_c, действительной средней длине луча l и пересчитанном парциальном давлении $p^* = p_г(T_c/T_г)$, тогда как действительное парциальное давление газа равно $p_г$; значения $\varepsilon^*_{г.с}$ определяются по номограммам, приведенным на рис. 2.33—2.35.

По найденному из соотношений (2.213), (2.214) значению $A_{г.с}$ можно рассчитать лучистый теплообмен между газом и черными стенками по формуле

$$Q = \sigma F\left(\varepsilon_г T_г^4 - A_{г.с}\,T_c^4\right). \qquad (2.215)$$

Если стенки серые ($\varepsilon_c < 1$), то в системе возникают многократные отражения и расчет осложняется. При относительно высоких значениях коэффициента излучения стенок ($\varepsilon_c \geqslant 0{,}8$) для приближенных расчетов достаточно учесть лишь первые отражения. Это приводит к следующей формуле [96]:

$$Q = \varepsilon'_c\,\sigma F\left(\varepsilon_г T_г^4 - A_{г.с}\,T_c^4\right), \qquad (2.216)$$

где приведенный коэффициент теплового излучения $\varepsilon'_c \approx 0{,}5(1 + \varepsilon_c)$.

Другой приближенный метод расчета основан на предположении, что спектральный коэффициент поглощения газа $A_{\nu г}$ не зависит от частоты (или длины волны) и одинаков во всех полосах спектра. Это предположение выполняется лишь приближенно, однако дает возможность построить достаточно универсальный метод расчета. Для

монохроматических эффективных потоков излучения газа и стенки можно записать такие соотношения:

$$E_{эфvг} = E_{vг} + (1 - A_{vг})\, E_{эфvc}; \quad (2.217)$$

$$E_{эфvc} = E_{vc} + (1 - A_{vc})\, E_{эфvг}. \quad (2.218)$$

Эффективный поток излучения, выходящий из газового объема, состоит из собственного излучения газового объема и той доли эффективного излучения стенок, которая проходит газовый объем без поглощения. Эффективный поток излучения стенки складывается из собственного излучения стенки и той доли эффективного излучения газового объема, которая отражается от стенкв. Решая эти уравнения относительно эффективных потоков и находя их разность, получаем:

$$q_v = E_{эфvг} - E_{эфvc} = \frac{E_{vг}/A_{vг} - E_{vc}/A_{vc}}{1/A_{vг} + 1/A_{vc} - 1}. \quad (2.219)$$

Спектральные коэффициенты излучения и поглощения стенки и газа равны между собой:

$$\varepsilon_{vc} = A_{vc}; \quad \varepsilon_{vг} = A_{vг}, \quad (2.220)$$

откуда

$$q_v = \frac{E_{0v}(T_г) - E_{0v}(T_c)}{1/\varepsilon_{vг} + 1/\varepsilon_{vc} - 1}. \quad (2.221)$$

Выражение (2.221) в числителе содержит разность спектральных потоков излучения абсолютно черного тела при температурах газа $T_г$ и стенки T_c соответственно.

Результирующий поток теплоты можно найти после интегрирования (2.221) по всему спектру частот (длин волн). При этом нужно учитывать, что стенка — серая, т. е. $\varepsilon_{vc} = \varepsilon_c$, а спектральный коэффициент излучения $\varepsilon_{vг}$ (согласно основному допущению метода) постоянен внутри полос излучения и равен нулю вне полос. Таким образом, интегрирование по спектру сводится к суммированию по полосам излучения газа, в пределах которых знаменатель правой части формулы (2.221) постоянен. В результате $E_{0v}(T_г)$ можно представить как $\sigma\varepsilon_{г\infty}(T_г)T_г^4$, где $\varepsilon_{г\infty}(T_г)$ — коэффициент теплового излучения газового объема при бесконечной длине луча ($l \to \infty$), когда каждая полоса газа излучает как черное тело, а $E_{0v}(T_c)$ можно записать в виде $\sigma\varepsilon_{г\infty}(T_c)T_c^4$ при условии, что положение активных полос в спектре (диапазон частот) не зависит от температуры. Величина $\varepsilon_{г\infty}(T_c)$ — коэффициент теплового излучения газового объема при температуре T_c и длине луча $l \to \infty$. Наконец, из определения коэффициента теплового излучения газового объема при сделанном основном допущении $\varepsilon_{vг} = A_{гv} = \text{const}$ следует, что

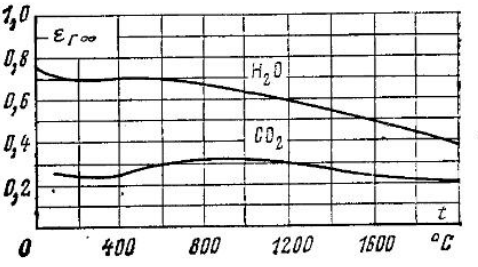


Рис. 2.37. Коэффициент теплового излучения $\varepsilon_{г\infty}$ для газовых слоев H_2O и CO_2 бесконечной протяженности.

$$\varepsilon_{vг} = \varepsilon_г(T_г)/\varepsilon_{г\infty}(T_г), \quad (2.222)$$

где $\varepsilon_г(T_г)$ — действительный коэффициент теплового излучения газового объема.

В итоге расчетное соотношение принимает вид:

$$Q = \sigma F \frac{\varepsilon_{г\infty}(T_г)\, T_г^4 - \varepsilon_{г\infty}(T_c)\, T_c^4}{\frac{1}{\varepsilon_c} + \frac{\varepsilon_{г\infty}(T_г)}{\varepsilon_г(T_г)} - 1}. \quad (2.223)$$

Для расчетов по этой формуле необходимо знать коэффициенты теплового излучения газового объема при бесконечной длине луча. Однако такие данные пока неизвестны. Поэтому для оценки $\varepsilon_{г\infty}$ можно проэкстраполировать существующие опытные данные по $\varepsilon_г$. Для H_2O и CO_2 значения $\varepsilon_{г\infty}(T)$ приведены на рис. 2.37; значения ε_c см. табл. 2.31, $\varepsilon_г(T_г)$ — рис. 2.33 — 2.35.

Расчетные соотношения (2.215), (2.216) и (2.223) относятся к случаю, когда температура газового объема неизменна и окружающие газовый объем поверхности имеют фиксированную температуру. На практике реальные ситуации обычно более сложные: излучающий объем обладает неравномерным полем температур; граничные поверхности имеют разные оптические характеристики и разные температуры. Приближенные расчеты таких сложных систем достаточно эффективно можно проводить на основе *зонального метода* [93].

Неизотермический газ и замыкающая его оболочка подразделяются на конечное число объемов и площадей, которые могут считаться близкими к изотермическим. Затем для каждой такой ячейки записываются уравнения баланса энергии. Получается

алгебраическая система уравнений относительно неизвестных лучистых тепловых потоков (или в иной постановке — температур на одних поверхностях, потоков теплоты на других). Практическая реализация метода зависит от конкретного вида решаемой задачи. Успех применения метода зависит также от того, насколько «удачно» произведено выделение расчетных зон. С увеличением числа расчетных зон повышается точность вычислений (при бесконечно большом их числе получается точная постановка задачи), а также увеличивается объем вычислений. Реализация метода требует привлечения современной вычислительной техники.

Если излучающий газовый объем содержит твердые частицы (золы, угля и т. д.), то в объеме газа происходит явление *рассеяния* излучения. При этом одновременно спектр излучения газа с частицами становится более заполненным, так что с известным приближением такой запыленный поток часто можно трактовать как «серый газ». Если при этом средняя эффективная длина пробега фотонов $1/a$ (где a — *коэффициент поглощения «серого» газа*, или точнее, *коэффициент ослабления в рассеивающей среде*) оказывается малой по сравнению с характерными размерами излучающего газового объема, то для описания переноса излучения оправдано приближение *диффузии излучения*:

$$q_{луч} = -\frac{16\sigma_0 T^3}{a} \nabla T. \qquad (2.224)$$

Уравнение (2.224) аналогично закону Фурье (2.2) с зависящим от температуры коэффициентом теплопроводности. Это приближение существенно облегчает вычисления и на его основе получены решения ряда простых задач с простой геометрией границ [93, 97].

На практике перенос лучистой энергии между газом и поверхностью твердого тела всегда сопровождается также теплопроводностью и конвекцией. Такой суммарный процесс называется *сложным теплообменом*. Действительный механизм одновременно протекающих процессов излучения, конвекции и теплопроводности таков, что строгое рассмотрение должно учитывать одновременно все виды переноса энергии в каждом элементарном объеме системы. В настоящее время ведутся интенсивные расчетно-теоретические исследования таких процессов. Однако ввиду крайней сложности явления существующие решения получены для систем с простой геометрией границ (плоский слой газа и т. д.) и при целом ряде допущений в отношении оптических и теплофизических свойств газа и стенок. Эти исследования имеют большое познавательное значение, но для решения сложных инженерных задач они пока малопригодны. При расчете ответственных конструкций следует ориентироваться на экспериментальные данные. Оценочные расчеты можно проводить на основе принципа аддитивности: отдельно и независимо вычислять тепловые потоки вследствие излучения и теплопроводности или конвективного теплообмена и результаты суммировать. Это означает, что в кондуктивно-радиационных задачах

$$q = q_{луч} + q_{\lambda}; \qquad (2.225)$$

в конвективно-радиационных задачах

$$q = q_{луч} + q_{\alpha}, \qquad (2.226)$$

где $q_{луч}$, q_{λ}, q_{α} — плотности теплового потока за счет лучистого теплообмена, теплопроводности и конвективного теплообмена соответственно.

Соотношения (2.225) и (2.226) удовлетворяют условиям предельного перехода (когда один из видов переноса доминирует, соотношения дают правильный результат), но в области соизмеряемого влияния разных механизмов переноса теплоты оказываются приближенными.

СОВМЕСТНЫЕ ПРОЦЕССЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

2.15. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

2.15.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ

Процессы тепло- и массообмена могут протекать в одиокомпонентной среде (например, испарение капель жидкости, транспортируемых потоком перегретого пара), а также в бинарных и многокомпонентных смесях (например, конденсация пара из парогазовой смеси).

Перенос вещества через граничную поверхность обычно обусловлен фазовыми переходами. Он может быть организован и специально, например, в форме вдува (отсоса) вещества через поверхность мелкопористой стенки.

Движение жидкой или газообразной фазы относительно граничной поверхности может происходить под действием внешних источников движения (вынужденная конвекция) или за счет различия плотности в разных областях среды, находящейся в поле гравитационных сил (свободная или естественная конвекция).

Тепло- и массообменные процессы могут протекать в условиях химической пассивности компонентов, а также при наличии химических реакций как в объеме смеси (гомогенные реакции), так и на межфазной границе (гетерогенные реакции) [99, 100].

Ниже излагаются основные понятия, соотношения и методы решения прикладных задач тепло- и массообмена в однокомпонентных и бинарных системах при отсутствии химических реакций. Такие условия характерны для многих теплотехнических приложений.

2.15.2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И СООТНОШЕНИЯ

Рассматривается бинарная смесь с плотностью ρ, состоящая из компонентов a и b. В единице объема смеси содержится масса ρ_a компонента a и масса ρ_b компонента b. Величины ρ_a и ρ_b называются *плотностями компонентов* и удовлетворяют соотношению

$$\rho_a + \rho_b = \rho. \qquad (2.227)$$

Безразмерные величины $c_a = \rho_a/\rho$ и $c_b = \rho_b/\rho$ представляют собой *массовые концентрации* компонентов a и b смеси; в силу соотношения (2.227)

$$c_a + c_b = 1. \qquad (2.228)$$

В приложениях иногда применяют в качестве единиц измерения массы компонентов a и b не килограммы, а киломоли: 1 кмоль компонента a в M_a раз больше килограмма, 1 кмоль компонента b в M_b раз больше килограмма. Здесь M_a и M_b — молекулярные массы (веса) компонентов. Имеются простые алгебраические соотношения, связывающие одни и те же величины при использовании разных единиц массы (см. [101]). Переход к киломолям не дает преимуществ при расчетах тепло- и массообмена, если компоненты смеси химически пассивны.

Парциальные энтальпии компонентов газовых и жидких смесей h_a и h_b (количество теплоты в единице массы компонента a или b), близких к идеальным (отсутствует заметная теплота смешения), равны значениям энтальпий чистых веществ a и b. Энтальпия смеси h (количество теплоты в единице массы смеси) связана с величинами h_a и h_b соотношением

$$h = c_a h_a + c_b h_b. \qquad (2.229)$$

Через контрольную поверхность пространства в общем случае осуществляется перенос массы веществ a и b с разной интенсивностью. Количественной характеристикой таких процессов служит $\mathbf{J}$ — *вектор плотности потока массы смеси* (*импульс единицы объема смеси*), который складывается из $\mathbf{J}_a$ и $\mathbf{J}_b$ — *векторов плотности потоков массы компонентов* a и b:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_a + \mathbf{J}_b. \qquad (2.230)$$

В области массообмена обозначения основных величин не унифицированы. Приведенные выше обозначения отвечают [102] и близки к другим отечественным работам. В зарубежной литературе многие величины имеют существенно иные обозначения. Так, например, массовая концентрация вещества c_a в [101] обозначена ω_a, в [103] — m_a, для нее встречаются также символы x, ξ, Y и т. д. Массовый поток компонента J_a в [101] обозначен n_a, в [103] — $\dot{m}_a''$ и т. д. Поэтому при пользовании литературой по массообмену обязательно нужно обращать внимание на размерность и физический смысл используемых символов.

Величине $\mathbf{J}$ с помощью понятия плотности смеси ρ может быть поставлена в соответствие величина $\mathbf{w}$ — *вектор конвективной скорости движения смеси* как сплошной среды (*импульс единицы массы смеси*) с единицей м/с:

$$\mathbf{w} = \mathbf{J}/\rho. \qquad (2.231)$$

Величины $\rho_a\mathbf{w}$ и $\rho_b\mathbf{w}$ характеризуют *плотности конвективного переноса компонентов смеси*. Разность между полным потоком компонента смеси и его конвективным переносом определяется процессом диффузии и называется *диффузионным потоком компонента смеси*. Если $\mathbf{j}_a$, $\mathbf{j}_b$ — векторы плотности диффузионных потоков компонентов a и b, то

$$\mathbf{j}_a = \mathbf{J}_a - \rho_a\mathbf{w}; \quad \mathbf{j}_b = \mathbf{J}_b - \rho_b\mathbf{w}; \qquad (2.232)$$

$$\mathbf{j}_a + \mathbf{j}_b = 0. \qquad (2.233)$$

Потоки $\mathbf{j}_a$, $\mathbf{j}_b$ характеризуют молекулярный механизм относительного движения компонентов смеси вследствие диффузии; процесс этот существенно неравновесный. Величины $\mathbf{j}_a$ и $\mathbf{j}_b$ являются инвариантами в любой инерциальной системе отсчета, тогда как конвективный перенос и полный поток компонента различны в разных системах отсчета.

2.15.3. ДИФФУЗИОННЫЕ ПОТОКИ. КОЭФФИЦИЕНТ ДИФФУЗИИ

Диффузионные потоки $\mathbf{j}_a$ и $\mathbf{j}_b$ определяются в первую очередь градиентом концентраций ∇c_a и ∇c_b (*концентрационная диффузия*). Кроме того, эти потоки могут изменяться под влиянием градиента температур ∇T (*термодиффузия*) и градиента давлений смеси ∇p (*бародиффузия*). Общие выражения для диффузионных потоков в бинарной смеси имеют вид:

$$\mathbf{j}_a = -\rho D\left[\nabla c_a + \frac{k_{Tab}}{T}\nabla T + \frac{k_{pab}}{p}\nabla p\right]; \qquad (2.234)$$

$$\mathbf{j}_b = -\rho D\left[\nabla c_b + \frac{k_{Tba}}{T}\nabla T + \frac{k_{pba}}{p}\nabla p\right], \qquad (2.235)$$

где D — *коэффициент диффузии* бинарной смеси $a+b$ (иногда обозначается D_{ab} в отличие от *коэффициентов самодиффузии* D_{aa}, D_{bb}); k_T, k_p — безразмерные *коэффициенты термодиффузии* и *бародиффузии*, зависящие от концентрации компонентов и при переходе к чистому веществу ($c_a \to 1$, $c_b \to 1$) обращающиеся в нуль.

Кроме того, в силу (2.233) имеются соотношения

$$k_{Tab} + k_{Tba} = 0;$$

$$k_{pab} + k_{pba} = 0. \qquad (2.236)$$

Эффекты бародиффузии обычно на практике совершенно незначительны и мо-

гут не приниматься в расчет. Заметное влияние эффекты термодиффузии могут оказывать в газовых смесях лишь при существенно различной массе молекул компонентов смеси (например, смесь водород—фреон и т. п.), значительных температурных градиентах и средних концентрациях компонентов. На практике все эти условия одновременно выполняются редко. Поэтому обычно термодиффузионные эффекты также не рассматриваются. В итоге соотношения (2.234) и (2.235) переходят в соотношения закона концентрационной диффузии — *закона Фика*:

$$\mathbf{j}_a = -\rho D \nabla c_a; \qquad (2.237)$$

$$\mathbf{j}_b = -\rho D \nabla c_b.$$

Закон Фика устанавливает пропорциональность потока вещества градиенту концентраций. Знак «минус» указывает на взаимообратную ориентацию векторов градиента и потока — вещество a диффундирует в соответствии с (2.237) из области бо́льших концентраций a в область меньших концентраций этого компонента. Имеется известная аналогия между законом диффузии Фика и законом теплопроводности Фурье (2.2).

Коэффициент диффузии D для газовых смесей и растворов веществ в жидком растворителе различный.

Для газовых смесей коэффициент диффузии D имеет значения, которые по порядку величины не намного отличаются от значения кинематической вязкости смеси $\nu_{ab} = \mu_{ab}/\rho$. Иначе говоря, безразмерное *диффузионное число Прандтля* (в зарубежной литературе часто называется также *числом Шмидта*)

$$\mathrm{Pr}_D = \mu_{ab}/(\rho D) \qquad (2.238)$$

для газовых смесей близко к единице (изменяется от 0,2 до 5). Величина D практически не зависит от концентрации компонентов, изменяется с давлением p и температурой T:

$$D = \mathrm{const}\, T^{1+n}/p \qquad (2.239)$$

или

$$D = D_0 (T/T_0)^{1+n} p_0/p, \qquad (2.240)$$

где D_0 — коэффициент диффузии при T_0 и p_0; показатель степени n изменяется от 0,6 до 1,0, (табл. 2.32).

В табл. 2.33 приведены значения коэффициента диффузии D и диффузионного числа Праидтля Pr_D для разбавленных растворов при $t = 20°$ С. Коэффициент диффузии жидких растворов заметно зависит от температуры. Для данной пары веществ (растворенное вещество a и растворитель b) в условиях малых концентраций a ($c_a \lesssim 0{,}1$) имеет место зависимость

$$D = \mathrm{const}\, T/\mu_{bT}, \qquad (2.241)$$

где μ_{bT} — динамическая вязкость растворителя при температуре T.

Таблица 2.32

Значения коэффициента диффузии D_0 при $p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па и $T_0 = 273$ К и значения показателя степени n в уравнении (2.240) для газовых смесей [5]

Газы	$D_0 \cdot 10^4$, м²/с	n	Область температур, для которых имеются экспериментальные данные, К
Азот — азот (самодиффузия)	0,178	0,90	77—353
Азот — водород	0,689	0,72	137—1083
Азот — гелий	0,621	0,73	293—3000
Аргон — аргон (самодиффузия)	0,157	0,92	77—353
Аргон — водород	0,715	0,89	273—418
Аргон — гелий	0,638	0,75	250—3000
Водород— вода	0,734	0,82	290—370
Водород — углекислый газ	0,575	0,76	250—1083
Водород — кислород	0,661	0,89	142—1000
Вода — воздух	0,216	0,80	273—1493
Вода — углекислый газ	0,146	0,84	298—434
Вода — кислород	0,240	0,73	298—1000
Воздух — бензол	0,0783	0,89	273—617
Воздух — гексан	0,0646	0,60	273—573
Воздух — гептан	0,0594	0,60	373—573
Воздух — углекислый газ	0,142	0,70	273—1530
Воздух — декан	0,0461	0,60	454—537
Воздух — нонан	0,0490	0,60	425—525
Воздух — октан	0,0544	0,60	298—528
Воздух — толуол	0,0709	0,90	273—332
Воздух — этанол	0,105	0,77	273—340
Гелий — гелий (самодиффузия)	1,62	0,71	14—296
Гелий — углекислый газ	0,494	0,80	250—404
Углекислый газ — кислород	0,138	0,80	273—1000
Кислород — кислород (самодиффузия)	0,186	0,92	77—353
Кислород — окись углерода	0,188	0,68	273—1000
Метан — метан (самодиффузия)	0,200	0,69	90—353

Таблица 2.33

Значения коэффициента диффузии D и диффузионного числа Прандтля Pr_D для разбавленных растворов при температуре 20° С [104, 105]

Растворенное вещество	$D \cdot 10^9$, м²/с	Pr_D	Растворитель
Азот	1,64	613	Вода
Аммиак	1,76	570	»
Ацетилен	1,56	645	»
Бром	1,20	840	»
Водород	5,13	196	»
Гидроокись натрия	1,51	665	»
Гидрохинон	0,77	1300	»
Глицерин	0,72	1400	»
Двуокись углерода	1,77	568	»
Закись азота	1,51	665	»
Кислород	1,80	558	»
Кислота азотная	2,6	390	»

Продолжение табл. 2.33

Растворенное вещество	$D \cdot 10^9$, м²/с	Pr_D	Растворитель
Кислота соляная	2,66	381	Вода
Кислота серная	1,73	580	»
Кислота уксусная	0,88	1140	»
Лактоза	0,43	2340	»
Мальтоза	0,43	2340	»
Маннит	0,58	1730	»
Мочевина	1,06	946	»
Пирогаллол	0,70	1440	»
Раффиноза	0,37	2720	»
Резорцин	0,80	1260	»
Сахароза	0,45	2230	»
Сероводород	1,41	712	»
Спирт метиловый	1,28	785	»
Спирт этиловый	1,00	1005	»
Спирт пропиловый	0,87	1150	»
Спирт бутиловый	0,77	1310	»
Уретан	0,92	1090	»
Фенол	0,84	1200	»
Хлор	1,22	824	»
Хлорид натрия	1,35	745	»
Двуокись углерода	3,4	445	Спирт этиловый
Фенол	0,80	1900	То же
Хлороформ	1,23	1230	»
Дихлорэтилен	2,45	301	Бензол
Кислота уксусная	1,92	384	»
Фенол	1,54	479	»
Хлороформ	2,11	350	»

С помощью соотношения (2.241) можно данные табл. 2.33 пересчитать на другие температуры смеси по формуле

$$D_T = D_{293} \frac{T}{293} \frac{\mu_{b293}}{\mu_{bT}}, \qquad (2.242)$$

где D_{293} — коэффициент диффузии из табл. 2.33; μ_{b293} — динамическая вязкость растворителя при температуре 293 К (см. табл. 2.18).

2.16. ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА В БИНАРНОЙ СМЕСИ

2.16.1. ПОТОК ЭНЕРГИИ

Вектор плотности полного потока энергии **E** в бинарной смеси имеет вид:

$$\mathbf{E} = \rho w h + (-\lambda_{ab} \nabla T + h_a \mathbf{j}_a + h_b \mathbf{j}_b). \qquad (2.243)$$

Конвективная часть потока энергии $\rho w h$ записана в предположении, что скорости движения умеренные и добавка $\frac{1}{2}w^2$ в полной энтальпии торможения несущественна. По этой же причине не учитывается и работа вязких напряжений. В скобках в соотношении (2.243) выделена та часть полного потока энергии, которая обусловлена молекулярным механизмом переноса энергии и вещества и носит сугубо необратимый характер.

Коэффициент теплопроводности смеси λ_{ab} зависит от концентраций компонентов; имеются справочные данные [5] и различные теоретические и интерполяционные формулы. В [101] для газовых смесей рекомендован универсальный метод расчета:

$$\lambda_{ab} = \frac{\lambda_a c_a}{c_a + c_b \psi_{ab}} + \frac{\lambda_b c_b}{c_b + c_a \psi_{ba}}, \qquad (2.244)$$

где λ_a, λ_b — коэффициенты теплопроводности чистых газов a и b при температуре смеси (см. табл. 2.1); c_a и c_b — массовые концентрации компонентов смеси; ψ_{ab}, ψ_{ba} — безразмерные поправочные коэффициенты:

$$\psi_{ab} = \frac{M_a/M_b}{\sqrt{8}(1 + M_a/M_b)^{1/2}} \left[1 + \left(\frac{\mu_a}{\mu_b}\right)^{1/2} \times \left(\frac{M_b}{M_a}\right)^{1/4}\right]^2;$$

$$\psi_{ba} = \frac{M_b/M_a}{\sqrt{8}(1 + M_b/M_a)^{1/2}} \left[1 + \left(\frac{\mu_b}{\mu_a}\right)^{1/2} \times \left(\frac{M_a}{M_b}\right)^{1/4}\right]^2;$$

здесь M_a, M_b — молекулярные массы (веса) компонентов; μ_a, μ_b — динамические вязкости газов a и b при температуре смеси.

Метод расчета по (2.244) дает среднюю погрешность примерно 4%.

Молекулярный перенос энергии в бинарной смеси. Выражение для переноса энергии имеет вид:

$$\mathbf{e} = -\lambda_{ab} \nabla T + h_a \mathbf{j}_a + h_b \mathbf{j}_b; \qquad (2.245)$$

при подстановке в него выражения закона Фика и после ряда преобразований можно получить:

$$\mathbf{e} = -\lambda_{ab} \nabla T - (h_a - h_b) \rho D \nabla c_a \qquad (2.246)$$

и

$$\mathbf{e} = -\lambda_{ab}(1 - \mathrm{Le}) \nabla T - \rho D \nabla h, \qquad (2.247)$$

где Le — безразмерное *число Льюиса-Семенова:*

$$\mathrm{Le} = \rho D \langle c_p \rangle / \lambda_{ab} = D/a_{ab}. \qquad (2.248)$$

Величина $\langle c_p \rangle = (\partial h/\partial T)_{см}$ представляет так называемую *«замороженную» теплоемкость* смеси, т. е. теплоемкость смеси при ее неизменном («замороженном») составе:

$$\langle c_p \rangle = c_{pa} c_a + c_{pb} c_b. \qquad (2.249)$$

где c_{pa} и c_{pb} — теплоемкости компонентов смеси.

Следует обратить внимание на то, что молекулярный поток энергии **e** является инвариантом при использовании любой инерциальной системы отсчета координат.

Согласно (2.246) и (2.247) существуют условия, когда молекулярный перенос энергии в бинарной смеси определяется более простыми соотношениями:

1) если Le=1, то из (2.247) следует, что

$$\mathbf{e} = -\rho D \nabla h, \qquad (2.250)$$

т. е. молекулярный поток энергии в бинарной смеси определяется лишь величиной и направлением градиента энтальпии смеси (вне зависимости от величин и направлений градиентов температур и концентраций). Условие Le=1 приближенно выполняется для многих газовых смесей, поэтому соотношение (2.250) находит широкое применение на практике при расчете массообмена в газовых смесях;

2) если теплоемкости компонентов одинаковы

$$c_{pa} = c_{pb}, \qquad (2.251)$$

то $h_a - h_b = 0$ и из (2.246) следует:

$$\mathbf{e} = -\lambda_{ab} \nabla T. \qquad (2.252)$$

Условие (2.251) выполняется приближенно для ряда жидких смесей и растворов. В этом случае молекулярный поток энергии (2.252) имеет вид закона Фурье (2.2) и целиком определяется градиентом температур.

2.16.2. ПОТОК ИМПУЛЬСА

Выражение для тензора плотности потока импульса Π_{kl} в бинарной смеси имеет такую же форму, как и в однокомпонентной среде:

$$\Pi_{kl} = \rho w_k w_l + p\delta_{kl} - \tau_{kl}, \qquad (2.253)$$

где $k=1, 2, 3$; $l=1, 2, 3$; здесь 1, 2, 3 соответствуют осям x_1, x_2, x_3 прямоугольной декартовой системы координат; δ_{kl} — символ Кронекера, равный 0, когда $k \neq l$, и равный 1, когда $k=l$.

Тензор вязких напряжений τ_{kl} в бинарной смеси

$$\tau_{kl} = \mu_{ab}\left(\frac{\partial w_k}{\partial x_l} + \frac{\partial w_l}{\partial x_k} - \frac{2}{3}\delta_{kl}\operatorname{div}\mathbf{w}\right), \qquad (2.254)$$

где μ_{ab} — динамическая вязкость смеси.

Соотношение (2.254) по форме тождественно выражению для τ_{kl} в однокомпонентной среде. При записи (2.254) опущены, как малые величины, дополнительные напряжения вследствие диффузии (см., например, [102]) и не учитывается вторая (так называемая *объемная*) вязкость.

Динамическая вязкость смеси μ_{ab} зависит от вязкости чистых компонентов μ_a и μ_b, концентрации и физической природы смеси. Имеются справочные данные [5], теоретические и эмпирические формулы. Для газовых смесей рекомендуется универсальная формула [101]

$$\mu_{ab} = \frac{\mu_a c_a}{c_a + c_b \psi_{ab}} + \frac{\mu_b c_b}{c_b + c_a \psi_{ba}}, \qquad (2.255)$$

где μ_a и μ_b — динамические вязкости чистых газов a и b при температуре смеси; c_a, c_b — массовые концентрации смеси; ψ_{ab}, ψ_{ba} — поправочные множители, выражения которых приведены выше [см. формулу (2.244)]; они зависят от отношения молекулярных масс компонентов и отношения μ_a/μ_b.

Расчет по соотношению (2.255) дает погрешности в среднем около 2%.

2.17. СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Система дифференциальных уравнений для процессов тепло- и массообмена в бинарной смеси без химических реакций включает:

1) уравнение неразрывности для смеси в целом

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \nabla(\rho \mathbf{w}) = 0; \qquad (2.256)$$

2) уравнение движения смеси (l — проекция векторного уравнения движения, $l=1, 2, 3$)

$$\frac{\partial \rho w_l}{\partial \tau} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \Pi_{kl}}{\partial x_k} = g_l \rho; \qquad (2.257)$$

3) уравнение диффузии или сохранения массы компонента смеси

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial \tau} + \nabla(\rho_a \mathbf{w}) + \nabla \mathbf{j}_a = 0; \qquad (2.258)$$

4) уравнение энергии смеси

$$\rho \frac{Dh}{d\tau} - \frac{Dp}{d\tau} = -\nabla \mathbf{e} + \sum_{l=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \tau_{kl} \frac{\partial w_l}{\partial x_k}, \qquad (2.259)$$

где $D(\ldots)/d\tau = \partial(\ldots)/\partial\tau + \mathbf{w}\nabla(\ldots)$ — субстанциональная производная.

Уравнения (2.256)—(2.259) описывают совместные процессы тепло- и массообмена в бинарной химически пассивной смеси в наиболее общем виде. При наличии химических (гомогенных) реакций описание процессов см. [99, 106].

Молекулярные необратимые потоки вещества $\mathbf{j}_a$, импульса τ_{kl} и энергии $\mathbf{e}$ в уравнениях (2.257)—(2.259) определяются по соотношениям (2.237), (2.254) и (2.245). Для конкретных практических условий в системе возможны существенные упрощения:

а) Умеренные скорости, приближение теории пограничного слоя (ось x направлена вдоль поверхности раздела фаз, ось y — по нормали к границе):

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho w_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho w_y}{\partial y} = 0; \qquad (2.260)$$

$$\rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + g_x \rho + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{ab} \frac{\partial w_x}{\partial y}\right); \qquad (2.261)$$

$$\rho \frac{\partial c_a}{\partial \tau} + \rho w_x \frac{\partial c_a}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial c_a}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho D_{ab} \frac{\partial c_a}{\partial y}\right); \qquad (2.262)$$

$$\rho \langle c_p \rangle \frac{\partial T}{\partial \tau} + \rho \langle c_p \rangle w_x \frac{\partial T}{\partial x} + \rho \langle c_p \rangle w_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_{ab} \frac{\partial T}{\partial y}\right) + (c_{pa} - c_{pb}) \rho D_{ab} \frac{\partial c_a}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y}. \qquad (2.263)$$

При значении Le=1 соотношение (2.263) приводится к виду

$$\rho \frac{\partial h}{\partial \tau} + \rho w_x \frac{\partial h}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho D_{ab} \frac{\partial h}{\partial y}\right), \qquad (2.263а)$$

а при равенстве теплоемкостей $c_{pa}=c_{pb}$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} + \rho c_p w_x \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p w_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_{ab} \frac{\partial T}{\partial y}\right). \qquad (2.263б)$$

б) Умеренные скорости, приближение теории пограничного слоя, гравитационные силы несущественны, отсутствует продольный градиент давления $(\partial p/\partial x=0)$. При этих условиях уравнения (2.260), (2.262) и (2.263) остаются теми же. Уравнение движения (2.261) упрощается:

$$\rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{ab} \frac{\partial w_x}{\partial y}\right). \qquad (2.264)$$

в) Перенос вещества и энергии в макроскопически неподвижной среде $\mathbf{w}=0$:
уравнение диффузии

$$\rho \frac{\partial c_a}{\partial \tau} = \nabla (\rho D \nabla c_a); \qquad (2.265)$$

уравнение энергии при значении Le=1

$$\rho \frac{\partial h}{\partial \tau} = \nabla (\rho D \nabla h); \qquad (2.266а)$$

уравнение энергии при равенстве $c_{pa}=c_{pb}$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla (\lambda_{ab} \nabla T). \qquad (2.266б)$$

г) Перенос вещества и энергии в макроскопически неподвижной среде $\mathbf{w}=0$; физические свойства неизменны, теплоемкости компонентов равны:

$$\frac{\partial c_a}{\partial \tau} = D \nabla^2 c_a; \qquad (2.267)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T, \qquad (2.268)$$

где $a=\lambda/(\rho c_p)$ — коэффициент температуропроводности смеси.

В настоящее время основной путь решения задач совместного тепло- и массообмена состоит в использовании аналогий, существующих в процессах переноса массы, энергии и импульса. Приведенные выше частные условия реализации процессов тепло- и массообмена позволяют устанавливать существование тех или иных аналогий. Так, например, в случае «а» уравнения диффузии (2.262) и энергии (2.263а) или (2.263б) аналогичны, причем сама структура уравнения энергии ничем не отличается от случая «чистого» теплообмена в однокомпонентной среде. В случае «б» имеется аналогия между уравнениями диффузии, энергии и движения. В неподвижных средах (случаи «в» и «г») существует аналогия между теплопроводностью и диффузией. Поэтому при наличии аналогии граничных условий на межфазной поверхности для масс- и теплообмена (см. § 2.18) существует широкая *аналогия между явлениями тепло- и массообмена*, которая позволяет решать множество практических задач совместного тепломассообмена на основе известных зависимостей для «чистого» теплообмена (см. § 2.19).

2.18. УСЛОВИЯ СОВМЕСТНОСТИ НА ПРОНИЦАЕМОЙ МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЕ

2.18.1. ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ

На межфазной границе, проницаемой для потоков энергии, вещества и импульса существует ряд физических закономерностей, связывающих характеристики соприкасающихся фаз. Эти закономерности, именуемые *условиями совместности*, подразделяются на *универсальные* и *специальные* условия [102]. Первые отражают общие

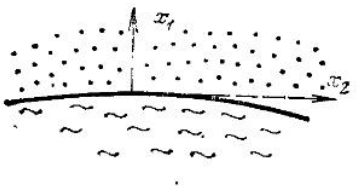


Рис. 2.38. Элемент межфазной границы; собственная система координат.

законы сохранения полных потоков массы, импульса и энергии на любых проницаемых границах раздела фаз вне зависимости от содержания конкретного вида физических процессов, протекающих на границе. Специальные условия совместности содержат дополнительные соотношения, определяемые видом физических процессов (фазовые переходы, фронт горения или детонации, ударные волны и т. д.). Здесь рассматриваются только процессы фазовых переходов. В совокупности условия совместности содержат полную систему соотношений, необходимую при решении любых практических задач в области тепло- и массообмена.

При анализе условий на границе раздела фаз целесообразно использовать так называемую *собственную систему отсчета* (координат), «привязанную» к интересующему участку или точке межфазной границы. Во многих прикладных задачах такая система координат одновременно может служить основой для описания процессов в объеме интересующей фазы. Например, в процессе испарения жидкости, вдоль свободной поверхности которой, имеющей плоское очертание, движется поток парогазовой смеси, представляется естественным расположить систему координат на границе раздела фаз. Когда различные участки границы и частицы соседних фаз сложным образом движутся относительно друг друга, для приложений желательно использовать иные (не собственные) системы отсчета, часто именуемые *лабораторными*. Методология подхода к формулировке условий совместности в таких системах, применение разных систем отсчета, нахождение скорости движения границы и т. п. обсуждаются, в частности, в [102]. Здесь ограничимся записью соотношений лишь в собственной системе отсчета. На рис. 2.38 показан элемент границы раздела; использована собственная система координат (x_1, x_2); ось x_1 направлена вдоль нормали, ось x_2 — по касательной к данной точке поверхности.

При записи условий совместности для обозначения разности одноименных величин по обе стороны границы, например $\rho''-\rho'$ или $T''-T'$ и т. д. (здесь индексы $''$ и $'$ выделяют фазы системы), принято использовать для краткости символ «прямые скобки»: $\rho''-\rho'=[\rho]$, $p''-p'=[p]$.

2.18.2. УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Универсальные условия совместности имеют вид:

$$[J_1]=0; \qquad (2.269)$$

$$[J_{a1}]=0; \qquad (2.270)$$

$$[\Pi_{11}]=2\sigma H; \qquad (2.271)$$

$$[\Pi_{12}]=0; \qquad (2.272)$$

$$[E_1]=0. \qquad (2.273)$$

Соотношения (2.269) и (2.270) отражают условия неразрывности полных потоков массы смеси и компонента a соответственно при прохождении границы. В однокомпонентной среде $J_1=J_{a1}$, так что одно из соотношений исключается. Соотношение (2.271) устанавливает баланс потоков нормального компонента импульса при прохождении границы. Величина $2\sigma H$ есть лапласов скачок давления, обусловленный коэффициентом поверхностного натяжения σ и средней кривизной H границы в данной точке. Равенство потоков касательных компонентов импульса, пересекающих границу, устанавливает соотношение (2.272). Предполагается, что на границе отсутствуют продольные градиенты поверхностного натяжения термического или концентрационного происхождения, которые могут вызвать скачок $[\Pi_{12}]\neq 0$. Выражение (2.273) есть условие энергетического баланса. При его записи не учитывается возможный лучистый подвод энергии к границе (поглощение лучистого потока в тонком поверхностном слое), расход мощности на увеличение площади межфазной границы и т. д.

Ниже представлена развернутая форма записи этих соотношений, в которую внесены упрощения, правомерные в условиях малых скоростей относительного движения фаз.

Соотношение (2.269) имеет вид:

$$[\rho w_1]=0 \text{ или } \rho' w_1'=\rho'' w_1''=J_1, \qquad (2.274)$$

где J_1 — плотность потока массы смеси, пересекающего границу; w_1' и w_1'' — скорости движения смеси по нормали к границе в системе отсчета, в которой граница неподвижна (собственная система).

Соотношение (2.270) имеет вид:

$$J_1[c_a]+[j_{a1}]=0 \text{ или}$$

$$c_a' J_1 + j_{a1}' = c_a'' J_1 + j_{a1}''. \qquad (2.275)$$

Соотношение (2.271) можно представить в форме

$$[p]+J_1[w_1]-[\tau_{11}]=2\sigma H. \qquad (2.276)$$

Часто в (2.276) как малые могут быть опущены все слагаемые, кроме первого, тогда

$$p'=p''. \qquad (2.277)$$

При записи соотношения (2.272) нужно учесть обычно выполняемое специаль-

ное условие отсутствия «скольжения» фаз на границе $[w_2]=0$ (см. п. 2.18.3), что приводит к равенству касательных вязких напряжений на границе:

$$\left[\tau_{12}\right]=0 \text{ или } \tau'_{12}=\tau''_{12}. \qquad (2.278)$$

Уравнение энергетического баланса (2.273)

$$J_1[h]+[e_1]=0, \qquad (2.279)$$

где h — энтальпия смеси; e_1 — поток энергии, переносимый молекулярным путем.

В однокомпонентных системах $[h]=r$, где r — теплота фазового перехода, молекулярные потоки энергии переходят в потоки теплоты теплопроводностью. Из данного выше определения величин h, J и e следует, что соотношение (2.279) может быть также записано в виде

$$r_a J_{a1}+r_b J_{b1}+[q_1]=0, \qquad (2.280)$$

где J_{a1} и J_{b1} — полные потоки массы компонентов, пересекающие границу; r_a и r_b — индивидуальные теплоты фазового перехода компонентов смеси; $q_1=-\lambda_{ab}(\partial T/\partial x)_{x1=0}$ поток теплоты, переносимый теплопроводностью.

2.18.3. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Для широкого круга задач фазовых переходов, тепло- и массообмена в двухфазных системах применяется так называемая *квазиравновесная схема*, являющаяся основой для формулировки специальных условий совместности. Эта схема основана на гипотезе о том, что характеристики соприкасающихся фаз взаимосвязаны условиями термодинамического равновесия. Схема является приближенной, так как все процессы фазовых переходов конечной интенсивности принципиально неравновесны. Однако при весьма низкой интенсивности фазовых переходов квазиравновесная схема может рассматриваться как первое приближение. Содержание этой схемы приводится ниже для конкретных условий на границе раздела фаз:

а) *Непроницаемая поверхность.* Специальные условия совместности сводятся к отсутствию скачка температуры и скачка касательных компонент скорости:

$$[T]=0; \qquad (2.281)$$

$$[w_\tau]=0. \qquad (2.282)$$

б) *Фазовые переходы в однокомпонентных системах (проницаемая граница).* Условия (2.281) и (2.282) сохраняются. Дополнительно устанавливается, что температура фаз на границе не произвольна, а равна температуре насыщения при актуальном давлении в паровой фазе (малая поправка Томсона, отражающая изменение равновесной температуры с кривизной границы, в большинстве приложений несущественна и здесь не рассматривается):

$$T'=T''=T_s(p''). \qquad (2.283)$$

в) *Фазовые переходы в бинарной системе (полупроницаемая поверхность).* Рассматривается случай, когда один из компонентов фазы не пересекает границы фаз (например, воздух в процессе конденсации пара из парогазовой смеси). В этом случае в дополнение к условиям (2.281)—(2.283) присоединяется условие, что концентрация активного компонента в смеси на границе равна равновесной при температуре поверхности и давлении в системе:

$$c''_a=c_{as}(p, T_s). \qquad (2.284)$$

Иначе для парогазовых смесей малой плотности это условие можно представить так: парциальное давление активного компонента на поверхности равно давлению насыщения компонента при температуре поверхности.

г) *Фазовые переходы в бинарных системах (проницаемая поверхность).* Когда оба компонента пересекают границу и присутствуют в обеих фазах, специальные условия имеют вид:

$$[T]=0; \quad [w_\tau]=0;$$

$$c'_a=c'_{as}(p, T); \qquad (2.285)$$

$$c''_a=c''_{as}(p, T). \qquad (2.286)$$

Два последних соотношения иллюстрирует рис. 2.39.

Использование специальных условий совместности, вытекающих из квазиравновесной схемы, и приведенных выше в дополнение к универсальным условиям позволяет во всех случаях составить замкнутое описание процессов. Учет действительных неравновесных эффектов на границе фазового превращения приводит к более сложным соотношениям специальных условий совместности, которые рассматриваются в [102, 107]. Для ряда практических приложений (конденсация паров металлов, фазовые переходы в He-II, испарение и конденсация обычных веществ при низких давлениях и т. д.) неравновесные эффекты должны учитываться. Еще более сильные отклонения от квазиравновесной схемы на-

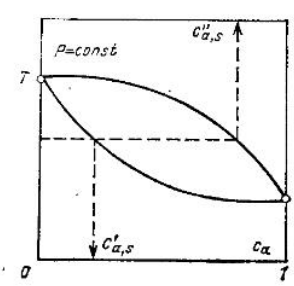


Рис. 2.39. Определение равновесных концентраций в жидкой и паровой фазах бинарной смеси на поверхности раздела фаз.

блюдаются при интенсивных процессах фазовых переходов [107].

2.18.4. ХАРАКТЕРНЫЕ СЛУЧАИ

Характерные случаи процессов тепло- и массообмена показаны на рис. 2.40.

Схема 1 объединяет разные технологические процессы испарения, в которых испарение определяется в основном интенсивностью подвода теплоты к границе из объема конденсированной фазы ($q' \gg q''$). Испарение может происходить как в поток собственного пара (компонента a), так и в поток парогазовой смеси ($a+b$) или нейтрального газа (компонента b). Граница проницаема лишь для потока J_a компонента a, так что при наличии иад поверхиостью нейтрального газа или парогазовой смеси такая граница полупроницаема. В частности, многочисленные процессы сушки относятся к схеме *1*.

Схема 2 также соответствует процессам испарения, однако здесь подвод энергии на испарение происходит главным образом со стороны газовой фазы. Если поток теплоты внутрь конденсированной фазы отсутствует ($q'=0$), то процесс называется адиабатным испарением.

Схема 3 объединяет такие процессы кондеисации пара, в которых процесс конденсации в основном поддерживается за счет отвода теплоты от границы в глубь конденсированной фазы. Это, очевидно, весьма широкая группа технологических процессов в поверхностных конденсаторах разного типа.

Схема 4 показывает условия, характерные для конденсации пересыщенного чистого пара (a) или пересыщениого пара из парогазовой смеси ($a+b$), когда отсутствует отвод теплоты в глубь коиденсированной фазы (например, капли в потоке пересыщенного пара, кондеисация пересыщенного пара на теплоизолированной поверхности и т. д.).

В случаях схем 1—2 конденсированная фаза может быть также твердой, так что классификация охватывает процессы сублимации, десублимации, плавления и затвердевания.

Схемы 5 и 6 характеризуют процессы организованного вдува-отсоса через пористую поверхность. Вдув холодного газа, например, перспективен для защиты поверхности от высокотемпературного внешнего потока или агрессивной внешней среды. Если отвлечься от дискретного характера пористой поверхности (мелкие поры), процессы вдува-отсоса аналогичны естественным процессам тепло- и массообмена при фазовых превращениях.

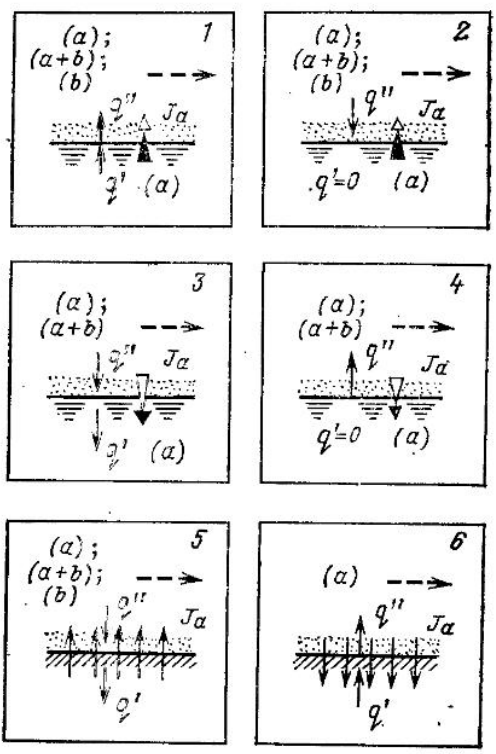


Рис. 2.40. Характерные случаи совместных процессов тепло- и массообмена.

J — плотность потока вещества, пересекающего межфазную границу; q', q'' — плотности потоков теплоты по обе стороны межфазной поверхности.

2.19. АНАЛОГИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

2.19.1. УМЕРЕННАЯ ИНТЕНСИВНОСТЬ МАССООБМЕНА

Теоретическая основа аналогии процессов тепло- и массообмеиа при умеренной интенсивности массообмена — одииаковая структура математического описания процессов теплообмена и массообмена. Аиалогия имеет место при выполнении следующих условий:

1) граничные условия для полей температур и концентраций подобны (в частности, неизменные значения граничных температур и концентраций);

2) поперечиый поток вещества имеет столь малую интенсивность, что практически не искажает основиую гидродииамическую картиiу течения смеси;

3) температуриые перепады настолько малы, что изменение физических свойств с температурой несущественно.

Условие 2 заведомо выполняется, если во всей системе, включая границы, концентрация активного компонента невелика: $c_a \ll 1$ (обычно достаточно, чтобы $c''_a \lesssim 0{,}1$). Это условие будет выполиеио и тогда, когда иаибольшие перепады концентраций в системе невелики $\delta c''_a \ll 1$ (практически достаточно, чтобы $\delta c''_a \lesssim 0{,}1$). Иную оцеику для

условия 2 можно дать с помощью понятия *параметра проницаемости* поверхности:

$$b = \frac{|J|}{\frac{1}{2} c_{f0} \rho_\infty w_\infty}, \qquad (2.287)$$

где $|J|$ — модуль плотности потока вещества, пересекающего межфазную поверхность; $\frac{1}{2} c_{f0}$ — безразмерный коэффициент трения, вычисленный в предположении отсутствия поперечного потока (см. п. 1.8.2, 1.9.3); $\rho_\infty w_\infty$ — массовая скорость смеси вдали от границы. При условии малости параметра проницаемости ($b \ll 1$) (практически $b \lesssim 0{,}1$) искажение основного течения за счет массообмена незначительно.

При выполнении условий аналогии уравнение подобия для процесса «чистого» теплообмена (теплообмена, не осложненного массообменом):

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \mathrm{Gr}) \qquad (2.288)$$

совпадает с уравнением подобия для массообмена

$$\mathrm{Nu}_D = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}_D, \mathrm{Gr}_D). \qquad (2.289)$$

В соотношениях (2.288) и (2.289) вид функции f тождествен. Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = w_\infty l/\nu \qquad (2.290)$$

одинаково в обоих уравнениях подобия. Числам Нуссельта Nu и Прандтля Pr для теплообмена

$$\mathrm{Nu} = \frac{q_c}{T_c - T_\infty} \frac{l}{\lambda}, \qquad (2.291)$$

$$\mathrm{Pr} = c_p \mu/\lambda = \nu/a \qquad (2.292)$$

ставятся в соответствие *диффузионные числа Нуссельта* Nu_D и *Прандтля* Pr_D для процесса массообмена:

$$\mathrm{Nu}_D = \frac{j_{ac}}{c_{ac} - c_{a\infty}} \frac{l}{\rho D}; \qquad (2.293)$$

$$\mathrm{Pr}_D = \mu/\rho D = \nu/D. \qquad (2.294)$$

Число Грасгофа, имеющее для процессов конвективного теплообмена вид

$$\mathrm{Gr} \simeq g\beta \frac{|T_c - T_\infty|}{\nu^2} l^3, \qquad (2.295)$$

в случае массообмена выражается через разность граничных значений плотности смеси

$$\mathrm{Gr}_D = g \frac{|\rho_c - \rho_\infty|}{\rho} \frac{l^3}{\nu^2}; \qquad (2.296)$$

здесь l — характерный линейный размер системы; индексы «с» и «∞» означают условие на стенке (границе раздела фаз) и вдали от стенки в основном потоке соответственно.

При вынужденной конвекции уравнения подобия часто записывают относительно чисел Стантона St. При соблюдении аналогии

$$\mathrm{St} = \varphi(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}); \qquad (2.297)$$

$$\mathrm{St}_D = \varphi(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}_D). \qquad (2.298)$$

Здесь числу Стантона

$$\mathrm{St} = \frac{q_c}{c_p \rho_\infty w_\infty (T_c - T_\infty)} \equiv \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re\,Pr}}. \qquad (2.299)$$

для условий теплообмена ставится в соответствие *диффузионное число Стантона*

$$\mathrm{St}_D = \frac{j_{ac}}{\rho_\infty w_\infty (c_{ac} - c_{a\infty})} \equiv \frac{\mathrm{Nu}_D}{\mathrm{Re\,Pr}_D} \qquad (2.300)$$

для процессов массообмена. При выполнении аналогии вид функции φ в соотношениях (2.297) и (2.298) тождествен.

Величина Nu определяет тепловой поток, отводимый от границы раздела фаз путем теплопроводности:

$$q_c = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x_1}\right)_c; \qquad (2.301)$$

величина Nu_D определяет поток массы компонента a на границе, обусловленный диффузией:

$$j_{ac} = -\rho D \left(\frac{\partial c_a}{\partial x_1}\right)_c. \qquad (2.302)$$

Полный поток массы компонента a, пересекающего границу, J_{ac} слагается по определению (2.232) из конвективного потока $J_c c_{ac}$ и потока вследствие диффузии j_{ac}:

$$J_{ac} = J_c c_{ac} + j_{ac}. \qquad (2.303)$$

Для условий, когда граница проницаема лишь для компоненты a (полупроницаемая граница), на ней $J_c = J_{ac}$, поэтому

$$J_{ac} = \frac{1}{1 - c_{ac}} j_{ac}. \qquad (2.304)$$

Это соотношение должно использоваться для определения полного потока массы компонента a после того, как значение j_{ac} найдено на основе аналогии.

Расчет массообмена на основе аналогии состоит в отыскании значения Nu_D по соответствующему уравнению подобия для «чистого» теплообмена при подстановке в него вместо Pr и Gr значений Pr_D и Gr_D. Так, например, теплообмен при продольном обтекании пластины в случае ламинарного пограничного слоя описывается формулой

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}332 \mathrm{Re}_x^{0,5} \mathrm{Pr}^{1/3}. \qquad (2.305)$$

Массообмен в этих условиях при соблюдении аналогии определяется зависимостью

$$\mathrm{Nu}_{Dx} = 0{,}332\, \mathrm{Re}_x^{0,5} \mathrm{Pr}_D^{1/3}. \qquad (2.306)$$

Пример. Найти соотношение, определяющее температуру адиабатного испарения (температуру «мокрого термометра»).

Для условий адиабатного испарения (схема 2 на рис. 2.40) поток теплоты в жидкую фазу отсутствует ($q'_c = 0$), поэтому соотношение энергетического баланса на границе (универсальное условие совместности)

$$J_{ac} h''_a + q''_c = J_{ac} h'_a, \qquad (2.307)$$

где h''_a, h'_a — эитальпии компонента a по обе стороны границы, так что $h''_a - h'_a = r_a$ — теплота испарения компонента a.

Следовательно,

$$q_c = - J_{ac} r_a. \qquad (2.308)$$

Соотношения материального баланса на границе (универсальные условия совместности) при отсутствии потока пассивной примеси b через границу $J_{bc} = 0$ имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} J c''_{ac} + j''_{ac} &= J_{ac}, \\ J &= J_{ac}, \end{aligned}\right\} \qquad (2.309)$$

что дает

$$j''_{ac} = \left(1 - c''_{ac}\right) J_{ac}. \qquad (2.310)$$

При вынужденном обтекании поверхности парогазовым потоком ($a+b$) и наличии аналогии между тепло- и массообменом выполняется соотношение

$$c_p \frac{T_\infty - T_c}{r_a} = \frac{\mathrm{St}_D}{\mathrm{St}} \frac{c''_{ac} - c''_{a\infty}}{1 - c''_{ac}}, \qquad (2.311)$$

которое позволяет найти температуру T_c при заданных T_∞ и $c''_{a\infty}$ основного потока. Величина c''_{ac} (согласно квазиравновесной схеме, см. п. 2.18.3) есть однозначная функция T_c, так что уравнение (2.311) всегда можно решить (например, графически) относительно T_c. Значение $\mathrm{St}_D/\mathrm{St}$ для многих парогазовых смесей можно приближенно принять равным 1, так как числа Pr и Pr_D обычно близки между собой. Более точное соотношение получается, если учесть, что $\mathrm{St} \sim \mathrm{Pr}^{-n}$, где число n зависит от типа и режима течения основного потока. Часто можно принимать $n = 1/2 \div 2/3$. Тогда

$$\mathrm{St}_D/\mathrm{St} = (\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_D)^n = \mathrm{Le}^n, \qquad (2.312)$$

где $\mathrm{Le} = \rho D c_p/\lambda$ — число Льюиса—Семенова.

Ввиду больших значений теплоты испарения жидкости r_a левая часть соотношения (2.311) всегда значительно меньше 1. Отсюда следует вывод, что разность $c''_{ac} - c''_{a\infty}$ в правой части того же соотношения также много меньше 1. Таким образом условия аналогии здесь практически всегда выполняются. Следует обратить внимание на то, что T_c при адиабатном испарении не зависит от скорости внешнего потока.

Если кроме перечисленных выше условий аналогии тепло- и массообмена выполняются еще условия:

1) отсутствуют продольный градиент давления и влияние гравитационных сил;

2) кинематическая вязкость ν, коэффициенты температуропроводности a и диффузии D одинаковы

$$\nu = a = D, \qquad (2.313)$$

то имеет место *тройная аналогия* между процессами переноса массы, теплоты и импульса, математическое выражение которой имеет вид:

$$\mathrm{St} = \mathrm{St}_D = c_{f0}/2, \qquad (2.314)$$

где $c_{f0}/2 \equiv \tau_{c0}/(\rho_\infty w_\infty^2)$ — безразмерный коэффициент трения, определяющий касательное напряжение трения τ_{c0} на границе раздела фаз в предположении отсутствия поперечного потока массы (на это указывает индекс «0»); числа St и St_D определяются соотношениями (2.299) и (2.300).

Область, в которой правомерно соотношение (2.314), существенно более узкая, чем для рассмотренной выше аналогии тепло- и массообмена. Однако возможность расчета процессов тепло- и массообмена на основе лишь данных о гидродинамике течения (число $c_{f0}/2$) представляет значительные удобства (см. п. 1.8.2. 1.9.3).

Условие (2.313) может быть снято, если ограничиться приближению оправданной степенной зависимостью числа St от Pr вида $\mathrm{St} \sim \mathrm{Pr}^{-n}$. Тогда

$$\mathrm{St}\,\mathrm{Pr}^n = \mathrm{St}_D\,\mathrm{Pr}_D^n = c_{f0}/2. \qquad (2.315)$$

Обычно для n принимается универсальное значение $n = 2/3$.

В форме соотношений (2.314) и (2.315) тройная аналогия правомерна как для ламинарных, так и для турбулентных течений.

Для течений с отрывом пограничного слоя тройная аналогия непригодна.

2.19.2. ВЫСОКАЯ ИНТЕНСИВНОСТЬ МАССООБМЕНА

Аналогия имеет место при выполнении следующих условий:

1) граничные условия для полей температур (эитальпий) и концентраций подобны;

2) либо число Льюиса—Семенова равно единице

$$\mathrm{Le} \equiv \rho D < c_p > /\lambda = 1, \qquad (2.316)$$

либо теплоемкости компонентов смеси одинаковы:

$$c_{pa} = c_{pb}. \qquad (2.317)$$

Условие (2.316) приближенно выполняется для ряда газовых смесей. В этом слу-

чае имеется аналогия между полем относительных концентраций и полем относительных энтальпий смеси в системе.

Условие (2.317) характерно для ряда жидких смесей и растворов. Оно приближенно выполняется также для газовых смесей многоатомных молекул с близкими молекулярными массами. При условии (2.317) имеется аналогия между полем температурных напоров и полем относительных концентраций в системе.

Принципиально важно, что здесь рассматриваются условия, когда плотность поперечного потока вещества J_c на границе может быть значительной. Поэтому одна из главных задач состоит в отыскании количественного влияния поперечного потока вещества J_c на подобные между собой закономерности тепло- и массообмена.

При выполнении условия (2.316) уравнения подобия имеют вид:

$$\mathrm{St}_h = \mathrm{St}_D = f\,[\mathrm{Re},\ \mathrm{Pr},\ J_c/(\rho_\infty w_\infty)]. \quad (2.318)$$

Принято плотность потока вещества J_c задавать в условиях **однозначности**. Соотношения (2.318) записаны для сходственных точек межфазной поверхности геометрически подобных систем. Равенство теплового и диффузионного чисел Стантона объясняется тем, что при $\mathrm{Le}=1$ $\mathrm{Pr}=\mathrm{Pr}_D$.

В соотношениях (2.318)

$$\mathrm{St}_h = \frac{\dot{e}_c}{\rho_\infty w_\infty (h_c - h_\infty)} \quad (2.319)$$

— число Стантона, определяющее перенос энергии; h — энтальпия смеси; $\dot{e}_c$ — плотность потока энергии, переносимой от границы раздела фаз молекулярным путем (теплопроводность и диффузионный перенос энтальпии компонентов); величина $\dot{e}_c$ связана с полной плотностью потока энергии через границу E_c соотношением

$$E_c = J_c h_c + \dot{e}_c; \quad (2.320)$$

$$\mathrm{St}_D = \frac{j_{ac}}{\rho_\infty w_\infty (c_{ac} - c_{a\infty})} \quad (2.321)$$

— диффузионное число Стантона, определяющее перенос массы; j_{ac} — плотность потока массы компонента a, переносимого от границы раздела фаз за счет диффузии; величина j_{ac} связана с полной плотностью потока массы компонента a на границе j_{ac} соотношением

$$J_{ac} = J_c c_{ac} + j_{ac}. \quad (2.322)$$

Степень влияния поперечного потока вещества на тепло- и массообмен при $\mathrm{Le}=1$ удобно характеризовать отношением

$$\Psi = \mathrm{St}_h/\mathrm{St}_{h0} = \mathrm{St}_D/\mathrm{St}_{D0}, \quad (2.323)$$

где $\mathrm{St}_{h0}=\mathrm{St}_{D0}=\mathrm{St}_0$ — числа Стантона, вычисленные по зависимости для «чистого» теплообмена (массообмена), не осложненного поперечным потоком $J_c=0$.

В качестве безразмерной характеристики поперечного потока удобно использовать параметр проницаемости b в форме

$$b = \frac{J_c}{\rho_\infty w_\infty} \frac{1}{\mathrm{St}_0}. \quad (2.324)$$

Зависимость $\Psi=\Psi(b)$ при числе Pr в качестве параметра приведена на рис. 2.41 для условий продольного обтекания плоской пластины при ламинарном пограничном слое. Этот график представляет результаты теоретического решения [108], при котором теплофизические параметры рассматривались постоянными, а поперечный поток массы изменялся вдоль плоской границы по закону $J_c=Ax^{-1/2}$. На рис. 2.42 приведено сравнение зависимостей $\Psi(b)$ для $\mathrm{Pr}=0{,}7$ при изменяющемся $J_c=Ax^{-1/2}$ (кривая *1*) и постоянном потоке $J_c=\mathrm{const}$ (кривая *2*). Зависимость $\Psi(b)$ для окрестности критической точки плоского тела [108] приведена на рис. 2.43 для $\mathrm{Pr}=0{,}7\div1{,}0$. Во всех случаях относительное влияние поперечного потока массы на интенсивность тепло- и массообмена имеет одинаковый качественный и близкий в количественном отношении характер.

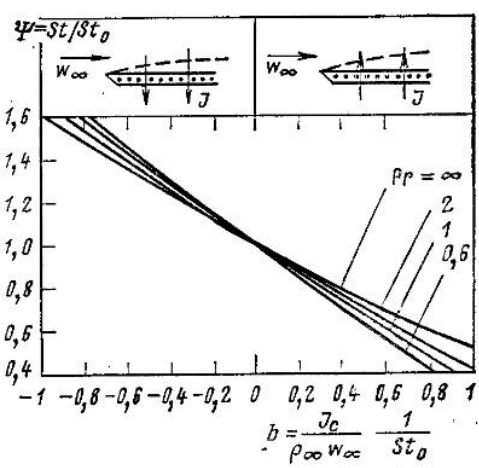


Рис. 2.41. Влияние поперечного потока вещества на теплообмен в условиях продольного обтекания пластины при ламинарном пограничном слое (поперечный поток массы изменяется по длине по закону $J_c=Ax^{-1/2}$).

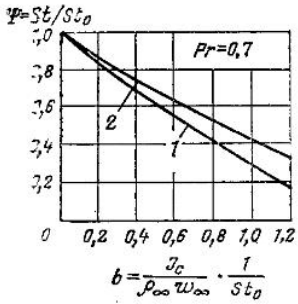


Рис. 2.42. Влияние поперечного потока вещества на теплообмен при Pr=0,7 в условиях продольного обтекания пластины при ламинарном пограничном слое.

1 — изменяющийся поперечный поток вещества; *2* — постоянный поперечный поток вещества.

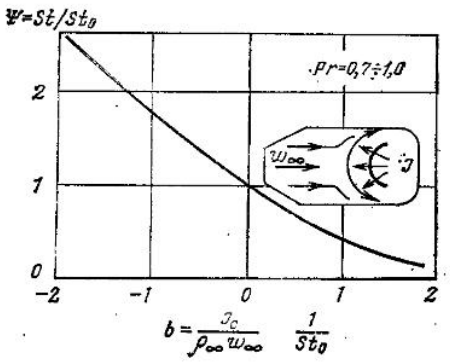


Рис. 2.43. Влияние поперечного потока вещества на теплообмен в окрестности лобовой критической точки плоского тела при обтекании его потоком с заданной скоростью.

При турбулентном пограничном слое приближенная зависимость $\Psi(b)$ на основе «пленочной» теории имеет вид [35, 101]:

$$\Psi = \frac{b}{e^b - 1}. \qquad (2.325)$$

В работе [109] изложена более совершенная методика учета влияния поперечного потока вещества на турбулентный тепломассообмен и трение. Методы расчета инженерных задач на основе этой методики рассмотрены в [110]. На рис. 2.44 приведены сглаженные экспериментальные зависимости работы [111], характеризующие влияние на теплообмен постоянного по длине пластины вдува или отсоса воздуха J_c = = const из турбулентного пограничного слоя.

При выполнении условия (2.317) и $c_{pa} = c_{pb} = c_p$ уравнения подобия имеют вид:

$$\mathrm{St}_T = f\,[\mathrm{Re},\ \mathrm{Pr},\ J_c/(\rho_\infty w_\infty)]; \qquad (2.326)$$

$$\mathrm{St}_D = f\,[\mathrm{Re},\ \mathrm{Pr}_D,\ J_c/(\rho_\infty w_\infty)], \qquad (2.327)$$

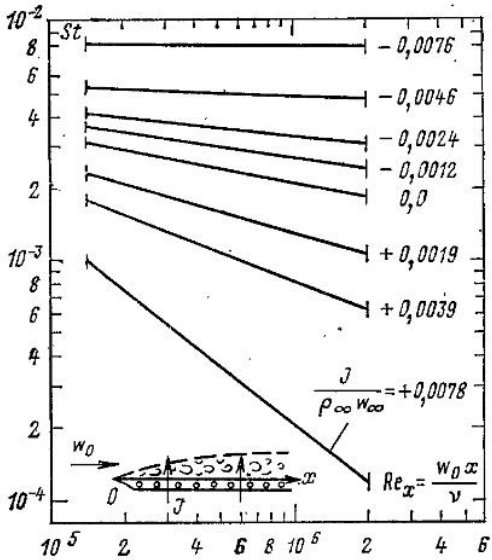


Рис. 2.44. Зависимость локального числа Стантона от числа Рейнольдса для разных интенсивностей вдува и отсоса воздуха при турбулентном пограничном слое на пластине (сглаженные экспериментальные данные).

где плотность поперечного потока вещества J_c задана в условиях однозначности.

Уравнения подобия (2.326) и (2.327) относятся к сходственным точкам межфазной поверхности геометрически подобных систем, вид функции f в этих уравнениях одинаков, а число Стантона (перенос теплоты)

$$\mathrm{St}_T = \frac{q_c}{c_p \rho_\infty w_\infty (T_c - T_\infty)} \qquad (2.328)$$

характеризует плотность теплового потока q_c, отводимого от поверхности раздела фаз путем теплопроводности; диффузионное число Стантона St_D определяется соотношением (2.321).

Методы учета влияния поперечного потока вещества на теплообмен (2.326) и массообмен (2.327) остаются такими же, как для случая Le=1. Единственное отличие состоит в том, что теперь в общем случае $\mathrm{Pr} \neq \mathrm{Pr}_D$. Поэтому расчеты тепло- и массообмена следует производить раздельно, используя соответствующие значения чисел Pr и Pr_D.

Тройная аналогия при высокой интенсивности поперечного потока массы имеет место, если рассмотренные выше условия аналогии тепло- и массообмена при высокой интенсивности поперечного потока массы дополнены еще двумя условиями:

1) отсутствуют заметный продольный градиент давления и влияние гравитационных сил;

2) коэффициенты ν, a, D численно равны. Математическое выражение аналогии

$$\mathrm{St} = \mathrm{St}_D = c_f/2, \qquad (2.329)$$

причем

$$\frac{c_f}{2} = \varphi\left(\mathrm{Re}, \frac{J_c}{\rho_\infty w_\infty}\right). \qquad (2.330)$$

Соотношения (2.329) и (2.330) относятся к сходственным точкам межфазной поверхности геометрически подобных систем. Предполагается, что плотность поперечного потока J_c задана в условиях однозначности задачи. Учет влияния поперечного потока веществ на тепломассообмен и трение производится по приведенным выше рекомендациям.

Для расчета тепло- и массообмена при испарении, конденсации, сублимации и десублимации предлагались также чисто эмпирические обобщенные соотношения [112], которые в большинстве случаев дают результаты, близкие к тем, которые получаются на основе методов аналогии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Теплофизические** и реологические характеристики полимеров. Справочник/Под ред. Ю. С. Липатова. — Киев: Наукова думка, 1977.—244 с.

2. **Кржижановский Р. Е., Штери З. Ю.** Теплофизические свойства неметаллических материалов (окислы). Справочная книга.— Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1973.— 333 с.

3. **Мармер Э. Н., Гурвич О. С., Мальцева Л. Ф.** Высокотемпературные материалы. — М.: Металлургия, 1967. — 215 с.

4. **Кржижановский Р. Е., Штерн З. Ю.** Теплофизические свойства неметаллических материалов (карбиды). Справочная книга. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1977. — 119 с.

5. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. — М.: Наука, 1972. — 720 с.

6. **Мухамедзянов Г. Х., Усманов А. Г.** Теплопроводность органических жидкостей. — Л.: Химия, 1971. — 115 с.

7. **Миснар А.** Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций. — М.: Мир, 1968. — 464 с.

8. **Дульиев Г. Н., Заричняк Ю. П.** Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Справочная книга. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1974. — 264 с.

9. **Справочник** по физико-техническим основам криогеники. /Под ред. М. П. Малкова, 2-е изд. — М.: Энергия, 1973.—392 с.

10. **Новицкий Л. А., Кожевников И. Г.** Теплофизические свойства материалов при низких температурах. Справочник. — М.: Машиностроение, 1975. — 216 с.

11. **Богданов С. Н., Иванов О. П., Куприянова А. В.** Холодильная техника. Свойства веществ. Справочник. — 2-е изд. — Л.: Машиностроение, 1976. — 168 с.

12. **Факторович Л. М.** Тепловая изоляция. Справочное руководство. — Л.: Недра, 1966. — 456 с.

13. **Кутателадзе С. С., Боришанский В. М.** Справочник по теплопередаче.— М.—Л.: Госэнергоиздат, 1958. — 414 с.

14. **Теплотехнический** справочник Т. 2 /Под ред. В. Н. Юренева и П. Д. Лебедева, — М.: Энергия, 1976. — 896 с.

15. **Теплофизические** свойства веществ /Под ред. Н. Б. Варгафтика.—М.—Л.: Госэнергоиздат, 1956. —367 с.

16. **Чиркин В. С.** Теплофизические свойства материалов ядерной техники. Справочник. — М.: Атомиздат, 1968. — 484 с.

17. **Таблицы физических величин.** Справочник/Под ред. И. К. Кикоина.— М.: Атомиздат, 1976. — 1008 с.

18. **Физические** свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике. Справочник/Под ред. Б. Е. Неймарка. —М.: Энергия, 1967. — 240 с.

19. **Попов В. М.** Теплообмен через соединения на клеях. — М.: Энергия, 1974— 304 с.

20. **Шевельков В. Л.** Теплофизические характеристики изоляционных материалов. —М.—Л.: Госэнергоиздат, 1958.— 96 с

21. **Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.** Теплопередача.—3-е изд.— М.: Энергия, 1975.—488 с.

22. **Кери Д., Краус А.** Развитие поверхности теплообмена: Пер. с англ.—М.: Энергия, 1977. —462 с.

23. **Handbook** of heat transfer. — New York: McGraw-Hill Book Company, 1973. — 1973 p.

24. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1967. — 599 с.

25. **Лыков А. В.** Тепломассообмен. Справочник.—2-е изд.—М.: Энергия, 1978.— 480 с.

26. **Карслоу Г., Егер Д.** Теплопроводность твердых тел. — М.: Наука, 1964. — 487 с.

27. **Пехович А. И., Жидких В. М.** Расчеты теплового режима твердых тел. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1976. — 352 с.

28. **Коидратьев Г. М.** Регулярный тепловой режим. — М.: Гостехиздат, 1954.— 408 с.

29. **Методы** определения теплопроводности и температуропроводности /А. Г. Шашков, Г. М. Волохов, Т. Н. Абраменко, В. П. Козлов. — М.: Энергия, 1973.—326 с.

30. **Чердаков П. В.** Теория регулярного режима. — М.: Энергия, 1975. — 224 с.

31. **Кутателадзе С. С.** Основы теории теплообмена. — Новосибирск, Наука, Сибирское отд-ние, 1970. — 659 с.

32. **Уоинг Х.** Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. Справочник. — М.: Атомиздат, 1979. — 216 с.

33. **Петухов Б. С.** Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. — М.: Энергия, 1967. — 412 с.

34. **Михеев М. А.** Основы теплопередачи. — М.: Госэнергоиздат, 1956. — 392 с.

35. **Кэйс В. М.** Конвективный тепло- и массообмен: Пер. с англ. — М.: Энергия, 1972.—488 с.

36. **О теплоотдаче** при течении металлов в трубах/М. А. Михеев, О. С. Федынский, В. М. Дерюгин, В. И. Петров. — В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование. — М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 69—86.

37. **Петухов Б. С.** Теплообмен и сопротивление при турбулентном течении в трубах жидкости и газа с переменными физическими свойствами. — В кн: Advances in heat transfer. — New York — London: Academic Press, 1970, p. 504—564.

38. **Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А.** Теплообмен в ядерных энергетических установках. — М.: Атомиздат, 1974—403 с.

39. **Михеев М. А.** Средняя теплоотдача при движении жидкости в трубах. — В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование. — М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 122—137.

40. **Михеев М. А., Михеева И. М.** Основы теплопередачи. — М.: Энергия, 1977.—344 с.

41. **Петухов Б. С., Юшин А. Я.** О теплообмене при течении жидкого металла в ламинарной и переходной областях. — ДАН СССР, т. 136, № 6. с 1321—1324.

42. **Структура** турбулентиого потока и механизм теплообмена в каналах/ М. Х. Ибрагимов, В. И. Субботин, В. П. Бобков и др. — М.: Атомиздат, 1978. — 214 с.

43. **Weisman J.** Heat transfer to water flowing parallel to tube bundles. — Nuclear Science and Engineering, 1959, vol. 6, № 1, p. 78—79.

44. **Жуков А. В., Субботии В. И., Ушаков П. А.** Теплообмен при продольном обтекании жидким металлом раздвинутых пучков стержней. — В кн.: Жидкие металлы. — М.: Атомиздат, 1967, с. 149—170.

45. **Боришанский В. М., Фирсова Э. В.** Теплоотдача при продольном обтекании пучка труб металлическим натрием. — Атомная энергия, 1963, с. 14, № 6, с. 584—585.

46. **Гомелаури В. И.** Влияние искусственной шероховатости на конвективный теплообмен. — Тр. Ин-та физики АН Грузинской ССР, 1963, т. 9, с. 3—30.

47. **Краснощеков Е. А., Протопопов В. С.** Экспериментальное исследование теплообмена двуокиси углерода в сверхкритической области при больших температурных напорах. — ТВТ, 1966, т. 4, № 3, с. 389—398.

48. **Стырикович М. А., Мартынова О. И., Миропольский З. Д.** Процессы генерации пара на электростанциях. — М.: Энергия, 1969. — 312 с.

49. **Теплообмеи** при течении жидких металлов в круглых трубах /В. И. Субботин, П. А. Ушаков, Б. Н. Габрианович и др.— ИФЖ, 1963, № 4, с. 16—19.

50. **Лапии Ю. В.** Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. — М.: Наука, 1970. — 433 с.

51. **Кациельсон Б. Д., Тимофеева Ф. А.** Исследование конвективного теплообмена между частицами и потоком в нестационарных условиях. — Тр. ЦКТИ, 1949, вып. 12, с. 119—157.

52. **Жукаускас А. А.** Теплоотдача при поперечном омывании цилиндра. — В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование.— М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 201—212.

53. **Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М.** Теория тепло- и массообмена. —М.—Л.: Госэнергоиздат, 1961. — 680 с.

54. **Whitaker S.** Forced convection heat transfer correlations for flow in pipes, past flat plates, single cylinders, single spheres and in flow in packed beds and tube bundles. — AIChE Journal, 1972, vol. 18, № 2, p. 361—368.

55. **Жукаускас А. А., Жюгжда И. И.** Теплоотдача в ламинарном потоке жидкости. — Вильнюс: Миитис, 1969. — 261 с.

56. **Исачеико В. П.** Теплоотдача при поперечном омывании пучков труб различными жидкостями. — В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование. — М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 213—225.

57. **Жукаускас А., Макарявичус В., Шлаичяускас А.** Теплоотдача пучков труб в поперечном потоке жидкости. — Вильнюс; Миитис, 1968. — 189 с.

58. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. — 712 с.

59. **Лабунцов Д. А.** Приближеииая теория теплообмена при развитом пузырьковом кипении. — Известия АН СССР. ОТН. Энергетика и транспорт, 1963, № 1, с. 58—71.

60. **Нестационарный теплообмен**/ В. К. Кошкин, Э. К. Калинин, Г. А. Дрейцер и др. — М.: Машиностроение, 1973.—328 с.

61. **Григорьев В. А., Павлов Ю. М., Аметистов Е. В.** Кипение криогенных жидкостей. — М.: Энергия, 1977. — 288 с.

62. **Лабуицов Д. А.** Вопросы теплообмена при пузырьковом кипении жидкости.— Теплоэнергетика, 1972, № 9, с. 14—19.

63. **Городов А. К., Лабуицов Д. А., Ягов В. В.** Особенности кипения жидкостей в области низких давлений. — Тр. МЭИ, 1978, вып. 377 с. 12—19.

64. **Лабунцов Д. А. Гомелаури А. В.** Теплообмен при пленочном кипении криогенных и обычных жидкостей на вертикальных поверхностях. — Тр. МЭИ, 1976, вып. 310, с. 41—50.

65. **Беренсои.** Теплопередача от горизонтальной поверхиости при пленочном кипении. — Теплопередача, 1961, т. 83, № 3, с. 152—161.

66. **Кларк.** Криогенная теплопередача. В кн.: Успехи теплопередачи. — М.: Мир, с. 361—567.

67. **Breen B. P., Westwater J. W.** Effect of diameter of horizontal tubes on film boiling heat transfer. — Chemical Engineering Progress, 1962, vol. 58, № 7, p. 67—72.

68. **Frederking T. H. K., Clark J. A.** Natural convection film boiling on a sphere. — Advances in Cryogenic Engineering, 1963, vol. 8, p. 501—506.

69. **Мерт Х., Кларк Д.** Теплоотдача при кипении криогенных жидкостей в условиях нормальной, пониженной и близкой к нулю силы тяжести.— Теплопередача, 1964, т. 86, № 3, с. 66—77.

70. **Sun K. H., Lienhard J. H.** The peak pool boiling heat flux on horizontal cylinders. — International Journal of Heat and Mass Transfer, 1970, vol. 13, p. 1425—1439.

71. **Чанг Яи-по.** О некоторых возможных условиях возникновения кризиса при пузырьковом кипении. — Теплопередача, 1963, т. 85, № 2, с. 13—18.

72. **Вишнев И. П.** Влияние ориентации поверхности нагрева в гравитационном поле на кризис пузырькового кипения жидкостей. — ИФЖ, 1973, т. 24, № 1, с. 59—64.

73. **Ливард, Дир.** Гидродинамический расчет максимального теплового потока при кипении в большом объеме на нагревателях конечных размеров. — Теплопередача, 1973, т. 95, № 2, с. 1—9.

74. **Berenson P. J.** Transition boiling heat transfer from a horizontal surface. — MIT Heat Transfer Laboratory Technical Report, 1960, № 17, p. 1—4.

75. **Линард, Воиг.** Минимальный тепловой поток и длина доминирующей волны неустойчивых возмущений при пленочном кипении на горизонтальном цилиндре. — Теплопередача, 1964, т. 86, № 2, с. 107—115.

76. **Скрипов В. П.** Метастабильная жидкость. — М.: Наука, 1972.—312 с.

77. **Лабунцов Д. А.** Обобщенные зависимости для теплоотдачи при пузырьковом кипении жидкости. — Теплоэнергетика, 1960, № 5, с. 79—81.

78. **Рекомендации** по расчету кризиса теплоотдачи при кипении воды в равномерно обогреваемых круглых трубах. Научный совет АН СССР по комплексной проблеме «Теплофизика», секция тепломассообмена. — М.: Изд-во АН СССР, 1975.—23 с.

79. **Дорощук В. Е., Левитан Л. Л., Лаицман Ф. П.** Кризисы теплообмена в испарительных трубах. — В кн.: Кризисы теплообмена и околокритическая область.— Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1977, с. 5—16.

80. **Федынский О. С.** О влиянии теплофизических свойств теплоносителей на теплоотдачу в условиях естественной конвекции. — В ки.: Теплопередача и тепловое моделирование. — М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 107—121.

81. **Лабунцов Д. А.** Теплоотдача при пленочной конденсации чистых паров на вертикальных поверхностях и горизонтальных трубах. — Теплоэнергетика, 1957, № 7, с. 72—80.

82. **Лабунцов Д. А.** Анализ процессов испарения и конденсации. — ТВТ, 1967, т. 5, № 4, с. 647—654.

83. **Муратова Т. М., Лабунцов Д. А.** Кинетический анализ процессов испарения и конденсации. — ТВТ, 1969, т. 7, № 5, с. 959—968.

84. **Теплообмен** при конденсации калиевого и натриевого пара/В. И. Субботин, М. Н. Ивановский, В. П. Сорокин, Б. А. Чулков. — В кн.: Общие вопросы тепло- и массообмена. — Минск: Наука и техника, 1966, с. 247—255.

85. **Thermal** resistance of phase transition with condensation of potassium vapour/I. T. Aladyev, N. S. Kondratyev, V. A. Mukhin a. o. — Proc. of Third Int. Heat Transfer Conf. USA, 1966, paper 74, p. 313—317.

86. **Labuntsov D. A., Smirnov S. I.** Heat transfer in condensation of liquid metal vapours. — Proc. of Third Int. Heat Transfer Conf. USA, 1966, paper 76, p. 329—336.

87. **Исаченко В. П.** Теплообмен при конденсации. — М.: Энергия, 1977.—240 с.

88. **Шекриладзе И. Г., Жоржолиани Г. И.** Анализ процесса пленочной конденсации движущегося пара на горизонтальном цилиндре. — ИФЖ, 1973, т. 25, № 1, с. 14—19.

89. **Берман Л. Д.** Приближенный метод расчета теплообмена при конденсации пара на пучке горизонтальных труб. — Теплоэнергетика, 1964, № 3, с. 74—78.

90. **Конвективная** теплопередача в двухфазных и однофазных потоках/Под ред. В. М. Боришанского и И. И. Палеева. — М. — Л.: Госэнергоиздат., 1964.— 448 с.

91. **Лабунцов Д. А., Созиев Р. И.** Конденсация пара в вынужденном потоке недогретой жидкости. — В кн.: Труды IV Всесоюзного совещания по тепло- и массообмену. Том 2. Минск: Изд-во ИТМО АН БССР, 1972, с. 453—456.

92. **Исаченко В. П., Яковлев А. Т.** Формула для расчета теплоотдачи при капельной конденсации водяного пара. — Тр. МЭИ, 1965, вып. 63, с. 117—120.

93. **Зигель Р., Хауэлл Дж.** Теплообмен излучением. Пер. с англ. — М.: Мир, 1975.—928 с.

94. **Блох А. Г.** Основы теплообмена излучением. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1962.—330 с.

95. **Невский А. С.** Лучистый теплообмен в печах и топках. — М.: Металлургия, 1971.—440 с.

96. **Мак Адамс В. Х.** Теплопередача.— М.: Металлургия, 1961.—686 с.

97. **Андрианов В. Н.** Основы радиационного и сложного теплообмена. — М.: Энергия, 1972.—464 с.

98. **Теплообмен** при кипении металлов в условиях естественной конвекции/ /В. И. Субботин, Д. Н. Сорокин, Д. М. Овечкин, А. П. Кудрявцев. — М.: Наука, 1969.—368 с.

99. **Вильямс Ф. А.** Теория горения: Пер. с англ. — М.: Наука, 1971.—616 с.

100. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. — М.: Наука, 1967.—491 с.

101. **Берд Р., Стьюарт В., Лайтфут Е.** Явления переноса: Пер. с англ. — М.: Химия, 1974.—688 с.

102. **Лабунцов Д. А., Ягов В. В.** Основы механики двухфазных систем. — М.: Изд-во МЭИ, 1977.—62 с.

103. **Сполдинг Д. Б.** Конвективный массоперенос: Пер. с англ./Под ред. А. В. Лыкова. — М. — Л.: Энергия, 1965.—384 с.

104. **Хоблер Т.** Массопередача и абсорбция. — Л.: Химия, 1964.—479 с.

105. Chemical Engineers Handbook/ed. Perry J. H. — New York: 1950. — 3029 p.

106. **Мотулевич В. П.** Система уравнений ламинарного пограничного слоя с учетом химической реакции и различных видов диффузии. Тепло- и массообмен в потоке несжимаемой жидкости при гетерогенных химических реакциях. — В кн.: Физическая газодинамика, теплообмен и термодинамика газов высоких температур. — М.: Изд-во АН СССР, 1962. с. 159—180.

107. **Лабунцов Д. А.** Неравновесные эффекты при испарении и конденсации. — В кн.: Парожидкостные потоки. — Минск: Изд-во Института тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова АН БССР, 1977, с. 6—33.

108. **Hartnett J. P., Eckert E. R. G.** Mass transfer cooling in a laminar boundary layer with constant properties. — Trans. ASME, 1957, vol. 79, p. 247.

109. **Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.** Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. — М.: Энергия, 1972.—344 с.

110. **Леонтьев А. И.** Инженерные методы расчета трения и теплообмена на проницаемой поверхности. — Теплоэнергетика, 1972, № 9, с. 19.

111. **Moffat R. J., Kays W. M.** The turbulent boundary layer on porrous plate: experimental heat transfer with uniform flowing and suction. — Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 1968, vol. 11, p. 1547.

112. **Берман Л. Д.** Тепло- и массообмен в парогазовой фазе при интенсивном испарении жидкостей. — В кн.: Теплообмен и гидродинамика. — Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1977, с. 116—130.

113. **Справочник** химика. Т. 1. — Л.: Химия, 1971.—1072 с.

114. **Темкин А. Г.** Обратные методы теплопроводности. — М.: Энергия, 1973.—464 с.

115. **Ривкин С. Л.** Теплофизические свойства воды в критической области.— М.: Изд-во стандартов, 1970—636 с.

РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

ТЕПЛООБМЕН В ЭЛЕМЕНТАХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ СИСТЕМ

3.1. СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ. ПРИМЕНЕНИЕ СВЕРХПРОВОДНИКОВ В ТЕХНИКЕ

Явление сверхпроводимости состоит в скачкообразном исчезновении электрического сопротивления при охлаждении некоторых металлов, сплавов и химических соединений ниже определенной *критической температуры* $T_к$, которая зависит от химического состава вещества и структуры его кристаллической решетки. Чистые вещества (элементы) обладают, как правило, более низкими критическими температурами, чем сплавы и соединения. Наиболее высокую критическую температуру среди чистых веществ имеет ниобий ($T_к$=9,24 К). Основную долю сверхпроводников составляют соединения и сплавы. Критические температуры некоторых сверхпроводниковых сплавов и соединений, нашедших применение в технике, представлены в табл. 3.1.

Наряду с отсутствием электрического сопротивления сверхпроводники обладают аномальными магнитными свойствами. При помещении сверхпроводника во внешнее магнитное поле последнее не проникает в глубь сверхпроводящего образца, так как в поверхностном слое вещества индуцируется сверхпроводящий ток, собственное магнитное поле которого противоположно по направлению и равно по абсолютному значению приложенному полю. Это одно из фундаментальных свойств сверхпроводников носит название *эффекта Мейснера.*

Существует, однако, для каждого сверхпроводника некоторое значение напряженности $H_к$ приложенного поля, называемого критическим, при котором сверхпроводимость нарушается и образец переходит в нормальное состояние. Напряженность критического поля зависит от температуры и приближенно описывается формулой

$$H_к(T) = H_0 [1 - (T/T_к)^2], \qquad (3.1)$$

где H_0 — напряженность критического поля при температуре абсолютного нуля.

Все сверхпроводники делятся на сверхпроводники I и II рода. Основное различие между ними состоит в их поведении в магнитном поле. Сверхпроводящее состояние *сверхпроводников I рода* разрушается практически сразу же по достижении магнитным полем критического значения. К сверхпроводникам I рода относятся все чистые сверхпроводящие вещества, за исключением Nb.

В сверхпроводниках II рода при напряженностях магнитного поля, меньших нижнего значения $H_{к1}$, имеет место эффект Мейснера, т. е. магнитное поле в толщу образца не проникает, а при напряженностях больше $H_{к1}$ поле проникает в образец в виде проникающих его тонких нитей. Между нитями вещество остается сверхпроводящим. При дальнейшем повышении напряженности поля нити сближаются между собой. При некотором значении $H_{к2}$ (верхнее критическое поле) образец переходит в нормальное состояние. Таким образом, между значениями $H_{к1}$ и $H_{к2}$ эф-

Таблица 3.1

Свойства сверхпроводников, нашедших практическое применение [2]

Материал	Критическая температура $T_к$, К	Напряженность критического поля $H_к$, Т, при температурах, К		Форма сверхпроводника
		0	4,2	
Nb	9,24	0,6—0,7	0,1—0,5	Лента и проволока
$Mo_{0,5}Re_{0,5}$	12,6	2,7	1,5	То же
$Pb_{0,5}$—$Bi_{0,5}$	8,4	3,01	1,4	» »
Nb_3Sn	18,05	35,0	20,0	Лента
$V_{2,95}Ga$	14,5	50,0	2,1	»
$Nb_{0,75}Zr_{0,25}$	10,8	12,0	>7,0	Лента и проволока
$Nb_{0,4}Ti_{0,4}$	10,6	17,6	11,8	То же
$Nb_3Al_{0,8}Ge_{0,4}$	20,7	43	40,5	Короткие ленты
Nb_3Al	18,67	31,9	30,8	То же
V_3Si	19,9	30,0	14	Лента

фект Мейснера отсутствует, а сверхпроводимость сохраняется. К сверхпроводникам II рода относят сплавы и соединения, а также чистые металлы в виде очень тонких пленок. Критические значения $H_{к2}$ сверхпроводников II рода, как правило, значительно выше, чем у сверхпроводников I рода. Это обстоятельство и делает сверхпроводники II рода наиболее пригодными к использованию их в технике.

Подробное изложение физических основ сверхпроводимости и основные свойства сверхпроводящих материалов приведены в [3, 35].

Сверхпроводящие магнитные системы по сравнению с обычными обладают рядом значительных преимуществ. К числу их относятся заметно меньшее потребление энергии вследствие почти полного отсутствия электрического сопротивления, меньшая масса и габаритные размеры устройств за счет высоких плотностей тока (10^8—10^9 А/м² вместо 10^3 А/м² в обычных системах), большая стабильность и другие.

Область практического использования сверхпроводимости. В настоящее время в стадии промышленного освоения находятся мощные сверхпроводящие магнитные системы для создания сильных магнитных полей в термоядерных и МГД-установках. Успешно решаются научные и технические вопросы создания сверхпроводящих накопителей электрической энергии; лабораторную апробацию проходят образцы генераторов, двигателей, трансформаторов со сверхпроводящими обмотками и сверхпроводящие линии электропередачи; разрабатывается высокоскоростной наземный транспорт на сверхпроводящем магнитном подвесе; прорабатываются вопросы создания быстродействующих элементов счетно-решающих устройств; необыкновенные возможности открываются перед приборостроением. Эти и многие другие примеры практического использования явления сверхпроводимости (подробнее о техническом использовании сверхпроводимости см. [27]) свидетельствуют о том, что в настоящее время сверхпроводимость превращается из объекта научных лабораторных исследований в важнейшую отрасль промышленности, критерием полезности которой является ее экономическая целесообразность.

На сегодня единственным хладоагентом, позволяющим обеспечить необходимый для работы сверхпроводников температурный уровень, является гелий в жидком или газообразном состояниях. Использование водорода в качестве хладоагента в системах охлаждения сверхпроводящих устройств ограничено недостаточно высокими критическими температурами $T_к$ сверхпроводников, применяемых в настоящее время в технике (см. табл. 3.1).

3.2. СВОЙСТВА ГЕЛИЯ

Существуют два природных изотопа гелия ^{4}He и ^{3}He. Тяжелый изотоп ^{4}He имеет

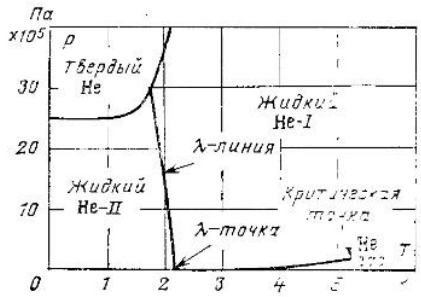


Рис. 3.1. Фазовая диаграмма для гелия ^{4}He.

атомную массу 4,0039. Легкий изотоп ^{3}He с атомной массой 3,0017 чрезвычайно редок. Термин «гелий» обычно относят к изотопу ^{4}He. При атмосферном давлении гелий кипит при 4,215 К и может существовать в жидкой фазе при температурах, близких к абсолютному нулю.

Жидкий гелий имеет две различные фазы. При температурах от критической точки ($T_{кр}$=5,201 К, $p_к$=2,274·10⁵ Па) до так называемой λ-точки (T_λ =2,172 К, p_λ = =0,0504·10⁵ Па) жидкий гелий обладает всеми свойствами, присущими обычной классической жидкости. При температурах выше λ-точки гелий называется He-I, а при понижении температуры ниже λ-точки он переходит в новое состояние, называемое He-II. С ростом давления температура λ-перехода перемещается в область более низких температур, образуя λ-линию (рис. 3.1). Твердый гелий может быть получен лишь при давлениях выше 25·10⁵ Па. Точка пересечения λ-линии с кривой, ограничивающей твердое состояние, характеризуется параметрами T = 1,763 К и p = 30,127× ×10⁵ Па.

Переход He-I в He-II через λ-линию происходит без выделения или поглощения теплоты, т. е. в данном случае имеет место фазовый переход второго рода. Характерной особенностью такого перехода является разрыв первой производной энтальпии по температуре. Это означает, что в некоторой области температур зависимость удельной теплоемкости гелия при постоянном давлении от температуры имеет экстремальный характер, т. е. $c_p \to \infty$ (рис. 3.2). Температуру T_λ, при которой возникает аномалия, называют λ-точкой.

Жидкий гелий при температурах ниже λ-точки обладает исключительно высокой теплопроводностью, значительной теплоемкостью и исчезающе малой (например, при протекании через узкую щель или капилляр) вязкостью. Одной из особенностей He-II является его довольно высокая сжимаемость. В λ-точке плотность гелия максимальна. Все эти и некоторые другие специфические свойства He-II делают его совершенно непохожим на известные жидкости. Необычные свойства He-II могут быть объ-

Таблица 3.2

Температура, давление и плотность ^{4}He, соответствующие λ-линии [62] *

T, К	$p \cdot 10^{-5}$, Па	ρ, кг/м³
2,182	0,050	146,2
2,15	2,360	150,6
2,10	6,929	157,6
2,05	11,052	162,7
2,00	14,871	166,9
1,95	18,457	170,5
1,90	21,830	173,6
1,85	25,021	176,3
1,80	28,030	178,8
1,763	30,127	180,4

* Более подробные таблицы этих, а также ряда других параметров ^{4}He, соответствующих λ-линии, можно найти в работах [61, 28].

Таблица 3.3

Зависимость давления насыщения паров He-II от температуры [63]

T, К	p, Па	T, К	p, Па
0,6	0,03748	1,5	479,8
0,7	0,3038	1,6	758,5
0,8	1,525	1,7	1145
0,9	5,543	1,8	1662
1,0	16,00	1,9	2330
1,1	38,95	2,0	3169
1,2	83,31	2,1	4190
1,3	161,0	2,15	4770
1,4	287,3		

Таблица 3.4

Физические свойства He-II на линии насыщения [61]

Температура T, К	Плотность ρ, кг/м³	Отношение плотностей ρ_n/ρ	Энтропия S, Дж/(кг·К)	Изобарная теплоемкость c_p, Дж/(кг·К)	Первая скорость звука c_1, м/с	Вторая скорость звука c_2, м/с	Динамическая вязкость $\mu \cdot 10^7$, Па·с
1,2	145,2	0,0283	51,5	318	237,4	18,55	17,7
1,25	145,2	0,0368	63,3	408	237,1	18,78	—
1,3	145,2	0,0472	84,3	515	236,8	19,03	16
1,35	145,2	0,0598	106,0	641	236,5	19,3	—
1,4	145,3	0,0748	131,9	786	236,1	19,58	15,1
1,45	145,3	0,0924	162,3	953	235,6	19,84	—
1,5	145,3	0,1131	197,8	1142	235,2	20,07	14,1
1,55	145,3	0,1369	238,7	1357	234,6	20,25	—
1,6	145,3	0,1643	285,5	1598	234,0	20,37	13
1,65	145,3	0,1955	338,7	1869	233,4	20,41	—
1,7	145,4	0,2310	399,0	2174	232,7	20,36	12,8
1,75	145,4	0,2712	466,8	2514	231,9	20,19	—
1,8	145,4	0,3166	542,9	2896	231,0	19,89	12,8
1,85	145,5	0,3677	627,9	3323	230,0	19,43	—
1,9	145,5	0,4253	722,8	3804	228,8	18,78	13,8
1,95	145,6	0,4901	828,5	4351	227,4	17,89	—
2,00	145,7	0,5632	946,5	4990	225,8	16,69	14,6
2,05	145,8	0,6469	1079,1	5791	224,0	15,00	—
2,1	145,9	0,7484	1231,6	6972	221,8	12,39	16,5
2,15	146,0	0,8856	1416,2	8723	219,2	7,99	21,5

Примечания: 1. Зависимость этих, а также других свойств He-II от температуры при давлениях, превышающих давление в λ-точке, см. в [28, 61, 63].
2. ρ_n — плотность нормального компонента.
3. Значения μ заимствованы из [63].

Таблица 3.5

Термодинамические свойства ^{4}He на линии фазового равновесия жидкость — пар между λ-точкой и критической точкой [62] [1]

T, К	$p \cdot 10^{-5}$, Па	$v' \cdot 10^3$, м³/кг	$v'' \cdot 10^3$, м³/кг	i', Дж/кг	i'', Дж/кг
2,177	0,05034	0,06839	8,494	25 410	25 410
2,20	0,05324	0,06842	8,099	3 276	25 510
2,25	0,05993	0,06850	7,327	3 429	25 710
2,30	0,06715	0,06860	6,654	3 567	25 910
2,35	0,07495	0,06870	6,062	3 695	26 110
2,40	0,08335	0,06882	5,540	3 816	26 300
2,45	0,09239	0,06894	5,077	3 932	26 490
2,50	0,10211	0,06907	4,665	4 045	26 680
2,55	0,11244	0,06921	4,297	4 157	26 860
2,60	0,12348	0,06936	3,967	4 269	27 040
2,65	0,13534	0,06952	3,670	4 382	27 210
2,70	0,14790	0,06969	3,402	4 496	27 380
2,75	0,16117	0,06986	3,160	4 612	27 550
2,80	0,17525	0,07004	2,941	4 731	27 710
2,85	0,19024	0,07023	2,741	4 851	27 870
2,90	0,20594	0,07043	2,559	4 975	28 030
2,95	0,22266	0,07064	2,393	5 102	28 180
3,00	0,24018	0,07085	2,241	5 231	28 330
3,05	0,25862	0,07107	2,101	5 364	28 470
3,10	0,27797	0,07130	1,972	5 501	28 610
3,15	0,29833	0,07155	1,854	5 640	28 740
3,20	0,31970	0,07180	1,745	5 783	28 870
3,25	0,34199	0,07205	1,644	5 930	28 990
3,30	0,36539	0,07232	1,550	6 081	29 110
3,35	0,38980	0,07261	1,463	6 235	29 220
3,40	0,41533	0,07290	1,382	6 393	29 320
3,45	0,44197	0,07320	1,307	6 555	29 430
3,50	0,46973	0,07352	1,237	6 722	29 520
3,55	0,49870	0,07385	1,171	6 893	29 610
3,60	0,52879	0,07419	1,110	7 068	29 690
3,65	0,55999	0,07454	1,053	7 247	29 770
3,70	0,59250	0,07492	0,999	7 432	29 840
3,75	0,62624	0,07530	0,9487	7 621	29 910
3,80	0,66129	0,07751	0,9013	7 816	29 960
3,85	0,69755	0,07613	0,8567	8 061	30 020
3,90	0,73513	0,07657	0,8147	8 221	30 060
3,95	0,77413	0,07704	0,7750	8 433	30 090
4,00	0,81445	0,07752	0,7375	8 650	30 120
4,05	0,85619	0,07803	0,7021	8 874	30 140
4,10	0,89934	0,07856	0,6685	9 105	30 150
4,15	0,94391	0,07912	0,6366	9 343	30 150
4,20	0,98990	0,07971	0,6063	9 588	30 140
4,224	1,013	0,08001	0,5921	9 711	30 130
4,25	1,0373	0,08034	0,5775	9 842	30 120
4,30	1,0869	0,08100	0,5501	10 100	30 080
4,35	1,1376	0,08169	0,5239	10 370	30 040
4,40	1,1893	0,08244	0,4988	10 660	29 980
4,45	1,2430	0,08323	0,4749	10 950	29 900
4,50	1,2987	0,08407	0,4519	11 250	29 810
4,55	1,3564	0,08498	0,4297	11 570	29 710
4,60	1,4152	0,08596	0,4084	11 900	29 580
4,65	1,4759	0,08702	0,3878	12 240	29 430
4,70	1,5387	0,08817	0,3677	12 610	29 250
4,75	1,6026	0,08945	0,3483	12 990	29 040
4,80	1,6694	0,09086	0,3292	13 400	28 800

Продолжение табл. 3.5

T, К	$p \cdot 10^{-5}$, Па	$v' \cdot 10^5$, м³/кг	$v'' \cdot 10^5$, м³/кг	i', Дж/кг	i'', Дж/кг
4,85	1,7373	0,09246	0,3105	13 830	28 510
4,90	1,8072	0,09427	0,2919	14 300	28 180
4,95	1,8801	0,09639	0,2733	14 810	27 770
5,00	1,9541	0,09893	0,2545	15 390	27 280
5,05	2,0301	0,1021	0,2349	16 040	26 660
5,10	2,1091	0,1063	0,2133	16 820	25 830
5,201	2,2742	0,1436	0,1436	21 360	21 360

[1] В работе [62] наиболее полно представлены таблицы всех известных теплофизических свойств ^{4}He в диапазоне температур от 2 до 1500 К при давлениях до 100 МПа (см. также [28]).

Таблица 3.6

Термодинамические свойства ^{4}He на линии фазового равновесия жидкость — пар между λ-точкой и критической точкой [62]

T, К	S', Дж/(кг·К)	S'', Дж/(кг·К)	c'_v, Дж/(кг·К)	c''_v, Дж/(кг·К)	c'_p, Дж/(кг·К)	c''_p, Дж/(кг·К)	T, К	S', Дж/(кг·К)	S'', Дж/(кг·К)	c'_v, Дж/(кг·К)	c''_v, Дж/(кг·К)	c'_p, Дж/(кг·К)	c''_p, Дж/(кг·К)
2,177	11 920	11 920	3200	3200	5610	5610	3,70	2962	9025	2180	3310	3 470	7 660
2,20	1 671	11 850	3100	3200	3160	5630	3,75	3006	8954	2190	3310	3 570	7 790
2,25	1 738	11 710	2730	3200	2810	5660	3,80	3050	8884	2210	3320	3 680	7 940
2,30	1 796	11 570	2460	3210	2560	5690	3,85	3095	8813	2230	3320	3 800	8 100
2,35	1 849	11 450	2250	3210	2380	5730	3,90	3141	8743	2250	3330	3 920	8 270
2,40	1 898	11 320	2100	3220	2250	5770	3,95	3187	7673	2260	3330	4 050	8 450
2,45	1 943	11 200	2000	3220	2170	5810	4,00	3234	8603	2280	3330	4 190	8 650
2,50	1986	11 090	1930	3220	2130	5850	4,05	3281	8533	2300	3340	4 350	8 870
2,55	2 027	10980	1880	3230	2110	5890	4,10	3330	8463	2320	3340	4 510	9 100
2,60	2 068	10 870	1850	3230	2100	5930	4,15	3379	8393	2340	3340	4 690	9 350
2,65	2 108	10 760	1840	3240	2120	5980	4,20	3429	8322	2360	3350	4 880	9 630
2,70	2 147	10 660	1840	3240	2140	6020	4,224	3454	8287	2370	3350	4 980	9 780
2,75	2 186	10 560	1840	3240	2180	6070	4,25	3480	8250	2380	3350	5 090	9 940
2,80	2 225	10 470	1850	3250	2220	6130	4,30	3532	8177	2400	3350	5 320	10 300
2,85	2 256	10 370	1870	3250	2270	6180	4,35	3585	8104	2420	3360	5 580	10 700
2,90	2 304	10 280	1880	3260	2310	6240	4,40	3640	8029	2440	3360	5 860	11 100
2,95	2 343	10 190	1900	3260	2370	6300	4,45	3695	9753	2470	3360	6 180	11 600
3,00	2 382	10 110	1920	3260	2420	6360	4,50	3753	7876	2490	3370	6 550	12 100
3,05	2 422	10 020	1940	3270	2480	6420	4,55	3812	7796	2510	3370	6 960	12 800
3,10	2 462	9 937	1960	3270	2540	6490	4,60	3873	7714	2540	3370	7 440	13 500
3,15	2 502	9 855	1980	3270	2600	6560	4,65	3936	7629	2570	3380	8 010	14 400
3,20	2 542	9 774	2000	3280	2670	6640	4,70	4002	7540	2590	3380	8 680	15 500
3,25	2 583	9 694	2020	3280	2730	6720	4,75	4071	7448	2620	3380	9 510	16 800
3,30	2 624	9 616	2040	3280	2800	6800	4,80	4144	7350	2660	3380	10 500	18 500
3,35	2 665	9 539	2060	3290	2870	6890	4,85	4221	7246	2690	3390	11 900	20 700
3,40	2 706	9 463	2070	3290	2950	6980	4,90	4304	7133	2730	3390	13 600	23 600
3,45	2 748	9 389	2090	3290	3020	7080	4,95	4394	7010	2760	3390	16 100	27 900
3,50	2 790	9 314	2110	3300	3100	7180	5,00	4495	6871	2810	3390	19 900	34 600
3,55	2 832	9 241	2130	3300	3190	7290	5,05	4609	6710	2860	3380	26 100	46 200
3,60	2 875	9 169	2140	3300	3280	7400	5,10	4747	6513	2920	3370	38 500	71 500
3,65	2910	9 097	2160	3310	3370	7520	5,201	5589	5589				

Таблица 3.7

Теплофизические свойства He-I на линии фазового равновесия жидкость — пар [62]

T, К	$\sigma \cdot 10^3$, Н/м	ρ', кг/м^3	ρ'', кг/м^3	λ', Вт/(см·К)	λ'', Вт/(см·К)	$\eta' \cdot 10^7$, Па·с	$\eta'' \cdot 10^7$, Па·с	Pr′	Pr″
2,177		146,2	1,177	0,447	0,447	5,38	5,38	0,675	0,675
2,20	0,3063	146,1	1,235	1,48	0,453	36,1	5,45	0,770	0,677
2,25	0,3012	146,0	1,365	1,52	0,467	36,4	5,60	0,6774	0,680
2,30	0,2961	145,8	1,503	1,55	0,480	36,7	5,76	0,605	0,683
2,35	0,2910	145,6	1,649	1,58	0,494	36,9	5,92	0,556	0,686
2,40	0,2859	145,3	1,805	1,60	0,508	37,1	6,07	0,521	0,690
2,45	0,2808	145,1	1,970	1,63	0,521	37,2	6,23	0,497	0,694
2,50	0,2757	144,8	2,144	1,65	0,535	37,3	6,38	0,482	0,698
2,55	0,2706	144,5	2,327	1,66	0,548	37,3	6,54	0,472	0,702
2,60	0,2655	144,2	2,521	1,68	0,562	37,3	6,69	0,468	0,707
2,65	0,2604	143,8	2,725	1,70	0,575	37,3	6,85	0,467	0,712
2,70	0,2553	143,5	2,939	1,71	0,589	37,3	7,01	0,468	0,717
2,75	0,2502	143,1	3,164	1,72	0,603	37,3	7,17	0,471	0,722
2,80	0,2451	142,8	3,401	1,74	0,616	37,2	7,32	0,475	0,728
2,85	0,2400	142,4	3 648	1,75	0,630	37,1	7,48	0,481	0,734
2,90	0,2349	142,0	3,908	1,76	0,643	37,0	7,64	0,487	0,741
2,95	0,2298	141,6	4,179	1,77	0,657	36,9	7,80	0,493	0,747
3,00	0,2247	141,1	4,463	1,78	0,671	36,8	7,96	0,500	0,755
3,05	0,2195	140,7	4,760	1,79	0,685	36,6	8,13	0,507	0,762
3,10	0,2144	140,2	5,070	1,80	0,699	36,5	8,29	0,514	0,770
3,15	0,2093	139,8	5,394	1,81	0,712	36,3	8,45	0,522	0,778
3,20	0,2042	139,3	5,731	1,82	0,726	36,2	8,62	0,529	0,787
3,25	0,1991	138,8	6,084	1,83	0,741	36,0	8,79	0,537	0,797
3,30	0,1940	138,3	6,452	1,84	0,755	35,8	8,95	0,545	0,807
3,35	0,1889	137,7	6,835	1,85	0,769	35,7	9,12	0,553	0,817
3,40	0,1838	137,2	7,235	1,86	0,784	35,5	9,30	0,562	0,828
3,45	0,1787	136,6	7,651	1,87	0,798	35,3	9,47	0,571	0,840
3,50	0,1736	136,0	8,085	1,88	0,813	35,1	9,65	0,580	0,852
3,55	0,1685	135,4	8,537	1,89	0,828	34,9	9,82	0,589	0,865
3,60	0,1634	134,8	9,008	1,90	0,843	34,7	10,0	0,599	0,878
3,65	0,1583	134,1	9,498	1,90	0,858	34,5	10,2	0,610	0,893
3,70	0,1532	133,5	10,01	1,91	0,874	34,2	10,4	0,621	0,908
3,75	0,1481	132,8	10,54	1,92	0,890	34,0	10,6	0,633	0,924
3,80	0,1430	132,1	11,09	1,92	0,906	33,8	10,7	0,646	0,942
3,85	0,1379	131,4	11,67	1,93	0,922	33,6	10,9	0,660	0,960
3,90	0,1328	130,6	12,28	1,94	0,939	33,3	11,1	0,674	0,980
3,95	0,1277	129,8	12,90	1,94	0,957	33,1	11,3	0,690	1,00
4,00	0,1226	129,0	13,56	1,95	0,974	32,8	11,5	0,707	1,02
4,05	0,1175	128,2	14,24	1,95	0,993	32,6	11,7	0,726	1,05
4,10	0,1124	127,3	14,96	1,96	1,01	32,3	11,9	0,745	1,07
4,15	0,1073	126,4	15,71	1,96	1,03	32,1	12,1	0,767	1,10
4,20	0,1022	125,4	16,49	1,96	1,05	31,8	12,4	0,791	1,13
4,22	0,0997	125,0	16,89	1,96	1,06	31,7	12,5	0,804	1,15
4,25	0,09709	124,5	17,35	1,97	1,07	31,6	12,6	0,818	1,16
4,30	0,09199	123,5	18,18	1,97	1,10	31,3	12,8	0,847	1,20
4,35	0,08688	122,4	19,09	1,97	1,12	31,0	13,0	0,879	1,24
4,40	0,08178	121,3	20,05	1,97	1,14	30,7	13,3	0,916	1,28
4,45	0,07668	120,2	21,06	1,97	1,17	30,4	13,5	0,957	1,33
4,50	0,07158	118,9	22,13	1,99	1,20	30,1	13,8	0,994	1,39
4,55	0,06648	117,7	23,27	1,99	1,23	29,8	14,0	1,04	1,45
4,60	0,06137	116,3	24,49	2,00	1,27	29,5	14,3	1,10	1,52
4,65	0,05627	114,9	25,79	2,01	1,31	29,2	14,6	1,16	1,60
4,70	0,05117	113,4	27,19	2,02	1,35	28,9	14,8	1,24	1,70
4,75	0,04607	111,8	28,71	2,03	1,40	28,5	15,1	1,34	1,81
4,80	0,04096	110,1	30,37	2,05	1,47	28,2	15,5	1,45	1,95
4,85	0,03586	108,2	32,21	2,07	1,54	27,8	15,8	1,50	2,11
4,90	0,03076	106,1	34,25	2,10	1,64	27,4	16,2	1,78	2,32
4,95	0,02566	103,7	36,58	2,14	1,78	26,9	16,6	2,02	2,60
5,00	0,02055	101,1	39,30	2,22	1,98	26,4	17,0	2,37	2,97
5,05	0,01545	97,96	42,58	2,35	2,32	25,8	17,5	2,87	3,50
5,10	0,01035	94,09	46,80	2,63	3,01	25,1	18,1	3,68	4,30
5,201	0,000	69,64	69,94						

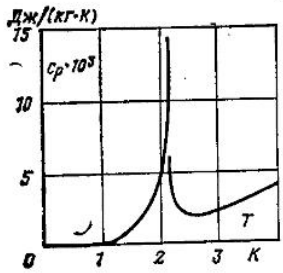


Рис. 3.2. Зависимость теплоемкости жидкого гелия, находящегося под давлением насыщенных паров, от температуры.

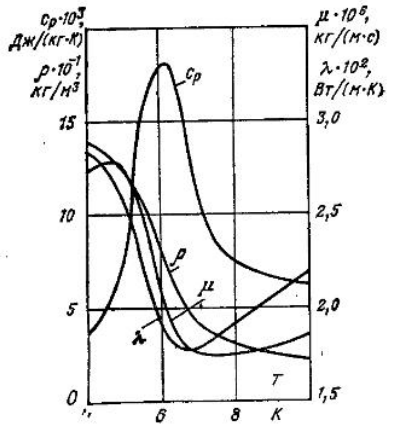


Рис. 3.4. Зависимость физических свойств Не-I от температуры при $p=0{,}4$ МПа [62].

яснены на основе теории сверхтекучести, предложенной Л. Д. Ландау [18], в основу которой положены квантово-механические представления о характере теплового движения в жидком гелии. Согласно этой теории жидкий Не-II можно условно рассматривать как совокупность двух взаимопроникающих компонентов, находящихся в различных квантовых состояниях: сверхтекучего и нормального. Первый из них обладает нулевой вязкостью, нулевой энтропией и не несет квантов возбуждения, т. е. как бы находится при абсолютном нуле температур. Нормальный компонент ведет себя как обычная вязкая жидкость и обладает квантами возбуждения (фононами и ротонами). Плотность Не-II при любой температуре можно представить в виде суммы плотностей ρ_n — нормального компонента и ρ_s — сверхтекучего компонента.

Массовые концентрации каждого из компонентов зависят от температуры (рис. 3.3). При $T=0$ К Не-II целиком состоит из сверхтекучего компонента с плотностью ρ_s, а при T_λ — только из нормальной с плотностью ρ_n.

Более подробное изложение вопросов, освещающих необычность свойств Не-II, можно найти в [35, 38, 39].

Способность Не-II сохранять жидкое состояние вплоть до абсолютного нуля температур позволяет использовать его как хладоагент в системах охлаждения сверхпроводящих обмоток. Применение Не-II в качестве теплоносителя имеет ряд преимуществ по сравнению с применением Не-I. С одной стороны, снижение уровня температур позволяет увеличить критический ток сверхпроводника, с другой, — сверхтекучий гелий имеет возможность проникнуть в

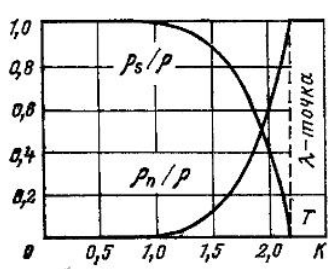


Рис. 3.3. Зависимость ρ_s/ρ и ρ_n/ρ от температуры.

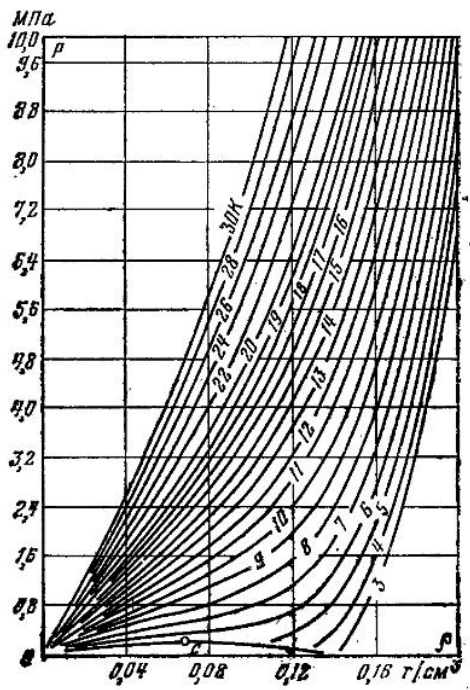


Рис. 3.5. Диаграмма давление — плотность для гелия [2].

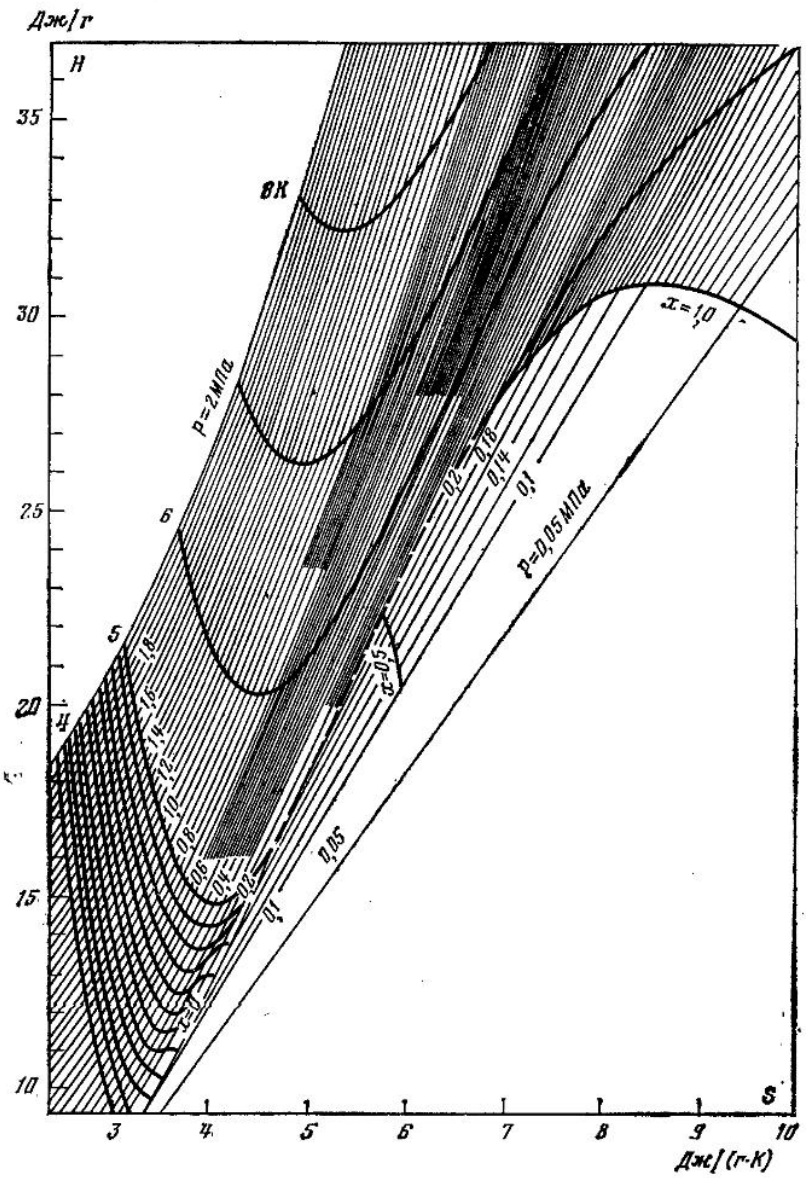


Рис. 3.6. Диаграмма эитальпия — эитропия для гелия [2].

мельчайшие межвитковые каиалы и тем самым увеличивает эффективность охлаждения обмоток с весьма плотиой упаковкой. Обладая высокой эффективной теплопроводностью, He-II обеспечивает иадежный тепловой контакт между элементами установки.

При давлениях $(2 \div 15) \cdot 10^5$ Па область температур 5—12 К включает в себя так называемую псевдокритическую температуру $T_{пк}$, при которой теплоемкость c_p гелия имеет максимум. В узкой области около псевдокритической температуры происходит зиачительное измеиеиие свойств He-I. Так, при давлеиии $P = 4 \cdot 10^5$ Па и измеиеиии температуры от 5 до 7 К (рис. 3.4) плотиость ρ измеияется приблизительио в 3 раза, теплоемкость c_p — в 2,5 раза, вязкость μ — иа 30%, теплопроводиость λ — на 35%. Теплофизические свойства жидкого и газообразного гелия представлены в табл. 3.2—3.7 и иа рис. 3.5—3.9.

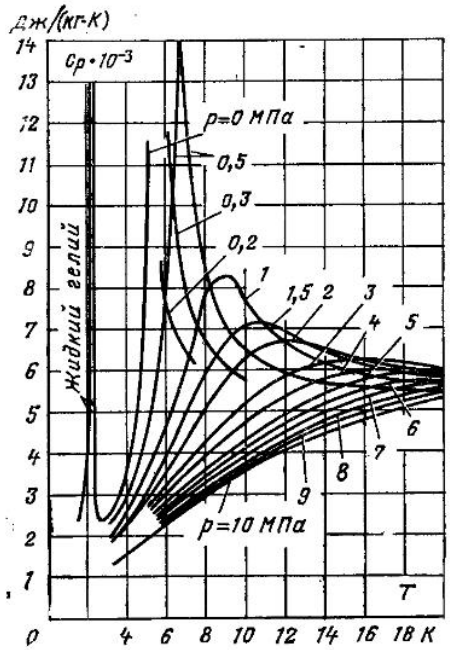


Рис. 3.7. Диаграмма удельная теплоемкость — температура для гелия [2].

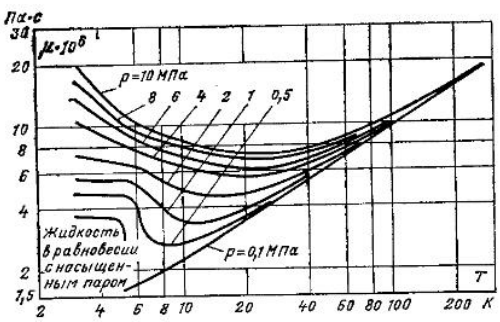


Рис. 3.8. Зависимость вязкости гелия от температуры [2].

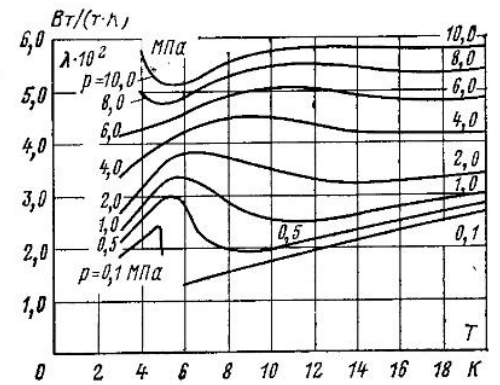


Рис. 3.9. Зависимость теплопроводности гелия от температуры [2].

3.3. СВОЙСТВА КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

3.3.1. ТЕПЛОЕМКОСТЬ

Теплоемкость c_v* *твердых тел* (за исключением металлов при $T < \theta_D/10$ и сверхпроводников при $T < T_к$) достаточно хорошо описывается соотношением, полученным Дебаем:

$$c_v = 3RD(\theta_D/T), \qquad (3.2)$$

где R — универсальная газовая постоянная; $D(\theta_D/T)$ — дебаевская функция теплоемкости; θ_D — *характеристическая температура Дебая.*

Значения температуры Дебая θ_D для различных элементов приведены в табл. 3.8, а значение дебаевской функции теплоемкости — в табл. 3.9.

Согласно теории Дебая при $T \gg \theta_D$ теплоемкость стремится к значению, равному $3R$, а при $T \leqslant \theta_D/20$ изменяется по кубическому закону:

$$c_v = 234R(T/\theta_D)^3. \qquad (3.3)$$

Теплоемкость металлов при температурах $T \leqslant \theta_D/20$ определяется соотношением

$$c_v = 234R(T/\theta_D)^3 + \gamma T, \qquad (3.4)$$

где γ — постоянная, характерная для данного металла (табл. 3.8).

Теплоемкость сверхпроводников имеет аномальный характер. При критической температуре сверхпроводников $T_к$ их удельная теплоемкость терпит разрыв, соответствующий фазовому переходу из сверхпроводящего состояния в нормальное. Для температуры, равной $T_к$, $c_v' = c_v + \Delta c$, где c_v определяется выражением (3.4), а скачок удельной теплоемкости по данным [2] составляет $\Delta c = T_к \cdot 31$ м · Дж/(г-атом · К).

На рис. 3.10 приведены зависимости удельной теплоемкости от температуры для ряда нормальных металлов и сверхпроводников II рода.

Теплоемкость некоторых материалов, используемых в криогенной технике, можно определять по эмпирическим соотношениям. В частности, по рекомендациям [2] *теплоемкость* c, Дж/(кг·К), *нержавеющей стали* (17% Cr, 10,1% Ni, 0,86% Mn) при температурах ниже 10 К может быть рассчитана по соотношению

$$c = 0{,}464T + 3{,}8 \cdot 10^{-4} T^3.$$

Теплоемкости нейлона и эпоксидных смол холодного отверждения (марка CIBA) при $T < 4K$ определяется зависимостью

$$c = 1{,}8 \cdot 10^{-2} T^3.$$

---

* Для твердых тел с достаточной для инженерных расчетов точностью можно принять $c_v \approx c_p$.

Таблица 3.8

Характеристическая температура Дебая θ_D и коэффициент электронной теплоемкости γ для некоторых элементов [31]

Элемент	θ_D, К	γ, мДж/(моль·К²)	Элемент	θ_D, К	γ, мДж/(моль·К²)
Al	420	1,46	Ni	465	7,4
Ti	278	3,34	Cu	343	0,72
Cr	402	1,54	Zn	305	0,66
Fe	467	5,0	Ag	225	0,66
Co	445	5,0	In	110	1,81
Sn (серое)	190	—	Hg	75	2,1
Sn	212	1,82	Pb	95	3,0
W	405	1,48	C (алмаз)	2000	—
Pt	233	6,8	C (графит)	391	—
Au	165	0,74			
Nb	250	8,5			

Примечание. Для сверхпроводникового сплава Nb_3Sn [2] $\theta_D = 228$ К.

Таблица 3.9

Функция Дебая $D(\theta_D/T)$ [43]

θ_D/T	$D(\theta_D/T)$	θ_D/T	$D(\theta_D/T)$	θ_D/T	$D(\theta_D/T)$	θ_D/T	$D(\theta_D/T)$
0,050	0,999875	4,250	0,466616	8,450	0,120014	12,650	0,038325
0,150	0,998876	4,350	0,452544	8,550	0,116279	12,750	0,037442
0,250	0,996882	4,450	0,438772	8,650	0,112750	12,850	0,036585
0,350	0,993902	4,550	0,425308	8,750	0,109443	12,950	0,035754
0,450	0,989948	4,650	0,412157	8,850	0,106166	13,050	0,034947
0,550	0,985038	4,750	0,399322	8,950	0,103005	13,150	0,034164
0,650	0,979190	4,850	0,386807	9,050	0,099956	13,250	0,033403
0,750	0,972430	4,950	0,374612	9,150	0,097015	13,350	0,032665
0,850	0,964787	5,050	0,362738	9,250	0,094177	13,450	0,031948
0,950	0,956290	5,150	0,351186	9,350	0,091438	13,550	0,031251
1,050	0,946974	5,250	0,339953	9,450	0,088796	13,650	0,030574
1,150	0,936875	5,350	0,329038	9,550	0,086245	13,750	0,029916
1,250	0,926033	5,450	0,318438	9,650	0,083784	13,850	0,029277
1,350	0,914489	5,550	0,308149	9,750	0,081408	13,950	0,028656
1,450	0,902286	5,650	0,298169	9,850	0,079114	14,050	0,027465
1,550	0,889467	5,750	0,288493	9,950	0,076900	14,250	0,026893
1,650	0,876079	5,850	0,279115	10,050	0,074761	14,350	0,026338
1,750	0,862168	5,950	0,270031	10,150	0,072696	14,450	0,025797
1,850	0,847780	6,050	0,261234	10,250	0,070701	14,550	0,025271
1,950	0,832963	6,150	0,252721	10,350	0,068774	14,650	0,024759
2,050	0,817763	6,250	0,244483	10,450	0,066912	14,750	0,024261
2,150	0,802227	6,350	0,236515	10,550	0,065113	14,850	0,023775
2,250	0,786400	6,450	0,228811	10,650	0,063374	14,950	0,023303
2,350	0,770327	6,550	0,221364	10,750	0,061693	15,050	0,022843
2,450	0,754053	6,650	0,214168	10,850	0,060068	15,150	0,022395
2,550	0,737619	6,750	0,207215	10,950	0,058497	15,250	0,021958
2,650	0,721067	6,850	0,200500	11,050	0,056977	15,350	0,021533
2,750	0,704436	6,950	0,194015	11,150	0,055508	15,450	0,021118
2,850	0,687764	7,050	0,187753	11,250	0,054086	15,550	0,020714
2,950	0,671088	7,150	0,181709	11,350	0,052710	15,650	0,020321
3,050	0,654440	7,250	0,175875	11,450	0,051379	15,750	0,019937
3,150	0,637854	7,350	0,170245	11,550	0,050091	15,850	0,019563
3,250	0,621359	7,450	0,164813	11,650	0,048843	15,950	0,019197
3,350	0,604983	7,550	0,159572	11,750	0,047636	16,500	0,017343
3,450	0,588753	7,650	0,154515	11,850	0,046466	17,500	0,014539
3,550	0,572692	7,750	0,149638	11,950	0,045333	18,500	0,012307
3,650	0,556823	7,850	0,144933	12,050	0,044236	19,500	0,010510
3,750	0,541165	7,950	0,140395	12,150	0,043172	20,500	0,009046
3,850	0,525736	8,050	0,136019	12,250	0,042142	21,500	0,007841
3,950	0,510554	8,150	0,131798	12,350	0,041143	22,500	0,006842
4,050	0,495631	8,250	0,127727	12,450	0,040175	23,500	0,006416
4,150	0,480982	8,350	0,123801	12,550	0,039236	24,500	0,005757

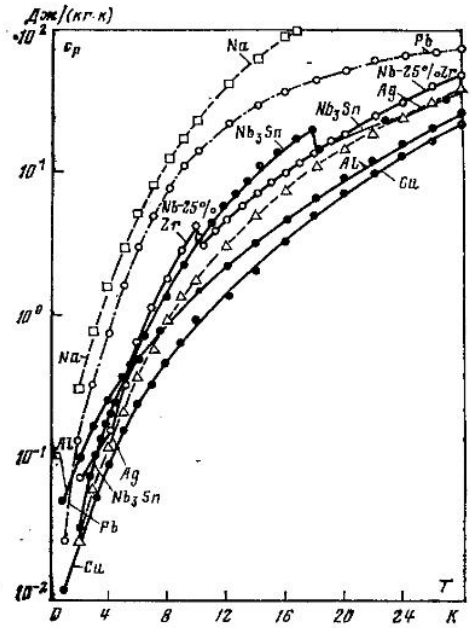


Рис. 3.10. Зависимость удельной теплоемкости некоторых металлов и сверхпроводников от температуры [2].

3.3.2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Механизм передачи теплоты. Теплота в твердых телах при низких температурах может переноситься двумя путями: тепловыми колебаниями взаимосвязанных атомов твердого тела (*решеточная или фононная теплопроводность*) и электронами проводимости (*электронная теплопроводность*).

В первом случае распространение колебаний (а следовательно, и перенос теплоты) происходит благодаря действующим в материале межатомным силам. В кристаллическом твердом теле такие колебания можно рассматривать как волны смещения, проходящие через тело. При высоких температурах решеточная теплопроводность ограничена главным образом взаимодействием между самими волнами (фононами), которое возникает вследствие ангармонической связи между колеблющимися атомами. Для сильно неупорядоченных твердых веществ преобладает рассеяние решеточных волн на различного рода дефектах решетки и химических примесях. При низких температурах основная доля теплового сопротивления определяется рассеянием фононов на границах образцов (для достаточно чистых веществ) и рассеянием на границах зерен, дислокациях, точечных дефектах для твердых веществ, имеющих значительное отклонение от идеальных кристаллических тел.

В случае переноса теплоты электронами теплопроводность определяется рассеянием электронов проводимости на тепловых колебаниях решетки λ_i и на несовершенствах решетки λ_0 — атомах примеси и дефектах структуры (последний вид рассеяния наиболее существен при низких температурах).

У неметаллических материалов при низких температурах теплота переносится только посредством колебаний атомов, у металлов — как решеточными волнами, так и электронами проводимости, причем в механизме теплопроводности чистых металлов электронная составляющая значительно превышает фононную.

Коэффициент теплопроводности металлов. Количественной теории теплопроводности на сегодня не существует. Это связано со сложными, не поддающимися аналитическому описанию механизмами рассеяния фононов и электронов на примесях и атомах, внедренных в решетку, на вакансиях и дислокациях. Справочные данные могут служить лишь для весьма приближенных оценок, поскольку не представляется возможным простым способом и с необходимой точностью определить физическую и химическую чистоту образца, коэффициент теплопроводности которого очень чувствителен при низких температурах к содержанию примесей и характеру их распределения в металле. На рис. 3.11 приведены температурные зависимости теплопроводности для различных образцов меди, отличающихся химической чистотой. Как следует из рис. 3.11, теплопроводность при высоких температурах слабо зависит от чистоты металла. В области же низких температур отличие в значениях λ весьма велико.

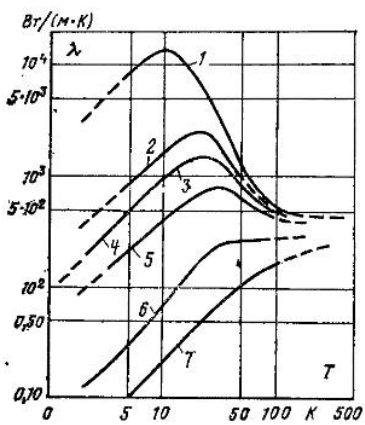


Рис. 3.11. Теплопроводность медных образцов [37].

1 — чистота 99,999%, отожженный; *2* — спеченый, чистота 99,98%, без кислорода, отожженный; *3* — чистота 99,999%, холоднообработанный; *4* — электролитическая медь, чистота 99,9% (трубки, листы и пластинки); *5* — легкообрабатываемый, с примесью теллура 99+0,6% Te (обработанные стержни и полосы); *6* — чистый Cu+0,056% Fe, отожженный; *7* — раскисленный фосфором, чистота 99,8+0,1% P (трубки, листы и полосы).

Удельное электрическое сопротивление ρ и электронная теплопроводность λ_e связаны *соотношением Видемана—Франца—Лоренца*:

$$\rho\lambda_e = \frac{\lambda_e}{\sigma} = LT, \qquad (3.5)$$

где L — число Лоренца, которое в области высоких температур $T > \theta_D$ и при очень низких температурах $T \ll \theta_D$ (практически ниже 10 К) постоянно и равно $L = 2{,}45 \times 10^{-8}$ В^2/К^2; σ — *электропроводность*.

Использование соотношения (3.5) позволяет с приемлемой для практических расчетов точностью (в худшем случае 30—40%) определять теплопроводность чистых металлов.

Для получения приближенного значения теплопроводности металлов можно воспользоваться методикой Уайта [37], которая состоит в следующем:

1. Произнодят измерение электрического сопротивления образца при комнатной температуре, равной, например, 295 К (R_{295}) и темпеатуре жидкого гелия (R_4); находят $R_{i(295)} = R_{295} - R_4$ и подсчитывают фактор формы $l/S = R_i/\rho_i$, для чего используют значение удельного электрического сопротивления при $T = 295$ К $\rho_{i(295)}$ (табл. 3.10).

Таблица 3.10

Физические свойства некоторых металлов при комнатной температуре (295 К) [37]

Металл	θ_D, К	Удельное электрическое сопротивление ρ_i, мкОм·см	Коэффициент теплопроводности $\lambda \cdot 10^{-2}$, Вт/(м·К)
Алюминий	380	2,76	2,4
Вольфрам	315	5,32	1,6
Галлий	240	15	—
Железо	400	9,80	0,80
Золото	185	2,21	3,1
Индий	110	8,80	0,8
Калий	98	7,1	0,98
Литий	360	9,4	0,72
Медь	310	1,68	4,2
Молибден	380	5,33	1,4
Натрий	160	4,84	1,4
Никель	390	7,05	0,9
Ниобий	250	14,4	0,53
Олово	160	11,1	0,7
Платина	225	10,42	0,7
Ртуть	110	21	0,3 (200 К)
Свинец	88	21	0,35
Серебро	220	1,64	4,2
Тантал	230	13,0	0,55
Титан	360	43,0	0,20
Цинк	240	5,9	1,2

2. Подсчитывают значение теплового сопротивления $W_\infty = \rho_{i(295)}/(2{,}45 \cdot 10^{-8} \times 295)$ м·К/Вт или как $W_\infty = 1/\lambda_{295}$ из справочных данных по известному значению теплопроводности при комнатной температуре (табл. 3.10).

3. Определяют удельное электрическое сопротивление при гелиевой температуре $\rho_4 = R_4/(l/S)$ и затем для каждой необходимой температуры вычисляют значение теплового сопротивлении W_0, обусловленного искажениями решетки: $W_0 = \rho_4/(2{,}45 \cdot 10^{-8} \cdot T)$.

4. Подсчитывают значение сопротивления W_i, обусловленного тепловыми колебаниями, используя данные табл. 3.11 или рис. 3.12.

Таблица 3.11

Значения W_i/W_∞, ρ_i/ρ_θ в зависимости от (θ_D/T) [37]

T/θ_D	θ_D/T	W_i/W_∞	ρ_i/ρ_θ по формуле (3.7)	ρ_i/ρ_θ по формуле (3.10)
10	0,1	1,0	10,55	10,4
2,0	0,5	0,990	2,083	2,062
1,0	1,0	0,960	1,00	1,000
0,833	1,2	0,942	0,813	0,8186
0,667	1,5	0,912	0,623	0,6341
0,500	2,0	0,853	0,426	0,444
0,333	3,0	0,714	0,222	0,2478
0,250	4,0	0,572	0,1216	0,1491
0,200	5,0	0,449	0,0679	0,0936
0,1667	6,0	0,350	0,03849	0,06082
0,125	8,0	0,217	0,01308	0,02832
0,100	10,0	0,143	0,00492	0,0149
0,0769	13,0	0,085	0,00140	0,00684
0,0400	25	0,036	0,000164	0,00188

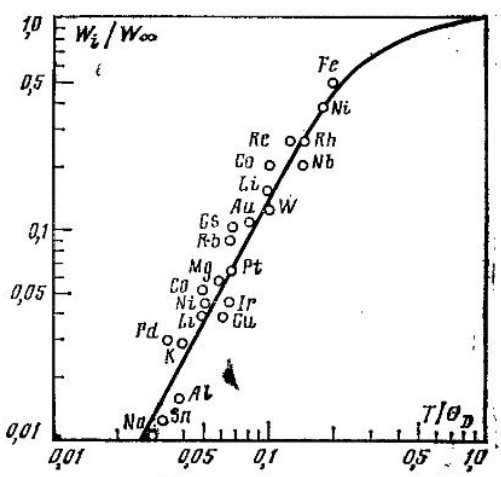


Рис. 3.12. Зависимость приведенного теплосопротивления W_i/W_∞ от приведенной температуры T/θ_D [37].

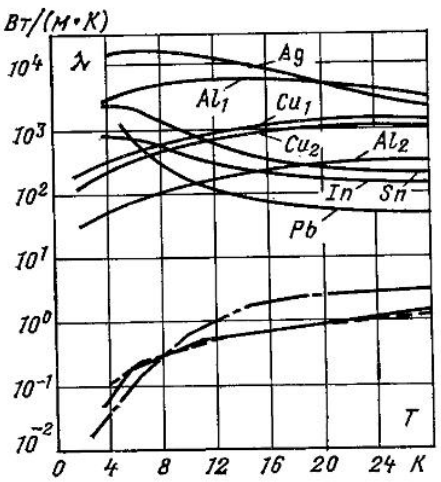


Рис. 3.13. Теплопроводность нормальных металлов и сверхпроводников 2-го рода при отсутствии магнитного поля.
—·— Nb_3Sn; ——— Nb — 25% Zr; — — — — Nb — 60% Ti.

Материал	Чистота, %
Ag (отожженное)	99,999
Al (холоднотянутый)	99,999
Cu	99,95
(электролитная отожженная) Cu_2	99,95
(бескислородная отожженная) Al_2	99
(холоднотянутый) Tn	99,993

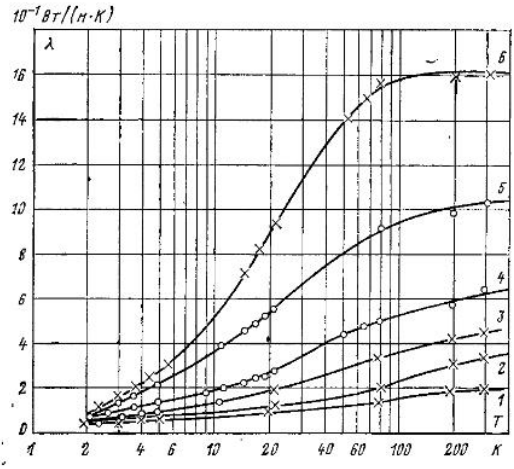


Рис. 3.14. Теплопроводность эпоксидной смолы с минеральным наполнителем (кварцем) [2].

1 — чистая эпоксидная смола; *2—6* — эпоксидная смола с массовой долей кварца 0,116; 0,265; 0,524; 0,635; 0,68 соответственно.

5. Наконец, для любой температуры определяют суммарное тепловое сопротивление $W = W_0 + W_i$ и теплопроводность металла $\lambda_e = 1/W$.

Для определения теплопроводности сплавов, сверхпроводников и диэлектриков на сегодни единственным надежным методом остаетси экспериментальный (см. разд. 9).

Коэффициент теплопроводности сверхпроводящих сплавов Nb_3Sn, Nb—Zr, Nb—Ti, используемых в настоящее время в технике, как правило, примерно на два порядка меиьше коэффициента теплопроводности нормальиых металлов (рис. 3.13).

Влияиие на теплопроводность металлов поперечного или продольного иаправления теплового потока магиитного поля в настоящее время изучеио недостаточио. В нормальных металлах теплопроводность в поперечном магнитном поле, как правило, падает.

На рис. 3.14 приведена зависимость коэффициента теплопроводности эпоксидного компаунда от температуры. В эпоксидную смолу в качестве наполнителя введен кварц, что позволило при температуре 4 К увеличить коэффициент теплопроводности приблизительно в 4 раза.

В табл. 3.12 приведены данные [37] по коэффициенту теплопроводности некоторых сильно неупорядоченных веществ.

3.3.3. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ

Удельное электрическое сопротивление металла ρ складывается в основном из двух составляющих: *идеального сопротивления* ρ_i, обусловленного рассеянием электронов тепловыми колебаниями решетки (фононами), и *остаточного сопротивления* ρ_0, вызванного несовершенствами решетки (механическими дефектами, иаличием примесей и т. п.). Опытами установлеио, что оба процесса рассеяния независимы друг от друга, т. е.

$$\rho = \rho_i + \rho_0. \qquad (3.6)$$

Таблица 3.12

Коэффициент теплопроводности, мВт/(см·К), некоторых матерналов

Материал	Температура, К						
	2	4	6	10	20	40	80
Мягкое стекло	0,52	1,15	1,55	1,9	2,0	2,6	4,6
Пирекс	—	—	—	—	—	—	4,8
Органическое стекло	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	—	—
Тефлои	—	0,4	0,67	0,95	1,4	1,9	2,3
Нейлон	0,06	0,12	0,20	0,3	0,9	—	—

Остаточное сопротивление ρ_0 практически не зависит от температуры. Для очень чистых металлов ρ_0 мало и им можно пренебречь. Вычисление ρ_0 в общем случае представляет большие трудности и практически его значение находят экспериментально, измеряя сопротивление образца металла при очень низких температурах (примерно 4 К), когда идеальное сопротивление ρ_i становится чрезвычайно малым.

Температурная зависимость идеального сопротивления ρ_i определяется *формулой Блоха—Грюнайзена*, полученной из анализа только электрон-фононного взаимодействия:

$$\rho_i = C\frac{T^5}{\theta^6}\int_0^{\theta/T}\frac{x^5\,dx}{(e^x-1)(1-e^{-x})} = C\frac{T^5}{\theta^6}\,j\left(\frac{\theta}{T}\right), \qquad (3.7)$$

где θ — характеристическая температура, принимаемая в расчетах электропроводности, как правило, равной характеристической температуре Дебая θ_D; C — характеристическая константа металла, представляющая собой внутреннее сопротивление, обусловленное электронной структурой.

При высоких температурах ($T/\theta_D \geqslant 0{,}5$) зависимость (3.7) переходит в линейную функцию от T

$$\rho_i \approx \frac{C}{4}\frac{T}{\theta^2}, \qquad (3.8)$$

а в области очень низких температур ($T \ll \theta_D$) в следующую зависимость:

$$\rho_i = 124{,}4\frac{C}{\theta}\left(\frac{T}{\theta}\right)^5. \qquad (3.9)$$

Соотношение (3.7) и его частные случаи (3.8) и (3.9) хорошо согласуются с опытными данными по электропроводности одновалентных и двухвалентных достаточно чистых металлов (рис. 3.15).

Для переходных металлов опытные данные по электропроводности имеют значительное отклонение от зависимости Блоха—Грюнайзена (3.7). Лучшее согласование опытных и расчетных значений для переходных металлов дает следующее соотношение [37]:

$$\rho_i = C\frac{T^3}{\theta^4}\int_0^{\theta/T}\frac{x^3\,dx}{(e^x-1)(1-e^{-x})}. \qquad (3.10)$$

Уайтом [37] предложена следующая методика расчета удельного электрического сопротивления образца металла:

1. Производят измерение сопротивления образца при комнатной R_{295} и гелиевой $R_4 \approx R_0$ температурах.

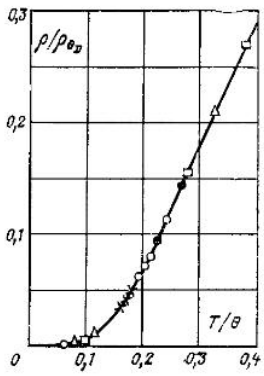


Рис. 3.15. Температурная зависимость относительного электрического сопротивления ρ/ρ_{θ_D} чистых металлов при $T \ll \theta_D$.

△ — Au, θ_D =175; □ — Na, θ_D =202; ● — Cu, θ_D =333; ○ — Al, θ_D =395; × — Ni, θ_D =472; сплошная кривая — расчет по формуле (3.7) [37].

2. Находят идеальное сопротивление образца при комнатной температуре $R_{i(295)} = R_{295} - R_0$ и фактор формы образца $l/S = R_{i(295)}/\rho_{i(295)}$, где значения $\rho_{i(295)}$ выбираются по справочным данным (см., например, табл. 3.10).

3. Определяют удельное остаточное сопротивление $\rho_0 = R_0 S/l$ и удельное идеальное сопротивление при температуре T:

$$\rho_i(T) = \rho_{i(295)}\frac{\rho_i(T)}{\rho_{i(\theta_D)}}\frac{\rho_{i(\theta_D)}}{\rho_{i(295)}},$$

используя табл. 3.11, в которой приведены значения $\rho_i(T)/\rho_{i(\theta_D)}$ в зависимости от (θ_D/T), рассчитанные по соотношениям (3.7) и (3.10) ($\rho_{i(\theta_D)}$ — идеальное удельное сопротивление при температуре Дебая θ_D).

4. Находят общее удельное электрическое сопротивление металла по соотношению (3.6).

В табл. 3.13 приведены значения удельного электрического сопротивления серебра, меди и алюминия в зависимости от степени их чистоты и температуры.

Для чистых металлов в области низких температур удельное электрическое сопротивление зависит от размеров образца, причем $\rho \sim 1/d$, где d — диаметр образца.

Для образцов диаметром более 10—15 мм размерный эффект практически отсутствует.

Сплавы обладают большим остаточным сопротивлением, причем для многих (нержавеющая сталь, монель, мельхиор и др.) $\rho \approx \rho_0$ и слабо зависит от температуры (табл. 3.14). Упругая и пластическая деформация заметно изменяют удельное электрическое сопротивление чистых металлов (рис. 3.16) и практически не влияют на сопротивление сплавов. Это свойство чистых метал-

Таблица 3.13

Удельное электрическое сопротивление серебра, меди и алюминия ρ, нОм·см [31]

Металл	Массовое содержание примесей $\Sigma \cdot 10^6$, %	Температура, К					$\rho_{273}/\rho_{4,2}$	$\rho_{293}/\rho_{20,4}$
		4,2	20,4	77	195	273		
Серебро								
Техническое	<187	5,56	10,5	284	994	1470	273	157
Электролитически очищенное	<103	11,0	16,1	294	1040	1490	135	100
Химически очищенное 99,999%	<36	0,734	4,33	276	991	1500	2040	376
Медь								
Проводниковая прутковая	164	8,01	9,19	206	1030	1670	202	176
Очищенная двойным электролизом	<57	0,884	1,93	194	1010	1590	1810	901
Очищенная двойным электролизом и электронной плавкой	<12	1,11	2,42	195	1000	1590	1430	771
Очищенная двойным электролизом и зоиной плавкой	<6	0,336	1,11	192	996	1580	4710	1550
Алюминий								
Технический	1860	87	94,2	341	1630	2460	28,3	28,6
Чистый	1327	43,9	46,3	270	1620	2420	55,2	57,1
Очень чистый	56	5,75	7,66	224	1500	2300	400	328
Экстрачистый	9	1,11	2,38	221	1400	2460	2210	1130

Таблица 3.14

Удельное электрическое сопротивление сплавов ρ, мкОм·см [37]

Образец	Физическое состояние	Температура, К			
		295	90	77	4
Латунь (30% Zn, 70% Cu)	Напряженный	7,2	5,0	—	4,3
	Отожженный	6,6	4,2	—	3,6
Мельхиор:					
90% Cu, 10% Ni	Напряженный или отожженный	14,7	—	12,7	12
80% Cu, 20% Ni	Необработанный	26	—	24	23
Манганин	»	40	39	—	37
Нейзильбер	»	30	27,5	—	26
Констаитан	» (проволока)	52,5	45	—	44
Монель	Напряженный или отожженный	50	—	32	30
Нержавеющая сталь	Необработанный	71	52,5	—	49
Инкоиель	Напряженный	94	—	91	90
»	Отожженный	103	—	100	102
»	Слабо нагартованный	107	104	104	104

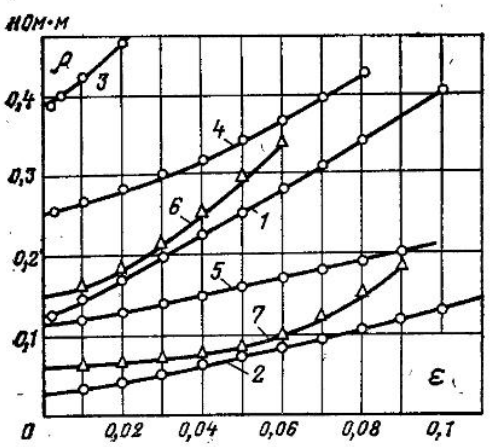


Рис. 3.16. Зависимость удельного электрического сопротивления от деформации для меди и алюминия при $T=4{,}2$ К, $B=0$ [2].

1—электролитическая медь; *2*—электрическая медь, отожженная при 600 °С в течение 1 ч; *3* — бескислородная медь, твердая; *4* — бескислородная медь, полутвердая; *5* — бескислородная медь, отожженная при 600 °С в течение 1 ч; *6* — алюминий чистоты 99,995% без дополнительной обработки; *7* — алюминий, отожженный при 300 °С в течение 2 ч.

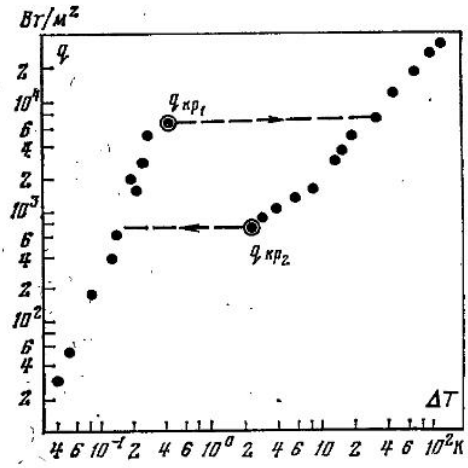


Рис. 3.17. Кривая кипения гелия в большом объеме при атмосферном давлении, полученная на горизонтальном расположением торце длинного стержня из меди диаметром $d=8$ мм со средней высотой микронеровностей $R_z=6$ мкм (обогрев электрический) [54].

лов необходимо учитывать при намотке катушек композитным проводом (сверхпроводник в совокупности с алюминием, медью и т. п.).

3.4. КИПЕНИЕ ГЕЛИЯ В БОЛЬШОМ ОБЪЕМЕ

3.4.1. ПУЗЫРЬКОВОЕ КИПЕНИЕ

Тепловую стабилизацию сверхпроводящих устройств небольших размеров осуществляют путем погружения обмотки в «ванну» с жидким гелием. Процесс охлаждения происходит за счет кипения, возникающего на поверхности обмотки.

Для пузырькового кипения криогенных жидкостей характерно различие в ходе кривых кипения в зависимости от направления изменения теплового потока (явление «гистерезиса») (рис. 3.17), а также значительное влияние теплофизических свойств материала и толщины теплоотдающей стенки на температуру начала кипения, интенсивность теплоотдачи и кризис кипения. В наибольшей степени эти факторы проявляются при кипении гелия.

Температурные напоры, соответствующие началу кипения гелия, находятся в пределах от нескольких сотых до нескольких десятых долей градуса в зависимости от давления, шероховатости поверхности и теплофизических свойств материала стенки. Кипение на поверхностях из различных материалов начинается при существенно различных температурных напорах и плотностях теплового потока. Зависимость температурного напора, соответствующего началу кипения, от коэффициента тепловой активности материала стенки $\sqrt{(\lambda c\rho)_{ст}}$ описывается формулой

$$\Delta T_{нк} \sim \left(\sqrt{(\lambda c\rho)_{ст}}\right)^{-0,7}. \qquad (3.11)$$

Увеличение среднеквадратичной шероховатости поверхности R_z нагрева приводит к уменьшению $\Delta T_{нк}$ и интенсификации теплообмена при пузырьковом кипении. Существует, однако, предельная шероховатость, соответствующая 6—7-му классу чистоты по ГОСТ 2789-73 (средняя высота микронеровностей 5—10 мкм), дальнейшее увеличение которой не изменяет положения кривой пузырькового кипения. Уменьшение шероховатости может приводить к вырождению пузырькового режима. Отмеченный эффект наблюдается, как правило, на материалах с низким $\sqrt{(\lambda c\rho)_{ст}}$, для которых температурные напоры, соответствующие началу кипения, близки к предельному перегреву жидкости при данном давлении. В качестве примера на рис. 3.18 приведены данные работы [8] по кипению гелия в большом объеме при атмосферном давлении на пластине из нержавеющей стали, поверхность которой была обработана по 10-му классу чистоты. Из рис. 3.18 видно, что свободная конвекция непосредственно переходит в пленочное кипение, минуя пузырьковый режим.

Различие в ходе кривых кипения, полученных при увеличивающейся и уменьшающейся от опыта к опыту тепловой нагрузке при различных давлениях, видно из рис. 3.19. Наибольший «гистерезис» соответствует низким значениям плотности теплового потока и уменьшается с увеличением подводимой мощности. Наклон кривых кипения,

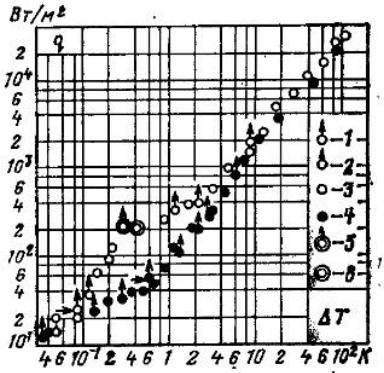


Рис. 3.18. Влияние шероховатости теплоотдающей поверхности на теплоотдачу при кипении гелия (торец стержня из нержавеющей стали $d=8$ мм, горизонтальная ориентация; $p=0{,}1$ МПа) [8].

Электрический обогрев: *1* — $R_z=6{,}5$ мкм; *2* — $R_z=0{,}7$ мкм, нестационарное охлаждение; *3* — $R_z=6{,}5$ мкм; *4* — $R_z=0{,}7$ мкм; *5* и *6* — соответствуют кризису кипения, → — началу кипения.

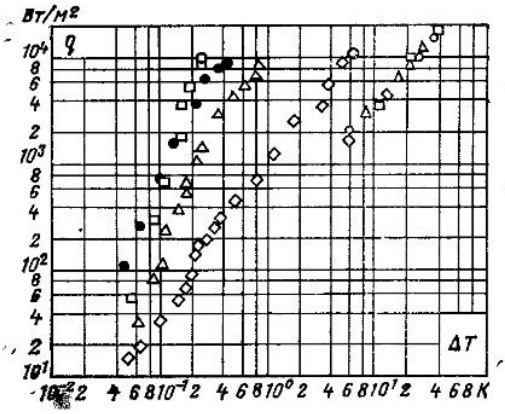


Рис. 3.20. Влияние теплофизических свойств материала поверхности нагрева на интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении гелия [21] ($p=0{,}1$ МПа, диаметр торца стержня $d=8$ мм, средняя шероховатость 5—10 мкм, ориентация горизонтальная).

□ — алюминий; ○ — медь; △ — латунь; ◇ — нержавеющая сталь.

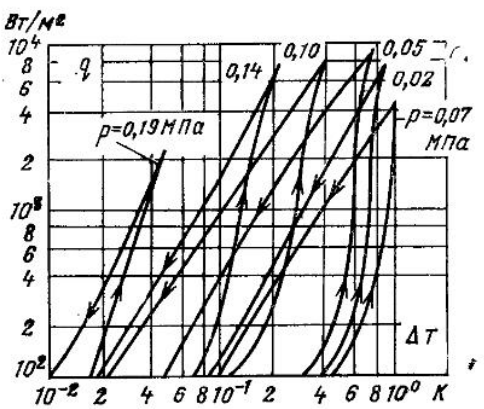


Рис. 3.19. Влияние направления изменения теплового потока (явление гистерезиса) и давления на положение и вид кривой пузырькового кипения гелия (сглаженные кривые) [45].

полученных при уменьшении тепловой нагрузки, значительно меньше, чем у восходящих кривых, и может изменяться в широких пределах в зависимости от материала, обработки поверхности и ориентации теплоотдающей стенки.

Влияние материала теплоотражающей поверхности на интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении связано с нестационарными процессами, происходящими и стенке при росте паровых пузырей. При кипении гелия это влияние наиболее существенно: коэффициенты теплоотдачи на меди и нержавеющей стали, например, при одинаковых температурных напорах отличаются более чем в 40 раз (рис. 3.20).

Для кипения гелия на поверхностях из материалов с низкими коэффициентами тепловой активности (никель и, особенно, нержавеющая сталь) пузырьковый режим может переходить в «смешанный» режим пузырькового и пленочного кипения, характеризующийся низкими значениями коэффициента теплоотдачи. При смешанном кипении на теплоотдающей поверхности одновременно существует пузырьковое кипение и вкрапленные в него «очаги» пленочного кипения. Для смешанного режима кипения характерны высокие температурные напоры, значительно превышающие предельные перегревы жидкого гелия ($\Delta T_{пп}\approx 0{,}5$ К при атмосферном давлении [30]).

Теплофизические свойства материала теплоотдающей стенки незначительно влияют на критическую плотность теплового потока, но очень сильно на температурный напор, соответствующий кризису теплоотдачи пузырькового кипения. Ниже приведены значения $q_{кр1}$ и $\Delta T_{кр1}$ при кипении гелия на поверхности из различных металлов при $p=0{,}1$ МПа [21].

Характеристика	Алюминий	Медь	Латунь	Нержавеющая сталь
$\sqrt{(\lambda c\rho)_{ст}}$, Вт·с$^{1/2}$/(м^2·К) . . .	1180	210	160	40
$q_{кр1}$, Вт/м^2	9400	9200	8400	12 400
$\Delta T_{кр1}$, К	0,3	0,39	0,9	12—15

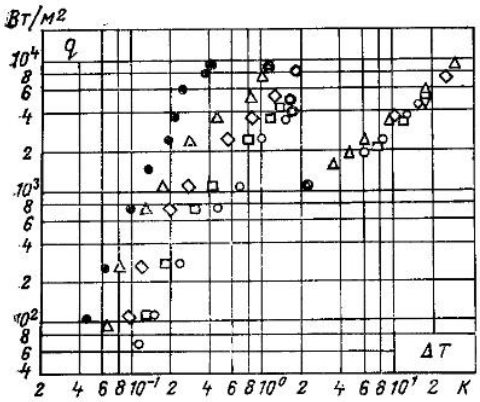


Рис. 3.21. Влияние толщины стенки на интенсивность теплоотдачи при кипении гелия [7] (p=0,1 МПа, медный диск d=16 мм, ориентация горизонтальная, средняя шероховатость 5—10 мкм).

● — δ=17,4; △ — 9,8; ◇ — 3,0; □ — 0,7; ○ — 0,12 мм.

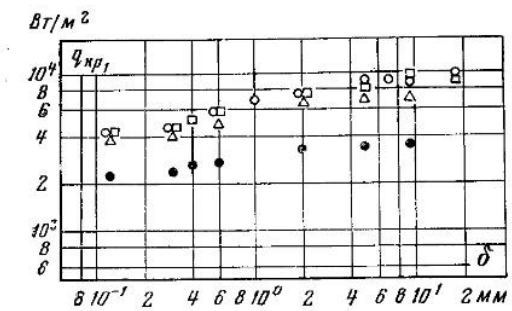


Рис. 3.22. Зависимость критической плотности теплового потока от толщины медного образца δ (условия проведения опытов — см. рис. 3.21) [7].

○ — 98,0; □ — 53,3; △ — 26,1; ● — 6,9 кПа.

Очень сильное влияние на характеристики пузырькового кипения оказывает толщина теплоотдающей стенки. При кипении на металлах с высоким значением коэффициента тепловой активности уменьшение толщины приводит к заметному снижению интенсивности теплоотдачи. Так, изменение толщины медного диска от 20 до 0,12 мм приводит к снижению уровня теплоотдачи (при одинаковом q) в 8—10 раз [7] (рис. 3.21). На металлах с низкими $\sqrt{\lambda c\rho}$ зависимость коэффициента теплоотдачи от толщины стенки слабее, особенно в режиме смешанного кипения.

Влияние толщины на $q_{кр1}$ уменьшается по мере снижения тепловой активности материала стенки, а также при переходе к давлениям, близким к критическому и давлению в λ-точке (рис. 3.22 и 3.23).

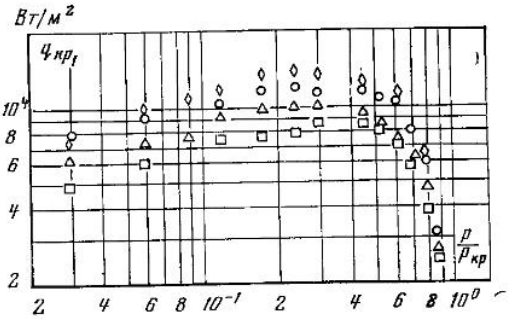


Рис. 3.23. Зависимость критической плотности теплового потока $q_{кр1}$ от приведенного давления $p/p_{кр}$ и толщины образца δ (диск из нержавеющей стали d=16 мм, средняя шероховатость 5—10 мкм, ориентация горизонтальная) [23].

◇ — δ=6,2; ○ — 3,9; △ — 1,5; □ — 0,8 мм.

Теоретических соотношений, дающих возможность производить расчет теплоотдачи и кризиса пузырькового кипения гелия с учетом материала теплоотдающей стенки и ее толщины, в настоящее время не существует. Известные расчетные зависимости, в частности (2.129) и (2.138), не учитывают этих важных для кипения криогенных жидкостей факторов и могут быть использованы лишь для получения приближенной оценки среднего уровня теплоотдачи и критической плотности теплового потока при заданном давлении.

Для учета влияния ориентации плоской поверхности больших размеров на критическую плотность теплового потока $q_{кр1}$ в соотношение Кутателадзе (2.130) можно ввести поправочный множитель, являющийся функцией угла φ между вертикалью и перпендикуляром к плоскости поверхности:

$$K = 0{,}016\,(190 - \varphi)^{0{,}5} \qquad (3.12)$$

Сопоставление расчетных значений, полученных по (2.138) и (3.12), с экспериментальными данными приведено на рис. 3.24.

Влияние ориентации поверхности нагрева на $q_{кр1}$ в значительной степени зависит от формы и размеров нагревательного элемента. Так, изменение ориентации цилиндрических поверхностей нагрева влияет на $q_{кр1}$ в меньшей степени, чем для плоских поверхностей. Влияние ориентации стенки на $q_{кр1}$ заметно уменьшается, если размер нагревательного элемента соизмерим с размером отрывного диаметра пузыря гелия ($d_0 \approx$ $\approx$0,07 мм при p=0,1 МПа [22]).

Уменьшение размеров нагревательного элемента приводит к увеличению $q_{кр1}$ (рис. 3.25). Как видно из рис. 3.25, $q_{кр1}$ убывает приблизительно обратно пропорционально диаметру проволоки. На самой тонкой проволоке d=0,05 мм при T_s=4,2 К получено очень высокое для гелия значение $q_{кр1} \approx$ $\approx (1{,}6 \cdot 10^4$ Вт/м²). При кипении гелия на

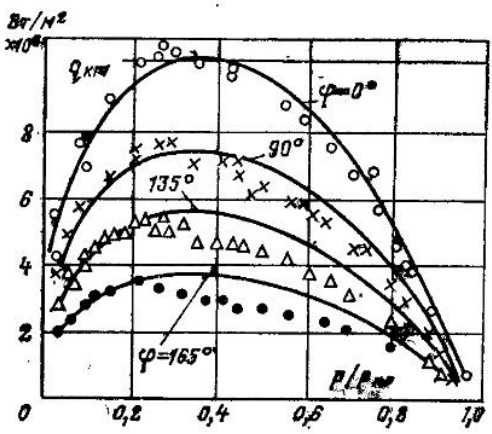


Рис. 3.24. Сопоставление опытных данных по $q_{кр1}$ гелия при различных давлениях и ориентации теплоотдающей поверхности (медный диск площадью 450 мм²) с расчетом по уравнению (2.138) с поправочным множителем (3.12) [45].

плоских горизонтальных поверхностях зона автомодельности $q_{кр1}$ относительно размера наступает при размерах нагревательного элемента, больших 5 мм.

Покрытия теплоотдающей поверхности пленками с низкой теплопроводностью могут значительно увеличить $q_{кр1}$ и $\Delta T_{кр1}$. Особенно эффективны с этой точки зрения дискретные (в виде пятен) низкотеплопроводные покрытия, слои из отдельных частиц и покрытия поверхности волокнистыми материалами [55]. Заметное влияние на величины $q_{кр1}$ и $q_{кр2}$ оказывает также толщина покрытий (табл. 3.15).

Изменение ускорения свободного падения g практически не оказывает влияния на коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении гелия в большом объеме. Критическая плотность теплового потока $q_{кр1}$ изменяется в зависимости от g так, как предсказывает уравнение (2.138), т. е.

$$q_{кр1} \sim p^{0,25}. \qquad (3.13)$$

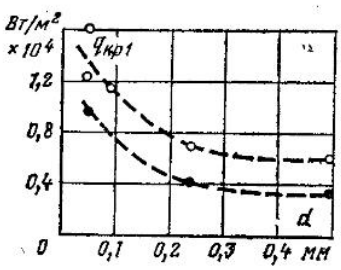


Рис. 3.25. Зависимость первой критической плотности теплового потока от диаметра манганиновой проволоки при кипении гелия (p=0,1 МПа) [49].
● — T_s=2,2 К; О — T_s=4,2 К.

Таблица 3.15

Зависимость $q_{кр1}$ и $q_{кр2}$ от толщины покрытий медной вертикальной поверхности [55]

Материал покрытий	Толщина покрытия, мкм	$q_{кр1}$, Вт/см²	$q_{кр2}$, Вт/см²
Целлюлоза	0	0,50	0,15
	2,5	0,55	0,31
	6,5	0,67	0,35
	18	0,75	0,45
	32	0,76	0,49
	46	0,75	0,54
Эмаль	12	0,66	0,46
	20	0,64	0,45
	25	0,67	0,51

3.4.2. ПЛЕНОЧНОЕ КИПЕНИЕ

Для расчета интенсивности теплоотдачи при пленочном кипении гелия на горизонтальных плоских, вертикальных и сферических поверхностях можно рекомендовать уравнение (2.137). Для пленочного кипения гелия на горизонтально расположенных цилиндрах лучшее согласие с экспериментом дают следующие соотношения [44]:

$$\mathrm{Nu} = 0{,}35\,(b/D)^{0,75}\,(\mathrm{Ra}\,\theta)^{0,25}, \text{ при } b/D > 10; \qquad (3.14)$$

$$\mathrm{Nu} = 0{,}485\,[(b/D)^3 + 2{,}25\,(bD)\,\Delta^2]^{0,25}\,[\mathrm{Ra}\,\theta]^{0,25}, \text{ при } b/D < 10, \qquad (3.15)$$

где

$$\Delta = \exp\left[4{,}35\left(\frac{\lambda'\mu'\Delta T}{r_{эф} D\rho'\sigma}\right)^{0,25}\right],$$

если $3 \leqslant b/D \leqslant 10$; (3.16)

$\Delta = 1$, если $b/D < 3$;

$$\mathrm{Ra} = \frac{L^3\rho'(\rho'-\rho'')g}{\mu'}\,\mathrm{Pr}';$$

$$\theta = r_{эф}/(c_p''\Delta T); \qquad (3.17)$$

$$r_{эф} = r\,\{1 + 0{,}34\,[c_p''\Delta T/r]\}^2;$$

$$b = \{\sigma/[g(\rho'-\rho'')]\}^{0,5}. \qquad (3.18)$$

Физические свойства паровой пленки рассчитываются при средней температуре пленки

$$T_{ср} = T_w + 0{,}5\,(T_w - T_s).$$

Расчет параметров кризиса пленочного кипения гелия ($q_{кр2}$ и $\Delta T_{кр2}$) в настоящее время затруднен из-за отсутствия надежных соотношений. Имеющиеся экспериментальные данные свидетельствуют о зависимости $q_{кр2}$ и $\Delta T_{кр2}$ от теплофизических свойств ма-

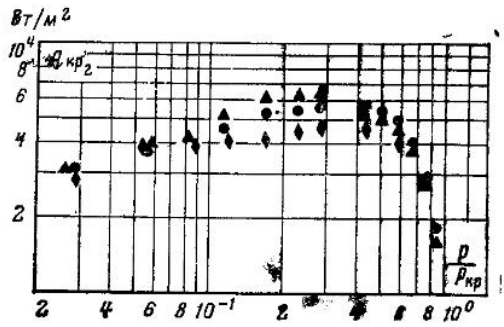


Рис. 3.26. Зависимость критической плотности теплового потока $q_{кр2}$ от приведенного давления $p/p_{кр}$ при кипении гелия на диске из нержавеющей стали (условия проведения опытов — см. рис. 3.23) [23].

◆ — 6,2; ● — 3,9; ▲ — 1,5 мм.

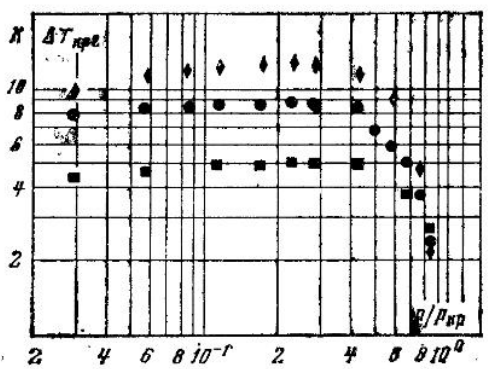


Рис. 3.27. Зависимость критического температурного напора $\Delta T_{кр2}$ от приведенного давления $p/p_{кр}$ и толщины образца δ (условия проведения опытов — см. рис. 3.23) [20].

◆ — 6,2; ● — 3,9; ■ — 0,8 мм.

териала, толщины и покрытий теплоотдающей поверхности [20, 21]. Увеличение тепловой активности материала стенки приводит к снижению $q_{кр2}$ и $\Delta T_{кр2}$. Уменьшение толщины горизонтальной стенки практически не оказывает влияния на величину $q_{кр2}$ и приводит к заметному снижению $\Delta T_{кр2}$ (рис. 3.26 и 3.27).

Ниже приведены данные по изменению положения второго кризиса кипения на плоском горизонтально расположенном образце диаметром 16 мм из меди в зависимости от степени покрытия теплоотдающей поверхности ΔF* клеем БФ-2 (для сравнения приведены также данные по первому кризису для тех же условий):

ΔF, %	0	50	75	100
$q_{кр1}$, Вт/м²	9200	5900	8700	10900
$\Delta T_{кр1}$, К	0,39	0,67	1,2	5,5
$q_{кр2}$, Вт/м²	1000	3500	4100	5500
$\Delta T_{кр2}$, К	2,2	9,3	11,5	16,5

Интенсивность теплоотдачи при пленочном кипении гелия практически не зависит от состояния и материала теплоотдающей поверхности.

3.5. ТЕЧЕНИЕ ГЕЛИЯ В КАНАЛАХ

При циркуляционном способе охлаждения сверхпроводящих систем движение гелия в каналах осуществляется с помощью насоса или перепада давления, создаваемого рефрижератором. Циркуляционное охлаждение имеет ряд преимуществ по сравнению с погружным: сама сверхпроводящая система имеет, как правило, большую механическую прочность; конструкция криостата, особенно в системах сложной конфигурации, значительно проще; для заполнения системы требуется меньшее количество гелия; система с принудительным охлаждением способна работать в любом положении в пространстве.

В качестве охлаждающей среды в циркуляционных системах может быть использован сверхкритический или жидкий (двухфазный) гелий.

3.5.1. ТЕПЛООТДАЧА К КИПЯЩЕМУ ГЕЛИЮ

Экспериментальные данные по теплоотдаче при кипении жидкого гелия имеют существенный разброс опытных точек, полученных различными исследователями при одних и тех же условиях. Это объясняется, по-видимому, сложностью постановки точного эксперимента при гелиевых температурах.

Вместе с тем характер кривых кипения для вынужденного движения гелия в каналах может иметь некоторые различия в зависимости от геометрии экспериментального участка, ориентации канала в пространстве, способа подачи жидкости в канал при прочих одинаковых условиях (давление на выходе, массовый расход, входное паросодержание и т. д.) (рис. 3.28). Условия, при которых получены данные, приведенные на рис. 3.28, представлены в табл. 3.16.

Как видно из рисунка, опытные результаты различных исследований по кипению гелия в каналах плохо согласуются между собой. В экспериментальном исследовании работы [42] получено расслоение кривых кипения гелия в условиях вынужденного движения в зависимости от скорости циркуляции.

При кипении гелия в каналах, так же как и при кипении гелия в большом объеме, наблюдается «гистерезис», т. е. различный уровень теплоотдачи в зависимости от ма-

* Клей наносился на поверхность в виде пятен диаметром примерно 2 мм на 50 и 75% площади или сплошной пленкой толщиной около 20 мкм.

Таблица 3.16

Условия, при которых получены опытные данные в работах [24, 42, 52, 58]

Источник	Геометрия канала	Направление движения жидкости	Материал канала	Способ подачи жидкости	Давление на выходе из канала, мПа	Массовый расход ρw, кг/(м²·с)
[24]	Прямая трубка $D = 0{,}6/0{,}8$ мм $l = 180$ мм	Подъемное	Нержавеющая сталь	Создание разряжения на выходе	1,0	15—330
[42]	Прямая трубка $D = 0{,}67/1{,}0$ мм $l = 120$ мм	Подъемное	Нержавеющая сталь	С помощью сильфонного вытеснителя	1,0	13—64
[58]	Прямая трубка $D = 2{,}0$ мм $l = 100$ мм	Подъемное	Медь	Передавливанием из сосуда Дьюара	1,2	18—96
[52]	Прямая трубка $D = 2{,}13/2{,}45$ мм $l = 100$ мм	Опускное	Нержавеющая сталь	С помощью центробежного насоса	1,1	40—650

правления изменения теплового потока (уменьшение или увеличение q в опыте).

Для приближенной оценки интенсивности теплоотдачи при кипении гелия в каналах в условиях вынужденного движения

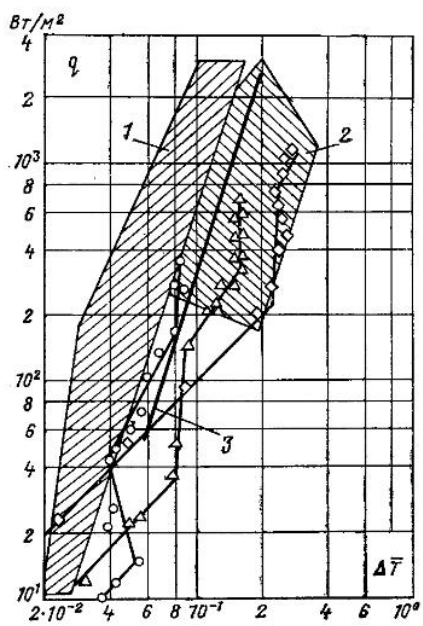


Рис. 3.28. Опытные данные работ [24, 25, 42, 52, 58] по кипению гелия в каналах в условиях вынужденного движения.

○ — W_0=0,11 м/с; △=0,2 м/с; ◇ — 0,51 м/с [42]; *1* — [24, 25]; *2* — [52]; *3* — [58].

можно воспользоваться соотношениями (2.150) — (2.152).

3.5.2. КРИЗИС ТЕПЛООТДАЧИ

Экспериментальными исследованиями [5, 6] установлено, что закономерности возникновения кризиса кипения гелия в каналах в условиях вынужденного движения те же, что и при кипении обычных жидкостей (например, воды) в аналогичных условиях (рис. 3.29 и 3.30). Наклонные части кривых на рис. 3.29 и 3.30 $q_{кр} = f(x)$, ограниченные справа $x_{гр}$, соответствуют кризисам I рода, возникающим при пузырьковом кипении жидкости в канале. Влияние массовой скорости на кризис I рода неоднозначно. Ниспадающие участки соответствуют кризисам II рода (высыхание тонких жидкостных пленок на стенках канала), для которых характерно постоянство граничного паросодержания $x_{гр}$.

Значения $x_{гр}$, полученные в [24], с погрешностью 20% описываются зависимостью [9]

$$x_{гр} = 0{,}04 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho w \cdot \nu'} \frac{\rho'}{\rho' - \rho''}}. \quad (3.19)$$

При $\rho w \geqslant 200$ кг/(м²·с) наблюдается вырождение кризиса II рода (отсутствие вертикальных участков). При паросодержаниях выше $x_{гр}$ наступает кризис орошения. В этой области наблюдается некоторое увеличение $q_{кр}$ с ростом ρw [5].

При малых массовых расходах [$\rho w < 70$ кг/(м²·с)] в трубках диаметром меньше 0,7 мм и длиной около 130 мм при давлениях ниже атмосферного на выходе наблюдаются паросодержания, близкие к 1.

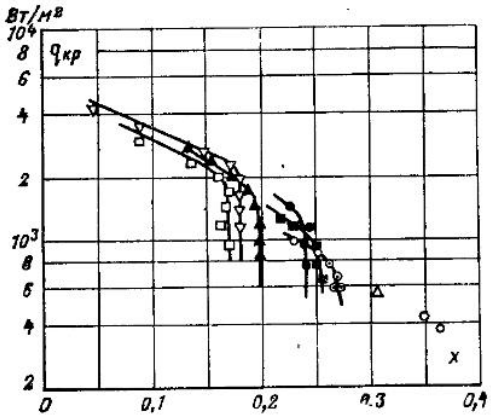


Рис. 3.29. Зависимость критической плотности теплового потока $q_{кр}$ от массового паросодержания и расхода гелия, полученная на вертикальной трубе из нержавеющей стали внутренним диаметром 0,6 мм (толщина стенки 0,1 мм, длина 180 мм) [24, 25].

○ — ρw=35 кг/(м²·с); △ — 55; ○ — 79; ■ — 103; ● — 120; ▲ — 190; ▽ — 280; □ — 330.

В работе [1] показано, что подобные режимы характерны для кипения жидкостей в каналах капиллярных размеров (размеров, близких к капиллярной константе жидкости). В таких условиях максимальный тепловой поток может быть найден из уравнения теплового баланса

$$q_{макс} = \frac{1}{4}\,\frac{r\rho' w_0}{(l/D)_{кан}}, \qquad (3.20)$$

где w_0 — скорость циркуляции жидкости.

Для данной геометрии канала и скорости циркуляции зависимость (3.20) дает максимальный тепловой поток, который может быть отведен жидкостью, кипящей в канале. На рис. 3.31 приведено сопоставление расчетных данных, полученных по формуле (3.20), и опытных результатов по кипению в трубке с $D_{кан}$=0,67 мм и длиной 130 мм при атмосферном давлении и массовых расходах от 13 до 160 кг/(м²·с) [1].

Кризис теплоотдачи в канале, обогреваемом периодически изменяющимся током, в значительной степени зависит от частоты изменения нагрузки и массовой скорости (рис. 3.32). Для сравнения ниже приведены экспериментальные значения $q_{кр}^{ст}$ и $x_{кр}^{ст}$ при стационарном обогреве постоянным током [12]:

$\rho' w_0$, кг/(м²·с)	40	75	94	125	225
$q_{кр}^{ст}$, Вт/м²	730	1140	1340	1650	1960
$x_{кр}^{ст}$	0,75	0,62	0,58	0,54	0,36

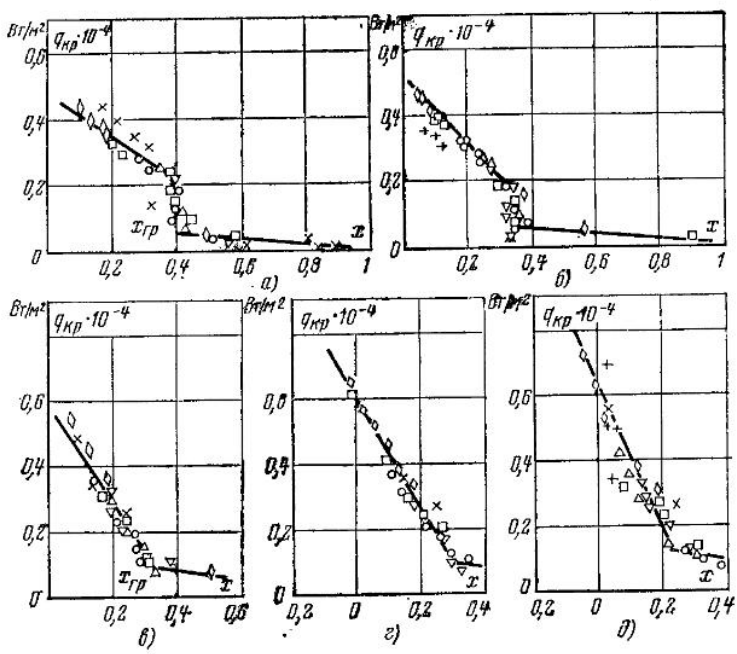


Рис. 3.30. Зависимость критической плотности теплового потока от паросодержания и массового расхода гелия, полученная на вертикальной трубе из нержавеющей стали внутренним диаметром 1,63 мм и общей длиной около 750 мм [5].

а — p=106 кПа, ρw=92 кг/(м²·с); *б* — p=105 кПа, ρw=144 кг/(м²·с); *в* — p=108 кПа, ρw=200 кг/(м²·с); *г* — p=109 кПа; ρw=240 кг/(м²·с); *д* — p=115 кПа; ρw=305 кг/(м²·с).

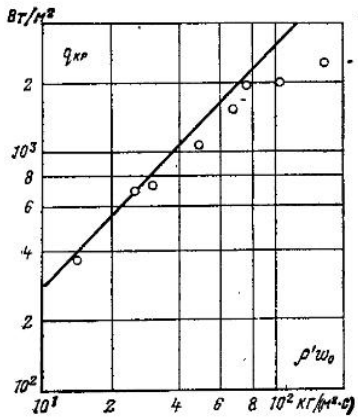


Рис. 3.31. Сопоставление результатов расчетов по формуле (3.20) с опытными данными работы [1] (T_s=4,2 К; $l/D_{кав}$=194).

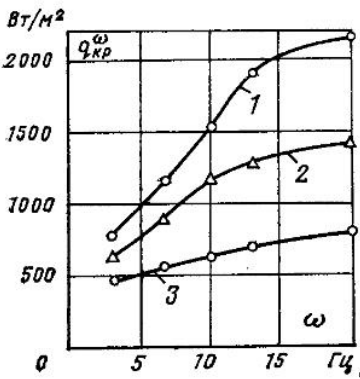


Рис. 3.32. Зависимость $q^{\omega}_{кр}$ от частоты изменения нагрузки ω и массовой скорости $\rho' w_0$ [12], полученная при течении гелия в медной трубе, внутренним диаметром 0,47 мм.

1 — $\rho' w_0$=225 кг/(м²·с); *2* — 94 кг/(м²·с); *3* — 40 кг/(м²·с).

Из сопоставления данных видно, что при частоте ω=20 Гц значения $q^{\omega}_{кр}$ при периодически изменяющейся нагрузке приблизительно равны $q^{ст}_{кр}$, полученным в условиях стационарного обогрева. При уменьшении частоты пропускания электрических импульсов по стенке канала $q^{\omega}_{кр}$ заметно падает.

3.5.3. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Характер зависимостей гидравлического сопротивления при течении двухфазного потока гелия от режимных параметров аналогичен характеру зависимостей для других жидкостей. В частности, расчет по так называемой гомогенной модели, как показали исследования [6, 57], дает значительные от-

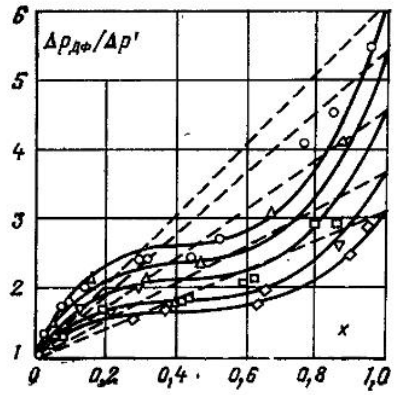


Рис. 3.33. Влияние паросодержания двухфазного потока на относительный перепад давления за счет трения [6] при ρw = =170 кг/(м²·с).

○ — p=0,1 МПа; △=0,12 МПа; □=0,14 МПа; ▽ — 0,16 МПа; ◇ — 0,18 МПа; — — — — расчет. по гомогенной модели потока.

клонения от экспериментальных данных (особенно в области средних значений паросодержания) (рис. 3.33). На основе обобщения собственных экспериментальных данных [ρw=100÷400 кг/(с·м²); x=0—1; p= =(1÷1,8)·10⁵ Па; q=0; l=750 мм; d= =1,6 мм] авторы [6] рекомендуют для расчета гидравлических потерь при течении гелия с погрешностью ±15% следующую формулу:

$$\Delta p_{дф} = \xi' \frac{l}{D} \frac{(\rho' w)^2}{2\rho'} \left\{ 1 + F(x) \times \right.$$
$$\left. \times \left[\frac{\xi''}{\xi'} \frac{\rho'}{\rho''} - 1 \right] \right\}, \qquad (3.21)$$

где l, D — длина и диаметр канала; ρ', ρ''— плотности жидкости и пара; ξ', ξ'' — коэффициенты гидравлического сопротивления канала при течении по нему жидкости или пара; $F(x) = (\Delta p_{дф} - \Delta p')/(\Delta p'' - \Delta p')$ —отно-

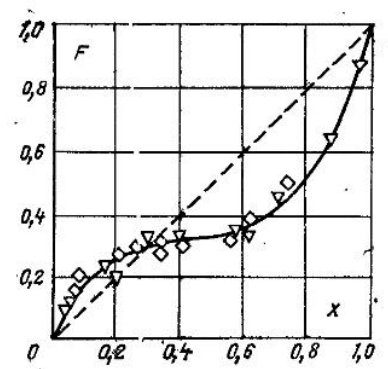


Рис. 3.34. Зависимость $F(x)$ для двухфазного потока гелия.

— — — — расчет по гомогенной модели потока [6].

сительный избыточный перепад давления (рис. 3.34); $\Delta p'$, $\Delta p''$ — потери давления на трение при течении по каналу жидкости или пара.

3.5.4. ТЕПЛООТДАЧА К СВЕРХКРИТИЧЕСКОМУ ГЕЛИЮ

В сверхкритической области состояний теплофизические свойства гелия, как и всех веществ, сильно и своеобразно изменяются с изменением температуры и давления.

В сравнительно узком интервале значений температуры здесь резко снижаются плотность ρ, вязкость μ и теплопроводность λ, а теплоемкость c_p и число Прандтля Pr при температуре T_m, называемой псевдокритической, достигают максимума (см. рис. 3.4).

Анализ опытных данных для разных сред, в частности, для гелия, показал, что в условиях столь резких и значительных изменений свойств теплоотдача и гидродинамические характеристики потока не поддаются обобщению по известным соотношениям, полученным для однородных потоков и потоков со слабо меняющимися свойствами. Переменность свойств среды по сечению и вдоль потока приводит к тому, что коэффициент теплоотдачи зависит от плотности теплового потока. Наряду с нормальными режимами теплообмена, когда температура стенки монотонно изменяется соответственно изменению температуры потока, наблюдаются и так называемые режимы ухудшенной теплоотдачи с характерным для них пиковым изменением температуры стенки, а также режимы улучшенной теплоотдачи. Такое подразделение режимов теплоотдачи условно и отражает лишь факт отклонения локальной теплоотдачи от монотонного изменения на предшествующем и последующем участках канала или от значений, рассчитанных по обычным формулам конвективного теплообмена.

Нормальная и улучшенная теплоотдача наблюдается при малых или умеренных тепловых нагрузках, а с ростом q и снижением массовой скорости теплоотдача ухудшается (рис. 3.35). Понятия «умеренная» и «высокая» тепловая нагрузка или массовая скорость тоже относительны, так как они различны для разных сред.

К настоящему времени предложено множество расчетных методов и эмпирических формул для определения теплоотдачи в сверхкритической области состояний теплоносителя [25, 32, 33, 41, 53]. Но пользоваться ими следует с осторожностью, поскольку обобщающие зависимости, предлагаемые авторами, как правило, применимы лишь в исследованном каждым автором диапазоне. Кроме того, даже сравнимые по условиям эксперимента опытные данные разных авторов существенно расходятся и количественно, и качественно.

Для практических расчетов теплоотдачи к гелию сверхкритических параметров можно рекомендовать формулы [46], полученные по результатам последних, наиболее полных экспериментальных исследований ($T_н = 4{,}4 \div 15$ К, $p = 2 \div 14$ МПа, $q_c \leqslant \leqslant 2500$ Вт/м², $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^4 \div 10^6$):

при подъемном течении

$$\mathrm{Nu}_п = 0{,}0602\, \mathrm{Re}_п^{0{,}718}\, \overline{\mathrm{Pr}}^{0{,}50}\, (T_п/T_c)^{0{,}48}; \quad (3.22)$$

при опускном течении

$$\mathrm{Nu}_п = 0{,}0931\, \mathrm{Re}_п^{0{,}087}\, \overline{\mathrm{Pr}}^{0{,}53}, \quad (3.23)$$

где

$$\overline{\mathrm{Pr}} = \frac{2}{1/\mathrm{Pr}_c + 1/\mathrm{Pr}_п}$$

при $T_c < T_m$ или $T_п > T_m$ и

$$\mathrm{Pr} = \frac{2\,(T_c - T_п)}{(T_m - T_п)(1/\mathrm{Pr}_п + 1/\mathrm{Pr}_m) + \rightarrow}$$

$$\rightarrow + (T_c - T_m)(1/\mathrm{Pr}_m + 1/\mathrm{Pr}_c)$$

при $T_п < T_m < T_c$, где T_m — псевдокритическая температура; T_c, $T_п$ — температура стенки и потока соответственно.

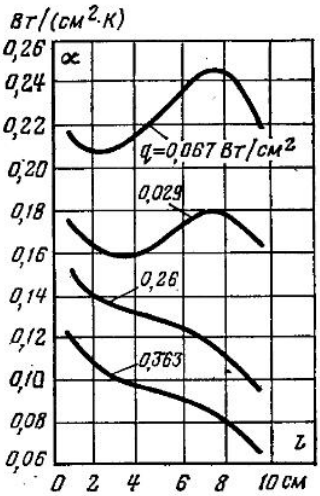


Рис. 3.35. Изменение коэффициента теплоотдачи гелия по длине трубы при давлении $p = 0{,}25$ МПа, массовом расходе $G = 6{,}8 \div 7{,}6$ г/(см²·с) и температуре входа $T_{вх} = 5{,}038 \div 5{,}043$ К [46].

3.6. ТЕПЛООБМЕН К He-II

3.6.1. ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ТЕПЛООТДАЧИ К He-II

Закономерности передачи теплоты в He-II существенным образом отличаются от обычной теплопроводности. Основываясь на представлениях двухкомпонентной модели (см. § 3.2), механизм передачи теплоты в

Не-II в первом приближении может быть представлен как взаимно противоположное движение двух составляющих, когда от поверхности нагрева в направлении градиента температуры движется поток вязкого нормального компонента, а ей навстречу, к источнику теплоты — равный поток сверхтекучего компонента. При этом отсутствуют взаимодействие сверхтекучего компонента с нормальным или стенками сосуда, т. е. компоненты могут свободно перемещаться относительно друг друга, не испытывая никакого взаимного трения. Последнее обстоятельство обусловливает высокую эффективность теплопередачи. Другими словами, если в жидком Не-II существует градиент температур, то в нем осуществляется внутренняя конвекция (термический противоток) двух взаимопроникающих компонентов, причем в системе выполняется закон сохранения массы, т. е. суммарный массовый расход жидкости при термическом противотоке равен нулю:

$$\rho_n w_n + \rho_s w_s = 0, \qquad (3.24)$$

где w_n и w_s — скорости нормального и сверхтекучего компонента.

Таким образом, передача теплоты в рамках двухкомпонентной модели определяется гидродинамикой движения нормального и сверхтекучего компонента. Перенос теплоты и массы в Не-II неразделимы. Плотность теплового потока пропорциональна скорости нормального компонента

$$q = \rho S T_s w_n, \qquad (3.25)$$

где S — удельная энтропия жидкости; T_s — температура гелиевой ванны.

В общепринятом смысле Не-II не подчиняется закону Фурье, поэтому для того, чтобы оценить его способность проводить теплоту, в ряде работ [47, 48] вводится понятие *эффективного коэффициента теплопроводности*:

$$\lambda_{эфф} = C(T_s) T_s \eta_n^{1/3} \rho^{2/3} S^{4/3} (\mathrm{grad}\, T)^{-2/3}, \qquad (3.26)$$

где $C(T_s)$ — некоторый безразмерный параметр, зависящий от температуры (рис. 3.36); η_n — коэффициент вязкости нормального компонента.

Зависимость эффективного коэффициента теплопроводности при различных значениях $\mathrm{grad}T$ представлена на рис. 3.37. Максимальное значение $\lambda_{эфф}$ Не-II [48] более чем на шесть порядков превышает коэффициент теплопроводности Не-I при $T_s = 2{,}5$ К и почти в 5 раз теплопроводность чистого серебра при этой же температуре. Таким образом, температурные перепады в Не-II весьма малы и температура в любой точке объема Не-II практически одинакова.

Интенсивность теплоотдачи к Не-II соизмерима, а в ряде случаев превышает значения коэффициентов теплоотдачи α, полученных на Не-I (рис. 3.38).

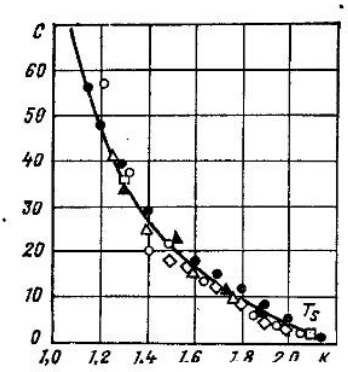


Рис. 3.36. Зависимость безразмерного параметра C от температуры [48].

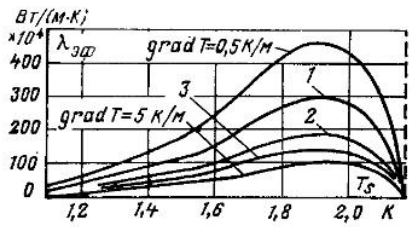


Рис. 3.37. Зависимость эффективного коэффициента теплопроводности Не-II от температуры при постоянных значениях градиента температуры [47].

Всю температурную область, в которой существует Не-II, можно условно разделить на зоны беспленочного (*I*) (рис. 3.39), и пленочного кипения (*II*). В беспленочной зоне в свою очередь обычно выделяют два характерных режима — с линейной (*сопро-*

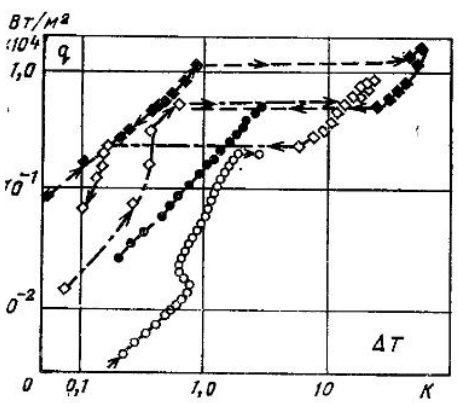


Рис. 3.38. Сравнение интенсивности теплоотдачи к Не-I и Не-II [47].

◆ — серебро; $T_s = 2{,}1$ К (Не-II); ● — нержавеющая сталь, $T_s = 2{,}0$ К (Не-II); ◇ — серебро, $T_s = 4{,}21$ К (Не-I); ○ — нержавеющая сталь, $T_s = 2{,}19$ К (Не-I). Стрелками указано направление изменения теплового потока.

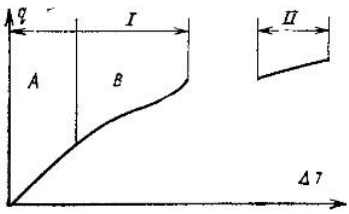


Рис. 3.39. Характерная кривая теплоотдачи к He-II.

I, II — зоны беспленочного и пленочного кипения соответственно; *A, B* — режимы с линейной (сопротивления Капицы) и нелинейной зависимости $q = f(\Delta T)$.

тивления Капицы) (*A*) и нелинейной (*B*) зависимостями плотности теплового потока от разности температур поверхности нагрева и жидкости в объеме. Режим сопротивления Капицы характерен для $\Delta T \leqslant 0{,}1$ К и обусловлен термическим сопротивлением, существующим на границе твердое тело — He-II (обнаружено экспериментально П. Л. Капицей в 1941 г.).

В зоне пленочного кипения между теплоотдающей поверхностью и He-II возникает паровая пленка. Плотность теплового потока q^*, при которой происходит переход от одной зоны к другой, *получила название максимальной или критической плотности теплового потока* (ΔT^* — температурный напор, соответствующий q^*).

Теплоотдача при пленочном кипении He-II по многим внешним признакам сходна с теплоотдачей при пленочном кипении других жидкостей, однако ее интенсивность, как и значение q^*, зависят от глубины погружения поверхности теплообмена в жидкость. Обратный переход в зону беспленочного кипения (если q является независимой переменной) наступает при заметно меньшем значении $q^*_{\text{мин}}$ (рис. 3.39).

3.6.2. РЕЖИМ СОПРОТИВЛЕНИЯ КАПИЦЫ

Возникающее в тонком (примерно 10^{-2} мм) слое жидкости у поверхности раздела при наличии теплового потока любого знака сопротивление Капицы R_0 определяется скачком температур между твердым телом и He-II:

$$R_0 = F\Delta T/Q, \qquad (3.27)$$

где F — площадь поверхности раздела; $\Delta T = T_w - T_s$ — скачок температур между температурой поверхности теплообмена T_w и температурой объема гелиевой ванны T_s; Q — тепловой поток через поверхность раздела твердое тело — He-II.

Величина h_0, обратная «сопротивлению Капицы», получила название *проводимости Капицы* и по существу представляет собой коэффициент теплоотдачи от твердой стенки к He-II.

Скачок температуры растет с понижением $\Delta T \sim T_s^{-1/3}$, причем теплоотдача от поверхности нагрева при малых тепловых потоках и $\Delta T \ll T_s$ приблизительно до $\Delta T = 0{,}03 \div 0{,}05$ К характеризуется практически постоянным значением коэффициента проводимости во всем интервале режима сопротивления Капицы.

В настоящее время доказано, что при низких температурах существование подобного термического сопротивления на границе раздела двух сред при наличии теплового потока обязательно для любой пары тел: твердое тело — жидкость, твердое тело — газ и т. п.

Теоретическое обоснование существования скачка температуры на границе раздела тело — He-II было впервые предложено И. М. Халатниковым [40], который показал, что при всех температурах ниже λ-точки на границе раздела существуют потоки энергии как от поверхности нагрева в жидкий гелий вследствие излучения (в виде фононов), так и от гелия к поверхности вследствие поглощения фононов поверхностью тела. Разность этих двух потоков, направленных от твердого тела к жидкости и от жидкости к твердому телу и определяют сопротивление или проводимость Капицы, для которой И. М. Халатниковым получено выражение

$$h_0 = \frac{q}{\Delta T} = \frac{16\pi^4 k \rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}} T_s^3}{15h\rho_{\text{т}} w_t^3} F\left(\frac{w_t}{w_e}\right), \qquad (3.28)$$

где k — постоянная Больцмана; $\rho_{\text{ж}}$ и $\rho_{\text{т}}$ — плотности жидкого гелия и твердого тела соответственно; $w_{\text{ж}}$ — скорость первого звука в жидком гелии; w_t и w_e — скорость продольного и поперечного распространения звука в твердом теле соответственно; $F(w_t/w_e)$ — функция упругих констант твердого тела (для подавляющего большинства твердых тел $F(w_t/w_e) = 1{,}5 \div 2$; значения упругих констант твердых тел и жидкостей можно найти в [43]); h — постоянная Планка.

Соотношение для коэффициента проводимости (3.28) может быть записано в более удобной для расчетов форме через температуру Дебая θ_D:

$$h_0 = \frac{9{,}7 \cdot 10^5 \rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}} F\left(w_t/w_e\right) T_s^3}{M\theta_D^3}, \qquad (3.29)$$

где M — молекулярная масса твердого тела.

Теория И. М. Халатникова дает значение показателя степени $n = 3$ в выражении $h_0 = AT$ независимо от материала, состояния и температуры поверхности нагрева. Анализ же имеющихся экспериментальных данных различных авторов показывает, что $h_0(R_0)$ сильно зависит от температуры, причем значение n лежит в пределах 1,5—4,5. В области очень низких (ниже 1 К) температур $n \to 3$. Экспериментально полученные значения коэффициентов теплоотда-

ми могут различаться в ряде случаев на порядок и более. Столь большой разброс опытных данных позволяет сделать заключение о весьма сложном влиянии, которое оказывают на проводимость Капицы различные поверхностные условия, такие как шероховатость, состояние поверхности и ее предыстория, способы обработки, условия проведения опытов (нормальное или сверхпроводящее состояние исследуемой поверхности) и множество других, порою самых неожиданных факторов. Достаточно подробный анализ факторов, оказывающих влияние на интенсивность теплоотдачи в режиме сопротивления Капицы, обзор существующих экспериментальных данных и обширная библиография по рассматриваемому вопросу содержатся в [8].

Расчетные значения h_0, полученные по соотношению (3.29), лежат заметно (на один—два порядка) ниже экспериментальных. Подход к расчету проводимости Капицы на основе модели фононного излучения поверхностью твердого тела [64] приводит к соотношению для h_0, которое может быть записано в виде

$$h_0 = 1{,}93 \cdot 10^7 (\rho_т/M)^{2/3} \theta_D^{-2} T_s^3, \quad (3.30)$$

где $\rho_т$ — плотность твердого тела.

Практически все известные экспериментальные значения h_0 ложатся между значениями, рассчитанными по соотношениям (3.28) и (3.30) (рис. 3.40), которые могут, таким образом, служить соответственно для оценки нижнего и верхнего пределов h_0.

Для $\Delta T^* > \Delta T \geqslant T_s$ коэффициент теплоотдачи к He-II может быть записан в виде

$$h = h_0 f(\Delta T/T_s), \quad (3.31)$$

где

$$f(\Delta T/T_s) = 1 + 1{,}5(\Delta T/T_s) + (\Delta T/T_s)^2 + 0{,}25(\Delta T/T_s)^3. \quad (3.32)$$

Выражение (3.31) позволяет экстраполировать данные по проводимости Капицы в область больших температурных напоров и может быть рекомендовано для расчета коэффициента теплоотдачи к He-II в области высоких тепловых потоков (вплоть до критических), если известны значения h_0 (полученные экспериментально) для каждой из исследованных поверхностей нагрева. Однако в области больших тепловых потоков, при температурах поверхности нагрева, превышающих температуру λ-точки, расчетные значения h, подсказываемые соотношением (3.31), начинают располагаться несколько выше известных экспериментальных данных. С ростом температуры это отклонение увеличивается, достигая, по некоторым данным, в области, прилегающей к q^*, 35—50%.

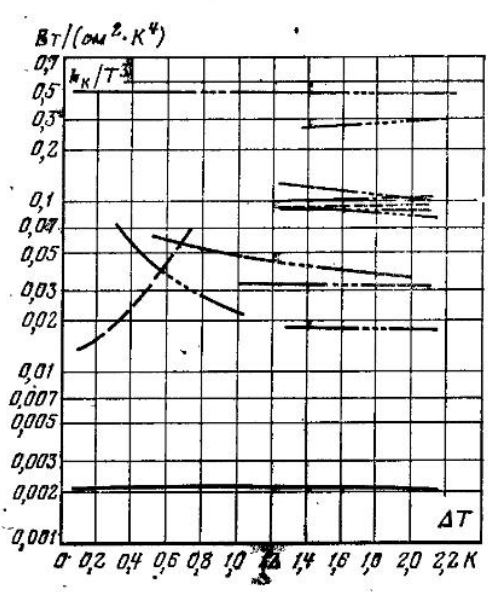


Рис. 3.40. Сопоставление экспериментальных результатов по проводимости Капицы с расчетом по формулам (3.28) (сплошная линия) и (3.30) [34].

3.6.3. КРИТИЧЕСКИЕ ТЕПЛОВЫЕ ПОТОКИ

Знание критической плотности теплового потока q^* при теплоотдаче к He-II обязательно при проектировании и эксплуатации сверхпроводящих устройств. Превышение значения q^* на сверхпроводнике приводит к резкому увеличению температуры тепловыделяющего элемента, его переходу в нормальное состояние и в случае отсутствия контроля за температурой поверхности (при большой плотности тока) — к расплавлению (пережогу) и выходу из строя сверхпроводящей жилы. Значение q^* может ко-

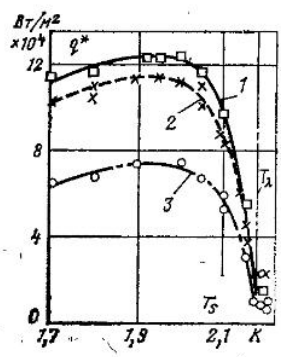


Рис. 3.41. Зависимость максимальной плотности теплового потока в He-II от температуры гелиевой ванны и диаметра горизонтального нагревательного элемента, изготовленного из константановой проволочки (глубина погружения $H = 100$ мм) [51].

Диаметр проволочек: *1* — 17 мкм; *2* — 23,6 мкм; *3* — 81 мкм.

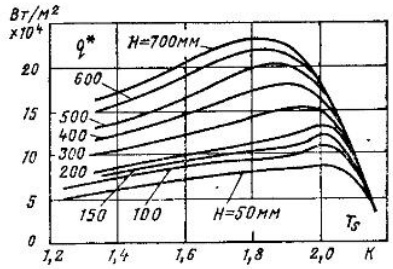


Рис. 3.42. Зависимость максимальной плотности теплового потока от глубины погружения и температуры гелиевой ванны (сглаженные кривые) [60].

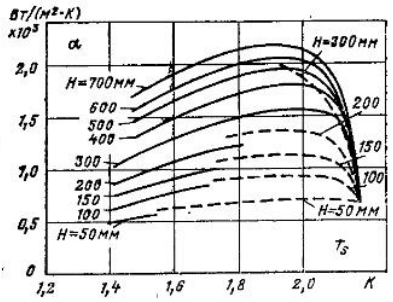


Рис. 3.43. Зависимость интенсивности теплоотдачи при пленочном кипении He-II от температуры гелиевой ванны и глубины погружения H (сглаженные кривые) [59], $T_w = 80$ К.

Сплошные линии — колеблющаяся пленка, кипение с шумом; пунктирные — устойчивая пленка, кипение без шума.

лебаться в пределах от $0{,}1 \cdot 10^3$ до $(20 \div 25) \cdot 10^4$ Вт/м² в зависимости от температуры гелиевой ванны, размеров и формы поверхности нагрева и глубины ее погружения (рис. 3.41).

С увеличением размера нагревательного элемента q^* заметно уменьшается, асимптотически приближаясь к некоторому постоянному значению. По некоторым оценкам зона автомодельности q^* относительно размера нагревателя расположена в пределах 5—10 мм. Значение q^*, соответствующее этой зоне (для глубин погружения $H \approx 0$), приблизительно равна $1 \cdot 10^4$ Вт/м². Характерной особенностью теплообмена с He-II является зависимость максимальной плотности теплового потока и интенсивности теплоотдачи при пленочном кипении от глубины погружения экспериментального образца в жидкость (рис. 3.42). Представленные на рис. 3.42 сглаженные кривые для q^* имеют характерный максимум при температуре ванны около 1,9 К. По мере приближения к λ-точке влияние глубины погружения уменьшается, полностью исчезая в точке, соответствующей λ-переходу. По одним данным q^* возрастает приблизительно линейно с увеличением глубины погружения, в то время как по другим $q^* \sim H^{1/3}$.

Минимальная плотность теплового потока $q^*_{мин}$, при которой происходит обратный переход в зону беспленочного кипения, так же как и q^*, зависит от глубины погружения — увеличивается по мере роста столба жидкости над поверхностью теплообмена. Зависимость $q^*_{мин} = f(T_s)$ аналогична зависимости $q^* = f(T_s)$ с характерным максимумом при температуре гелиевой ванны, равной приблизительно 1,9 К.

3.6.4. ПЛЕНОЧНОЕ КИПЕНИЕ

Коэффициент теплоотдачи α при пленочном кипении He-II зависит от температуры гелиевой ванны, температуры образца, глубины погружения и характерных размеров. В некоторых случаях пленочное кипение He-II сопровождается своеобразным шумом, причем интенсивность теплоотдачи в режиме, сопровождающемся шумом, заметно (по некоторым данным до 60%) ниже, чем при бесшумовой разновидности теплообмена.

Коэффициент теплоотдачи увеличивается с ростом глубины погружения экспериментального образца в объем He-II (рис. 3.43). Влияние глубины погружения уменьшается по мере приближения температуры гелиевой ванны к λ-переходу, полностью исчезая в λ-точке, когда жидкий гелий переходит в нормальное состояние. Как и q^* и $q^*_{мин}$, коэффициент теплоотдачи в зависимости от температуры гелиевой ванны имеет характерный максимум в районе $T_s = 1{,}9$ К.

Одна из возможных причин увеличения коэффициента теплоотдачи с ростом глубины погружения может заключаться в следующем. В условиях кипения в большом объеме давление у свободной поверхности He-II равно, как правило, давлению насыщения, соответствующему требуемой температуре в объеме ванны. При погружении экспериментального образца в He-II давление на его поверхности будет превышать давление насыщения на величину гидростатического напора, зависящего от глубины погружения. Тогда, с одной стороны, в случае появления между поверхностью нагрева и He-II пленки жидкого или газообразного He-I* граница между двумя гелиевыми фазами будет иметь температуру насыщения, соответствующую местному давлению на этой границе и, следовательно, разность температур

* Очевидно, при давлениях, превышающих давление в λ-точке (см. рис. 3.1), над поверхностью могут одновременно существовать две пленки He-I — паровая и жидкостная.

на границе раздела фаз T_b и насыщения системы T_s будет зависеть от глубины погружения поверхности нагрева. С другой стороны, экспериментально показано, что температура паровой фазы (жидкой прослойки He-I) непрерывно меняется от температуры тепловыделяющего элемента T_w до температуры раздела фаз T_b. Вследствие высокой теплопроводности He-II его температура T_s остается по высоте постоянной и независимой от глубины погружения. В результате этого на границе раздела фаз происходит скачок температуры, изменяющейся от T_b до температуры в объеме ванны T_s. Существующий скачок температуры на границе раздела фаз будет определять тепловой поток к He-II, который также должен зависеть от глубины погружения поверхности нагрева.

Тепловой поток q_b на межфазной границе He-II — пар определяется лишь термодинамическими параметрами системы, такими как температура насыщения T_s и глубина h погружения нагревателя в жидкости и не зависит от формы и размера нагревателя, плотности теплового потока на его поверхности q_w и температуры поверхности T_w. Подход к расчету плотности теплового потока q_b на межфазной границе He-II—пар на основе теории неравновесных процессов испарения—конденсации содержится в [14], экспериментальное подтверждение этого подхода—в работе [15].

Знание q_b открывает путь к построению уточненных теоретических решений для теплоотдачи при пленочном кипении He-II на поверхностях нагрева любых форм и размеров. Теория ламинарного пленочного кипения He-II (доведенная до расчетных соотношений) на поверхности горизонтально расположенных цилиндров больших диаметров и вертикальных пластин содержится в [16], на сферических поверхностях — в [27].

Изменение ориентации теплоотдающей поверхности с горизонтальной на вертикальную по некоторым данным не оказывает влияния на интенсивность теплоотдачи в области пленочного кипения He-II. Уменьшение диаметра образца приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи.

3.7. РАСЧЕТ РАСХОДА КРИОАГЕНТА ДЛЯ ОХЛАЖДЕНИЯ

В большинстве случаев при конструировании и расчете криосистем необходимо знать объем жидкого криоагента для охлаждения определенного количества металла.

Для определения приближенного расхода криоагента, необходимого для охлаждения единицы массы металла, можно воспользоваться кривыми, характеризующими удельный расход жидких криоагентов (отношение массы жидкости к массе

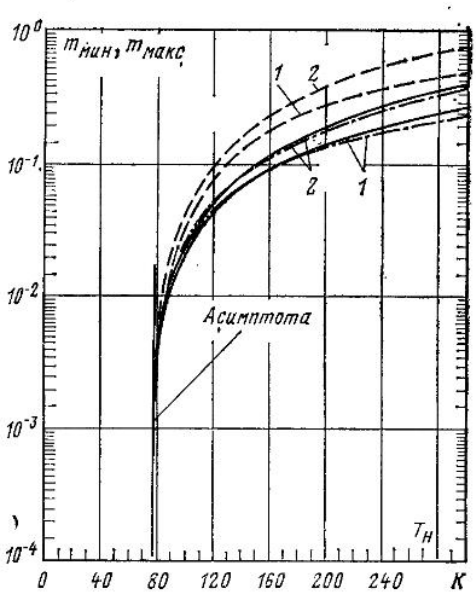


Рис. 3.44. Удельный расход жидкого азота при охлаждении различных металлов до 78 К [56].

1 — энтальпийное охлаждение; *2* — безэнтальпийное охлаждение; ——— — нержавеющая сталь; — — — — медь; —·— — алюминий.

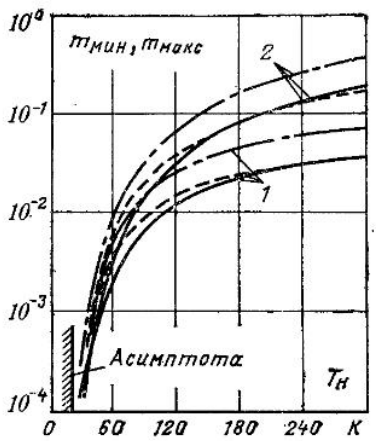


Рис. 3.45. Удельный расход жидкого водорода при охлаждении различных металлов до 20 К [56].

1 — энтальпийное охлаждение; *2* — безэнтальпийное охлаждение; ——— — нержавеющая сталь; — — — — медь; —·— — алюминий.

твердого тела) при охлаждении, приведенными на рис. 3.44—3.46 [57].

На графиках представлены кривые, характеризующие максимальное и минимальное количество криоагента, необходи-

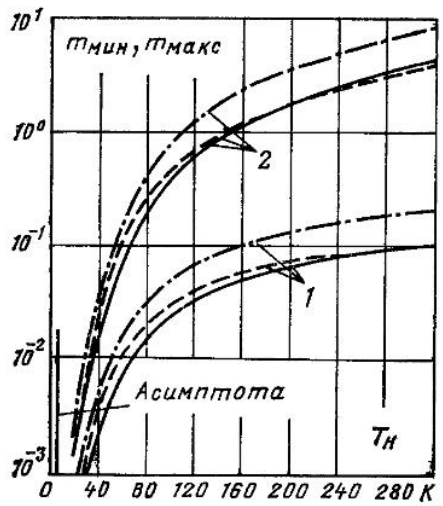


Рис. 3.46. Удельный расход жидкого гелия при охлаждении различных металлов до 4,2 К [56].

1 — энтальпийное охлаждение; *2* — безэнтальпийное охлаждение; ——— — нержавеющая сталь; — — — — медь; —·— — алюминий.

мого для охлаждения единицы массы металла:

максимальный расход

$$m_{макс} = -\int_{T_н}^{T_к} c_{pm}\, dT/r; \qquad (3.33)$$

минимальный расход

$$m_{мин} = -\int_{T_н}^{T_к} \left\{ c_{pm} \left[r + \int_{T_s}^{T} c_p\, dT \right]^{-1} \right\} dT, \qquad (3.34)$$

где $T_н$, $T_к$ — начальная и конечная температуры металла; T_s — температура насыщения криоагента; c_{pm}, c_p — теплоемкости металла и жидкости; r — скрытая теплота парообразования.

Например, для охлаждения 1 кг меди от 80 до 4,2 К лишь за счет скрытой теплоты парообразования нужно приблизительно 0,27 кг жидкого гелия. Если же учесть все теплосодержание гелия, то требуется всего 0,022 кг гелия. Когда нет возможности использовать все теплосодержание криоагента, то значение его расхода будет лежать где-то между кривыми максимума и минимума.

3.8. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ТЕПЛОПРИТОКОВ В КРИОСТАТЫ

В общем случае суммарный приток теплоты в криостат складывается из притоков теплоты через теплоизоляцию, по тепловым мостам (опорам, подвескам и т. п.), по токопроводам (обусловлен как теплопроводностью материала ввода, так и выделением теплоты в нем вследствие прохождения тока).

3.8.1. ПРИТОК ТЕПЛОТЫ ЧЕРЕЗ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИЮ

Методика расчета притока теплоты через низкотемпературную теплоизоляцию зависит от вида изоляции.

Приток теплоты в условиях высоковакуумной изоляции равен сумме двух потоков теплоты, обусловленных молекулярным переносом теплоты остаточными газами $q_{мол}$ и тепловым излучением $q_{изл}$.

Для расчета плотности молекулярного потока теплоты $q_{мол}$ между двумя параллельными плоскостями или потока теплоты $Q_{мол}$ между двумя расположенными одна в другой поверхностями при $Kn \gg 1$ могут быть рекомендованы следующие соотношения [19]:

$$q_{мол} = 2\xi_\nu R_\mu (T_1 - T_2)\, j; \qquad (3.35)$$

$$Q_{мол} = 2\xi_\nu R_\mu (T_1 F_1 - T_2 F_2)\, j; \qquad (3.36)$$

где ξ_ν — коэффициент, обусловленный наличием внутренних (вращательных) степеней свободы ($\xi_\nu = 1 + \nu/4$). Например, для газа из одноатомных молекул $\nu = 0$ и $\xi_\nu = 1$; для двухатомного газа $\nu = 2$ и $\xi_\nu = 1{,}5$); R_μ — индивидуальная газовая постоянная;

$$T_1 = \frac{T_{w1}\beta_1 + T_{w2}\beta_2(1-\beta_1)}{1-(1-\beta_1)(1-\beta_2)};$$

$$T_2 = \frac{T_{w2}\beta_2 + T_{w1}\beta_1(1-\beta_2)}{1-(1-\beta_1)(1-\beta_2)};$$

$$j = \frac{2p}{\sqrt{2\pi R_\mu}\left(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}\right)};$$

p — давление; T_w — температура поверхности; β — коэффициент аккомодации; F — площадь поверхности. Индексы 1 и 2 относятся соответственно к наружной и внутренней поверхностям.

Для практических расчетов могут быть также рекомендованы следующие соотношения:

$$q_{мол} = \beta \frac{\varkappa + 1}{\varkappa - 1} \sqrt{\frac{R}{8\pi}} \times \frac{p}{\sqrt{MT}} (T_{w1} - T_{w2}); \qquad (3.37)$$

$$Q_{мол} = \beta^* \frac{\varkappa + 1}{\varkappa - 1} \sqrt{\frac{R}{8\pi}} \times \frac{p}{\sqrt{MT}} F_2 (T_{w1} - T_{w2}), \qquad (3.38)$$

где

$$\beta = \frac{1}{\frac{1}{\beta_2} + \frac{1}{\beta_1} - 1};$$

$$\beta^* = \frac{1}{\frac{1}{\beta_2} + \frac{F_2}{F_1}\left(\frac{1}{\beta_1} - 1\right)};$$

$\varkappa$ — показатель адиабаты; R — универсальная газовая постоянная; M — молекулярная масса.

В этих формулах p и T можно трактовать либо как давление и температуру газа в вакуумированной области, либо как давление по вакуумметру и температуру окружающей среды, в которой находится вакуумметр. Связь между действительной температурой и давлением газа в вакуумированной системе $T_{вн}$, $p_{вн}$ и параметрами, измеренными прибором $T_{ман}$, $p_{ман}$ (эффект Кнудсена), может быть приближенно представлена соотношением

$$p_{ман} = p_{вн}\sqrt{T_{ман}/T_{вн}}.$$

Более точными для расчета потока энергии являются выражения (3.35) и (3.36), которые не содержат в явном виде температуру газа T. Точность соотношений (3.37) и (3.38) тем больше, чем меньше перепад температур в изоляции. При больших перепадах температур в вакуумированном слое применение этих выражений может дать заметную погрешность. Например, при $T_{w1}/T_{w2}=5$ погрешность составляет около 10%, при $T_{w1}/T_{w2}=40$ уже превышает 30%.

Для расчета теплообмена излучением между двумя параллельно расположенными оболочками криостата (или когда одна поверхность находится внутри другой) применимы соотношения (2.197) и (2.199).

В большинстве практических расчетов, связанных с передачей теплоты при низких температурах, имеют дело с поверхностями, излучательная способность которых находится в пределах 0,001—1,0. В общем случае она зависит от физических свойств, температуры и состояния поверхности излучения.

Коэффициент ε теплового излучения металлов снижается по мере увеличения их электропроводности. Это обстоятельство обусловливает применение в криогенных системах (например, для экранов, отражающих тепловое излучение) таких металлов, как медь, серебро, алюминий, т. е. металлов, обладающих наивысшей электропроводностью. Полирование поверхности уменьшает ε, в то время как загрязнение хорошо отражающих поверхностей приводит к его резкому увеличению. Коэффициент теплового излучения также возрастает при уплотнении (вызванном, например, механической обработкой) поверхностного слоя металла. Сплавы обычно имеют большее значение ε, чем чистые металлы. С понижением температуры ε металлических поверхностей уменьшается (табл. 3.17).

Таблица 3.17

Зависимость ε от температуры для металлов

Температура, К	Материал поверхности				
	Алюминий	Латунь	Медь	Серебро	Нержавеющая сталь
300	0,030	0,035	0,018	0,020	0,08
76	0,018	—	0,008	0,008	0,05
4,2	0,011	0,018	0,005	0,0044	—

Излучательная способность полупрозрачных тел (таких как стекла, твердые лаковые покрытия, клей и т. п.) при низких температурах приближаются к черному телу и находятся в пределах 0,7—0,8.

Коэффициенты отражения сверхпроводников практически не отличаются от значений коэффициентов в нормальном состоянии.

Поскольку составляющая $q_{мол}$ суммарного притока теплоты через высоковакуумную изоляцию уменьшается пропорционально снижению давления p в системе, а $q_{луч}$ от p не зависит, то при определенной степени разряжения создается ситуация, когда суммарный приток теплоты в систему начинает определяться лишь лучистой составляющей (т. е. $q_{мол} \ll q_{луч}$). Расчеты показывают, что создание вакуума выше примерно 10^{-3} Па становится уже нецелесообразным, поскольку, начиная приблизительно с этого давления, дальнейшая откачка вакуумированного пространства не приводит к заметному снижению суммарного теплового потока и определяющим фактором становится передача теплоты излучением. Последнее обстоятельство справедливо для всех низкотемпературных аппаратов с высоковакуумной изоляцией.

Тепловой поток через газонаполненную, вакуумно-многослойную, вакуумно-порошковую и комбинированную (вакуумную многослойно-порошковую) изоляции может быть приближенно вычислен по обычным уравнениям переноса теплоты теплопроводностью при условии замены коэффициента теплопроводности λ в этих уравнениях на $\lambda_{эф}$.

Например, выражения для потока теплоты через изоляцию для наиболее часто встречающихся в криогенной технике форм сосудов — цилиндрической и шаровой, будут иметь вид:

$$q = \frac{2\pi\lambda_{эф}\,\Delta T H}{\ln(D_2/D_1)}; \qquad (3.39)$$

$$q = \frac{\lambda_{эф}}{\delta} \Delta T \sqrt{F_1 F_2}, \qquad (3.40)$$

где $\lambda_{эф}$ — эффективный коэффициент теплопроводности изоляции в диапазоне температур от T_1 до T_2; $\Delta T = T_1 - T_2$; H — высота цилиндра; D_1 и D_2 — наружный и внутренний диаметры изоляции; F_1 и F_2 — площади внешней и внутренней поверхностей.

Выражение (3.40) может применяться и для изоляции, отличающейся по форме от шаровой, если отношение толщины изоляции к наименьшему размеру изолируемой емкости составляет не менее 0,2—0,15.

Согласно экспериментальным данным $\lambda_{эф}$ вакуумно-многослойной изоляции практически не зависит от толщины плоского или цилиндрического изоляционного слоя, а определяется числом экранов и плотностью их укладки. При увеличении числа слоев на единицу толщины изоляции перенос теплоты излучением уменьшается, а теплопроводностью возрастает. Следовательно, эффективный коэффициент теплопроводности должен достигать минимального значения при некоторой оптимальной толщине плотности укладки. Экспериментально показано, что оптимальная плотность укладки находится в пределах $n = 15 \div 30$ 1/см, где n — число слоев.

Эффективные коэффициенты теплопроводности зернистых и волокнистых изоляционных материалов определяются теплофизическими свойствами этого материала и размерами частиц (табл. 3.18). Для снижения теплового излучения к изоляции добавляют металлические (чаще алюминиевые или бронзовые) порошки с размером частиц 10 мкм и менее. Этот своеобразный экран, с одной стороны, снижает лучистый тепловой поток, с другой — увеличивает количество теплоты, передаваемой теплопроводностью. Экспериментально найдено, что оптимальными являются смеси, массовое содержание металлического порошка в которых достигает 40—60%.

Значения $\lambda_{эф}$ основных композиций вакуумно-многослойной изоляции приведены в табл. 3.19. С аналитическими методами расчета $\lambda_{эф}$ можно ознакомиться в монографии [11].

Если пренебречь передачей теплоты теплопроводностью изолирующих прокладок и остаточных газов, то перенос теплоты через вакуумно-многослойную изоляцию, помещенную между двумя замкнутыми оболочками, будет определяться лишь излучением:

$$Q = \sigma_0 \eta F_1 \left(T_2^4 - T_1^4\right),$$

где η — коэффициент эффективности экранирования [26]:

Таблица 3.18

Эффективный коэффициент теплопроводности вакуумированных зернистых и волокнистых материалов при граничных температурах 293 и 90 К [11]

Материал	Диаметр частиц, мкм	Удельная поверхность, м²/г	Плотность, кг/м³	$\lambda_{эф}$ при 0,133 Па, мВт/(м·К)
Аэрогель В	<250	200	100	1,4
Аэросил А-380	—	380	70	1,8
Белая сажа:				
БС-50	5	50	230	1,4
БС-150	10	150	160	1,2
БС-280	15	280	200	0,6
Диатомит	<250	40	250	1,7
Перлитовый песок	<1000	15	100	1,2
Перлитовая пудра	<250	15	100	1,1
Мипора	—	20	40	2,1
Вата:				
стеклянная	18	—	160	5,0
»	8	—	150	1,7
базальтовая	2	—	60	2,7
минеральная	10	4	150	3,0
50% аэрогеля В+50% бронзовой пудры БПИ	—	—	200	0,30
30% аэросила А=380+70% БПИ	—	—	180	0,35
70% БС-280+30% пудры БПИ	—	—	350	0,30
60% аэрогеля В+40% алюминиевой пудры	—	—	180	0,35
60% перлитовой пудры +40% пудры БПИ	—	—	180	0.60

Таблица 3.19

Эффективный коэффициент теплопроводности композиции многослойной изоляции при оптимальной плотности (граничные температуры 293—300 и 77—90 К, давление 10^{-3} Па) [11]

Характеристика прокладок				
Материал	Толщина, мм (поверхностная плотность, г/м²)	Количество экранов на 1 см	Плотность изоляции, кг/м³	Коэффициент теплопроводности, мВт/(м·К)
Композиции с экранами из отожженной алюминиевой фольги толщиной 6,3—12,7 мкм				
Стеклобумага СБР	(22)	20	98	0,050
» »	(16)	25	108	0,040
Стеклохолст ЭВТИ	0,2(40)	20	135	0,085
» »	0,15	20	95	0,05
Стеклобумага МКВ	(4,3)	22	68	0,042
Бумага ОДП из целлюлозного волокна	(22)	20	98	0,067
Капроновая сетка	(14)	23	94	0,039
Стеклобумага из волокна 0,5 мкм	0,2	20	140	0,06
То же	(16)	21		0,042
» » (Si—62)	—	20—40	88	0,031
» » (Si—91)	—	30—60	120	0,017
Стеклобумага из волокна 3 мкм	0,2	15	110	0,074
То же	0,12	20	112	0,052
Композиции с экранами из гладкой алюминированной с двух сторон полиэтилентерефталатной пленки толщиной 5—12 мкм				
Стекловуаль ЭВТИ-7	(7)	30	80	0,045
Стеклобумага МКВ	(4,3)	22	53	0,040
Стеклохолст ЭВТИ	0,1(16)	30	105	0,050
Стеклобумага дексиглас	0,07	24	59	0,048
Стеклобумага тисьюглас	0,015	40	52	0,024
Шелковая сетка (два слоя)	0,15	20	45	0,043
Нейлоновая сетка	0,23	32	54	0,029
Пенополиуретан	—	9	35	0,13
То же (плотность 32 кг/м³)	—	60	22	0,014
Суперфлок (пучки дакроновых волокон)	—	12	1,4	0,065
Композиции с экранами из рифленой алюминированной с одной стороны полиэтилентерефталатной пленки толщиной 5—12 мкм				
Рифление 3×3 мм без прокладок	—	20	16	0,10
Стекловуаль ЭВТИ-7, рифление 3×3 мм	(7)	15	22	0,10
То же, алюминирование с двух сторон NRC-2 (без прокладок)	(7)	10	15	0,06
	—	20	22	0,05
Димплер (прокладки из гладкой алюминированной пленки)	0,013	8	16	0,20

для цилиндрических экранов

$$\eta = \left[1 + \frac{E_0}{E_э} R_1 \sum_{m=1}^{N} \frac{1}{R_1 + \frac{m}{N+1}(R_2 - R_1)} \right]^{-1}; \qquad (3.41)$$

для сферических экранов

$$\eta = \left(1 + \frac{E_0}{E_э} R_1^2 \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{m=1}^{N} \frac{1}{\left[R_1 + \frac{m}{N+1} (R_2 - R_1) \right]^2} \right)^{-1}; \quad (3.42)$$

для плоских экранов

$$\eta = \left(1 + N \frac{E_0}{E_э} \right)^{-1}; \quad (3.43)$$

здесь E_0 и $E_э$ — приведенные коэффициенты теплового излучения системы из двух граничных поверхностей (оболочек емкости) и двух соседних экранов: $E_0 = \varepsilon_0/(2 - \varepsilon_0)$ и $E_э = \varepsilon_э/(2 - \varepsilon_э)$; $\varepsilon_э$ — коэффициент теплоты излучения экрана; R_1 и R_2 — расстояние между оболочками емкости; N — число экранов изоляции.

Поскольку, как правило, ε_0 близко к единице, а число экранов велико ($N \gg 1$), то для плоского слоя изоляции из экранов с одинаковыми $\varepsilon_э$

$$\eta = \frac{\varepsilon_э}{N(2 - \varepsilon_э)}. \quad (3.44)$$

При постоянной плотности укладки слоев $n (n = N/\delta = \text{const})$ для расчета $\lambda_{эф}$ бесконечного высоковакуумированного плоского слоя толщиной δ с числом экранов N можно рекомендовать соотношение

$$\lambda_{эф} = \frac{\sigma_0 \varepsilon_э}{n(2 - \varepsilon_э)} (T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2). \quad (3.45)$$

3.8.2. ПРИТОК ТЕПЛОТЫ ПО ТЕПЛОВЫМ МОСТАМ

Доля притока теплоты по элементам конструкций, связывающих теплые и холодные зоны криосистемы (тепловые мосты), возрастает по мере повышения эффективности низкотемпературной теплоизоляции, достигая в некоторых случаях 50% суммарного притока теплоты. Поэтому задача снижения этой составляющей путем создания максимально возможного термического сопротивления «моста» за счет правильного выбора материалов и оптимальных конструктивных решений является весьма актуальной.

Снижение теплопритоков по тепловым мостам может быть осуществлено как за счет повышения собственного сопротивления теплового моста для неразъемных соединений (таких как горловины, трубопроводы и т. п.), так и за счет увеличения контактного термического сопротивления для разъемных (опоры, подвески и т. п.).

Анализ теоретических и экспериментальных исследований по созданию высокоэффективных тепловых мостов криосистем позволяет сформулировать наиболее общие рекомендации по снижению притока теплоты по этим элементам конструкций [13].

Повышение собственного термосопротивления теплового моста возможно за счет:

1) увеличения линейного размера моста, т. е. длины пути прохождения теплового потока;

2) уменьшения площади поперечного сечения моста при использовании высокопрочных материалов;

3) применения материалов с высоким отношением σ/λ (высокопрочных материалов с малым коэффициентом теплопроводности, таких как нержавеющая сталь, неметаллических материалов).

Повышение контактного термического сопротивления теплового моста возможно за счет:

1) уменьшения площади фактического контакта в местах разъема деталей моста;

2) увеличения твердости поверхности соприкасающихся деталей моста;

3) повышения числа разделов контактирующих поверхностей;

4) комплексного применения способов увеличения термосопротивления контактов (введения малотеплопроводных пленок, порошковых материалов, искусственного выращивания оксидных пленок на контактирующих поверхностях, создания глубокого вакуума в зоне контакта и некоторых других способов).

Более подробный анализ конструктивных мер, обеспечивающих создание высокоэффективных тепловых мостов криосистем, можно найти, например, в [11, 13].

Поскольку в области криотемператур коэффициент теплопроводности подавляющего большинства известных материалов зависит от температуры, причем, как правило, λ изменяется с изменением температуры не монотонно, дифференциальное уравнение теплопроводности (2.3) становится нелинейным и не может быть решено общеизвестными методами классической теории теплопроводности.

Подстановка вида

$$\Theta = \int_0^{T_i} \lambda(T)\, dT \quad (3.46)$$

позволяет линеаризовать это уравнение и решать его стандартными методами. В этом случае под температурой следует понимать параметр Θ, а при вычислении потока теплоты $\lambda \Delta T$ заменять на $\Delta\Theta$ или λdT — на $d\Theta$. Например, выражение для теплового потока через плоскую стенку толщиной δ с температурами на ее грани-

Таблица 3.20

Средние значения коэффициента теплопроводности $\bar{\lambda}$, Вт/(см·К) [29]

Материал	Диапазон температур, К						
	300—77	300—20	300—4	77—20	77—4	20—4	4—2
Стекло пирекс	0,0082	0,0071	0,0068	0,0028	0,0025	0,0012	0,0007
Нержавеющая сталь	0,123	0,109	0,103	0,055	0,045	0,0097	0,0022
Константан (60% Cu+ +40% Ni)	0,22	0,21	0,20	0,16	0,14	0,046	0,006
Латунь (30% Zn+ +70% Cu)	0,81	0,70	0,67	0,31	0,26	0,078	0,015
Медь:							
фосфорная дезоксидированная	1,91	1,71	1,63	0,95	0,80	0,25	0,07
электролитическая	4,1	5,4	5,7	9,7	9,8	10	4,0

цах T_1 и T_2, если коэффициент λ не зависит от температуры, имеет вид:

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(T_2 - T_1),$$

а если $\lambda = f(T)$, то после замены переменных $q = (\Theta_2 - \Theta_1)/\delta$, т. е. $\lambda(T_2 - T_1)$ заменяется на $\Theta_2 - \Theta_1$.

Величина Θ, как следует из (3.46), представляет собой площадь под кривой зависимости $\lambda = f(T)$. Поэтому по графику $\lambda = f(T)$ для каждого значения T_i может быть найдено свое значение Θ_i и затем построена зависимость $\Theta = f(T)$. Последней можно пользоваться при переходе от T к Θ и наоборот. Подстановка (3.46) справедлива лишь для тел из однородных (изотропных) материалов.

В практических расчетах процесса теплопроводности при криогенных температурах иногда удобно использовать понятие средней теплопроводности

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{T_2 - T_1}\int_{T_1}^{T_2} \lambda(T)\, dT. \qquad (3.47)$$

Фактически необходимо знать некоторую эффективную теплопроводность твердых стержней из применяемого материала с определенными температурами на концах.

В табл. 3.20 приведены средние значения коэффициента теплопроводности некоторых из наиболее употребительных в криогенной технике материалов для часто встречающихся пар температур.

3.8.3. ПРИТОК ТЕПЛОТЫ ПО ТОКОВВОДАМ

Задача снижения теплопритоков в криосистему по токовводам (электрическим проводам и кабелям) сводится к созданию оптимальной конструкции токовводов, обеспечивающих минимальный поток теплоты в холодную зону при заданном электрическом токе. Значение этого тока может находиться в пределах от нескольких микроампер (например, в проводах датчиков температуры), до десятков тысяч ампер в токовводах крупных криоэлектрических устройств. В этом случае тепловые потери за счет токовводов становятся преобладающими.

Приток теплоты по токовводу обусловлен, с одной стороны, теплопроводностью по проводам — эта составляющая обратно пропорциональна отношению длины токоввода l к его сечению S, с другой — выделением джоулевой теплоты. Вторая составляющая прямо пропорциональна этому отношению.

Сложность расчета токовводов заключается в том, что значения λ и ρ (удельное электросопротивление) материала токоввода зависят от поля температур по его длине. Последнее, в свою очередь, — от условий теплообмена на поверхности токоввода.

Для термически изолированного токоввода с температурами на горячем и холодном концах $T_г$ и $T_х$, по которому протекает ток I, минимальный приток теплоты в холодную зону криостата [4]

$$Q_{х.мин} = I\left[2\int_{T_х}^{T_г} \lambda(T)\,\rho(T)\, dT\right]^{1/2}, \qquad (3.48)$$

а оптимальная геометрия токоввода

$$\left(\frac{l}{S}\right)_{опт} = \frac{1}{I}\left[2\int_{T_х}^{T_г} \frac{\lambda(T)}{\rho(T)}\, dT\right]^{1/2}. \qquad (3.49)$$

В частном случае, если $\rho(T) \simeq \text{const}$ (что хорошо выполняется для ряда сплавов)

$$Q_{х.мин} = I\left[2\rho\int_{T_х}^{T_г} \lambda(T)\, dT\right]^{1/2}; \qquad (3.50)$$

$$\left(\frac{l}{S}\right)_{опт} = \frac{1}{I}\left[\frac{2}{\rho}\int_{T_х}^{T_г} \lambda(T)\, dT\right]^{1/2}. \qquad (3.51)$$

Таблица 3.21

Расчетные значения минимального удельного теплопритока и оптимального отношения $(l/S)_{опт}$ для различных металлов [4] при температуре холодного конца стержня 4,2 К

Материал	$q_{х.мин}$, мВт/л			$(l/S)_{опт} \cdot 10^{-8}$, 1/м		
	Температура $T_г$, К					
	77	290	300	77	290	300
Медь	8,5	42	44,5	10,2	5,0	5,02
	—	—	—	13,7	6,0	—
	9,6*	—	—	39,6*	—	—
Никель	—	—	36,6	—	—	0,899
Алюминий	8,0*	40,0*	42,8	26,1	8,0*	2,35
	8,0*	—	—	32,0	—	—
Нержавеющая сталь	—	—	63,5	—	—	0,092
Серебро	10,2	—	—	29,5	—	—
Сплав (90% Cu+10% Ni)	—	—	63,5	—	—	0,092

* Вещество высокой чистоты.

Для чистых металлов, подчиняющихся закону Видемана—Франца $\rho(T)\lambda(T)=LT$, где $L=2{,}45\cdot10^{-8}$ Вт·Ом/К² — постоянная Лоренца, соотношения (3.48) и (3.49) преобразуются к виду

$$Q_{х.мин} = I\left[L\left(T_г^2 - T_х^2\right)\right]^{1/2}; \quad (3.52)$$

$$(l/S)_{опт} = (I^2 L)^{-1/2} \int_{\arcsin(T_х/T_г)}^{\pi/2} \times$$

$$\times \lambda\left[T_г \sin(T/T_г)\right] \times d(T/T_г). \quad (3.53)$$

В случае, когда температурой холодного конца можно пренебречь,

$$Q_{х.мин} = IT_г(L)^{1/2}. \quad (3.54)$$

В табл. 3.21 приведены значения минимального удельного притока теплоты $g_{х.мин}=Q_{х.мин}/I$ и оптимального отношения $(l/S)_{опт}$ для различных металлов, рассчитанные по (3.48) и (3.49).

При температурах ниже 7 К в лабораторной технике задача снижения притоков теплоты по токовводам может быть решена достаточно просто: для подводящих проводов можно использовать проволоку с малой теплопроводностью, например константан, покрытый снаружи тонким слоем свинцовой полуды, либо сплавом, содержащим 50% Pb и 50% Sn. Ниже 7 К свинец становится сверхпроводящим, теплопроводность же проволоки остается малой.

Методика расчета охлаждаемых токовводов сводится, как правило, к решению системы двух дифференциальных уравнений теплового баланса для токоввода и охлаждающего газа при заданных значениях температур теплого и холодного концов токоввода. Расчет охлаждаемых токовводов обычно сложен и возможен лишь с помощью цифровых ЭВМ. Обзор существующих методик расчета охлаждаемых токовводов и описание современного состояния проблемы устройства токовводов в криостаты можно найти, например, в [4]. Там же содержится обширная библиография по рассматриваемому вопросу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Антипов В. И.** Исследование теплообмена при кипении криогенных жидкостей в трубках малого диаметра в условиях вынужденного движения: Дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук./МЭИ. М.: 1977.

2. **Брехна Г.** Сверхпроводящие магнитные системы: Пер. с англ. М.: Мир, 1976.— 704 с.

3. **Буккель В.** Сверхпроводимость: Пер. с нем. — М.: Мир, 1975.—366 с.

4. **Буянов Ю. Л., Фрадков А. Б., Шебалин И. Ю.** Токовые вводы для криогенных устройств. — ПТЭ, 1974, № 4, с. 5—14.

5. **Гидравлическое** сопротивление и кризис теплоотдачи при кипении гелия в трубках/В. И. Деен, В. И. Петровичев, А. И. Приданцев и др. — Теплоэнергетика, 1979, № 1, с. 60—63.

6. **Гидравлическое** сопротивление при вынужденном движении двухфазного потока гелия в каналах/В. И. Деев, Ю. В. Гордеев, А. И. Приданцев и др. — Атомная энергия, 1977, т. 42, вып. 4, с. 339—340.

7. **Григорьев В. А., Клименко В. В., Павлов Ю. М.** Экспериментальное исследование кризисов и теплоотдачи при кипении криогенных жидкостей в большом объеме. — Тр. МЭИ, 1977, вып. 347, с. 53—62.

8. **Григорьев В. А., Павлов Ю. М., Аметистов Е. В.** Кипение криогенных жидкостей. — М.: Энергия, 1977. — 288 с.

9. **Дорощук В. Е.** Кризисы теплообмена при кипении воды в трубах.— М.; Энергия, 1970.—168 с.

10. **Жирифалько Л.** Статистическая физика твердого тела: Пер. с франц. — М.: Мир, 1975.—382 с.

11. **Каганер М. Г.** Теплообмен в низкотемпературных теплоизоляционных конструкциях. — М.: Энергия, 1979. — 257 с.

12. **Кризис** теплоотдачи при кипении гелия в условиях импульсного теплоподвода/В. А. Григорьев, Ю. М. Павлов, В. И. Антипов, В. И. Романов — Тр. МЭИ, 1979, вып. 427, с. 3—10.

13. **Курская Т. А.** Вопросы гидродинамики и теплообмена в криогенных системах. — Тр. ФТИНТ, 1973, вып. 3, с. 120—125.

14. **Лабунцов Д. А., Аметистов Е. В.** К расчету теплообмена при пленочном кипении He-II. — Теплоэнергетика, 1979, № 5, с. 24—26.

15. **Лабунцов Д. А., Аметистов Е. В., Спиридонов А. Г.** Исследование пленочного режима кипения сверхтекучего гелия (He-II). — Теплоэнергетика № 4, 1981, с. 18—20.

16. **Лабунцов Д. А., Аметистов Е. В.** Теория ламинарного пленочного кипения He-II. — Теплоэнергетика, № 3, 1982, с. 23—27.

17. **Лабунцов Д. А., Аметистов Е. В.** Пленочное кипение He-II на поверхности сферы. — В кн.: Кипение и конденсация. Межведомственный научно-технический сборник. Рига. Изд-во РПИ, 1980, с. 19—26.

18. **Ландау Л. Д.** Теория сверхтекучести гелия-II. — ЖЭТФ, 1941, т. II, вып. 6, с. 592—613.

19. **Муратова Т. М.** О расчете молекулярного переноса энергии в высоковакуумной изоляции. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 1, с. 158—162.

20. **Нестационарный** теплообмен/В. К. Кошкин, Э. К. Калинин, Г. А. Дрейцер, А. С. Ярхо — М.: Машиностроение, 1973.— 327 с.

21. **Павлов Ю. М., Потехин С. А., Парамонов А. В.** Теплообмен и кризис пузырькового кипения гелия в большом объеме.— Тр. МЭИ, 1979, вып. 427, с. 10—15.

22. **Павлов Ю. М., Потехин С. А., Фролова Г. М.** Изучение механизма кипения гелия с помощью высокоскоростной съемки. — Теплоэнергетика, 1980, № 4, с. 16—19.

23. **Павлов Ю. М., Потехин С. А., Шугаев В. А.** Особенности кипения гелия на нержавеющей стали. Тр. МЭИ, 1979, вып. 427, с. 114—119.

24. **Петухов Б. С., Жуков В. М., Шильдкрет В. М.** Исследование кризисов теплообмена при кипении гелия в условиях вынужденного течения. — Материалы XXI Сибирского теплофизического семинара. Теплообмен и гидродинамика при кипении и конденсации, — Новосибирск: Изд-во ин-та теплофизики Со АН СССР. 1979, с. 220—226.

25. **Петухов Б. С., Жуков В. М., Шильдкрет В. М.** Экспериментальное исследование теплообмена при кипении гелия в каналах малого диаметра. — В кн.: Криоэлектротехника и энергетика. Ч. III. — Киев, ИЭ АН УССР, с. 104—109 (Доклады III Республиканского семинара).

26. **Петухов Б. С., Поляков А. Ф.** Границы режимов с «ухудшенной» теплоотдачей при сверхкритическом давлении теплоносителя. — ТВТ, 1974, т. 12, № 1, с. 221—224.

27. **Сверхпроводящие** машины и устройства: Пер. с англ./Под ред. С. Фонера и Б. Шварца — М.: Мир, 1977.—763 с.

28. **Свойства** жидкого и твердого гелия/Б. Н. Есельсон, В. Н. Григорьев, В. Г. Иваницев, Э. Я. Рудавский — М.: Изд-во стандартов, 1978. — 128 с.

29. **Скотт Р. Б.** Техника низких температур.: Пер. с англ. — М.: Изд-во иностр. лит., 1962. — 413 с.

30. **Скрипов В. П.** Метастабильная жидкость. — М.: Наука, 1972. — 312 с.

31. **Справочник** по физико-техническим основам криогеники./М. П. Малков, Н. Б. Данилов, А. Г. Зельдович и др. — М.: Энергия, 1973, — 392 с.

32. **Стырикович М. А., Маргулова Т. Х., Миропольский З. Л.** Насущные проблемы развития коиструкций потоков закритических параметров — Теплоэнергетика, 1967, № 6, с. 4—7.

33. **Температурный** режим парогенерирующих труб при сверхкритическом давлении/Ю. В. Вихрев, А. С. Коньков, В. А. Локшин и др. — В кн.: Тепло- и массоперенос при фазовых превращениях. Ч. 2. Минск: ИТМО АН БССР, 1974, с. 21—40.

34. **Теплопередача** при низких температурах. Пер. с англ./Под ред. У. Фроста. —М.: Мир, 1977. — 390 с.

35. **Тилли Д. Р., Тилли Дж.** Сверхтекучесть и сверхпроводимость: Пер. с англ. —М.: Мир, 1977, — 304 с.

36. **Тиходеев Н. Н.** Передача электроэнергии сегодня и завтра. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1975. — 272 с.

37. **Уайт Г. К.** Экспериментальная техника в физике низких температур (справочное руководство). — М.: Физматгиз, 1961.—368 с.

38. **Халатников И. М.** Введение в теорию сверхтекучести. — М.: Наука, 1965.— 311 с.

39. **Халатников И. М.** Теория сверхтекучести. — М.: Наука, 1971. — 320 с.

40. **Халатников И. М.** Теплообмен между твердым телом и гелием-II.—ЖЭТФ, 1952, т. 22, вып. 6, с. 687—704.

41. **Шицман М. Е.** Особенности температурного режима в трубках при сверхкритических давлениях. — Теплоэнергетика, 1968, № 5, с. 57—61.

42. **Экспериментальное** исследование теплообмена при кипении азота и гелия в каналах/В. А. Григорьев, В. И. Антипов, Ю. М. Павлов, А. В. Клименко — Теплоэнергетика, 1977, № 4, с. 11—14.

43. **Anderson O. L.** — Physical Acoustics, 1965, vol. 111 B, p. 43.

44. **Baumeister K. J., Hamill T. D.** AIChE — ASME Heat Transfer Conference, Paper 67-HT-2, Seattle, Washington: 1967.

45. **Bewilogua L., Knöner R., Vinzelberg H.** Heat transfer in cryogenic liquids under pressure. — Cryogenics, 1975, vol. 15, № 3, p. 121—125.

46. **Brassington D. J., Cairns D. N. H.** Measurements of forced convective heat transfer to supercritical helium. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1977, vol. 20, № 3, p. 207—214.

47. **Clement B. W., Frederking T. H. K.** Destruction of super fluidity caused by heat transport from a hot wall through a wide tube to a bath of liquid helium-II. — Proc. of the 3-th Int. Heat Transfer Conference, Chicago: 1966, vol. 1, p. 299—305.

48. **Clement B. W., Frederking T. H. K.** Thermal boundary resistance and related peak flux during supercritical heat transport from a horizontal surface through a short tube to a saturated bath of helium-II. — In: Liquid helium technology. Boulder (USA), 1966, p. 49—59.

49. **Concharov I. N., Su H. S., Chovanec F.** An investigation of transfer from thin cylinders to liquid helium-1. — Cryogenics, 1970, vol. 10, № 3, p. 316—318.

50. **Frederking T. H. K.** New investigations of heat transfer in liquid and in supercritical helium. — Proceedings of the XIV International Congress of Refrigeration, Moscow, 1975.

51. **Frederking T. H. K., Haben R. L.** Maximum low temperature dissipation rates of single horizontal cylinders in liquid helium-II. — Cryogenics, 1968, vol. 8, № 1, p. 32—35.

52. **Giarratano P. J., Hess R. C., Jones M. C.** Forced convection heat transfer to subcritical helium-I. — Advances in Cryogenic Engineering, 1974, vol. 19, p. 404—416.

53. **Giarratano P. J., Jones M. C.** Deterioration of heat transfer to supercritical helium at 2,5 atmospheres. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1975, vol. 18, № 5, p. 649—653.

54. **Grigoriev V. A., Klimenko V. V., Pavlov Ju. M.** Characteristic curve of helium pool boiling. — Cryogenics, 1977, № 3, p. 155—156.

55. **Improved** pool boiling heat transfer to helium from treated surfaces and its application to superconducting magnets/A. P. Butler, G. B. James, B. J. Maddock, W. T. Norris. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1970, vol. 13, p. 105—115.

56. **Jacob R. B. Paper J.,** — Adv. Cryog. Eng., 1963, vol 7, p. 529.

57. **Keilin V. E., Klimenko E. Yu., Kovalev I. A.** Device for measuring pressure drop and heat transfer in two-phase helium flow. — Cryogenics, 1969, vol. 9, № 1, p. 36—38.

58. **Forced** convection heat transfer to liquid helium-I in the nucleate boiling region/V. E. Keilin, I. A. Kovalev, V. V. Likov, M. M. Pozvonkov. — Cryogenics, 1975, vol. 15, № 13. p. 141—145.

59. **Lemieux G. P., Leonard A. C.** Film boiling heat transfer properties of liquid helium-II for a 76,2 μ diameter wire at depths of immersion up to 70 centimeters. — ASME, paper 67-WA/HT-37, 1967, p. 2—7.

60 **Lemieux G. P., Leonard A. C.** Maximum and minimum heat flux in He-II for a 6,2 μ diameter horizontal wire at depths of immersion up to 70 centimeters. — Advances in Cryogenic Engineering, 1968, vol. 13, p. 624—631.

61. **Maynard J.** Determination of the thermodynamics of He-II from sound—velocity data. — Physical Review, 1976, vol. 14, № 9, p. 3868—3891.

62. McCardy R. D. Thermophysical properties of helium-4 from 2 to 1500 K with pressures to 1000 atmospheres. — National Bureau of Standards. Technical Note 631. November, 1972. 161 p.

63. **Putterman S. J.** Superfluid hydrodynamics. Amsterdam—London: North-Holl. Publ. Co., New York, Amer. Elsevier Publ. Co. Inc., 1974, XXI. — 443 p.

64. **Shyder N. S.** Heat transport trough helium-II. Kapitza conductance. — Cryogenics, 1970, vol. 10, № 2, p. 89—95.

РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

ОХЛАЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН И ТРАНСФОРМАТОРОВ

4.1. СХЕМА ОХЛАЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН И ТРАНСФОРМАТОРОВ

Электрические машины и трансформаторы являются весьма напряженными в тепловом отношении электромеханическими устройствами, потери мощности в которых достигают 250 кВт на 1 м³ активного объема машины. Это требует создания эффективных систем охлаждения, обеспечивающих такие условия теплообмена с окружающей средой, при которых превышение температуры частей электрических машин не превосходят пределов допускаемых значений, установленных ГОСТ 183-74 (табл. 4.1). Предельно допускаемая температура для какой-либо части электрической машины определяется суммой превышения температуры, взятой из табл. 4.1, и температуры +40 °С.

Для обмоток машин переменного тока на номинальное напряжение выше 11 тыс. В предельные значения температуры должны быть снижены на каждые 1000 В сверх 11 тыс. В на 1,5 °С при измерении термометром и 1 °С — при измерении температурным индикатором.

Для турбогенераторов с непосредственным охлаждением обмоток поправок в превышении температуры не вносят. Для турбогенераторов с косвенным охлаждением обмоток на номинальное напряжение свыше 11 тыс. В предельные допускаемые превышения температуры должны быть снижены на каждые 1000 В (полные или неполные) сверх 11 тыс. В на 1 °С, а сверх 17 тыс. В — соответственно на 0,5 °С.

В процессе длительной работы электрической машины или трансформатора возможны изменения режимов работы, в частности, повышение нагрузки, что влияет на температуру активных частей, от которой зависит срок службы машины. Наиболее чувствительным к изменениям температуры элементом является изоляция обмоток. Срок службы изоляции уменьшается приблизительно вдвое при увеличении рабочей температуры обмотки на каждые 10 °С по отношению к исходной температуре электрических машин и на каждые 6 °С — для трансформаторов. Многократные колебания температуры обмоток при изменении климатических условий или условий охлаждения даже в пределах допустимых превышений температуры влияют на механическую прочность изоляции из-за изменения термических напряжений в проводниках и связанных с этим их перемещений и в конечном счете снижают срок службы всего оборудования.

В системах охлаждения электрических машин в качестве охлаждающей среды используются газы и жидкости. Охлаждающая среда, циркулируя под воздействием нагнетательных устройств (вентиляторов и насосов) по внутренним каналам машины, образует совместно с внешними охладителями и каналами тракта охлаждения *систему охлаждения* машины.

Согласно ГОСТ 20459-75 [2] обозначение способов охлаждения электрических машин состоит из латинских букв *IC* — начальных букв английских слов International Cooling и следующей за ними характеристики цепи охлаждения. Эта характеристика включает в свою очередь прописную букву, обозначающую вид хладоагента, например, *A* — воздух; *H* — водород; *W* — вода, и следующих за ней двух цифр: первая условно обозначает устройство цепи для циркуляции хладоагента, вторая — способ перемещения хладоагента. При наличии двух или нескольких цепей охлаждения в обозначении указываются характеристики всех цепей охлаждения, начиная с той, которая содержит хладоагент с наиболее низкой температурой. Если машина имеет в качестве хладоагента только воздух, то буква, обозначающая вид хладоагента, опускается.

Самой простой схемой охлаждения является схема с *естественной вентиляцией* без применения особых средств для повышения интенсивности охлаждения. Малая эффективность ее ограничивает область применения по мощности и электромагнитным нагрузкам.

Большинство электрических машин общепромышленных серий, за исключением турбо- и гидрогенераторов, а также синхронных компенсаторов, охлаждаются воздухом и имеют *принудительную* схему вентиляции. В случае принудительной вентиляции цепь охлаждения машины может быть:

разомкнутой — воздух поступает из окружающей среды, проходит каналы тракта охлаждения машины и выбрасывается снова в окружающую среду;

замкнутой — поток охлаждающего воздуха не связан с окружающей средой, а циркулирует по замкнутому контуру, включающему в себя и внутренний объем закрытой машины. В этом случае охлаждающий воздух, как правило, отдает свою теплоту воде в специальном газоохладителе.

В зависимости от направления движения воздуха (газа) внутри машины различают *аксиальную, радиальную, аксиально-радиальную и тангенциальную* схемы вентиляции.

Подавляющее большинство электрических машин имеет схему самовентиляции, при которой напор в вентиляционной системе машины создается вентилятором, установленным на валу машины. Эта схема вентиляции подразделяется на два класса: *нагнетательную и вытяжную.* При нагнетательной схеме вентиляции охлажденный газ под воздействием избыточного давления, создаваемого нагнетателем, поступает в вентиляционные каналы активной зоны машины. При вытяжной схеме вентиляции охлаждающий газ поступает в вентиляционные каналы машины под действием разрежения, создаваемого вентилятором. Вытяжная вентиляция обладает тем преимуществом, что газ поступает в машину без предварительного его подогрева вентилятором, что несколько снижает перегрев обмоток. В практике электромашиностроения находят применение как нагнетательные, так и вытяжные схемы вентиляции.

Нагнетательные и вытяжные схемы по числу независимых струй в машине могут быть *одноструйными* и *многоструйными.* При многоструйной схеме вентиляции каналы каждой струи имеют независимые выходы подогретого газа в сборную зону перед нагнетателем.

Схема принудительной вентиляции с помощью *независимого вентилятора* применяется в машинах с широким диапазоном регулирования частоты вращения, когда система самовентиляции при малых частотах вращения ротора является неэффективной. По этой схеме выполняют отдельные модификации асинхронных двигателей серии 4А и машин постоянного тока серии 2П. Охлаждение вентиляционными установками, вынесенными за пределы машины,

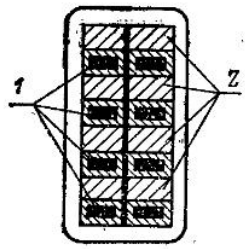


Рис. 4.1. Сечение стержня статорной обмотки с водяным охлаждением.

1, 2 — полый и сплошной элементарные проводники соответственно.

реализовано и в турбогенераторах старых серий Т2 (турбогенераторы «второй пятилетки»).

По способу отвода теплоты от тепловыделяющих элементов электрических машин различают схемы *косвенного и непосредственного* охлаждения: в первых отвод теплоты осуществляется с открытых поверхностей активных частей машины; во вторых хладагент по специальным каналам подводится к проводникам обмоток машины, отбирая теплоту непосредственно от обмоток.

Все электрические машины общепромышленного применения выполняются по системе косвенного воздушного охлаждения.

Особенности конструктивного исполнения отдельных типов машин с косвенным воздушным охлаждением определили и их схему вентиляции: крупные машины постоянного тока и синхронные двигатели выполняются преимущественно с радиальной схемой вентиляции. Асинхронные машины большой мощности имеют радиальную, аксиальную и аксиально-радиальную схемы.

С ростом единичной мощности электрических машин воздушные системы охлаждения становятся неэффективными, и поэтому для охлаждения турбо- и гидрогенераторов и синхронных компенсаторов применяют схемы косвенного охлаждения во-

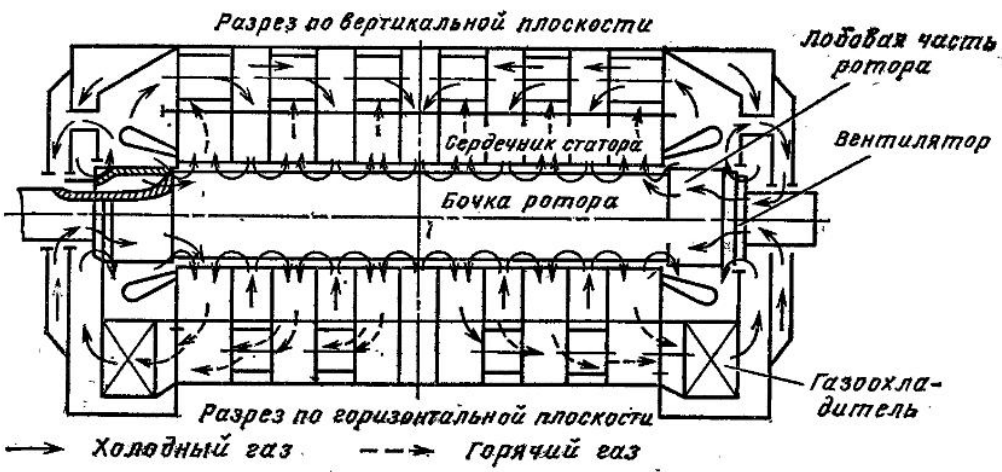


Рис. 4.2. Нагнетательная радиальная система вентиляции турбогенератора мощностью 320 МВт.

Предельные допускаемые значения превышений температур, °С, измеренных и высоте над уровнем

Часть электрической машины	Измерение					
	термометра	сопротивления	температурных индикаторов при укладке их между катушками в одном пазу	термометра	сопротивления	температурных индикаторов при укладке их между катушками в одном пазу
	Изоляционный материал					
	A			E		
Обмотки:						
машин переменного тока мощностью 5000 кВ·А и более или с длиной сердечника 1 м и более	—	60	60	—	70	70
то же мощностью менее 5000 кВ·А или с длиной сердечника менее 1 м;	50	60	—	65	75	—
возбуждения машин постоянного и переменного тока с возбуждением постоянным током;	—	—	—	—	—	—
якорные, соединенные с коллектором возбуждения неявнополюсных машин с возбуждением постоянным током						
однорядные возбуждения с оголенными поверхностями	65	65	—	80	80	—
стержневые роторов асинхронных машин возбуждения малого сопротивления, имеющие несколько слоев, и компенсационные	60	60	—	75	75	—
изолированные, непрерывно замкнутые на себя	60	—	—	75	—	—
неизолированные, непрерывно замкнутые на себя	См. примечание					
Сердечники и другие стальные части, не соприкасающиеся с обмотками						
То же, соприкасающиеся с обмотками	60	—	—	70	—	—
Коллекторы и контактные кольца, незащищенные и защищенные	60	—	—	70	—	—

Примечание. Превышение температуры этих частей не должно достигать значений, ко-

дородом совместно с схемами непосредственного жидкостного охлаждения.

В качестве хладоагента используют воду, которая обеспечивает самую высокую по сравнению с другими жидкостями эффективность охлаждения [7] схема непосредственного водяного охлаждения обмоток статора и ротора находит применение в конструкциях мощных турбо- и гидрогенераторов. Высокая экономичность и эффективность этой системы снимает, в частности, проблему ограничения единичной мощности машин.

Конструктивно схема непосредственного водяного охлаждения обмоток статора и ротора выполняется таким образом, что некоторые активные проводники обмотки,

Таблица 4.1

различными методами, при температуре газообразной окружающей среды +40 °С моря не более 1000 м [1]

методом								
термометр	сопротивления	температурных индикаторов при укладке их между катушками в одном пазу	термометр	сопротивления	температурных индикаторов при укладке их между катушками в одном пазу	термометра	сопротивления	температурных индикаторов при укладке их между катушкими в одном пазу
классов (ГОСТ 8865-70)								
B			F			H		
—	80	80	—	100	100	—	125	125
70	80	—	85	100	—	105	125	—
—	90	—	—	110	—	—	—	—
90	90	—	110	110	—	135	135	—
80	80	—	100	100	—	125	125	—
80	—	—	100	—	—	125	—	—
80	—	—	100	—	—	125	—	—
80	—	—	90	—	—	100	—	—

торые создавали бы опасность повреждения изоляционных или других смежных материалов.

представляющие собой полые медные трубки прямоугольного сечения, внутри которых циркулирует вода, являются эффективными охладителями, размещенными непосредственно в пазах статора и ротора (рис. 4.1) [7].

Система непосредственного водяного охлаждения обычно сочетается с системой косвенного газового охлаждения активных частей машины.

Основные характеристики схем охлаждения турбогенераторов приведены в табл. 4.2. На рис. 4.2 дана схема вентиляции турбогенератора ТВВ мощностью 320 МВт с одноструйной вытяжной вентиляцией, иллюстрирующая основные принципы исполне-

Таблица 4.2

Характеристики схем вентиляции турбогенераторов

Турбогенератор	Система вентиляции генератора	Вентиляторы и компрессоры	Расположение охладителей	Количество секций	Газовый объем корпуса статора, м³	Расход дистиллята через обмотку статора, м³/ч
Т2-6-2	Многоструйная, радиальная, нагнетательная	Центробежные вентиляторы	В камере	2	—	—
Т2-12-2				2	—	—
Т2-25-2				2	—	—
Т2-50-2				4	—	—
ТВ-50-2	То же	То же	В корпусе:			
ТВ2-30-2			горизонтально	6	50	—
			вертикально	4	26	—
ТВ-60-2	То же	Осевые вентиляторы	В корпусе:			
ТВ2-100-2			горизонтально	6	50	—
ТВ2-150-2			вертикально	8	65	—
ТВС-30			»	8	100	—
ТВФ-60-2			»	4	26	—
ТВФ-100-2			горизонтально	4	50	—
ТВФ-120-2			»	6	50	—
				6	50	—
ТВВ-165-2	Одноструйная, радиальная, вытяжная	То же	В корпусе:			
ТВВ-200-2			горизонтально	4	52	17
ТВВ-200-2А			»	4	55	29
ТВВ-320-2**			»	4	55	25
			В концевых частях корпуса вертикально	4	87	35
ТГВ-200	Одноструйная, радиально-аксиальная, нагнетательная	Компрессор и осевой вентилятор	В корпусе вертикально	2	70	—
ТГВ-200-М	Одноструйная, радиальная, нагнетательная	То же	То же	2	70	39
ТГВ-300	Одноструйная, аксиальная, нагнетательная	Компрессор	В коробе под корпусом статора горизонтально	3	75	—

* Номинальная температура дистиллята на входе в обмотку 40±5° С.
** Имеются исполнения с тангенциальной вытяжной системой вентиляции.

ния систем охлаждения машин, сочетающих газовое и непосредственно жидкостное охлаждение. Вентиляцию активных частей этого турбогенератора обеспечивают два вентилятора, установленных на роторе. Статор вентилируется по системе одноструйной радиальной вентиляции, при которой направления аксиальных потоков охлаждающего газа в корпусе статора совпадают. Вентиляция ротора осуществляется по независимой, не согласованной со статором схеме вентиляции: хладоагент циркулирует по многоструйной системе U-образных каналов в обмотке ротора. Направления путей движения хладоагента в вентиляционной системе машины (рис. 4.2) указаны стрелками.

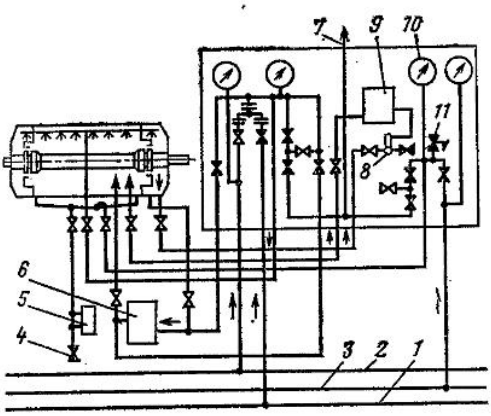


Рис. 4.3. Схема системы снабжения водородом корпуса турбогенератора.

1, 2, 3 — воздушная, водородная, углекислотная магистрали соответственно; *4* — вентиль слива жидкости; *5* — указатель жидкости; *6* — осушитель; *7* — выхлоп в атмосферу; *8* — блок регулировки и фильтрации; *9* — газоанализатор; *10* — маиометр.

В качестве газовой охлаждающей среды в турбогенераторах многих конструкций используется водород (рис. 4.3).

Для охлаждения обмоток статора крупных турбогенераторов с непосредственным охлаждением последние комплектуются системами водоснабжения статорной обмотки конденсатом, которые работают по замкнутому циклу (рис. 4.4). Согласно схеме [11] циркуляция конденсата осуществляется двумя насосами. Отбор конденсата производится либо от промежуточных ступеней конденсаторных насосов турбины, либо непосредственно от конденсатора турбины.

В системе охлаждения предусмотрены: фильтры для очистки конденсата от механических примесей; системы контроля и сигнализации; манометр для контроля давления конденсата; расходомер и струйное реле для сигнализации прекращения циркуляции конденсата; термометры для измерения температуры конденсата на входе и выходе теплообменника; реле уровня воды в расширительном баке; газовая ловушка для сигнализации появления водорода в системе и выделения его из конденсата; датчик для определения удельного электрического сопротивления конденсата.

Оборудование генераторов и синхронных компенсаторов контрольно-измерительными приборами, автоматическими устройствами, тепловым контролем и сигнализа-

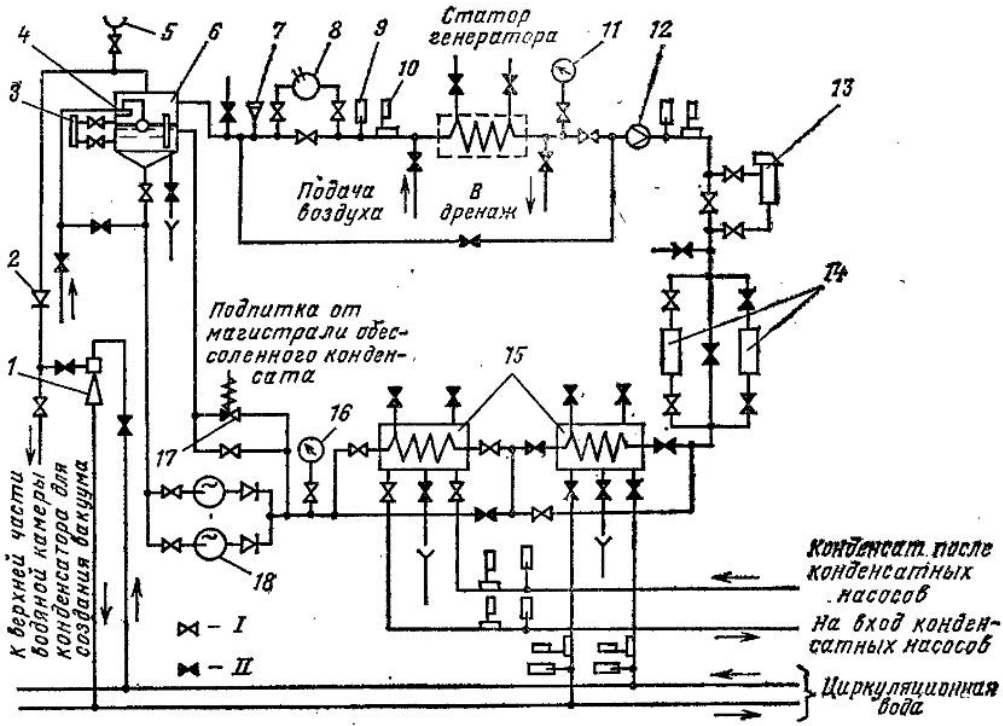


Рис. 4.4. Схема системы водоснабжения обмотки статора турбогенератора.

1 — нормально открытый вентиль; *11* — нормально закрытый вентиль; *1* — эжектор; *2* — невозвратный клапан; *3* — реле уровня; *4* — регулятор уровня; *5* — вакуумметр; *6* — бак; *7* — термосигнализатор; *8* — реле струйное; *9* — термометр ртутный; *10* — терморезистор; *11* — электроконтактный манометр; *12* — измерительная шайба; *13* — солемер; *14* — фильтр; *15* — теплообменник; *16* — манометр; *17* — предохранительный клапан; *18* — насос водяной.

цией, фиксирующей тепловое состояние машины, позволяет обеспечивать соблюдение установленных значений расхода охлаждающей среды (воздуха, водорода, масла, воды) в теплообменниках и в газоохладителях, поддерживать в допустимых пределах перегревы активных частей машины.

Высокое использование объема генераторов и синхронных компенсаторов, работающих по условиям функционирования энергосистем в широком диапазоне нагрузок и режимов, снижает допустимые перегрузки по току статора и ротора. Только в аварийных режимах допускается кратковременная перегрузка турбогенераторов и синхронных компенсаторов. Кратности перегрузок для конкретного типа турбогенератора и компенсатора оговариваются в ТУ на поставку. Если перегрузки не оговариваются в ТУ, то принимается: при продолжительности перегрузки не более 60 мин допускается кратность перегрузки по току якоря до 1,1, а по току ротора 1,06; при продолжительности перегрузки до 1 мин кратность по току статора может быть доведена до 2 при косвенном охлаждении и до 1,5 при непосредственном охлаждении.

Гидрогенераторы, имеющие большие объемы и сложную конструкцию сочленения с турбиной, выполняются только с воздушным охлаждением. При мощности свыше 250 МВт отечественные гидрогенераторы изготовляются с непосредственным охлаждением обмоток статора водой и форсированным охлаждением ротора. Предусматриваются следующие типы форсировки охлаждения катушек полюсов: за счет увеличения наружной поверхности катушек, повышения скорости газа над поверхностями катушек, выполнения поперечных каналов в катушках, непосредственного охлаждения обмоток ротора водой.

Система охлаждения гидрогенераторов выполняется замкнутой воздушной с воздухоохладителями нормализованной конструкции.

Особенности конструкции трансформаторов определили и специфические, присущие только этому классу электромагнитных устройств, системы охлаждения [9]. Согласно ГОСТ 11677-75 предусматриваются следующие схемы охлаждения:

Сухие трансформаторы

Естественное воздушное при открытом исполнении (С)
Естественное воздушное при защищенном исполнении (СЗ)
Естественное воздушное при герметичном исполнении (СГ)
Воздушное с дутьем (СД)

Масляные трансформаторы

Естественное масляное (М)
Масляное с дутьем и естественной циркуляцией масла (Д)
Масляное с дутьем и принудительной циркуляцией масла (ДЦ)

Продолжение

Масляно-водяное с естественной циркуляцией масла (МВ)
Масляно-водяное с принудительной циркуляцией масла (Ц)

Трансформаторы с заполнением негорючим жидким диэлектриком

Естественное охлаждение негорючим жидким диэлектриком (Н)
Охлаждение негорючим жидким диэлектриком с дутьем (НД)

Превышение температуры обмоток, магнитной системы и масла над температурой окружающего воздуха или охлаждающей воды (для форсированного водяного охлаждения) при номинальной нагрузке не должно превосходить значений, допускаемых ГОСТ 11677-75. Для масляных трансформаторов в обмотках оно составляет 65° С, на поверхности магнитопровода и конструктивных элементов 75° С; для масла в верхних слоях при исполнении трансформатора герметичным или с устройством, полностью защищающим масло от соприкосновении с окружающим воздухом, 60, а в остальных случаях 55° С.

Для сухих трансформаторов в обмотках (при классах нагревостойкости по ГОСТ 8865-70) превышение температуры составляет:

Класс	A	E	B	F	H
Превышение температуры, °С	60	75	80	100	125

Температура обмоток измеряется по изменению сопротивления, температура других частей и масла измеряется термометром.

Предельные значения температуры охлаждающей среды составляют:

1) для воздуха — не выше +40 и не ниже —45° С, среднесуточная температура — не выше +30° С; среднегодовая температура — не выше +20° С;

2) для воды — не более +25° С у входа в охладитель.

Трансформаторы рассчитываются на срок непрерывной работы до 25—30 лет. Длительная и надежная работа трансформаторов обеспечивается путем соблюдения температурных и нагрузочных режимов, содержания в исправном состоянии устройств охлаждения, регулирования напряжения, защиты масла и др., поэтому в схемах управления охлаждающими устройствами трансформаторов с принудительным охлаждением масла (ДЦ, Ц) предусматривается автоматическое включение устройств охлаждения одновременно с включением трансформатора в сеть. В этих схемах предусматривается сигнализация о прекращении циркуляции масла, охлаждающей воды, включении резервного источника питания, резервного охладителя. При минусовых температурах охлаждающего воздуха допускается отключение дутья при условии, что темпера-

тура верхних слоев масла не будет превышать +45° С.

При номинальной нагрузке температура верхних слоев масла, по которой оценивается температурный режим трансформаторов, не должна превышать +75° С при охлаждении ДЦ, +95° С при охлаждении М и Д, +70° С на входе в маслоохладитель при охлаждении Ц.

Для масляных трансформаторов допустимая длительная кратность перегрузки по току не должна превышать 1,05. Систематические перегрузки в зависимости от характера суточного графика нагрузки, температуры охлаждающей среды не должны превышать 50% номинальной нагрузки. В аварийных режимах кратковременная кратность перегрузки k_i по току допускается в зависимости от длительности перегрузки $\tau_{пер}$ в следующих пределах:

Масляные трансформаторы

Длительность перегрузки $\tau_{пер}$, мин	10	20	45	80	120
Кратковременная кратность перегрузки k_i . . .	2	1,75	1,6	1,45	1,3

Сухие трансформаторы

Длительность перегрузки $\tau_{пер}$, мин	5	18	45	60
Кратковременная кратность перегрузки k_i . . .	1,6	1,5	1,4	1,2

У трансформаторов с охлаждением Д при аварийном отключении всех вентиляторов допускается работа с номинальной нагрузкой в зависимости от температуры окружающего воздуха $T_в$ в течение следующего периода времени:

Температура окружающего воздуха $T_в$, °С . .	—15	—10	0	10	20	30
Время работы с номинальной нагрузкой, ч . . .	60	40	16	10	6	4

В трансформаторах с охлаждением ДЦ и Ц через охлаждающую поверхность баков отводится небольшая часть выделяемой теплоты (5—7%); основная же часть отводится охладителями, соединенными с баком трансформатора при помощи трубопроводов со встроенными масляными насосами, обеспечивающими заданную скорость циркуляции масла в системе охлаждения. Поэтому при прекращении искусственного охлаждения допускается работа с номинальной нагрузкой до 10 мин, а если температура верхних слоев масла не достигла +80° С для трансформаторов мощностью до 250 МВ·А и +75° С для трансформаторов свыше 250 МВ·А, то допускается работа до достижения указанных температур, но не более 1 ч.

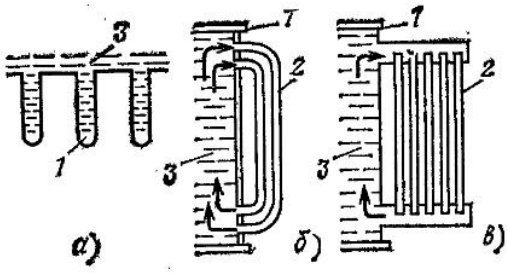


Рис. 4.5. Баки трансформаторов с естественным масляным охлаждением.

а — с волнистой стенкой; *б* — трубчатый; *в* — со съемными радиаторами; *1* — стенка бака; *2* — трубы; *3* — масло.

Трансформаторы с масляным охлаждением выпускаются с баками, конструкция и типы которых приведены на рис. 4.5 и в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Типы баков трансформаторов с масляным охлаждением

Тип	Вид охлаждения	Пределы мощности, кВ·А
Бак с гладкими стенками	М	25 –40
Бак с трубами	М	40—6300
Бак с радиаторами из труб	М	1600—10000
Бак с радиаторами из труб с дутьем	Д	10 000—63 000

Трансформаторы сухие вследствие меньшей эффективности воздушного охлаждения имеют пониженные электромагнитные нагрузки и большую массу и стоимость по сравнению с масляными. Установка сухих трансформаторов оправдывается в сухих помещениях в тех случаях, когда предъявляются повышенные требования к пожарной безопасности. Верхним пределом по напряжению сухих трансформаторов является 15 кВ, по мощности 1660 кВ·А.

4.2. ВЕНТИЛЯЦИОННЫЙ И ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СХЕМЫ ОХЛАЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН И ТРАНСФОРМАТОРОВ

Задачи вентиляционного расчета — выбор схемы вентиляции, расчет вентиляционных сопротивлений отдельных каналов и полного сопротивления устройства, выбор и расчет нагнетательных элементов, обеспечивающих требуемый расход охладителя. Если в системе охлаждения электрической маши-

ины или трансформатора одна из цепей охлаждения в качестве хладоагента имеет жидкость (воду, масло), то для этой цели выполняется гидравлический расчет. Любая вентиляционная или гидравлическая цепь может быть разбита на большое число элементарных условно однородных в аэродинамическом смысле участков, которые между собой соединяются как последовательно, так и параллельно.

Аэродинамическое и *гидродинамическое* сопротивление отдельного i-го участка системы определяют соотношение между массовым расходом G_i охлаждающей среды в заданном канале и потерями давления Δp_i (по аналогии с электрическими цепями — соотношение между током I, падением напряжения U и сопротивлением R)

$$\Delta p_i = Z_i G_i^2, \qquad (4.1)$$

где Z_i — гидродинамическое или аэродинамическое сопротивление:

$$Z_i = \frac{\zeta}{2\rho S^2}, \qquad (4.2)$$

где ζ — коэффициент сопротивления; ρ — плотность охлаждающей среды; S — сечение канала.

Расчет сопротивления Z_i производится с использованием опытных значений коэффициентов ζ. Основные сведения об этих коэффициентах приведены в п. 1.6.2.

При последовательном соединении n участков вентиляционной схемы (рис. 4.6, *а*), учитывая, что расход G на всех участках постоянный, полное сопротивление от входа a до выхода b равно:

$$\Delta P_{ab} = \sum_{i=1}^{n} \Delta p_i = \sum_{i=1}^{n} Z_i G^2. \qquad (4.3)$$

При параллельном соединении n участков (рис. 4.6, *б*), учитывая, что потери давления на всех участках определяются разностью давлений в начале участка a и в конце участка b, общий расход для всей цепи

$$G = \sqrt{\Delta p_{ab}/Z_\Sigma}. \qquad (4.4)$$

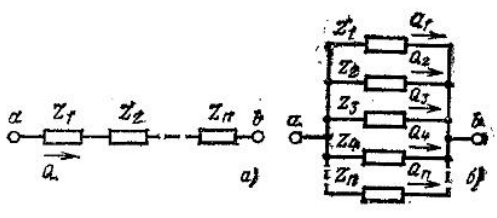


Рис. 4.6. Простые схемы охлаждения.

а — неразветвленная последовательная цепь вентиляционных каналов; *б* — разветвленные цепи вентиляционных каналов с общими входами и выходами.

Результирующее сопротивление Z_Σ участка ab вычисляется по уравнению

$$Z_\Sigma = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{Z_i}} \right)^{-2}. \qquad (4.5)$$

Таким образом, путем замены сложных последовательно и параллельно включенных элементов вентиляционного тракта в итоге можно упростить схему системы охлаждения. Однако вследствие нелинейной зависимости потерь давления от расхода расчет даже сравнительно простых вентиляционных схем электрических машин требует громоздких вычислений, поэтому приходится использовать ЭВМ.

В основу метода расчета на ЭВМ положена система уравнений, составленных для всех узлов и контуров вентиляционной схемы по аналогии с первым и вторым законами Кирхгофа: $\Sigma G_i = 0$ (во всех узлах сумма расходов равна нулю) и $\Sigma H_i + \Sigma \Delta H_i = 0$ (сумма перепадов и потерь давлений всех ветвей для любого замкнутого контура равна нулю). Расчет вентиляционных схем в этом случае осуществляется по известным программам расчета нелинейных электрических цепей [7]. Более подробные сведения о методике расчета вентиляционных и гидравлических схем охлаждения электрических машин приведены в [3, 4, 7].

Для схем охлаждения трансформаторов согласно [9] вентиляционные и гидравлические расчеты подробно выполняют только для вынесенных теплообменников. Конечными результатами вентиляционного или гидравлического расчета систем охлаждения являются определение номинального перепада давления $H_н$ вентилятора или нагнетательного устройства, обеспечивающего номинальный расход охлаждающей среды $G_н$ при расчетном суммарном сопротивлении всей схемы охлаждения Z_Σ (рис. 4.7):

$$H_н = Z_\Sigma G_н^2. \qquad (4.6)$$

Необходимый расход охлаждающей среды $G_н$ зависит от тепловых потерь $Q_{пот}$, которые необходимо отвести с поверхности охлаждения машины, от удельной теплоемкости охлаждающей среды c_p и допустимого значения перегрева ΔT. Необходимый расход $G_н = Q_{пот}/(c_p \Delta T)$. При воздушном

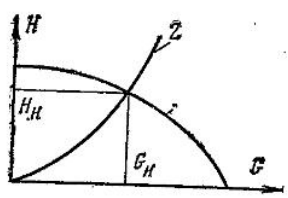


Рис. 4.7. К определению номинального расхода.

1 — характеристика вентилятора; *2* — характеристика вентиляторной цепи машины.

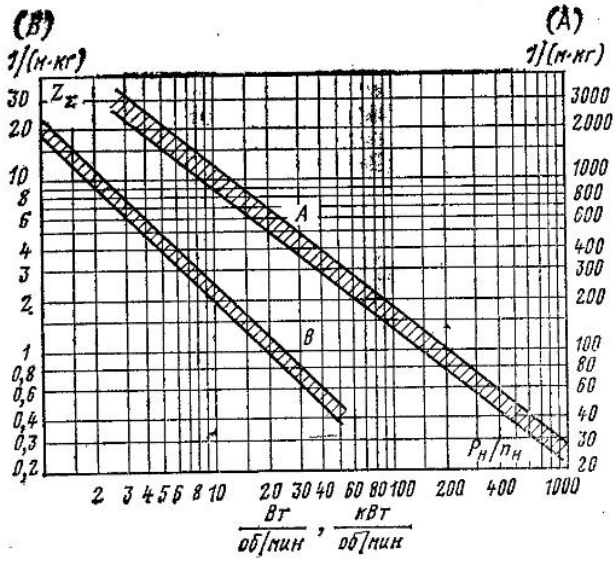


Рис. 4.8. Средние значения аэродинамических сопротивлений Z_Σ вентиляционных схем машины.

охлаждении ориентировочное значение ΔT для машин с классом изоляции A, E, B составляет 20° C, а с классом изоляции H и F — до 30° C.

Средние значения аэродинамических сопротивлений электрических машин в зависимости от отношения номинальной мощности к номинальной частоте вращения приведены на рис. 4.8. Если мощность берется в ваттах, то значения Z_Σ надо смотреть на правой оси ординат (A), если в киловаттах, то на левой (B).

При всем многообразии конструкций электрических машин и трансформаторов, сложности их вентиляционных схем охлаждения одним из главных вопросов построения этих схем является вопрос рационального распределения охлаждающей среды путем регулирования аэродинамических сопротивлений каналов, обеспечивающего равномерный нагрев ее по всем путям от входа в машину до выхода из нее.

4.3. ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН И ТРАНСФОРМАТОРОВ

Наиболее распространенными методами теплового расчета электрических машин и трансформаторов являются метод эквивалентных греющих потерь и метод тепловых схем замещения.

Метод эквивалентных греющих потерь применяется для определения средних превышений температуры двух-трех наиболее ответственных частей уже разработанных электрических машин при использовании их в конкретных режимах работы; тепловой расчет в этом случае выполняется как поверочный [3].

Метод тепловых схем замещения (ТСЗ) [4, 7] основан на аналогии тепловых и электрических потоков (см. п. 8.1.2 и 8.1.3):

$$Q = \frac{\lambda S_{ср} \Delta t}{\delta} = \frac{\Delta t}{R_т}; \qquad (4.7)$$

$$I = \rho \frac{S \Delta U}{L} = \frac{\Delta U}{R_э}, \qquad (4.8)$$

где δ — толщина слоя теплопередающей поверхности; $S_{ср}$ — средняя площадь теплопередающей поверхности; λ — коэффициент теплопроводности; Δt — перепад температуры по толщине δ; ρ — удельное электрическое сопротивление проводника; S — площадь сечения проводника; L — длина проводника; ΔU — разность потенциалов на длине L.

Формула (4.7) определяет теплообмен в твердых телах. При теплоотдаче с поверхности твердого тела уравнение теплообмена имеет вид:

$$Q = \Delta t / R_\alpha, \qquad (4.9)$$

где $R_\alpha = 1/(\alpha S)$; здесь α — коэффициент теплоотдачи; S — поверхность охлаждения.

Сущность метода ТСЗ сводится к тому, что все элементы машины разбиваются на ряд однородных в тепловом отношении частей с источниками или без источников теплоты, связь между которыми учитывается соответствующими тепловыми сопротивлениями. Схемы ТСЗ позволяют с достаточной для практики точностью определять превышения температуры всех частей машины, причем теоретически можно обеспечить любую заданную точность моделирования путем увеличения числа элементарных участков тепловой схемы. Принципы составления ТСЗ для электрических машин различных типов подобны. Ниже приводится пример расчета элементов ТСЗ турбогенератора [7].

На рис 4.9, *а* показан элемент зубцового шага пакета статора турбогенератора с

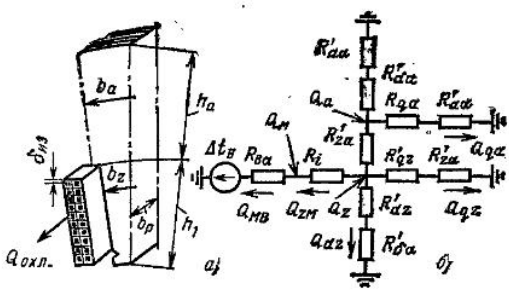


Рис. 4.9. Расчетный элемент сердечника статора с обмоткой (*а*) и тепловая схема замещения элемента сердечника (*б*).

непосредственным водяным охлаждением, а на рис. 4.9, *б* — ТСЗ этого элемента. Для источников теплоты на один пакет и один зубцовый шаг приняты обозначения: $Q_м$ — тепловыделение в меди обмотки статора; Q_z — тепловыделение в стали зубцов; Q_a — тепловыделение в стали спинки ярма. Обозначения и направления тепловых потоков указаны на рис. 4.9, *б*. Для тепловых сопротивлений элементов приняты следующие обозначения: R_i — изоляции в пакете; R'_{dz}, R'_{qz} — зубца вдоль и поперек листов стали; $R'_{\delta\alpha}$, $R_{z\alpha}$ — с поверхности зубца в зазор машины и в радиальный канал; R'_{za} — вдоль листов стали между зубцом и цилиндрической частью сердечника; R'_{qa}, R'_{da} — цилиндрической части сердечника поперек и вдоль листов стали; $R'_{d\alpha}$ — с наружной поверхности сердечника; $R'_{a\alpha}$ — с поверхности радиального канала цилиндрической части сердечника; $R_{b\alpha}$ — с поверхности меди к воде. Тепловые сопротивления в соответствии с рис. 4.9 рассчитываются по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
R_i &= \frac{\delta_{из}}{\lambda_{из} h_1 b_p}; \quad R'_{dz} = \frac{h_1}{2\lambda_d b_z b_p};\\
R'_{qz} &= \frac{b_p}{2\lambda_q b_z h_1};\\
R'_{\delta\alpha} &= \frac{1}{\alpha_\delta b_z b_p}; \quad R'_{za} = \frac{1}{2\alpha_z b_z h_1};\\
R'_{za} &= R'_{dz} + R'_{da};\\
R'_{qa} &= \frac{b_p}{\alpha_\delta b_z h_a}; \quad R'_{da} = \frac{h_a}{2\lambda_d b_a b_p};\\
R'_{da} &= \frac{1}{\alpha_d b_a b_p};\\
R'_{a\alpha} &= \frac{1}{2\alpha_a b_a h_a};\\
R_{b\alpha} &= \frac{1}{2\alpha_b (b_p + 0{,}005) n_{эф}},
\end{aligned}\right\} \quad (4.10)$$

где $n_{эф} = \Sigma n_{hi}$; n — число охлаждающих каналов в одном пазу; n_{hi} — периметр i-го канала; размеры b_a; b_z; b_p; h_a, h_1 приведены на рис. 4.9; λ_d, λ_q — коэффициенты теплопроводности пакета стали вдоль и поперек листа; α_δ, α_a, α_d, α_b — коэффициенты теплоотдачи соответственно с поверхности зубца в зазор, с поверхности цилиндрической части сердечника, с наружной поверхности сердечника, с поверхности меди проводов к воде.

Коэффициенты теплоотдачи с поверхностей определяются на основании вентиляционных расчетов, по результатам которых устанавливаются значения скоростей течения охлаждающей среды. Значения коэффициентов теплопроводности λ материалов приведены в § 2.20.

После определения тепловых сопротивлений по (4.10) и по известным методикам расчета [4, 7] тепловых потоков, используя аналогию уравнений (4.7) и (4.8), составляют тепловую схему замещения. Расчет ТСЗ можно проводить, например, по методикам расчета электрических цепей [4, 7]. Применительно к исследованию тепловых полей в электрических машинах ТСЗ является математической моделью, позволяющей исследовать тепловые поля как в целом в машине, так и в отдельных частях. Превышения температуры для зубцов Δt_z, меди $\Delta t_м$ и сердечника Δt_c в зависимости от тепловых потоков и тепловых сопротивлений определяются путем суммирования превышений температуры отдельных расчетных участков ТСЗ и температуры активных частей статора турбогенератора. Некоторые ТСЗ с учетом всех тепловых связей между отдельными элементами машины постоянного тока, представляющие собой типичную схему замещения теплового процесса электрических машин, и методика их расчета приведены в [10].

4.4. ТЕПЛООБМЕННИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН И ТРАНСФОРМАТОРОВ

В электрических машинах с замкнутой системой вентиляции теплота передается от теплоносителя внутренней цепи охлаждения машины к теплоносителю внешней цепи в теплообменниках. Если α_1 — коэффициент теплоотдачи от хладоагента внутренней цепи к теплопередающей поверхности трубок, λ — коэффициент теплопроводности материала трубок, δ — толщина стенок трубок, α_2 — коэффициент теплоотдачи от поверхности трубок ко второму хладоагенту, то суммарное тепловое сопротивление теплообменника можно представить в виде

$$\frac{1}{k_т} = \frac{1}{\alpha_1 \varepsilon_p} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}, \quad (4.11)$$

где $k_т$ — коэффициент теплопередачи теплообменника; ε_p — отношение наружной по-

Таблица 4.4

Характеристики воздухо- и газоохладителей турбогенераторов

Турбогенератор	Охладитель	Отводимые потери, кВт	Расход газа, м³/с	Расход воды, м³/ч	Число ходов воды	Допустимое давление воды, МПа
Т2-6-2	2ВОП-3 или	100	4	80	4	0,2
	ВУП 16×6×1500×4	108	4	70,6	4	0,3
Т2-12-2	ВОП-12 или	175	6	50	4	0,2
	ВУП 16×6×2500×2	170	6	87	4	0,3
Т2-25-2	ВОП-25	325	10	150	2	0,2
Т2-50-2	ВОП-75	275	9	68	6	0,2
ТВ-50-2	ОГП-50	125	5	34	2	0,2
ТВ2-30-2	ОГП-30	118	4	50	2	0,2
ТВ-60-2	ОГП-50	136	5	34	2	0,2
ТВ2-100-2	ОГП2-100	131	5,6	50	2	0,2
ТВ2-150-2	ОГП2-150	170	7,5	80	2	0,2
ТВФ-60-2	ОГПФ-60	225	5	50	2	0,2
ТВФ-100-2	ОГПФ-100	200	4,2	58	2	0,3
ТВФ-120-2	ОГПФ-120	320	4,7	67	2	0,3
ТВВ-165-2	ОГП-165	375	5,7	75	2	0,3
ТВВ-200-2	ОГП2-200	475	7,5	87,5	2	0,3
ТВВ-200-2А	ОГП2-200	475	7,5	87,5	2	0,3
ТВВ-320-2	ОГП-320	700	10,0	150	2	0,35
ТВС-30-2	ГО-120	120	4,5	50	2	0,2
ТГВ-200	ОТ-90(91)	1050	6,5	200	2	0,45
ТГВ-200М	ОТ-90(91)	1050	6,5	200	2	0,45
ТГВ-300	—	1266	6,7	200	1	0,45

Примечания: 1. Данные приведены на одну секцию.
2. Номинальные температуры охлаждающей воды и газа 33 и 40° С соответственно.

Таблица 4.5

Основные характеристики встроенных теплообменников турбогенераторов с водяным охлаждением

Тип турбогенератора	Тип теплообменника	Максимальное давление, МПА		Отводимые потери, кВт	Расход, м³/ч		Число теплообменников на турбогенератор	
		дистиллята	воды		дистиллята	воды	рабочих	резервных
ТВВ-165-1	ВВТЗ	1	1,6	700	30	295	1	1
ТВВ-200-2	ВВТЗ	1	1,6	700	30/25	295	1	1
ТВВ-200-2А	ВВТЗ	1	1,6	700	30/25	295	1	1
ТВВ-320-2	ВВТЗ	1	1,6	700	2×20	2×295	2	1
ТВВ-200М	ТН-101	0,7	0,3	2000	40	200	1	1

Таблица 4.6

Теплообменники гидрогенераторов

Основные размеры, мм			Отводимые потери, кВт при разности температур воздуха и воды ΔT, °С		Длина трубы, мм	Число рядов	Число трубок в ряду	Число ходов воды	Масса без воды, кг
Высота	Ширина	Толщина	10	7					
1428	950	350	50—57	35—55	1000	6	16	6	450
1928	950	350	90—115	55—80	1500	6	16	4	616
1928	1250	350	105—160	25—110	1500	6	22	4	750
2928	950	350	130—195	95—136	2500	6	16	2	742
2928	1250	350	185—265	130—190	2500	6	22	2	990

Таблица 4.7

Основные данные трубчатых радиаторов с гнутыми круглыми трубами диаметром 51 мм (рис. 4.10)

Размер A, мм	Одинарный радиатор (32 трубы)			Сдвоенный радиатор												
				64 трубы			72 трубы			80 труб			88 труб			
		Масса, кг			Масса, кг			Масса, кг			Масса, кг			Масса, кг		
	$\frac{П}{П_{эф}}$	радиатора	масла	$\frac{П}{П_{эф}}$	радиатора	масла	$\frac{П}{П_{эф}}$	радиатора	масла	$\frac{П}{П_{эф}}$	радиатора	масла	$\frac{П}{П_{эф}}$	радиатора	масла	Высота бака, мм, не менее
1880	$\frac{12,5}{9,4}$	201	160	$\frac{23,6}{17,8}$	373	276	$\frac{26,5}{20,0}$	418	308	$\frac{29,4}{22,2}$	464	343	$\frac{32,1}{24,2}$	507	380	2230
2000	$\frac{13,26}{10}$	211	168	$\frac{25,12}{18,9}$	393	291	$\frac{28,25}{21,3}$	441	326	$\frac{31,3}{23,6}$	489	362	$\frac{34,4}{25,9}$	534	401	2350
2285	$\frac{14,8}{11,16}$	231	183	$\frac{28,2}{21,2}$	434	321	$\frac{31,8}{23,9}$	487	360	$\frac{35,1}{26,5}$	540	400	$\frac{38,6}{29,1}$	591	443	2635
2485	$\frac{15,8}{11,9}$	244	193	$\frac{30,16}{22,8}$	460	341	$\frac{33,9}{25,5}$	515	382	$\frac{37,7}{28,3}$	573	425	$\frac{41,3}{31,1}$	627	470	2835
2685	$\frac{16,91}{12,75}$	258	203	$\frac{32,3}{24,4}$	489	362	$\frac{36,3}{27,3}$	548	406	$\frac{40,3}{30,4}$	609	451	$\frac{44,3}{33,4}$	666	499	3035
3000	—	—	—	$\frac{35,4}{26,6}$	540	393	$\frac{39,8}{30,0}$	607	440	$\frac{44,1}{33,2}$	674	489	$\frac{48,5}{36,5}$	740	541	3350

3250	19,65 / 14,8	296	231	37,92 / 28,5	573	418	42,7 / 32,2	643	469	47,2 / 35,6	716	521	52,0 / 39,2	786	576	3600
3750	22,6 / 16,74	330	256	43,0 / 32,4	642	469	48,4 / 36,4	722	526	53,7 / 40,4	801	584	59,0 / 44,4	880	646	4100
4000	—	—	—	45,3 / 34,1	670	490	50,65 / 38,2	753	550	56,4 / 42,4	837	612	620 / 46,7	930	676	4350
4250	24,83 / 18,7	365	282	48,25 / 36,3	711	521	54,3 / 40,9	799	585	60,2 / 45,4	888	650	66,3 / 50,0	976	718	4600
Габаритные размеры в плане, мм		500×1150			770×1250			770×1390			770×1530			770×1670		—

Примечание. $П$ — геометрическая поверхность радиатора; $П_{эф}$ — эффективная поверхность радиатора при охлаждении М.

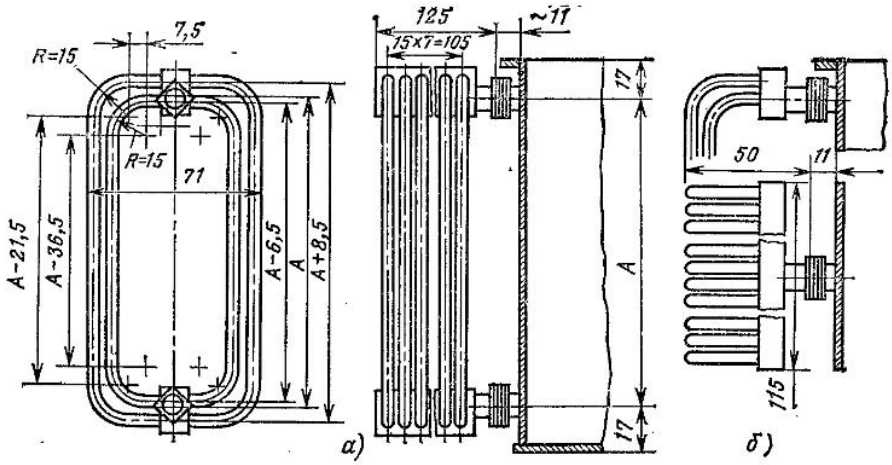


Рис. 4.10. Трубчатый теплообменник для естественного масляного охлаждения трансформаторов.

верхности трубок теплообменника к внутренней или коэффициент оребрения.

Из формулы (4.12) следует известное правило: для уменьшения теплового сопротивления теплообменника необходимо увеличивать коэффициент оребрения трубок и уменьшать толщину стенок.

В электрических машинах применяются воздушные и газовые теплообменники, в которых воздух или водород, циркулирующий в машине, охлаждается водой. В машинах с непосредственным охлаждением обмоток используются водо-водяные теплообменники, в трансформаторах — масляные, масляно-воздушные, масляно-водяные.

Теплообменники электрических машин выпускаются в виде серий. Каждая серия рассчитывается на определенную мощность. Для теплообменников электрических машин скорость воздуха не превышает 4,5 м/с, а максимальная скорость воды 2,0 м/с. Теплообменники электрических машин должны обеспечить разность между температурой газообразной охлаждающей среды, выходящей из охладителя, и температурой воды, поступающей в охладитель, не превышающую 10° С. Если температура охлаждающей воды принята 33° С, то эта разность не должна превышать 7° С [1]. Расчет теплообменников электрических машин и трансформаторов выполняется согласно изложенным в [7—9, 12] принципам расчета теплообменников. Осиовные данные теплообменников турбогенераторов приведены в табл. 4.4, 4.5, гидрогенераторов — в табл. 4.6.

Теплообменники трансформаторов [12] выполняются в виде трубчатых радиаторов, которые имеют два или четыре ряда труб. На рис. 4.10, *а* показан двойной радиатор с числом труб 2×2×16, на рис. 4.10, *б* — одинарный радиатор с числом труб 2×16. Радиаторы фланцами своих коллекторов присоединяются к баку трансформатора и образуют с корпусом бака единую систему естественного масляного охлаждения трансформатора. Основные данные некоторых типов трубчатых радиаторов приведены в табл. 4.7. Более компактной конструкцией радиатора для трансформаторов мощностью 100—6300 кВ·А являются радиаторы с прямыми трубами (рис. 4.11, табл. 4.8).

При форсированном охлаждении трансформатора, осуществляемом прокачкой масла через водяной или воздушный теплооб-

Таблица 4.8

Основные данные трубчатых радиаторов с прямыми трубами (рис. 4.11)

Размер A, мм	Поверхность, м²	Масса, кг		Размер A, мм	Поверхность, м²	Масса, кг	
		стали	масла			стали	масла
710	1,98	52,6	82,6	1800	5,48	92,3	45,8
900	2,60	59,5	31,6	2000	6,10	99,5	49,0
1150	3,40	68,6	35,6	2200	6,75	106,8	52,2
1400	4,20	77,6	39,5	2400	7,40	114	55,3
1615	4,88	88,5	42,9	—	—	—	—

Примечание. Поверхность двух коллекторов $П_к \approx 0{,}4$ м².

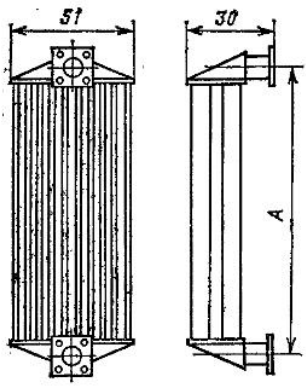


Рис. 4.11. Трубчатые теплообменники с прямыми трубами для охлаждения трансформаторов.

менник, расчет последнего выполняется с помощью уравнений, приведенных в § 2.6, по известному значению теплоты, выделяемой трансформатором в номинальном режиме работы.

Трансформаторы всех типов комплектуются теплообменниками заводом—изготовителем трансформаторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **ГОСТ 183-74.** Машины электрические. Общие технические требования.

2. **ГОСТ 20459-75.** Машины электрические вращающиеся. Способы охлаждения. Обозначения.

3. **Проектированиие** электрических машин/И. П. Копылов, Ф. А. Горяинов, Б. К. Клоков и др.; Под ред. И. П. Копылова. — М.: Энергия, 1980, — 494 с.

4. **Борисенко А. И., Данько В. Г., Яковлев А. И.** Аэродинамика и теплопередача в электрических машинах. — М.: Энергия, 1974. — 559 с.

5. **Гурин Я. С., Кузнецов Б. И.** Проектирование серий электрических машин. — Энергия, 1978. — 479 с.

6. **Турбогенераторы/Г.** М. Хуторецкий, В. В. Титов, Г. А. Загородная и др. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1967. — 895 с.

7. **Филиппов И. Ф.** Основы теплообмена в электрических машинах. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1974.—384 с.

8. **Абрамов А. И., Иванов-Смоленский А. В.** Проектирование гидрогенераторов и синхронных компенсаторов. — М.: Высшая школа, 1978. — 312 с.

9. **Тихомиров П. М.** Расчет трансформаторов. — М.: Энергия, 1976. — 544 с.

10. **Токарев Б. Ф., Морозкин В. П., Тодос П. И.** — Двигатели постоянного тока для подводной техники. — М.: Энергия, 1977, 184 с.

11. **Справочник** по ремонту турбогенераторов/В. С. Гурвич, И. Я. Гурьев, М. И. Каплуновский и др.; Под ред. П. И. Устинова. — М.: Энергия, 1977. — 480 с.

12. **Тарле Г. Е.** Ремонт и модернизация систем охлаждения трансформаторов. — М.: Энергия, 1975. — 191 с.

РАЗДЕЛ ПЯТЫЙ

ТЕПЛООБМЕН В РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЕ

5.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ТЕРМИНОЛОГИЯ

5.1.1. ПОНЯТИЕ О ТЕПЛОВОМ РЕЖИМЕ РЭА

Радиоэлектроиая аппаратура (РЭА) является основиой частью радиоэлектрониого комплекса. РЭА может быть конструктивио оформлеиа в внде составляющих комплекс блоков, стоек, шкафов, пультов или их комбинаций, а также может быть выполнена в виде отдельных устройств, не входящих в состав комплекса. В состав РЭА входит множество отдельных элементов, представляющих собой микросхемы, полупроводниковые нлн электронио-вакуумные дноды и трноды, резисторы, конденсаторы и прочие радиодетали или электромеханические узлы (электродвигатель, реле).

Совокупиость температур всех элементов, нз которых собрана РЭА, т. е. ее температурное поле, характеризует *тепловой режим* РЭА.

Тепловой режим отдельного элемента считается нормальным, если выполняются два условия: 1) температура элемента в условнях эксплуатации заключена в пределах, ограничивающнх днапазои температур, допустимых для данного элемента; 2) температура элемеита такова, что будет обеспечена его работа с заданиой надежностью. Тепловой режим РЭА счнтается нормальным, если для всех элементов выполняются сформулнрованные выше условия.

Обеспечение нормального теплового режима является одной из главных задач, возинкающих при проектировании аппаратуры. Для решення этой задачи прнимают ряд мер: выбирают определеиные типы элементов в зависнмостн от условий эксплуатацин аппаратуры; уменьшают мощиости рассеяния элементов; применяют рацноиальное размещенне элементов, узлов и блоков; выбнрают форму н размеры отдельных конструктнвных составляющих; термостатируют узлы н блоки; иакоиец, прнменяют спецнальные системы охлажденя отдельных элементов и аппаратуры в целом — системы обеспечения теплового режима (СОТР).

5.1.2. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ТЕПЛОВЫХ МОДЕЛЕЙ РЭА

РЭА представляет собой систему многих тел с внутренними источниками теплоты. Температурное поле аппаратуры зависит от мощности и распределения источнников теплоты, конструкции, режима работы аппаратуры н ее системы охлаждення, геометрических параметров, физических свойств матерналов, нз которых изготовлена РЭА, и условий ее эксплуатации.

Анализ температурных полей таких систем, заключающийся в установлении колнчественной зависимости между температурой ограниченного числа наиболее ответственных мест аппаратуры и факторами, влияющими на процесс теплообмена, является весьма сложной задачей, решение которой проводнтся экспернментально или методом моделнрования, поскольку чисто теоретическое решение задачн в полном объеме невозможно, так как тепловые процессы в реальной аппаратуре, как правило, плохо поддаются математическому описанию из-за налнчня большого числа осиовиых н второстепеиных факторов, влияющих на процесс.

В настоящее время шнрокое распространение получнли две группы тепловых моделей РЭА. Характернои особеииостью моделей п е р в о й г р у п п ы является разделение всех поверхностей модели РЭА иа отдельные условио изотермические участки. Например, прн определении среднеповерхиостной температуры нагретой зоны условно нзотермическимн считаются поверхность корпуса и вся поверхиость иагретой зоны, состоящая из поверхиостей элементов и части шасси, не занятой ими.

На рнс. 5.1, *а* схематически показан разрез РЭА и указаны значения температур, нзмереиных в разных точках корпуса, шасси н радиодеталей. На рис. 5.1, *б* представлена модель той же РЭА, на основаиии которой определяются среднеповерхностные температуры ее нагретой зоиы и корпуса. После такого преобразования задача упрощается настолько, что математическое описание процесса теплообмеиа в тепловой модели аппаратуры становится возможным н сравнительио несложиым.

На рис. 5.1, *в* схематически изображеи разрез РЭА кассетной конструкции, иа монтажных платах которой смонтированы модули, микросхемы, микромодули и т. п. К такой РЭА можио примеиить тепловую модель того же типа, что и на рис. 5.1, *б*, и описать процессы переноса от поверхиости иагретой зоны к корпусу и далее в среду. В результате аиализа получнм средние поверхностные температуры корпуса и нагретой зоны.

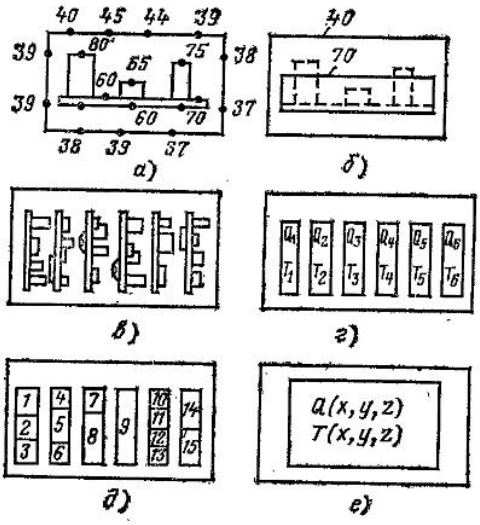


Рис. 5.1. Разрез простейшей конструкции РЭА (*а*) и ее тепловая модель (*б*); разрез РЭА кассетиой конструкции (*в*) и ее тепловые модели (*г*, *д*, *е*).

При анализе температурного поля внутри нагретой зоны можно поступить следующим образом:

1. Каждую плату с деталями представить в виде пластины с равномерно распределенным источником теплоты мощностью Q_i и равномерным полем температур (рис. 5.1, *г*) и рассматривать процессы теплообмена, протекающие между изотермическими поверхностями. В этом случае возможно определить не только среднюю температуру внешней поверхности нагретой зоны и корпуса, но и средние значения температур каждой платы T_i.

2. Если источники энергии заметно изменяются по высоте платы или условия теплообмена одной части платы по каким-либо причинам резко отличны от другой части той же платы, то следует провести более подробную разбивку, как это показано на рис. 5.1, *д*.

Процессы переноса теплоты в тепловых моделях первой группы рассматриваются так, как если бы они протекали между изотермическими поверхностями.

В тепловых моделях, относящихся ко второй группе, нагретая зона РЭА, представляющая собой неоднородную систему многих тел, идеализируется в виде однородного тела. Свойства этого тела характеризуются эффективными значениями коэффициентов теплопроводности λ и теплоемкости c. На рис. 5.1, *е* приведена тепловая модель второй группы для РЭА, изображенной на рис. 5.1, *в*. Нагретая зона представляет собой совокупность многих тел с дискретными источниками тепловой энергии. В тепловой модели нагретая зона представляет собой однородное анизотропное тело с распределенным по объему источником энергии $Q(x, y, z)$. Исследование такой тепловой модели позволяет получить аналитическое выражение для поля температур нагретой зоны $T(x, y, z)$.

Особенности тепловых моделей РЭА определяют математический аппарат, применяемый для их анализа. Тепловые модели первой группы исследуют при помощи метода тепловых схем, который позволяет описать процессы переноса теплоты в РЭА, используя системы неоднородных нелинейных алгебраических уравнений [9]. Для изучения тепловых моделей второй группы применяют дифференциальные уравнения. При исследовании теплового режима РЭА сложных конструкций тепловая модель аппарата может содержать в себе элементы обеих указанных групп моделей. При этом отдельные части сложной РЭА представляют в виде условно изотермических поверхностей, другие — в виде однородных тел.

5.2. СПОСОБЫ ОХЛАЖДЕНИЯ РЭА

5.2.1. СИСТЕМЫ ОХЛАЖДЕНИЯ РЭА НА ОСНОВЕ КОНВЕКЦИИ

Естественное воздушное охлаждение РЭА. Такое охлаждение является наиболее простым, надежным и дешевым осуществляется без дополнительной затраты энергии. Использование этого способа возможно при небольших удельных мощностях рассеивания (мощностях, рассеиваемых единицей поверхности или объема), т. е. в РЭА, работающей в облегченном тепловом режиме.

Различают две основные схемы естественного воздушного охлаждения блоков и стоек РЭА: с герметичным и перфорированным кожухом. В герметичном кожухе (рис. 5.2, *а*) конвективный теплообмен осуществляется от элементов РЭА к воздуху внутри аппарата, от воздуха к кожуху аппарата, от кожуха к окружающей среде (воздуху).

При перфорировании кожухе (рис. 5.2, *б*) конвективный теплообмен в основном происходит между элементами РЭА и окружающей средой (воздухом), проникающей сквозь перфорацию. Естественное воздушное охлаждение РЭА с перфорированным кожухом позволяет обеспечить тепловой режим при более высоких удельных мощностях рассеивания, чем при герметичном кожухе.

Интенсификация теплообмена при естественном воздушном охлаждении возможна за счет рационального конструирования РЭА: оптимального расположения элементов РЭА и перфорации кожуха, применения экранов, оребрения отдельных поверхностей, использования теплопроводных шин, замазок, компаундов, соответствую-

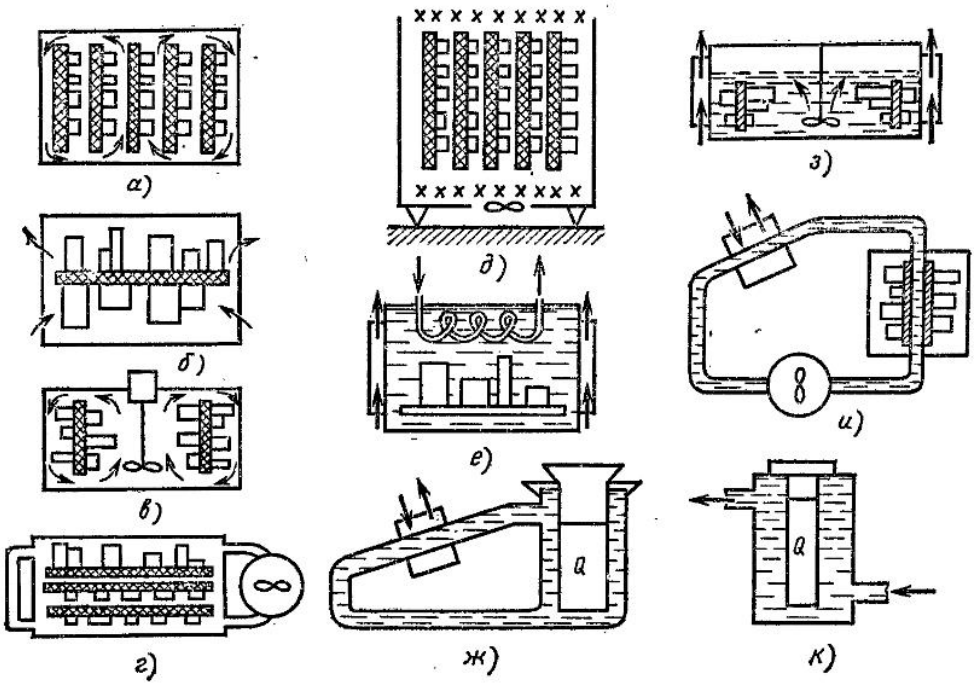


Рис. 5.2. Классификация схем охлаждения.

щей окраски излучающих поверхностей и т. п.

Принудительное воздушное охлаждение. Различают три основные схемы принудительного воздушного охлаждения: с *внутренним перемешиванием* (рис. 5.2, *в*); с *наружным обдувом* (рис. 5.2, *г*). В этих случаях теплообмен между элементами РЭА и воздухом внутри герметичного кожуха осуществляется так же, как и при естественном охлаждении РЭА, а для интенсификации теплообмена между кожухом и воздухом окружающей среды установлен вентилятор; (рис. 5.2, *д*) *схема с продувкой*, здесь воздух из окружающей аппарат среды или предварительно охлажденный в специальных устройствах (теплообменниках, кондиционерах и т. д.) пропускается через каналы и охлаждает элементы РЭА. Эта схема применяется наиболее широко в практике конструирования СОТР РЭА.

Жидкостные и испарительные системы охлаждения. Системы разделяются на работающие в условиях *естественного* охлаждения, *термосифонные*, с *внутренним перемешиванием* и с *принудительной циркуляцией* жидкости (рис. 5.2, *е—к*). Жидкостные и испарительные системы охлаждения могут быть прямого и косвенного действия, работать по замкнутому и разомкнутому циклам.

Естественное жидкостное охлаждение платы с элементами или больших элементов РЭА заключается в погружении их в бак с жидкостью. Этот способ применяется редко, так как конструкция РЭА значительно усложняется и требуются специальные покрытия для элементов [27].

Принудительное жидкостное охлаждение применяется при высоких удельных мощностях рассеивания. Наибольшее распространение этот способ получил при охлаждении больших элементов, когда однофазная жидкость прокачивается насосом через специальные каналы в охлаждаемых узлах приборов (электроды мощных ламп, трансформаторы и т. д.). При отводе теплоты от блоков жидкость прокачивается через каналы, выполненные в платах или кожухе аппарата.

Естественное испарительное охлаждение обычно позволяет повысить удельную мощность рассеивания РЭА и применяется для теплонагруженных блоков и больших элементов при плотности теплового потока $q \approx 10^5$ Вт/м^2 [6]. Охлаждаемая поверхность погружается в жидкость, съем теплоты осуществляется в процессе кипения жидкости на охлаждаемой поверхности. Движение теплоносителя происходит за счет разности плотностей. Разность температур между охлаждаемой поверхностью и кипящей жидкостью обычно мала, поэтому температура кипения выбранного теплоносителя при определенном давлении должна быть ниже допустимой температуры охлаждаемой поверхности.

При конструировании РЭА с естественным испарительным охлаждением необхо-

димо обеспечить пузырьковый режим кипения при всех возможных на практике рабочих и аварийных нагрузках РЭА.

Необходимые сведения по расчету критических тепловых нагрузок, характеризующих переход от пузырькового режима кипения к пленочному, приведены в п. 2.10.2.

Принудительное испарительное охлаждение выполняется примерно по такой же схеме, как и принудительное жидкостное. Жидкость с помощью насоса прокачивается через специальные каналы в охлаждаемых узлах. Если допустимая температура охлаждаемой поверхности будет выше температуры насыщения теплоносителя при данном давлении (при этом температура теплоносителя в ядре потока может быть и меньше температуры насыщения), на охлаждаемой поверхности может начаться процесс пузырькового кипения (кипение с недогревом). Предельные мощности рассеивания ограничены переходом пузырькового режима кипения в пленочный, который при принудительном испарительном охлаждении наступает при гораздо более высокой мощности рассеивания, чем при естественном испарительном охлаждении.

Принудительное испарительное охлаждение является самым эффективным из всех перечисленных способов охлаждения и позволяет обеспечить нормальный тепловой режим РЭА при максимальных удельных мощностях рассеивания.

5.2.2. КОНДУКТИВНАЯ И КОМБИНИРОВАННАЯ СИСТЕМЫ ОХЛАЖДЕНИЯ

При кондуктивном охлаждении элементов, узлов и блоков аппаратуры теплота переносится теплопроводностью и излучением.

Принцип кондуктивного охлаждения блока схематически изображен на рис. 5.3. Здесь платы *1*, на которых смонтированы микросхемы *2*, находятся в хорошем тепловом контакте с металлическими шинами *3*, выполняющими роль теплостоков. По теплостокам тепловой поток поступает к коллектору *4*, охлаждаемому при помощи воздушного или жидкостного теплообменника *5*.

Кондуктивное охлаждение наиболее часто применяется как способ локального охлаждения; однако в последнее время часто используется в блоках с очень высокой плотностью монтажа как способ общего охлаждения.

В комбинированных системах охлаждения применяются различные сочетания воздушного, жидкостного, испарительного и кондуктивного охлаждения.

В авиации широко используются комбинированные системы воздушно-испарительного охлаждения с промежуточным теплоносителем. В изображенной на рис. 5.4 системе радиоэлектронное оборудование охлаждается воздухом, циркулирующим в замкнутом контейнере. Воздух приводится в движение вентилятором и

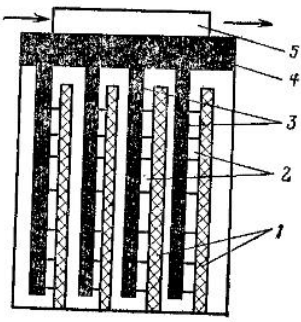


Рис. 5.3. Схема кондуктивного охлаждения.

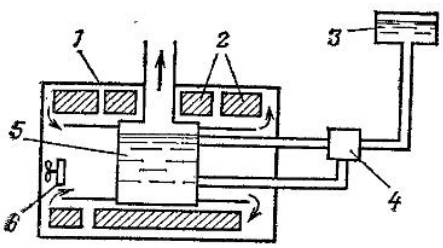


Рис 5.4. Воздушно-испарительная система охлаждения с промежуточным теплоносителем.

1 — герметичный контейнер; *2* — радиоэлектронное устройство; *3* — бак с хладоагентом; *4* — регулятор подачи хладоагента; *5* — радиатор; *6* — вентилятор.

охлаждается в радиаторе. Охлаждение воздуха в радиаторе системы происходит за счет испарения жидкого хладоагента, пары которого выбрасываются в атмосферу. Лучшим хладоагентом по массе, токсичности и стоимости является вода.

Недостаток воздушно-испарительных систем охлаждения заключается в малых значениях коэффициентов теплоотдачи от нагретых поверхностей к воздуху. Однако преимущества воздуха как теплоносителя обеспечивают его широкое применение в качестве хладоагента и промежуточного теплоносителя.

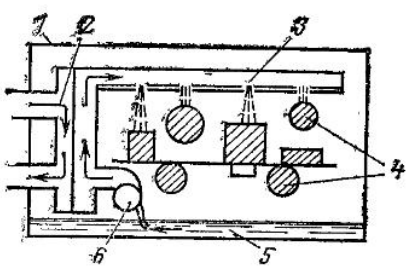


Рис. 5.5. Оросительная система охаждения.

1 — корпус; *2* — теплообменник; *3* — головка разбрасывателя; *4* — радиаторы; *5* — отстойник; *6* — насос.

Разновидностью комбинированной системы охлаждения радиоэлектронного оборудования является оросительное охлаждение (рис. 5.5). В такой системе жидкость в виде капель попадает на нагретые поверхности радиодеталей и стекает по ним в виде пленки. Охлаждение радиодеталей производится в результате испарения жидкости и конвективного теплообмена между пленкой жидкости и воздухом, заполняющим корпус аппарата.

Оросительная система охлаждения оказывается более эффективной, чем воздушная, но менее эффективной, чем жидкостная.

В газожидкостных испарительных системах охлаждение нагретых поверхностей производится вынужденным потоком газа, содержащим пары и мелкие капли жидкости.

При кратковременном режиме работы РЭА применяют как описанные выше, так и специальные способы охлаждения. При использовании описанных выше способов охлаждения следует иметь в виду, что рекомендации по их применению для длительного режима работы не всегда приемлемы для кратковременного режима.

Специальные способы охлаждения при кратковременном режиме работы РЭА заключаются в основном в использовании различного типа тепловых аккумуляторов. Простейшим тепловым аккумулятором является масса металлических конструкций блока РЭА: платы, радиаторы, крепежные детали, кожух и т. д.

При использовании оборудования и конструкций носителей в качестве тепловых аккумуляторов иногда применяется их предварительное захолаживание. Иногда для аккумуляторов тепловой энергии, выделяемой РЭА в кратковременном режиме, применяются специальные вещества, поглощающие тепловую энергию в процессе фазовых превращений или химических реакций [2].

Эндотермические химические реакции между веществами и эндотермическое растворение, происходящие при допустимой для РЭА температуре, также используется для аккумуляции теплоты.

5.2.3. СИСТЕМЫ ОХЛАЖДЕНИЯ И ТЕРМОСТАБИЛИЗАЦИИ РЭА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ

В СОТР для получения холода чаще всего используются следующие физические эффекты: *вихревое разделение газовых потоков, термоэлектрическое охлаждение, дросселирование газов, кипение (испарение) жидкостей, адиабатное расширение газов.*

1. Вихревое разделение газовых потоков на холодный и горячий (эффект Ранка) используется при создании малогабаритных холодильных агрегатов — вихревых труб [20]. Вихревой холодильник, отличаясь исключительной простотой конструкции и надежностью в работе, может быть изготовлен достаточно компактным и легким при сравнительно небольшом расходе воздуха и давлении газа в несколько сотен килопаскалей.

Понижение температуры в холодном потоке можно оценить с помощью уравнения [20]

$$\theta = \eta T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} \right], \qquad (5.1)$$

где $\eta = 1 - \dfrac{1}{2\,Pr_{тб}}$ — эффект охлаждения [28]; здесь $Pr_{тб}$ — турбулентное число Прандтля, равное для воздуха единице; T_1, p_1 — температура и давление газа перед вихревой трубой; p_2 — давление холодного газа; $\varkappa$ — показатель адиабаты.

Энергетическое совершенство вихревых труб невелико. Они применяются обычно там, где имеется сжатый воздух, а габариты и масса ограничены, например в авиации.

2. Термоэлектрическое охлаждение (эффект Пельтье) (рис. 5.6) обусловлено поглощением теплоты на одном спае полупроводникового элемента и выделением его на другом при прохождении постоянного тока через элемент. При поддержании температуры горячего спая на определенном уровне можно получить необходимую температуру холодного спая. Многокаскадная батарея (горячий спай одной батареи примыкает к холодному спаю другой и т. д.) позволяет значительно снизить температуру холодного спая каскада, непосредственно примыкающего к захолаживаемому прибору.

Понижение температуры, создаваемое одним элементом при теплоизолированном холодном спае, определяется из уравнения [6]

$$\theta = 0{,}5ZT_x^2, \qquad (5.2)$$

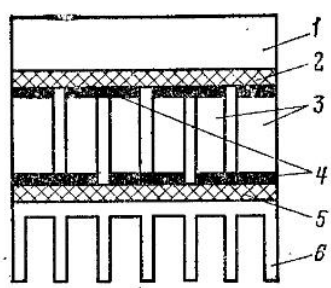


Рис. 5.6. Схема термоэлектрического охлаждения.

1 — охлаждаемое тело; *2* — слой электроизоляции на холодном спае термобатарей; *3* — термоэлементы; *4* — коммутационные пластины; *5* — слой электроизоляции на горячем спае; *6* — радиатор.

где $Z=(E_1-E_2)^2\gamma/\lambda$ — добротиость элемеита (пропорциональиа квадрату разности коэффициеитов термо-э. д. с. ветвей и их электрической проводимости и обратно пропорциональиа теплопроводиости ветвей); T_x — температура холодного спая.

Необходимые сведения для расчета добротиости элементов из различных материалов приведены в табл. 9.1, 9.2, 9.4 и 9.5 [30].

От рассмотренных выше устройств термоэлектрическая батарея выгодио отличается отсутствием рабочего тела, емкостей и трубопроводов для его хранения и транспортировки, бесшумностью, компактностью, возможиостью получить принципиальио высокую надежность в связи с отсутствием движущихся частей. Одиако при существующих значениях параметра Z энергетическое совершенство полупроводниковых батарей ие велико, по массе и эиергопотреблению они могут конкурировать с парокомпрессионными машинами при хладопроизводительностях до нескольких десятков ватт [5]. Особый интерес представляют слаботочные термоэлектрические модули, так как оии не требуют специальиых источиików питания [12]. Более полные сведения о термоэлектрическом охлаждении можно найти в [17].

3. При адиабатном дросселироваиии газа (эффект Джоуля — Томсоиа) изменение температуры при зиачительном перепаде давлений можно оценить по уравнению [28]

$$\theta = \alpha_д \Delta p, \qquad (5.3)$$

где $\alpha_д$ — интегральный коэффициент адиабатного дросселирования при перепаде давления в дросселе Δp.

Простейший дроссель представляет собой отверстие в перегородке трубопровода, причем диаметр его зиачительно меньше диаметра трубопровода. Зиачения $\alpha_д$ зависят от природы газа и при определеиных соотиошениях температуры и давления перед дросселем могут быть больше, меньше или равны иулю.

При расчете и проектировании таких устройств обычио пользуются иитегральным или средним значением дроссель-эффекта, получаемым от дросселирования едииицы массы нли объема газа (значеиия этого коэффициента для воздуха приведеиы в табл. 5.1).

Таблица 5.1

Интегральный эффект Джоуля — Томсона для воздуха при различных начальных температурах и давлеииях (коиечиое давление равно 0,1 МПа) [28]

Начальная температура, К	Начальное давление, МПА			
	5	10	15	20
320	9,1	17,5	23,0	29,5
300	10,6	20,6	28,3	35,2
280	12,7	24,1	34,2	42,6
260	15,1	29,0	41,5	51,5
240	18,0	35,8	50,8	62,4
220	22,4	44,9	62,8	74,4
200	27,4	56,2	76,4	97,1

4. Кипеиие (испарение) и конденсация многих широко применяемых в технике жидкостей (воды, спиртов, аммиака, фреоиа и т. д.) сопровождается поглощением (выделением) значительных количеств теплоты. Количество теплоты, поглощаемое (выделяемое) в этих процессах, определяется из уравнения

$$Q = mr, \qquad (5.4)$$

где r — теплота испарения; m — масса испарившегося (скоидеисировавшегося) вещества.

Широкое распространеиие получили компрессорные фреоновые холодильные устаиовки, работающие по испарительно-коиденсациоиному замкнутому циклу. Для хладопроизводительиости до нескольких десятков киловатт используют поршневые, а для большей — лопаточные компрессоры [14].

В ряде случаев для охлаждения можно использовать жидкости, кипящие при низких температурах.

5. Адиабатное расширение сжатых газов осуществляется с использованием специальиых машин, работающих в области иизких температур. Достигаемый при этом эффект охлаждеиия значительно превышает эффект, свойственный процессу дросселироваиия. Одиако иеобходимость примеиения машин для расширения газа усложняет реализацию этого способа.

При адиабатиом расширеиии газа понижение температуры можно оценить по формуле [6]:

$$\theta = T_1 - T_2 = T_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right], \qquad (5.5)$$

где T_1 — температура газа перед расширяющим устройством;
p_2 и p_1 — соответствеино давление за и перед расширеиием;
$\varkappa$ — показатель адиабаты.

Следовательно, значение θ зависит от перепада давлеиий, исходиой температуры и свойств газа. Расширеиие может происходить с совершеиием и без совершения виешией работы. Типичным холодильным агрегатом является воздушная турбохолодильная устаиовка (ТХУ) [7], способиая понижать температуру воздуха на несколько десятков градусов при высокой хладопроизводительности. Они весьма компактиы, широко применяются в авиации.

Для получеиия криогеиных температур при небольшой хладопроизводительиости используются газовые холодильные машины (ГХМ), работающие по обратному циклу Стирлинга без совершеиия виешней работы [28].

6. Одним из эффективных способов обеспечения теплового режима современной РЭА, проектируемой на базе комплексной микроминиатюризации, является применение *тепловых труб*, работающих по принципу замкнутого испарительно-конденсационного цикла. Благодаря ряду свойств тепловые трубы могут обеспечить эффективный отвод теплоты от труднодоступных теплонапряженных элементов, уменьшить неравномерность температурного поля по конструкции аппаратуры, избежав применения более сложных и дорогостоящих способов отвода теплоты, значительно сократить размеры и массу систем охлаждения, улучшить их эксплуатационные характеристики и в конечном счете позволяют создать оптимальные конструкции РЭА, отвечающие современным требованиям [3, 23] (см. разд. 8).

Эффективность того или иного способа охлаждения определяется интенсивностью протекающих процессов теплообмена.

Интенсивность теплообмена определяется коэффициентом теплоотдачи α. Ниже приведены ориентировочные значения α, Вт/(м²·К), для различных видов теплообмена [9]:

Свободная конвекция и излучение	2
Вынужденная конвекция в воздухе и газах	10
Свободная конвекция в масле и других жидкостях такой же плотности	200—300
Вынужденная конвекция в масле и других жидкостях такой же плотности	300—1000
Свободная конвекция в воде	200—600
Вынужденная конвекция в воде	1000—3000
Кипение воды	500—45 000
Капельная конденсация водяных паров	45 000—120 000
Конденсация органических паров	500—2000

5.3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНОГО И НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООБМЕНА В РЭА

5.3.1. РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООБМЕНА В РЭА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕПЛОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ И ТЕРМИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Для описания процесса переноса теплоты от изотермической поверхности i с температурой T_i к изотермической поверхности или среде j с температурой T_j необходимо знать аналитическую зависимость, связывающую T_i, T_j с тепловым потоком Q_i. Известно, что между тепловым потоком Q_i и разностью температур $T_i - T_j$ существует связь

$$T_i - T_j = \Pi_{ij} Q_i, \qquad (5.6)$$

где Π_{ij} — коэффициент пропорциональности.

В общем случае $\Pi_{ij} = \Pi_{ij}(T_i, T_j)$. Для того чтобы определить структуру этого коэффициента, необходимо рассмотреть отдельные способы переноса теплоты.

А. **Перенос теплоты теплопроводностью.** Коэффициент пропорциональности Π_{ij} при переносе теплоты теплопроводностью определяется следующим образом [9]:

$$\Pi_{ij} = \frac{1}{Q_i} \int_{l_i}^{l_j} \frac{Q(l)\,dl}{\lambda F(l)}, \qquad (5.7)$$

где l_i и l_j — координаты изотермических поверхностей i и j.

Если между изотермическими поверхностями i и j отсутствуют стоки или источники энергии, то $Q(l)$ не изменяется на пути между этими поверхностями, т. е. $Q(l) = Q_i = \text{const}$, и выражение (5.7) приобретает вид:

$$\Pi_{ij} = \int_{l_i}^{l_j} \frac{dl}{\lambda F(l)}. \qquad (5.8)$$

Коэффициент Π_{ij}, определенный выражением (5.8), называют *термическим сопротивлением* и обозначают R_{ij}, а обратную величину $\frac{1}{R_{ij}} = \sigma_{ij}$ — *термической проводимостью* среды между i-й и j-й изотермическими поверхностями.

Если $Q(l) \neq \text{const}$, то коэффициент Π_{ij} описывается выражением (5.7) и называется *тепловым коэффициентом*. Термическое сопротивление является частным случаем теплового коэффициента.

Расчет термических сопротивлений в случае стационарной теплопроводности для тел простейшей геометрии (плоская, цилиндрическая, сферическая стенки) приведен в п. 2.3.1.

При расчете термических сопротивлений элементов радиоэлектронных устройств часто встречаются такие случаи, когда тела соединены как последовательно, так и параллельно. Примером такого соединения может служить устройство для крепления некоторых радиодеталей к шасси с помощью болта (рис. 5.7, *а*).

Корпус радиодетали *1* электрически изолирован от шасси шайбами *3* и *5* из электроизоляционных материалов, которые одновременно являются и теплоизоляцией. Болт *2* отделен от шасси *4* воздушной прослойкой, поэтому теплообмен через прослойку между болтом и шасси практически отсутствует. Тепловой поток от радио-

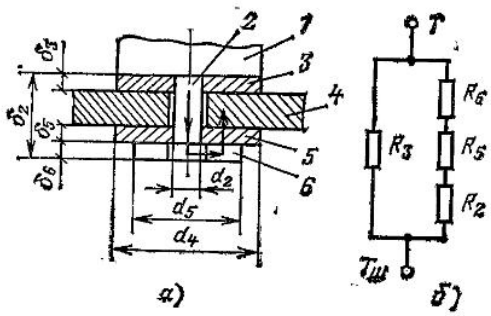


Рис. 5.7. Схематическое изображение (*а*) и тепловая схема (*б*) болтового соединения.

детали к шасси поступает двумя путями: непосредственно через изоляцию *3* и более сложным путем через болт *2*, гайку *6* и слой изоляции 5. На рис. 5.7, *а* путь теплового потока обозначен стрелками, тепловые потоки движутся параллельно, преодолевая термическое сопротивление R' изоляции *3* и термическое сопротивление R'' нескольких последовательно соединенных элементов.

Если предположить, что тепловой поток, проходящий через отдельные узлы системы, не рассеивается их боковыми поверхностями, то результирующее термическое сопротивление R монтажного соединения может быть найдено на основании правил сложения сопротивлений (рис. 5.7, *б*):

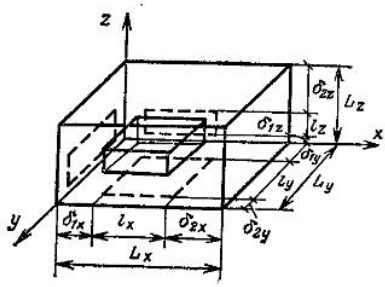


Рис. 5.8. Оболочка в форме параллелепипеда.

$$R = \frac{R' R''}{R' + R''}; \quad R' = R_3 = \frac{\delta_3}{\lambda_3 F_3};$$

$$R'' = R_2 + R_5 + R_6 = \frac{\delta_2}{\lambda_2 F_2} + \frac{\delta_5}{\lambda_5 F_5} + \frac{\delta_6}{\lambda_6 F_6}. \qquad (5.9)$$

На рис. 5.8 показана оболочка, образованная наружным и внутренним параллелепипедами, причем их центры в общем случае не совпадают. Для практических целей можно воспользоваться приближенными формулами [10]:

$$\sigma = \frac{\lambda_x (L_z l_y - L_y l_z)(L_x - l_x)}{\delta_{x_1} \delta_{x_2} \ln \frac{L_z l_y}{L_y l_z}} +$$

Таблица 5.2

Коэффициент $k_к$ теплопередачи в контакте различных пар контактирующих материалов [9]

Материал	Условия контакта	$k_к \cdot 10^{-3}$, Вт/(м²·К)
Медь — алюминий	Чистота обработки Δ5, удельная нагрузка свыше 10 МПа	120
Медь — медь	То же	100
Медь — латунь	» »	55
Медь — дюралюминий	» »	50
Дюралюминий — дюралюминий	» »	40
Сталь — медь	» »	8,4
Сталь — сталь	» »	1,5
Металл — краска — металл	» »	0,5
Металл — металл	Два листа толщиной 1—3 мм соединены внахлест при помощи заклепок. Длина листов 25—200 мм, расстояние между заклепками 20—40 мм	30—64
Металл — стекло	Контакт стеклянного баллона электронной лампы с металлическим экраном	6—23
Сталь — сталь	Чистые гладкие поверхности, высокое давление	2,6
Сталь — сталь	Резьбовое соединение	1,7
Сталь — дюралюминий	Чистые гладкие поверхности, высокое давление	3,1

$$+\frac{\lambda_y (L_x l_z - L_z l_x)(L_y - l_y)}{\delta_{y_1}\delta_{y_2}\ln\frac{L_x l_z}{L_z l_x}} + \frac{\lambda_z (L_y l_x - L_x l_y)(L_z - l_z)}{\delta_{z_1}\delta_{z_2}\ln\frac{L_y l_x}{L_x l_y}}; \quad (5.10)$$

где λ_x, λ_y, λ_z — коэффициенты теплопроводности оболочки в направлениях x, y, z.

Если толщины всех шести стенок оболочки и коэффициенты теплопроводности одинаковы ($\delta_{x_i}=\delta_{y_i}=\delta_{z_i}$, $L_x-l_x=L_y-l_y=L_z-l_z=2\delta$, $\lambda_x=\lambda_y=\lambda_z=\lambda$), то выражение (5.10) принимает более простой вид:

$$\frac{\sigma\delta}{2\lambda}=\frac{L_z l_y - L_y l_z}{\ln\frac{L_z l_y}{L_y l_z}}+\frac{L_x l_z - L_z l_x}{\ln\frac{L_x l_z}{L_z l_x}}+\frac{L_y l_x - L_x l_y}{\ln\frac{L_y l_x}{L_x l_y}}. \quad (5.11)$$

Для куба в кубе с совмещеиными цеитрами выражение (5.11) переходит в следующее:

$$\sigma = 6\lambda L\frac{l}{\delta}. \quad (5.12)$$

В месте контакта поверхностей двух тел поток теплоты преодолевает термическое сопротивление, вызваиное неплоскопараллельностью и волнистостью поверхностей, а если последние устранены, то микронеровностями обеих поверхностей.

Ориеитировочные зиачеиия коэффициеита теплопередачи $k_к$ контакта различиых пар контактирующих материалов приведеиы в табл. 5.2.

Таблица 5.3

Сводные данные для расчета теплоотдачи при свободиой конвекции [15]

Объект	GrPr	c	n	Определяющий размер	Примечание
Горизоитальиый и вертикальиый цилиидр, вертикальные пластииы, шары, прямоугольные тела	10^4—$3{,}5\cdot10^7$	0,55	0,25	Для вертикальных пластин и цилиндров l равно высоте; для горизоитальиых цилиндров $l=d_0$, где d_0 — диаметр; для шара $l=d_0/2$; для прямоугольных тел $1/l=1/l_{гор}+1/l_{верт}$, где $l_{гор}$, $l_{верт}$ — горизоитальиый и вертикальиый размеры тела	Основаио на эксперимеитах с воздухом и водой при $l<0{,}3048$ м
Короткие вертикальные пластины	10^4—10^9	0,59	0,25	Высота	Основаио на эксперимеитах с воздухом
	10^9—10^{12}	0,13	0,33	То же	В упрощеиной форме для воздуха при измереиных температурах и иормальиом давлеиии: для $GrPr=10^4\div10^9$ $\alpha=0{,}29(\Delta t/l)^{0,25}$; для $GrPr=10^9\div10^{12}$ $\alpha=0{,}19\Delta t^{0,33}$. При другом давлеиии α меняется пропорциоиальио корию квадратиому от давлеиия
Шары	10^3—10^9 $>10^9$	0,65 0,15	0,25 0,33	$d_0/2$ $d_0/2$	Для $d_0/2>0{,}61$ м следует приииимать $d_0/2=0{,}61$ м (d_0 — диаметр шара)
Горизоитальные пластииы	10^5—$2\cdot10^7$ $2\cdot10^7$—$3\cdot10^{10}$	0,54 0,14	0,25 0,33	Размер стороиы	Для горизоитальиых поверхиостей, обращеиных иагретой стороиой вверх или холодиой стороиой вииз. Можио примеиять к дискам, считая $l=0{,}9$ м
Гладкая (иеоребреиная) поверхиость в большом объеме	$\leqslant10^{-3}$ 10^3—10^2	0,45 1,18	0 0,125	Для шара и горизоитального цилиидра — диаметр d_0; для горизоитальиой пластииы — наименьшиЙ размер в плаие	Теплофизические свойства определяются при $\bar{T}=(T_с+T_ж)/2$

Тепловые коэффициенты для тел с распределенными и сосредоточенными источниками энергии можно рассчитать, воспользовавшись рекомендациями [9, 10].

Б. Конвективный перенос теплоты. В теплообмене между поверхностью твердого тела и окружающей средой тепловой поток рассчитывается по формуле

$$Q_{i\text{ж}} = \alpha_{i\text{ж}} (T_{ci} - T_{\text{ж}}) F_i. \quad (5.13)$$

Из сравнения (5.6) и (5.13) находим тепловой коэффициент для этого случая переноса теплоты:

$$\Pi_{i\text{ж}} = \frac{1}{\alpha_{i\text{ж}} F_i}. \quad (5.14)$$

Если между поверхностью тела и окружающей средой отсутствуют источники или стоки энергии, то $\Pi_{i\text{ж}}$ представляет собой термическое сопротивление, т. е.

$$R_{i\text{ж}} = \frac{1}{\alpha_{i\text{ж}} F_i}; \quad \sigma_{i\text{ж}} = \alpha_{i\text{ж}} F_i. \quad (5.15)$$

Если конвективный теплообмен происходит через жидкую или газообразную прослойки, ограниченную поверхностями F_i и F_j с температурами T_{ci} и T_{cj}, то

$$R_{ij} = \frac{1}{k_{ij} F_i}; \quad \sigma_{ij} = k_{ij} F_i, \quad (5.16)$$

где k_{ij} — коэффициент теплопередачи.

При охлаждении свободной конвекцией число Нуссельта определяется из зависимости (см. также § 2.9):

$$\text{Nu} = c\,(\text{Gr Pr})^n. \quad (5.17)$$

Значения c и n (табл. 5.3) зависят от геометрии поверхности и природы потока.

Коэффициент теплоотдачи при свободной конвекции для мелких близкорасположенных радиодеталей может быть рассчитан с помощью уравнения [15]

$$\text{Nu} = 1{,}45\,(\text{Gr Pr})^{0{,}23}. \quad (5.18)$$

В качестве определяющих размеров миниатюрных ламп, реле и трансформаторов рекомендуется принимать их высоту.

Для пластинчатых радиаторов с вертикально расположенными ребрами можно использовать следующие расчетные зависимости [25]:

$$\text{Nu} = 1{,}4\left[\sqrt{(1 + 0{,}113\,\text{Gr}\,l/L) + 0{,}33\,\text{Gr}\,l/L} - (1 + 0{,}113\,\text{Gr}\,l/L)\right] \text{ при } \text{Gr}\,l/L < 7;$$

$$\text{Nu} = 0{,}64 + 0{,}023\,\text{Gr}\,l/L \text{ при } 7 \leqslant \text{Gr}\,l/L < 20;$$

$$\text{Nu} = 0{,}5\,\text{Gr}\,l/L \text{ при } \text{Gr}\,l/L \geqslant 20,$$

где L — длина ребра; $l = b/2$ (b — расстояние между ребрами). Теплофизические свойства определяются при $\overline{T} = (T_c + T_{\text{ж}})/2$.

При давлении воздуха, отличном от нормального (0,1 МПа) коэффициент конвективного теплообмена определяется по формуле [10, 11]:

$$\alpha_p = \alpha_0\,(p/0{,}1)^{0{,}5}, \quad (5.19)$$

где α_0 — коэффициент конвективного теплообмена при нормальном давлении воздуха. Расчет тепловых коэффициентов при охлаждении свободной конвекцией «больших» элементов РЭА сводится, главным образом, к расчету оребрения (рис. 5.9, 5.10), или, в частном случае, — гладких поверхностей (см. подпараграфы 2.3.1 и 2.3.5.).

Если $\text{GrPr} = 10^{-3} \div 5 \cdot 10^2$, то коэффициент конвективного теплообмена может быть получен по формуле

$$\alpha = A_1 \left(\frac{t_c - t_{\text{ж}}}{l^5}\right)^{1/8}. \quad (5.20)$$

Значения A_1 для воды и воздуха приведены в табл. 5.4.

В табл. 5.5 приведены расчетные формулы для коэффициента конвективного теплообмена различных тел, находящихся в неограниченной среде, в условиях свободной конвекции; значения необходимых для расчета коэффициентов приведены в табл. 5.6 и 5.7.

При рассмотрении теплообмена плоской и цилиндрических поверхностей в не-

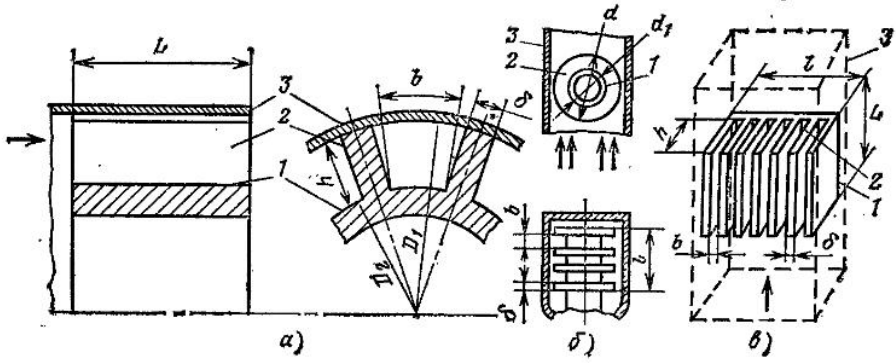


Рис. 5.9. Схема установки ребристых радиаторов.

а — продольное обтекание; *б* — поперечное обтекание; *в* — пластины; *1* — основание; *2* — ребро; *3* — кожух.

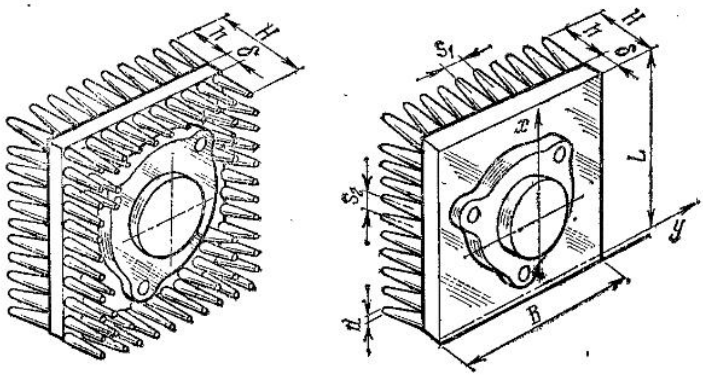


Рис. 5.10. Характерные размеры штыревых радиаторов.

ограниченном пространстве следует различать два случая:

Если определяющий размер l, м, плоской или цилиндрической поверхности и ее температурный напор $t_c - t_ж$ удовлетворяют неравенству

$$t_c - t_ж < \left(\frac{0{,}840}{l}\right)^3, \qquad (5.21)$$

Таблица 5.4

Значения коэффициента A_1 в формуле (5.20) [9]

Среда	Температура среды $t_ж$, °С						
	0	20	40	60	80	100	120
Воздух	0,291	0,295	0,300	0,306	0,310	0,315	0,320
Вода	9,35	13,1	15,7	17,6	19,0	20,0	—

Таблица 5.5

Расчетные формулы для коэффициентов теплоотдачи тел в условиях свободной конвекции в неограниченной среде [9]

Рассматриваемое тело	Закон степени 1/4	Закон степени 1/3
Шары, горизонтальные цилиндры с диаметром d_0	$\alpha = A_2\left(\frac{t_c - t_ж}{d_0}\right)^{1/4}$	$\alpha = A_3(t_c - t_ж)^{1/3}$
Вертикальные пластины, цилиндры с высотой h	$\alpha = A_2\left(\frac{t_c - t_ж}{y}\right)^{1/4}$	$\alpha = A_3(t_c - t_ж)^{1/3}$
Горизонтальная пластина, рассеивающая тепловой поток вверх	$\alpha = 1{,}3A_2\left(\frac{t_c - t_ж}{l_{мин}^*}\right)$	$\alpha = 1{,}3A_3(t_c - t_ж)^{1/3}$
Горизонтальная пластина, рассеивающая тепловой поток вниз	$\alpha = 0{,}7A_2\left(\frac{t_c - t_ж}{l_{мин}^*}\right)^{1/4}$	$\alpha = 0{,}7A_3(t_c - t_ж)^{1/3}$

* Меньший размер пластины.

Таблица 5.6

Значения коэффициента A_2 в формулах табл. 5.5 для воздуха и воды [9]

Среда	Температура среды $\overline{t}_ж$, °С									
	10	20	30	40	60	80	100	120	140	150
Воздух	1,40	1,38	1,36	1,34	1,31	1,29	1,27	1,26	1,25	1,245
Вода	90	105	127	149	178	205	227	—	—	—

Таблица 5.7

Значения коэффициента A_3 в формулах табл. 5.5 для воздуха и воды [9]

Среда	Температура среды $\overline{t}_ж$, °С						
	0	20	40	60	80	100	150
Воздух	1,69	1,61	1,53	1,45	1,39	1,33	1,23
Вода	102	198	290	363	425	480	610

то теплоотдача пропорциональна $t_с - t_ж$ в степени 1/4, в противном случае — в степени 1/3 [10, 21].

Так как при охлаждении свободной конвекцией числа Gr, Pr, Nu, а следовательно, и коэффициенты конвективного теплообмена зависят не только от $T_ж$, но и от температуры поверхности охлаждения $T_с$, расчет теплового режима выполняется методом последовательных приближений.

Термическая проводимость между поверхностями тел, отделенных друг от друга прослойкой, заполненной жидкостью или газом, определяется значениями коэффициентов теплопередачи через плоскую $k_п$, цилиндрическую $k_ц$ и шаровую $k_ш$ прослойки, которые имеют вид [10]:

$$k_п = \frac{\varepsilon_к \lambda_ж}{\delta}; \quad k_ц = \frac{2\varepsilon_к \lambda_ж}{d_1 \ln \frac{d_2}{d_1}};$$

$$k_ш = \frac{\varepsilon_к \lambda_ж d_2}{d_1 \delta}, \qquad (5.22)$$

где $\varepsilon_к$ — коэффициент конвекции; $\lambda_ж$ — коэффициент теплопроводности среды в прослойке при температуре $\overline{t}_ж = 0{,}5(t_{с1} + t_{с2})$ (см. табл. 2.1, 2.2); здесь $t_{с1}$ и $t_{с2}$ — температуры поверхностей, ограничивающих прослойки; δ — толщина прослойки; d_1 и d_2 — внутренний и наружный диаметры цилиндрической и шаровой прослойки.

Значение коэффициентов конвекции можно найти из следующих формул:

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_к = 1 \text{ при } \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr} < 10^3; \\ &\varepsilon_к = A_4 \delta \sqrt[4]{\frac{\Delta t}{\delta}} \text{ при } \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr} > 10^3, \end{aligned}\right\} \qquad (5.23)$$

где $\Delta t = |t_{с1} - t_{с2}|$;

$$A_4 = 0{,}18 \frac{(\beta g\,\mathrm{Pr})^{0,25}}{\nu^{1/2}}; \quad \text{здесь}$$

β — коэффициент объемного расширения; g — ускорение свободного падения.

Конвективная теплопередача внутри ограниченного объема, имеющего форму параллелепипеда, одна грань которого имеет температуру $t_{с1}$, а остальные грани $t_{с2}$, причем $t_{с1} > t_{с2}$ может быть определена по формуле [9]

$$k = N\left[6{,}25 - 5{,}25\left(1 + \frac{\delta}{\sqrt{l_1 l_2}}\right)^{-1,67}\right] A_5 \times$$

$$\times \sqrt[4]{\frac{t_{с1} - t_{с2}}{\delta}}, \qquad (5.24)$$

где N — коэффициент, учитывающий ориентацию нагретой грани: при вертикальном расположении $N = N_в = 1{,}0$, при горизонтальном $N = N_г = 1{,}3$, δ — толщина прослойки; l_1, l_2 — размеры нагретой грани; A_5 — коэффициент, который зависит от температуры $\overline{t}_ж = 0{,}5(t_{с1} + t_{с2})$ и для воздуха равен:

$\overline{t}_ж$, °С	0	50	100	200
A_5	0,63	0,58	0,56	0,44

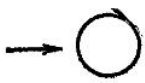
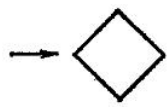
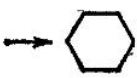
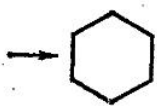
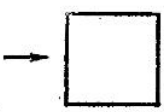
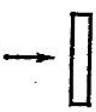
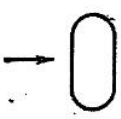
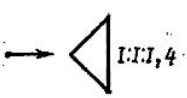
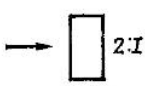
При принудительном воздушном охлаждении за температуру охлаждающего воздуха принимается средняя в пределах теплоотдающей поверхности температуры воздуха

$$T_ж = T_{ж.вх} + \frac{Q}{2Gc_p}, \qquad (5.25)$$

где $T_{ж.вх}$ — температура охлаждающего воздуха на входе в элемент; G — массовый расход охлаждающего воздуха; c_p — удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении (см. табл. 2.20).

Таблица 5.8

Значения коэффициента c и показателя степени m в формуле (5.27) для теплоотдачи поперечно обтекаемых стержней разной формы [16]

Сечение стержня и направление потока[1]	Re	c	m
	0,1—4 4—50 8—$1\cdot10^3$ $1\cdot10^2$—$5\cdot10^3$ $5\cdot10^3$—$5\cdot10^4$ $\geqslant5\cdot10^4$	0,99 0,86 0,59 0,665 0,22 0,026	0,305 0,41 0,47 0,47 0,60 0,80
	$5\cdot10^3$—$1\cdot10^5$	0,25	0,588
	$2{,}5\cdot10^3$—$1{,}5\cdot10^4$	0,25	0,612
	$5\cdot10^3$—$1\cdot10^5$	0,156	0,638
	$5\cdot10^3$—$1{,}95\cdot10^4$ $1{,}95\cdot10^4$—$1\cdot10^5$	0,162 0,0395	0,638 0,782
	$(2{,}5$—$8)\cdot10^3$ $5\cdot10^3$—$1\cdot10^5$	0,180 0,104	0,699 0,675
	$4\cdot10^3$—$1{,}5\cdot10^4$	0,232	0,731
	$3\cdot10^3$—$1{,}5\cdot10^4$	0,096	0,804
	$3\cdot10^3$—$2\cdot10^4$	0,246*	0,61
	$3\cdot10^3$—$2\cdot10^4$	0,264*	0,66

[1] При изменении положения сечения стержня относительно направления омывающего потока коэффициент теплоотдачи изменяется в пределах ±15%.

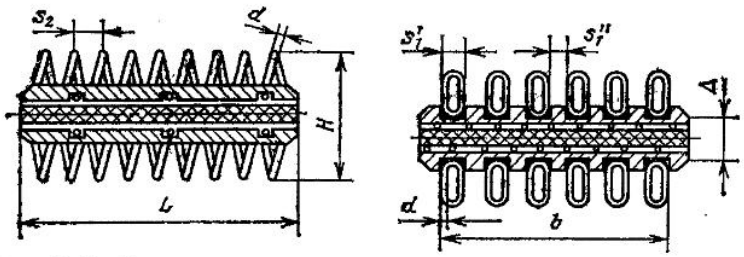


Рис. 5.11. Характерные размеры петельно-проволочных радиаторов.

Число Нуссельта при продольном обтекании воздухом пластины или цилиндра приближенно определяется по одной из следующих формул [10]:

$$\left.\begin{aligned} &Nu = 0{,}58\,Re^{0,5} \text{ при } Re < 4\cdot10^4;\\ &Nu = 0{,}032\,Re^{0,8} \text{ при } Re \geqslant 4\cdot10^4. \end{aligned}\right\} \quad (5.26)$$

Теплофизические свойства воздуха определяются при температуре $T_ж$ (см. табл. 2.20,) в качестве определяющего размера принимается длина теплоотдающей пластины (либо цилиндра) по направлению потока.

Теплоотдача при поперечном обтекании одиночного цилиндра и призматического стержня рассчитывается следующим образом.

Для газои и неметаллических жидкостей при $Pr<350$ средний коэффициент теплоотдачи определяется по формуле [16]

$$Nu = c\,Re^m\,Pr^n, \quad (5.27)$$

где $Nu = \alpha d_э/\lambda$, $Re = wd_э/\nu$.

По имеющимся опытным данным показатель степени n лежит в пределах 0,31—0,40. В среднем можно принять $n=0{,}35$.

Значения c и m зависят от формы обтекаемого стержня и от диапазоиа чисел Re (табл. 5.8). Физические характеристики берутся при температуре набегающего потока.

Для одиночного цилиндра с гладкими продольными ребрами (рис. 5.9, *а*) при движении турбулентиого потока воздуха в осевом направлении [13, 16]

$$Nu = 0{,}0185\,Re^{0,8}\,\varepsilon_L, \quad (5.28)$$

где $\varepsilon_L = \begin{cases} 5{,}22\,Re^{0,125}\left(\dfrac{L}{d_э}\right)^{\frac{2}{Re^{0,3}}} & \text{при } \dfrac{L}{d_э} < 50; \\ 1 \quad \text{при } \dfrac{L}{d_э} \geqslant 50; \end{cases}$

L — длина ребра; $d_э = 4F/U$ — эквивалентный диаметр (здесь F — сечение канала для прохода воздуха; U — смоченный периметр).

За определяющую температуру принимается температура воздуха, рассчитанная по (5.25), за определяющий размер— эквиналентный диаметр.

Для одиночного цилиндра с поперечными ребрами, плотно охиаченными кожухом воздушного канала (рис. 5.9, *б*) [18], прв числах $Re=4\cdot10^3\div45\cdot10^3$

$$\left.\begin{aligned} &Nu = 0{,}785\,[1 + 21J_1(A/50)]\,Re^m;\\ &m = \frac{5{,}6}{11{,}8 + h_р/s_р}, \end{aligned}\right\} \quad (5.29)$$

а прн $Re=45\cdot10^3\div3\cdot10^5$

$$\left.\begin{aligned} &Nu = 0{,}202\,[1 + 93J_1(A/300)]\,Re^m;\\ &m = \frac{12{,}9}{20{,}8 + h_р/s_р}, \end{aligned}\right\} \quad (5.30)$$

где J_1 — функция Бесселя периого рода первого порядка (см. табл. 2.11); $A = h_р l/(d\delta)$

$$\left[\text{здесь } l = \frac{2d_1}{\pi}\left(\frac{d-d_1}{s_р}+1\right)\right];$$

d и d_1 — диаметры ребра и цилиндра соответственно; $s_р$ — шаг ребер идоль оси цилиндра; $s_р = b+\delta$; b — зазор между ребрами; δ — толщина ребра; $Re = wl/\nu$ (скорость воздуха определяется в поперечном сечении кожуха, проходящем через ось цилиндра). Определяющая температура находится по формуле (5.25).

Расчет *теплоотдачи «больших элементов» со штыревыми радиаторами*, охлаждаемых принудительным воздушным потоком (рис. 5.10), возможен по формуле [25]

$$Nu = 0{,}21\,Re^{0,65} \text{ при } 2\cdot10 \leqslant Re \leqslant 2\cdot10^5. \quad (5.31)$$

В этой формуле в качестве определяющего размера принят диаметр штыря d, а скорость воздуха рассматривается и узком сечении канала $w = w_{вх}\left(1 + \dfrac{d}{s_1} - d\right)$, где $w_{вх}$ — скорость воздуха на входе в раднатор; s_1 — шаг установки штырей.

Теплоотдача петельно-проволочных радиаторов (рнс. 5.11) рассчитывается по формуле [24]

$$Nu = c\,Re^m\,(1 - a\,Re^{0,25}), \quad (5.32)$$

где a, c и m являются функциями парамет-

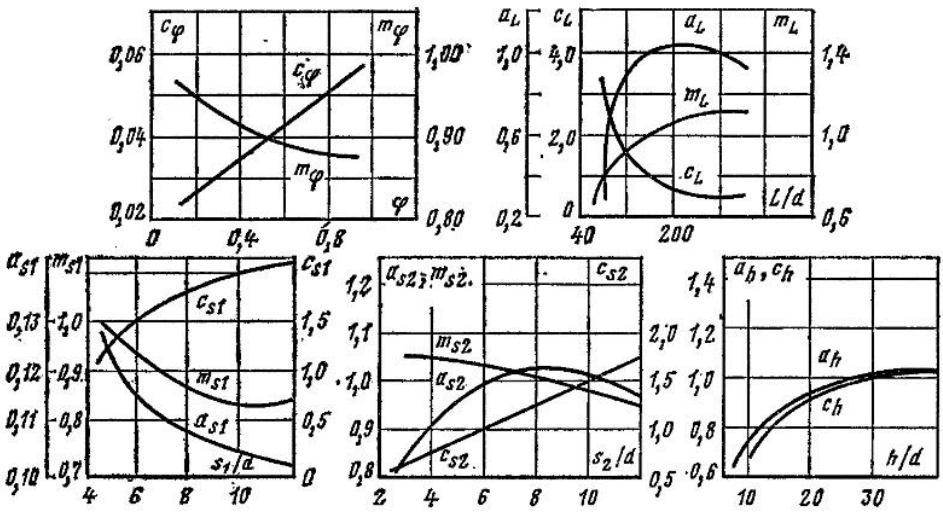


Рис. 5.12. Значения коэффициентов для расчета петельно-проволочных раднаторов.

ров s_1/d, s_2/d, h/d, L/d и φ; $s_1=(s_1''+s_1')/2$ — средний поперечный шаг оребрения; s_2 — средний продольный шаг оребрения; h — условная высота петли равная половине смоченного периметра петли; $\varphi=(BH-B\Delta)/(F_{тр}-B\Delta)$ — степень заполнения сечения каиала; B — ширина радиатора; H — высота радиатора по оребрению; Δ — толщина основания радиатора; $F_{тр}$ — площадь сечения каиала;

$$a=a_{s1}a_{s2}a_h a_L;\quad c=c_\varphi c_{s1}c_{s2}c_h c_L;$$
$$m=m_\varphi m_{s1}m_{s2}m_L.$$

Значения коэффициентов, составляющих a, c, m, могут быть найдены в зависимости от определяющих параметров s_1/d, s_2/d, h/d, L/d и φ по графикам, приведенным на рис. 5.12.

Большие трудности, с которыми встречаются разработчики при определении коэффициента теплоотдачи оребренных поверхностей, привели к необходимости экспериментального определения этих зависимостей для более узкого класса подобных конструкций. Результаты этих исследований представлены в виде номограмм [26], графиков [1] и позволяют по исходным данным выбрать радиатор для полупроводникового прибора.

При ламинарном течении в трубах ($Re_ж<2300$) теплоотдача определяется факторами как вынужденного, так и свободного движения [22]:

$$Nu_ж=0{,}15\sqrt[3]{Re_ж}\,Gr_ж^{0,1}\,Pr_ж^{0,43}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\varepsilon_l, \tag{5.33}$$

где ε_l — поправочный коэффициент, зависящий от

l/d	1	2	5	10	15	20	30	50
ε_l	1,90	1,70	1,44	1,28	1,17	1,13	1,05	1,00

С точностью, достаточной для практических расчетов, можно пользоваться следующими аппроксимирующими формулами [16]:

для круглого каиала

$$\left.\begin{aligned} &Nu=1{,}61\left(Pe\frac{d}{l}\right)^{1/3}\\ &\text{при } Pe\frac{d}{l}>12;\\ &Nu=3{,}66 \text{ при } Pe\frac{d}{l}\leqslant 12;\end{aligned}\right\} \tag{5.34а}$$

для плоской щели

$$\left.\begin{aligned} &Nu=1{,}85\left(Pe\frac{2\delta}{l}\right)^{1,3}\\ &\text{при } Pe\frac{2\delta}{l}>70;\\ &Nu=7{,}60 \text{ при } Pe\frac{2\delta}{l}\leqslant 70.\end{aligned}\right\} \tag{5.34б}$$

Для каиала, сечение которого представляет равносторонний треугольник,

$$\left.\begin{aligned} &Nu=1{,}5\left(Pe\frac{d}{l}\right)^{1/3}\\ &\text{при } Pe\frac{d}{l}>7;\\ &Nu=2{,}7 \text{ при } Pe\frac{d}{l}\leqslant 7.\end{aligned}\right\} \tag{5.34в}$$

Кроме указанных зависимостей для каиалов различных форм подсчитаны минимальные значения числа Nu, которыми сле-

дует пользоваться при расчетах теплоотдачи на участках тепловой стабилизации. Эти наименьшие значения чисел Nu_∞ даны в табл. 2.24.

При турбулентном течении жидкости в прямой круглой трубе при $Pr \geqslant 1$ для практических расчетов теплоотдачи следует пользоваться простыми формулами, пригодными для одного класса теплоносителей.

Для газов при $0{,}5 < T_c/T_ж < 1{,}0$

$$Nu = 0{,}023\,Re^{0,8}\,Pr^{0,4}\left(1{,}27 - 0{,}27\,\frac{T_c}{T_ж}\right);$$

при $1{,}0 < T_c/T_ж < 3{,}5$

$$Nu = 0{,}023\,Re^{0,8}\,Pr^{0,4}\,(T_c/T_ж)^{-0,55}.$$

Для капельных жидкостей при нагревании ($T_c > T_ж$)

$$Nu = 0{,}023\,Re^{0,8}\,Pr^{0,4}\,(Pr_ж/Pr_c)^{0,06},$$

при охлаждении ($T_c < T_ж$)

$$Nu = 0{,}023 Re^{0,8}\,Pr^{0,4}\,(Pr_ж/Pr_c)^{0,25}.$$

Физические свойства, входящие в числа Pr, Re и Nu, берутся при средней температуре жидкости. Значение Pr_c относится к средней температуре стенки.

Стабилизация теплоотдачи при турбулентном течении в круглой трубе практически наступает при $l/d \geqslant 50$. При $l/d < 50$ значения α следует умножить на коэффициент ε_l (см. табл. 2.25). Методы расчета коэффициентов теплоотдачи в других более сложных случаях приведены в [16].

В. Перенос теплоты излучением. Сопротивление и проводимость потоку теплоты, переносимому излучением от тела i к телу j, определяются зависимостями

$$R_{ij} = \frac{1}{\alpha_{лij} F_i}; \quad \sigma = \alpha_{лij} F_i, \tag{5.35}$$

где $\alpha_{лij}$ — коэффициент теплообмена излучением между поверхностями i-го и j-го тел; F_i — площадь излучающей поверхности тела i.

Коэффициент $\alpha_{лij}$ может быть представлен зависимостью

$$\alpha_{лij} = \varepsilon_{пij}\,\varphi_{ij}\,f(t_{ci},\ t_{cj}), \tag{5.36}$$

расчеты по которой сводятся к определению трех параметров: приведенного коэффициента теплового излучения $\varepsilon_{пij}$ системы тел i, j, углового коэффициента φ_{ij} и функции $f(t_{ci},\ t_{cj})$, которая может быть найдена по формуле [9]

$$f(t_{c1},\ t_{c2}) = 5{,}67\cdot 10^{-8}\,(t_{ci} + t_{cj} + 546{,}4)[(t_{ci} + 273{,}2)^2 + (t_{cj} + 273{,}2)^2]. \tag{5.37}$$

Значения $f(t_{c1},\ t_{c2})$ табулированы и представлены в табл. 5.9.

Угловые коэффициенты φ_{ij} показывают, какая часть Q_{ij} лучистого потока Q_i, испускаемая телом i в полупространстве, падает на другое тело j, находящееся с ним в лучистом теплообмене, т. е. $\varphi_{ij} = Q_{ij}/Q_i$.

Коэффициент теплового излучения характеризует излучательную способность реального тела по сравнению с излучательной способностью абсолютно черного тела. Значение ε изменяется в пределах от нуля до единицы (см. табл. 2.33).

При теплообмене между неограниченными плоскопараллельными плоскостями приведенный коэффициент теплового излучения и угловые коэффициенты равны:

$$\varepsilon_{п12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}; \quad \varphi_{12} = \varphi_{21} = 1. \tag{5.38}$$

Если $\varepsilon_1 \gg \varepsilon_2$, то $\varepsilon_{п12} \approx \varepsilon_2$. Для тел с большими значениями коэффициента теплового излучения ($\varepsilon_1,\ \varepsilon_2 \geqslant 0{,}8$) можно принять

$$\varepsilon_{п12} \approx \varepsilon_1\,\varepsilon_2. \tag{5.39}$$

В системе двух тел, если тело *1* находится в замкнутой полости тела *2* или тело *2* охватывает плоское или выпуклое тело *1*,

$$\varphi_{12} = 1; \quad \varphi_{21} = \frac{F_1}{F_2};$$

$$\varepsilon_{п12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \varphi_{21}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}. \tag{5.40}$$

При теплообмене излучением в замкнутой системе из двух вогнутых серых тел приведенный коэффициент теплового излучения определяется выражением

$$\varepsilon_{п12} = \frac{1}{1 + \varphi_{12}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) + \varphi_{21}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}. \tag{5.41}$$

Иные случаи взаимного расположения двух тел и более и их угловые коэффициенты облученности подробно рассмотрены в [4, 16].

5.3.2. МЕТОД ТЕПЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Для расчета теплового режима систем тел с одним источником теплоты может быть применен так называемый *метод тепловых характеристик*. Тепловой характеристикой некоторой области называется зависимость ее перегрева относительно температуры среды от суммарной мощности источников теплоты, действующих в системе. При этом задают перегрев θ_1 тела, несколько превышающий температуру среды, и определяют тепловой поток Q_1, который способна рассеять поверхность тела, нагретая до температуры $t_ж + \theta_1$. Этот расчет дает координаты θ_1, Q_1 одной точки тепловой характеристики. Координаты θ_2, Q_2 второй точки зависимости $\theta = \theta(Q)$ получаются в результате аналогичного расчета при

Таблица 5.9

Значения функции $f(t_{ci}, t_{cj})$, рассчитанные по формуле (5.37)

t_{ci}, °C	t_{cj}, °C									
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
5	4,88	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	5,02	5,15	—	—	—	—	—	—	—	—
15	5,15	5,29	5,43	—	—	—	—	—	—	—
20	5,29	5,43	5,57	5,71	—	—	—	—	—	—
25	5,44	5,58	5,72	5,86	6,01	—	—	—	—	—
30	5,58	5,72	5,87	6,02	6,17	6,32	—	—	—	—
35	5,73	5,87	6,02	6,17	6,32	6,48	6,64	—	—	—
40	5,88	6,03	6,18	6,33	6,48	6,64	6,80	6,97	—	—
45	6,04	6,19	6,34	6,49	6,65	6,81	6,97	7,14	7,31	—
50	6,20	6,35	6,50	6,66	6,81	6,98	7,14	7,31	7,48	7,66
55	6,36	6,51	6,67	6,82	6,98	7,15	7,31	7,48	7,66	7,84
60	6,53	6,68	6,84	7,00	7,16	7,32	7,49	7,66	7,84	8,02
65	6,70	6,86	7,01	7,17	7,34	7,50	7,67	7,85	8,03	8,21
70	6,88	7,03	7,19	7,35	7,52	7,69	7,86	8,03	8,21	8,40
75	7,06	7,21	7,37	7,54	7,70	7,87	8,05	8,23	8,41	8,59
80	7,24	7,40	7,56	7,72	7,89	8,06	8,24	8,42	8,60	8,79
85	7,42	7,58	7,75	7,91	8,08	8,26	8,44	8,62	8,80	8,99
90	7,61	7,77	7,94	8,11	8,28	8,46	8,64	8,82	9,01	9,20
95	7,81	7,97	8,14	8,31	8,48	8,66	8,84	9,03	9,22	9,41
100	8,00	8,17	8,34	8,51	8,69	8,87	9,05	9,24	9,43	9,62
105	8,20	8,37	8,54	8,72	8,90	9,08	9,26	9,45	9,65	9,84
110	8,41	8,58	8,75	8,93	9,11	9,29	9,48	9,67	9,87	10,07
115	8,62	8,79	8,97	9,14	9,33	9,51	9,70	9,89	10,09	10,29
120	8,83	9,01	9,18	9,36	9,55	9,73	9,93	10,12	10,32	10,52
125	9,05	9,22	9,40	9,59	9,77	9,96	10,16	10,35	10,55	10,76
130	9,27	9,45	9,63	9,81	10,00	10,19	10,39	10,59	10,79	11,00
135	9,50	9,68	9,86	10,05	10,24	10,43	10,63	10,83	11,03	11,24
140	9,73	9,91	10,09	10,28	10,47	10,67	10,87	11,07	11,28	11,49
145	9,96	10,14	10,333	10,52	10,72	10,91	11,12	11,32	11,53	11,74
150	10,20	10,39	10,57	10,77	10,96	11,16	11,37	11,57	11,79	12,00

Продолжение табл. 5.9

t_{ci}, °C	t_{cj}, °C									
	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
55	8,02	—	—	—	—	—	—	—	—	—
60	8,20	8,39	—	—	—	—	—	—	—	—
65	8,39	8,58	8,77	—	—	—	—	—	—	—
70	8,58	8,78	8,97	9,17	—	—	—	—	—	—
75	8,78	8,97	9,17	9,37	9,57	—	—	—	—	—
80	8,91	9,18	9,37	9,58	9,78	9,99	—	—	—	—
85	9,19	9,38	9,58	9,79	10,00	10,21	10,42	—	—	—
90	9,39	9,59	9,79	10,00	10,21	10,43	10,64	10,87	—	—
95	9,61	9,81	10,01	10,22	10,43	10,65	10,87	11,09	11,32	—

Продолжение табл. 5.9

t_{c1}, °C	t_{c1}, °C									
	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
100	9,82	10,03	10,23	10,44	10,66	10,87	11,10	11,32	11,55	11,79
105	10,04	10,25	10,46	10,67	10,88	11,11	11,33	11,56	11,79	12,03
110	10,27	10,47	10,68	10,90	11,12	11,34	11,57	11,80	12,03	12,27
115	10,50	10,71	10,92	11,13	11,35	11,58	11,81	12,04	12,28	12,52
120	10,73	10,94	11,15	11,37	11,60	11,82	12,05	12,19	12,53	12,77
125	10,97	11,18	11,40	11,62	11,84	12,07	12,30	12,54	12,78	13,03
130	11,21	11,42	11,64	11,86	12,09	12,32	12,56	12,80	13,04	13,29
135	11,45	11,67	11,89	12,12	12,35	12,58	12,82	13,06	13,30	13,55
140	11,71	11,92	12,15	12,37	12,61	12,84	13,08	13,32	13,57	13,82
146	11,96	12,18	12,41	12,64	12,87	13,11	13,35	13,59	13,84	14,10
150	12,22	12,44	12,67	12,90	13,14	13,38	13,62	13,87	14,12	14,38

Продолжение

t_{c1}, °C	t_{c1}, °C									
	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
55	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
70	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
75	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
105	12,27	—	—	—	—	—	—	—	—	—
110	12,51	12,76	—	—	—	—	—	—	—	—
115	12,76	13,01	13,27	—	—	—	—	—	—	—
120	13,02	13,27	13,53	13,79	—	—	—	—	—	—
125	13,28	13,53	13,79	14,05	14,32	—	—	—	—	—
130	13,54	13,80	14,06	14,32	14,59	14,87	—	—	—	—
135	13,81	14,07	14,33	14,60	14,87	15,15	15,43	—	—	—
140	14,08	14,34	14,61	14,88	15,15	15,43	15,71	16,00	—	—
145	14,36	14,62	14,89	15,16	15,44	15,72	16,00	16,29	16,59	—
150	14,64	14,90	15,17	15,45	15,73	16,01	16,30	15,59	16,89	17,19

$\theta_2 > \theta_1$. На основании результатов расчета, используя начало координат в качестве третьей точки, в координатах θ и Q строят график тепловой характеристики. Этот график позволяет определить перегрев области при любой мощности источников теплоты, действующих в системе.

5.3.3. МЕТОД РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В РЭА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Исследование различных РЭА показало, что их тепловые режимы обладают высокой стабильностью, т. е. они зависят в основном от некоторых общих параметров (габаритных размеров аппаратуры, коэффициентов заполнения отдельных блоков, их общего размещения и рассеиваемой мощности, особенностей охлаждения и т. д.). Для оценки влияния определяющих параметров на тепловой режим РЭА строится модель процесса, которую можно математически описать достаточно простым способом с использованием небольшого числа основных параметров. Эти параметры в свою очередь могут зависеть от других, не учтенных в модели параметров, причем последние должны изменяться в ограниченных пределах, диктуемых практическими запросами. Указанные зависимости в дальнейшем изучаются экспериментально на натуральных объектах или на ЭВМ. При этом исследовании все группы параметров поочередно фиксируются и изучается влияние на тепловой режим только одного параметра.

Пусть главный параметр y зависит от нескольких переменных:

$$y = y(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n); \qquad (5.42)$$

тогда, фиксируя все переменные, кроме x_i, находим зависимость $y = f(x_i)$. Такую же операцию производят и с остальными аргументами. Можно получить отношение $k_i^0 = y_i/y_0$, где $y_0 = y(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_i^0, \ldots, x_n^0)$ — значение функции при всех фиксированных аргументах. Обычно аргументы x_i^0 выбираются для какой-либо конкретной типичной конструкции аппаратуры при определенных, наиболее часто встречающихся условиях его эксплуатации. При выполнении некоторых условий справедливо следующее выражение:

$$y = y_0 \prod_{i=1}^{n} k_i^0. \qquad (5.43)$$

Эта зависимость представляет собой окончательную формулу, позволившую разработать коэффициентные методы расчета средних поверхностных температур нагретых зон и корпусов РЭА, в том числе и в микроминиатюрном исполнении [29].

5.3.4. ПРИБЛИЖЕННЫЕ РАСЧЕТЫ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В РЭА

Теория регулярного режима позволяет в некоторых случаях проводить приближенные расчеты нестационарных температурных полей. Эти расчеты базируются на следующей предпосылке: принимается, что температурное поле тела или системы тел входит в стадию регулярного режима с самого начала рассматриваемого процесса.

Время τ_{12}, в течение которого избыточная температура по отношению к температуре окружающей среды в какой-либо точке системы изменится от ϑ_1 до ϑ_2, определяется выражением

$$\tau_{12} = \frac{1}{m} \ln \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}, \qquad (5.44)$$

где m — темп охлаждения системы (см. п. 2.4.3).

По формуле (5.44) можно вычислить время охлаждения или нагрева тел или даже сложных систем тел, например, радиоэлектронных блоков, термостатов и т. д. Например, если блок, имеющий начальную температуру T_1, помещен в среду с температурой $T_ж \neq T_1$, то время, необходимое для достижения температуры T_2 в блоке,

$$\tau_{12} = \frac{1}{m} \ln \frac{T_1 - T_ж}{T_2 - T_ж}. \qquad (5.45)$$

Если блок разогревается под влиянием источников энергии, то разница между стационарным перегревом $\vartheta_{jст}$ в некоторой точке j блока и перегревом ϑ_j в этой же точке тела достигнет требуемой величины $\Delta\vartheta_j = \vartheta_{jст} - \vartheta_j$ в момент времени τ', который можно вычислить по формуле

$$\tau' = \frac{1}{m} \ln \frac{\vartheta_{jст}}{\Delta\vartheta_j}, \qquad (5.46)$$

где $\vartheta_{jст}$ в свою очередь определяется формулами

$$\vartheta_{jст} = Q\Pi_j \text{ или } \vartheta_{jст} = \sum_{i=1}^{n} Q_i \Pi_{ij}. \qquad (5.47)$$

В системе тел с источниками энергии, общая мощность которых равна Q, а темп регулярного нагревания m, выделим точку j и будем считать, что известны начальный и установившийся перегревы в этой точке, т. е. $\vartheta_{j0} = T_{j0} - T_ж$ и $\vartheta_{jст} = T_j|_{\tau=\infty} - T_ж$.

Если стационарный перегрев характеризуется с помощью теплового коэффициента Π_j или Π_{ij}, можно воспользоваться уравнениями (5.47). При равномерном начальном поле температур и температуре тела, равной температуре среды, уравнение для расчета поля температур имеет вид:

$$\vartheta_j = \vartheta_{jст}(1 - e^{-m\tau}). \qquad (5.48)$$

Итак, задача сводится к определению тепловых коэффициентов Π_{tj} и темпа m охлаждения системы в среде с постоянной температурой.

Если в момент времени τ_1 источники энергии отключены и система тел начинает охлаждаться в среде с той же температурой $T_ж$, то к этому моменту согласно (5.48) перегрев в точке j достигнет значения

$$\vartheta_{j1} = \vartheta_{j\text{ст}} (1 - e^{-m\tau_1}) \qquad (5.49)$$

и далее начнет уменьшаться по экспоненциальному закону, если температурное поле системы сразу же войдет в стадию регулярного режима.

Обозначим перегрев в точке j при $\tau \geqslant \tau_1$ через ϑ_{j2}. Тогда

$$\vartheta_{j2} = Be^{-m(\tau-\tau_1)}, \qquad (5.50)$$

где B — постоянная интегрирования, которая определяется из (5.49) при условии $\vartheta_{j2}\big|_{\tau=\tau_1} = \vartheta_{j1}$. В итоге получаем:

$$\vartheta_{j2} = \vartheta_{j\text{ст}} (e^{m\tau_1} - 1) e^{-m\tau}. \qquad (5.51)$$

Следовательно, при сделанных предположениях можно рассчитывать изменение во времени температуры системы тел при включении и выключении источников энергии.

Изложенный здесь метод расчета является приближенным. Возможность его применения требует в каждом конкретном случае специального теоретического или экспериментального обоснования.

5.4. ПРИМЕНЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООБМЕНА В РАЗЛИЧНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ РЭА

5.4.1. КОЭФФИЦИЕНТНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В РЭА С ГЕРМЕТИЧНЫМ КОРПУСОМ

Расчет средней поверхностной температуры корпуса в форме параллелепипеда, находящегося в условиях естественного теплообмена с окружающей средой. Исходными данными для расчета являются следующие величины:

мощность действующих в аппарате источников теплоты Q; габаритные размеры аппаратуры L_1, L_2, h; коэффициенты теплового излучения участвующих в лучистом теплообмене поверхностей ε; температура среды $t_ж$; давление окружающего аппаратуру воздуха p.

Перегрев корпуса относительно температуры среды определяется по формуле [9]

$$\theta_к = \theta_q k_F k_t k_\varepsilon k_p, \qquad (5.52)$$

где каждый из сомножителей правой части представляет собой функцию одного аргумента, а именно:

$$\left.\begin{aligned} \theta_q = \theta_q(q); \quad k_F = k_F(F_к); \\ k_t = k_t(t_ж); \\ k_\varepsilon = k_\varepsilon(\varepsilon); \quad k_p = k_p(p). \end{aligned}\right\} \qquad (5.53)$$

Здесь $F_к = 2[L_1L_2 + h(L_1 + L_2)]$ — площадь поверхности корпуса; $q = Q/F_к$ — плотность теплового потока с наружной поверхности корпуса.

Для нахождения параметров Q_q, k_F, k_ε, k_p построены две серии графиков (рис. 5.13 и 5.14) в зависимости от p.

Функция $k_t = k_t(t_ж)$ рассчитывается по одной из следующих формул при изменении температуры среды в диапазоне $0 \leqslant t_ж \leqslant 60°C$:

$k_t = 1{,}09 - 0{,}45 \cdot 10^{-2} t_ж$ для $p = 0{,}0395 \div 0{,}2$ МПа; (5.54а)

$k_t = 1{,}12 - 0{,}6 \cdot 10^{-2} t_ж$ для $p = 0{,}00066 \div 0{,}0395$ МПа. (5.54б)

Расчет средней поверхностной температуры нагретой зоны радиоэлектронной аппаратуры. На рис. 5.15 показаны схемы реальных конструкций нагретой зоны: вертикально (*а*) или горизонтально (*б*) ориентированные шасси с расположенными на них крупными деталями, система кассет с расположенными на них крупными узлами (модули, микромодули, твердые схемы и др.) или навесными радиодеталями (*в*). Если в реальной аппаратуре боковые зазоры между поверхностью нагретой зоны и кор-

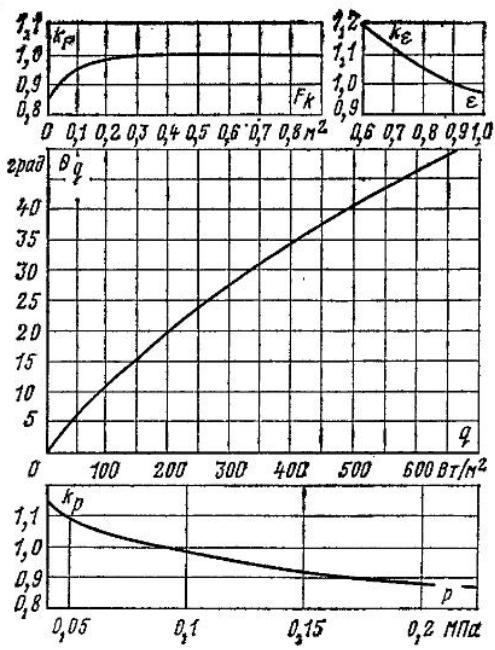


Рис. 5.13. Графики для расчета среднего перегрева $\theta_к$ корпуса аппаратуры.

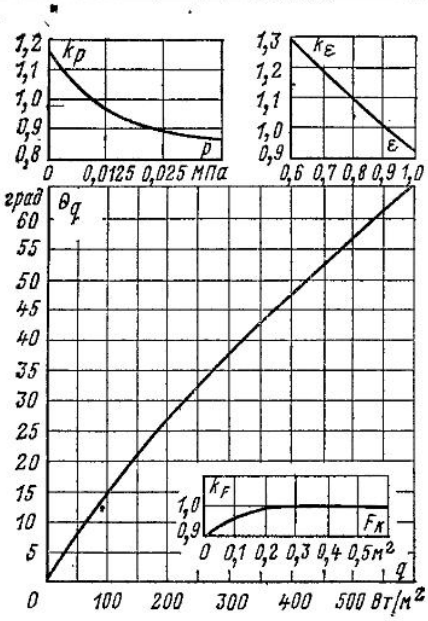


Рис. 5.14. Графики для расчета среднего перегрева $\theta_к$ корпуса аппаратуры.

пусом значительно больше верхних и нижних, то этот случай нужно отнести к вертикальной ориентации нагретой зоны (рис. 5.15, *д*). Если верхний и нижний зазоры больше боковых, то такую аппаратуру относят к аппаратуре с горизоитально ориентированной нагретой зоной (рис. 5.15, *г*).

Превышение средней поверхностной температуры нагретой зоны над температурой среды представим в следующем виде:

$$t_з - t_ж = (t_з - t_к) + (t_к - t_ж). \quad (5.55)$$

Второе слагаемое в правой части (5.55) было получено ранее (5.52), что позволяет свести задачу к расчету

$$\Delta t_{з.к} = t_з - t_к, \quad (5.56)$$

где $\Delta t_{з.к}$ — разность температур между средними поверхностными температурами нагретой зоны и корпуса; $t_з$ — средняя поверхностная температура нагретой зоны.

Исходными данными для расчета являются: геометрические размеры корпуса L_1, L_2, h и нагретой зоны l, $k_з$, h; мощность Q действующих в аппаратуре источников теплоты, коэффициент теплового излучения внутренней поверхности корпуса $\varepsilon_к$ и нагретой зоны $\varepsilon_з$; температура среды $t_ж$; давление p в аппаратуре, температура $t_к$ корпуса.

Разность температур $\Delta t_{з.к}$ можно определить по формуле

$$\Delta t_{з.к} = \Delta t_з k_l k_k k_h k_{h_1/L} k_\varepsilon k_t k_p. \quad (5.57)$$

В формуле (5.57) каждый из сомножителей правой части является функцией одного аргумента, а именно:

$$\left.\begin{gathered} \Delta t_з = \Delta t_з(q); \quad k_l = k_l(l); \\ k_k = k_k(k_з); \\ k_h = k_h(h); \quad k_{h_1/l} = k_{h_1/l}\left(\frac{h_1}{l}\right); \\ k_\varepsilon = k_\varepsilon(\varepsilon_п); \\ k_t = k_t(t_к); \quad k_p = k_p(p), \end{gathered}\right\} \quad (5.58)$$

где $q = Q/F_з$ — плотность теплового потока с поверхности нагретой зоны; $l = \sqrt{L_1 L_2}$ —

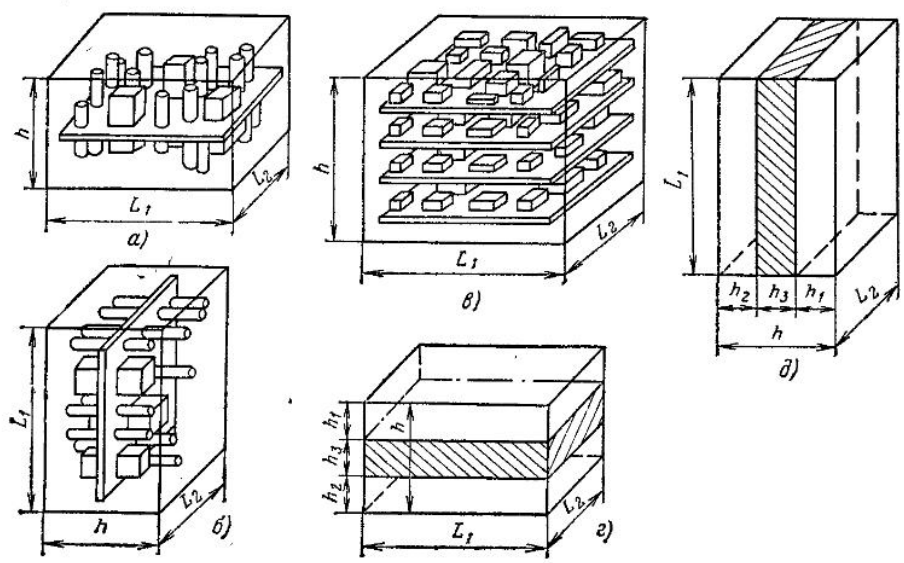


Рис. 5.15. Тепловые модели электроиной аппаратуры в герметичном корпусе.

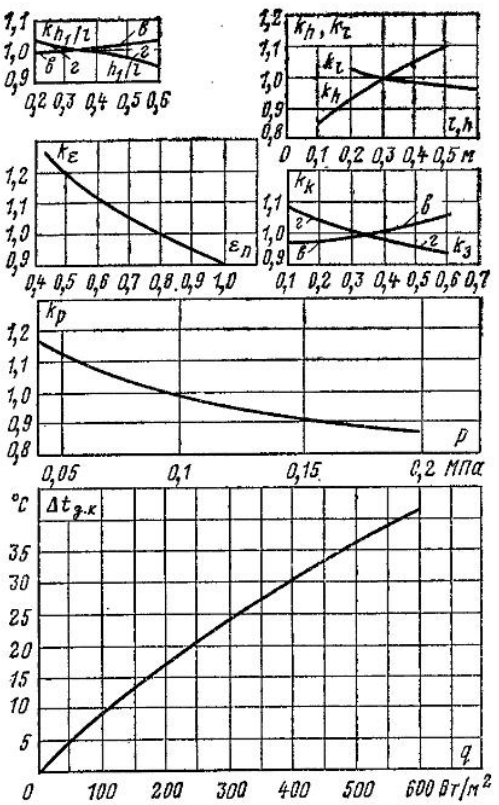


Рис. 5.16. Графики для расчета среднего поверхностного перегрева $\Delta t_{з.к}$ нагретой зоны над корпусом.

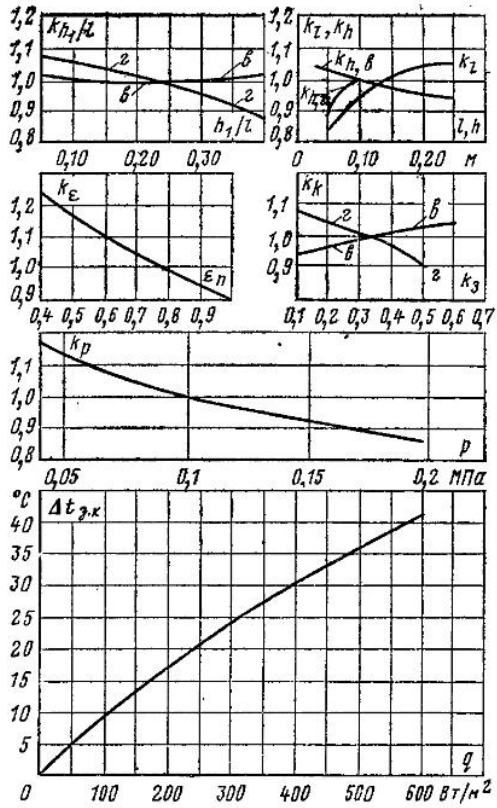


Рис. 5.17. Графики для расчета среднего поверхностного перегрева $\Delta t_{з.к}$ нагретой зоны над корпусом.

размер основания приведенной нагретой зоны; $k_з = V_D/V_{ап}$ — коэффициент заполнения аппаратуры; $h_1 = \dfrac{h - h_з}{2}$ — высота воздушного зазора; h — высота аппаратуры (длина ребра корпуса, перпендикулярного основанию нагретой зоны); $\varepsilon_п$ — приведенный коэффициент теплового излучения системы зона — корпус; L_1 и L_2 — размеры сторон корпуса, параллельных основанию нагретой зоны; V_D — объем, занимаемый деталями, шасси или платами; $V_{ап}$ — объем пустого корпуса аппаратуры; $h_з = hk_з$ — высота приведенной нагретой зоны; $F_з = 2l(l + 2h_з)$.

Приведенный коэффициент теплового излучения определяется по формуле (5.39). Для определения входящих в формулы (5.58) параметров построены три серии расчетных графиков (рис. 5.16—5.18) [9]. Индексы «г» и «в» на графиках означают соответственно горизонтальное и вертикальное расположение зоны.

Функция k_t определяется по одной из следующих формул:

$$k_t = 1{,}16 - 0{,}4 \cdot 10^{-2} t_и$$

для $p = 0{,}0395 \div 0{,}2$ МПа; (5.59а)

$$k_t = 1{,}24 - 0{,}57 \cdot 10^{-2} t_и$$

для $p = 0{,}00066 \div 0{,}0395$ МПа. (5.59б)

Зависимости (5.59) справедливы при температуре корпуса $10 \leqslant t_к \leqslant 100°$ С. Максимальная относительная погрешность рассчитанных значений перегревов нагретой зоны по сравнению с экспериментальными данными не превышает 25%.

5.4.2. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ АППАРАТУРЫ КАССЕТНОЙ КОНСТРУКЦИИ С ГЕРМЕТИЧНЫМ КОРПУСОМ

Кассетные конструкции аппаратуры чаще всего применяются при проектировании устройств на навесных элементах, микромодулях и интегральных схемах, которые располагаются на одинаковых монтажных платах (кассетах) с одной или обеих сторон.

Различают следующие группы аппаратуры в зависимости от условий передачи теплоты от нагретой зоны.

Группа А. Между нагретой зоной и герметичным корпусом имеются зазоры; сквозная циркуляция газа между кассета-

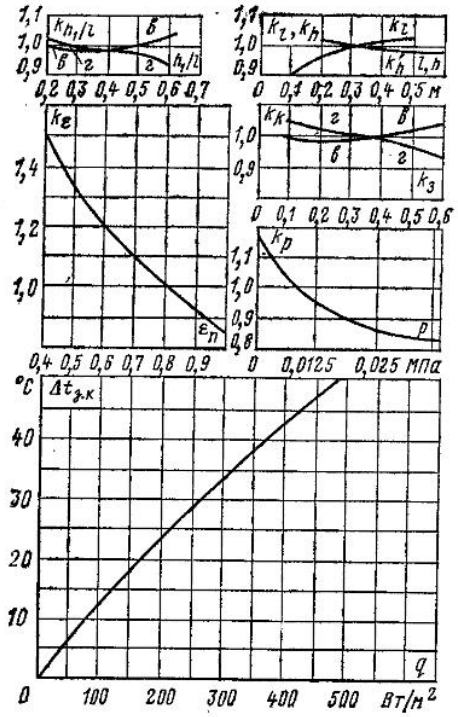


Рис. 5.18. Графики для расчета среднего поверхностного перегрева $\Delta t_{з\text{-}к}$ нагретой зоны над корпусом.

ми отсутствует. Основные механизмы переноса теплоты от центральных частей нагретой зоны к ее периферии — теплопроводность через твердые части конструкции, а также теплопроводность и излучение в газовых зазорах между ними. В зазорах между нагретой зоной и корпусом, заполненных воздухом, развивается свободная конвекция. Иногда эти зазоры, а также пространство между монтажными платами могут быть залиты компаундом для увеличения вибростойкости конструкции.

К группе А можно отнести все РЭА, нагретая зона которых образована совокупностью горизонтально ориентированных кассет. К этой же группе относится аппаратура с нагретой зоной, составленной из вертикально ориентированных кассет, если выполнено хотя бы одно из следующих условий: 1) толщина среднего зазора между поверхностью деталей и соседней кассетной не превышает $(2 \div 3) \cdot 10^{-3}$ м; 2) отсутствует гравитация; 3) давление внутри аппаратуры менее 0,0013 МПа.

У аппаратуры группы А при равномерном распределении мощности источников по объему нагретой зоны максимальное значение температуры t_0 приходится на ее центральную область. Если известны перегревы по отношению к окружающей среде центральной точки аппаратуры θ_0 и поверхности нагретой зоны $\theta_з$, то перегрев в любой точке θ_j может быть оценен по формуле

$$\theta_j = \theta_0 - (\theta_0 - \theta_з)\left(\frac{l_j}{L_j}\right)^2, \qquad (5.60)$$

где l_j — расстояние от центра параллелепипеда до точки j; L_j — расстояние от центра параллелепипеда до его поверхности по прямой, проходящей через точку j.

Перегрев $\theta_з$ может быть найден по формулам (5.55) и (5.56).

Задача сводится к расчету перегрева θ_0. Исходные данные для расчета: мощность действующих в аппаратуре источников теплоты Q; габаритные размеры нагретой зоны РЭА L_x, L_y, L_z; количество монтажных плат m; высота монтажной платы $h_п$; количество модулей на платах вдоль координатных осей x и z; m_x, m_z; габаритные размеры i-го модуля $l_{мi}$, $\Delta_{мi}$, $h_{мi}$; коэффициенты теплопроводности монтажной платы и модуля вдоль оси y, $\lambda_п$, $\lambda_{мy}$; средняя температура нагретой зоны $t_з$.

Температура в центре нагретой зоны определяется по формуле [9]

$$t_0 = t_q k_{\lambda my} k_{\lambda п} k_{п_x} k_{п_y} k_{п_z} k_m \times$$
$$\times k_{L_y/L_z} k_{L_y/L_x} k_{L_y} k_t. \qquad (5.61)$$

Каждый сомножитель правой части уравнения (5.61) представляет собой функцию одного аргумента, условное обозначение которого совпадает с индексом сомножителя.

В формуле (5.61) $q = Q/F_з$ — плотность теплового потока с поверхности нагретой зоны; $F_з = 2[L_x L_z + L_y(L_x + L_z)]$;

$$n_x = \frac{l_м (m_x - 1)}{L_x - l_м}; \quad n_y = \frac{h_м (m - 1)}{L_y - h_п - h_м};$$

$$n_z = \frac{\Delta_м (m_z - 1)}{L_z - \Delta_м}$$

— концентрации элементов соответственно по осям x, y, z; L_y — высота нагретой зоны.

Для определения сомножителей правой части (5.61) построены две серии графиков (рис. 5.19, 5.20).

Функция k_t определяется по одной из следующих формул:

$$k_t = 0{,}41 + 0{,}017 t_з \text{ для } t_з = 20 \div 50^\circ\text{C}; \qquad (5.62а)$$

$$k_t = 0{,}34 + 0{,}95 \cdot 10^{-2} t_з \text{ для } t_з = 50 \div 90^\circ\text{C}. \qquad (5.62б)$$

Максимальная относительная погрешность вычислений температуры в центре нагретой зоны по сравнению с экспериментальными данными не превышает 30%.

В формуле (5.61) содержатся такие параметры, которые должны быть известны конструктору, кроме одного $\lambda_{мy}$ — коэффициента теплопроводности модуля по оси y. При расчетах было сделано предположение, что $\lambda_{мz} = \lambda_{мx}$, т. е. коэффициенты

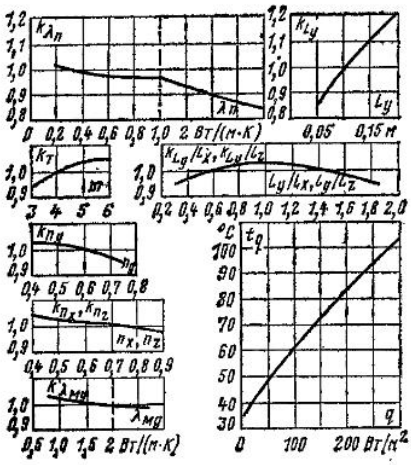


Рис. 5.19. Графики для расчета температуры t_0 в центре нагретой зоны ($20 \leqslant t_F \leqslant 50°$ С).

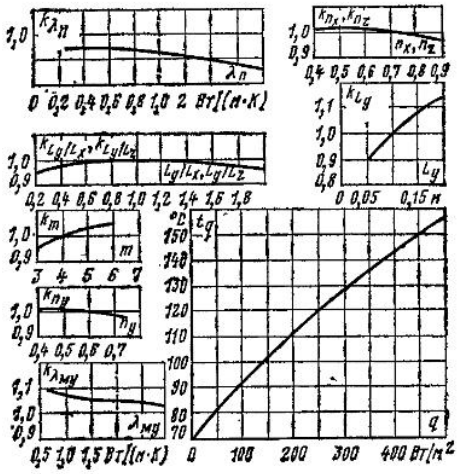


Рис. 5.20. Графики для расчета температуры t_0 в центре нагретой зоны ($50 \leqslant t_F \leqslant 90°$ С).

теплопроводности модуля в направлении осей x и z одинаковы. Значение $\lambda_{му}$ определяется внутренним устройством модуля. Общий метод его расчета приведен в [9]. Например, для стандартного микромодуля этажерочного типа с тремя керамическими галетами $\lambda_{му}=3{,}9$ Вт/(м·К) [10].

Группа Б. Сюда относятся все РЭА, нагретая зона которых образована системой вертикально ориентированных кассет. При этом предполагается, что существует гравитация, средний поперечный зазор между поверхностями деталей и соседней кассетой превышает $(2 \div 3) \cdot 10^{-3}$ м, давление газа внутри аппаратуры более 0,0013 МПа. В зазорах между кассетами, а также между нагретой зоной и герметичным либо перфорированным корпусом — теплообмен за счет конвекции. Наряду с этим теплопередача в аппаратуре осуществляется излучением через зазоры и теплопроводностью по твердым частям конструкции нагретой зоны.

На рис. 5.21, *а* схематически изображена конструкция рассматриваемой аппаратуры, а на рис. 5.21, *б*, *в* — ее тепловая модель, в которой реальные платы с функциональными узлами и навесным монтажом заменены эквивалентными гладкими пластинами.

Здесь приводится схема расчета максимального перегрева $\theta_0=t_0-t_ж$ в центральной области аппаратуры, среднего перегрева $\theta_v=t_v-t_ж$ всех поверхностей платы, обращенных друг к другу, среднего перегрева $\theta_F=t_F-t_ж$ торцов плат и их поверхностей, обращенных к корпусу, а также перепада температур $\Delta t_{макс}$ между центральной областью аппаратуры и серединой торца крайней платы. При этом считается, что все внутренние и наружные поверхности аппаратуры, а также поверхности функциональных узлов или деталей покрыты красками, коэффициент теплового излучения которых $\varepsilon \geqslant 0{,}9$ (эмалевые, нитроэмалевые краски, лаки различного цвета).

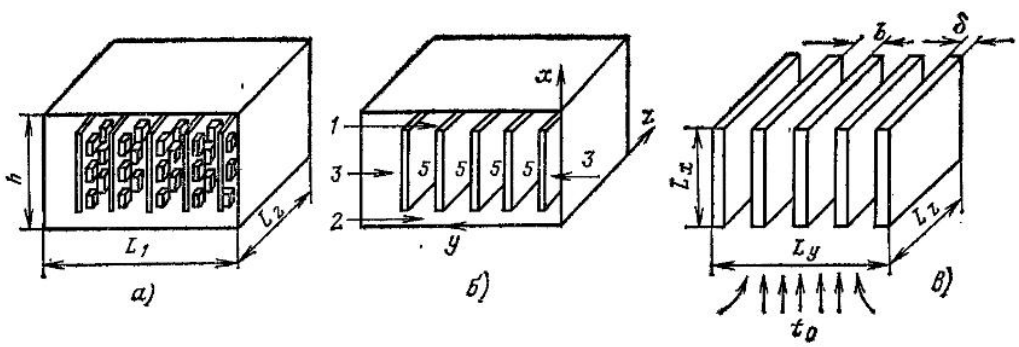


Рис. 5.21. Различные тепловые модели аппаратуры группы Б.

Исходные данные для расчета: 1) размеры корпуса h, L_1, L_2; 2) геометрические параметры нагретой зоны; 3) температура среды $t_ж$, окружающей аппаратуру; 4) мощность источников энергии в аппаратуре; 5) эффективные коэффициенты теплопроводности нагретой зоны в направлении осей x, y, z.

Расчеты θ_0, θ_F, θ_v, $\Delta t_{макс}$ проводятся по формулам, справедливым для $20 \leqslant t_ж \leqslant 60°C$; $2 \leqslant \delta < 14$ мм; $0{,}3 \leqslant \frac{F_з}{F_к} \leqslant 0{,}95$.

$$\theta_0 = 0{,}178 q k_q k_{\lambda_x} k_{\lambda_z} k_m k_{L_z} k_{L_x} k_b \times$$
$$\times (1{,}02 - 0{,}75 \cdot 10^{-3} t_ж)(0{,}93 +$$
$$+ 1{,}33 \cdot 10^{-3} \delta)(0{,}55 + 0{,}58 F_з/F_к); \quad (5.63)$$

$$\theta_v = 0{,}139 q k_q k_{\lambda_x} k_{\lambda_z} k_m k_{L_x} k_{L_z} k_b \times$$
$$\times (1{,}03 - 0{,}2 \cdot 10^{-2} t_ж)(0{,}95 +$$
$$+ 9{,}18 \cdot 10^{-3} \delta)(0{,}56 + 0{,}57 F_з/F_к); \quad (5.64)$$

$$\theta_F = 0{,}112 q k_q k_{\lambda_x} k_{\lambda_z} k_m k_{L_x} k_{L_z} k_b \times$$
$$\times (0{,}97 + 0{,}14 \cdot 10^{-2} t_ж)(0{,}94 + 10^{-2} \delta) \times$$
$$\times (0{,}43 + 0{,}8 F_з/F_к); \quad (5.65)$$

$$\Delta t_{макс} = 0{,}09 q k_{\lambda_x} k_{\lambda_z} k_m k_{L_x} k_{L_z} k_b \times$$
$$\times (0{,}97 + 0{,}14 \cdot 10^{-2} t_ж)(0{,}91 + 21 \cdot 10^{-3} \delta) \times$$
$$\times (0{,}91 + 0{,}11 F_з/F_к), \quad (5.66)$$

где $q = Q/F_з$ — плотность теплового потока нагретой зоны — ($F_з$ — площадь поверхности нагретой зоны); $F_к$ — площадь поверхности корпуса аппаратуры; $\delta = \delta_п + v_м/(L_x L_z)$ — толщина платы ($\delta_п$ — толщина монтажной платы, $v_м$ — объем всех функциональных узлов или навесных деталей, смонтированных на плате, L_x и L_z — размеры плат в направлении осей x и z).

Каждый из сомножителей правой части уравнений (5.63) — (5.66) является

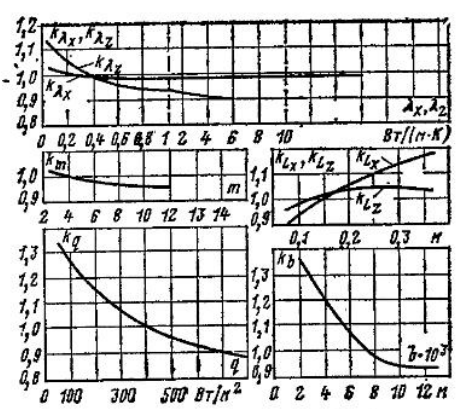


Рис. 5.22. Графики для расчета максимального перегрева θ_0 в центре нагретой зоны.

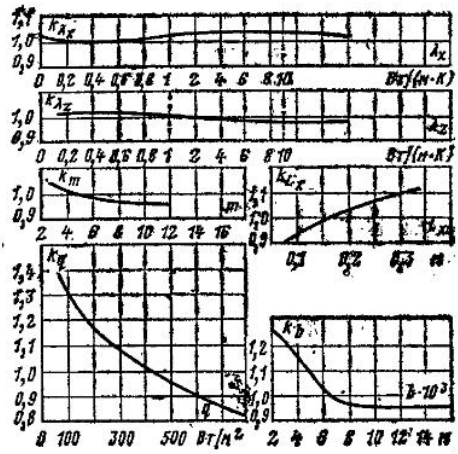


Рис. 5.23. Графики для расчета среднего перегрева θ_v поверхностей плит.

функцией одного аргумента, условное обозначение которого совпадает с индексом сомножителя:

$$\left.\begin{aligned} k_q &= k_q(q); \quad k_{\lambda_x} = k_{\lambda_x}(\lambda_x); \\ k_{\lambda_z} &= k_{\lambda_z}(\lambda_z) \\ k_m &= k_m(m); \quad k_{L_x} = k_{L_x}(L_x); \\ k_{L_z} &= k_{L_z}(L_z); \quad k_b = k_b(b), \end{aligned}\right\} \quad (5.67)$$

где λ_x, λ_z — эффективные коэффициенты теплопроводности нагретой зоны (метод их

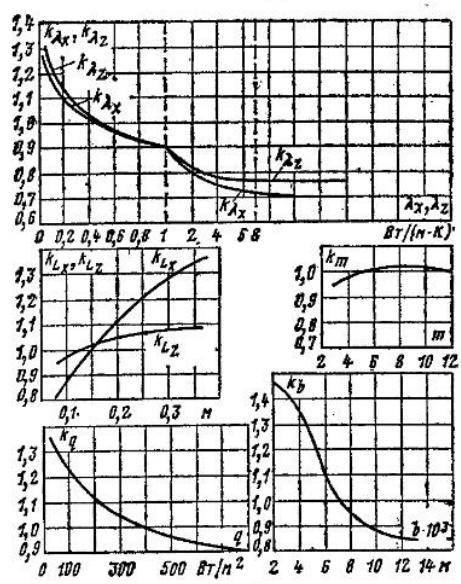


Рис. 5.24. Графики для расчета максимального перепада температур $\Delta t_{макс}$.

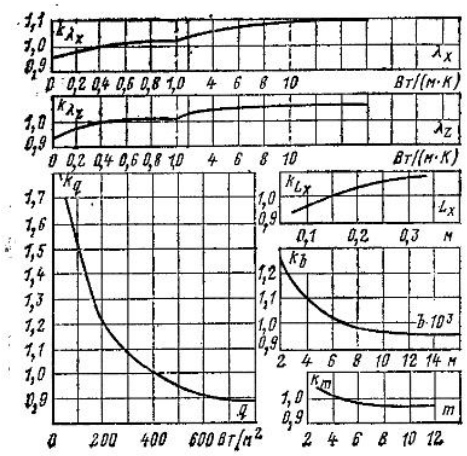


Рис. 5.25. Графики для расчета среднего перегрева θ_F периферийных поверхностей нагретой зоны.

расчета приведен в [9]); m — количество плат; $b=b_р-v_м/(L_xL_z)$ — эффективный зазор между платами ($b_р$ — реальный зазор между платами).

Функции (5.67), входящие в формулы (5.63)—(5.66), определяются по соответствующим графикам (рис. 5.22—5.25).

Максимальная погрешность расчета по отношению к экспериментальным значениям перегревов не превышает 25%, а средняя квадратичная равна 9%. При узких зазорах между платами ($b<2\cdot10^{-3}$м) роль сквозной конвекции в теплообмене аппаратуры практически сводится к нулю. Температурное поле такой аппаратуры можно рассчитать как по предлагаемому методу, так и по методу, изложенному для кассетной аппаратуры класса А.

5.4.3. КОЭФФИЦИЕНТНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В РЭА С ПЕРФОРИРОВАННЫМ КОРПУСОМ

Нагретая зона РЭА состоит из шасси и расположенных на нем крупных радиодеталей (см. рис. 5.15, *а, б*). В тепловой модели аппаратуры реальная нагретая зона заменяется приведенной (см. рис. 5.15, *г, д*). В дне и крышке аппаратуры имеются перфорации, позволяющие воздуху поступать из среды в аппаратуру через нижние перфорированные отверстия и выходить из него через отверстия в крышке корпуса. Анализ процессов теплообмена в аппаратуре с перфорированным корпусом приведен в [9]. Здесь изложена упрощенная схема расчета температурного поля такой аппаратуры, базирующаяся на коэффициентном методе.

Исходными данными для расчета являются следующие величины: 1) геометрические параметры корпуса: длина L_1, ширина основная L_2, высота h; суммарные площади отверстий в стенках корпуса соответственно для подвода и отвода воздуха F_{01} и F_{02}; 2) геометрические параметры нагретой зоны; 3) суммарная мощность Q источников теплоты в аппаратуре; 4) температура среды, окружающей аппаратуру $t_ж$; 5) ε— коэффициенты теплового излучения всех поверхностей аппарата.

Средний поверхностный перегрев $\theta_з$ нагретой зоны аппаратуры определяется по формуле

$$\theta_з = t_з - t_ж = \theta_q\, k_l\, k_h\, k_{F_0}\, k_н\, k_\varepsilon\, k_t\, k_F. \tag{5.68}$$

Каждый из сомножителей правой части уравнения (5.68) является функцией одного аргумента, условное обозначение которого совпадает с индексом сомножителя: $q=Q/F_з$ — плотность теплового потока, здесь $F_з=2(N\pi d h_ц+l_1l_2)$ — площадь реальной (развитой) поверхности, d, $h_ц$ — диаметр и высота смонтированных на шасси элементов, N — общее число элемеитов на одной стороне шасси, l_1, l_2 — размеры шасси; $l=\sqrt{L_1L_2}$ — размер основания приведенной нагретой зоны; h — высота;

$$F_0 = \sqrt{\frac{3}{\frac{1}{F_{01}^2}+\frac{1}{F_{02}^2}+\frac{1}{F_{03}^2}}}$$

— параметр, зависящий от площади отверстий в аппарате, здесь $F_{03}=L_1L_2-L_ц d(m_1+m_2)$ — средняя площадь поперечного сечения РЭА, свободная для прохода воздуха, m_1 и m_2 — количество элементов на одной стороне шасси в четном и нечетном рядах соответственно; $F=F_з/F_{з.л}$; $F_{з.л}$ — площадь излучающей поверхности нагретой зоны, которая определяется по одной из следующих формул:

$$F_{з.л} = 2l\,[l + 2k_з\,h]; \tag{5.69а}$$

$$F_{з.л} = 2\,[AB + 2H\,(A+B)]. \tag{5.69б}$$

В этих формулах A и B — размеры прямоугольной области шасси, занятой радиодеталями; H— геометрический параметр, равный сумме толщины шасси $\delta_ш$ и средних высот $\bar{h}_1$ и $\bar{h}_2$ радиодеталей, расположенных в первом и втором отсеках аппарата, которые вычисляются по формуле

$$\bar{h}_{1(2)} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{m1(2)} h_i\,\Delta F_i}{\sum\limits_{i=1}^{m1(2)} \Delta F_i}. \tag{5.70}$$

Здесь $m_{1(2)}$ — количество радиодеталей, смонтированных в первом, втором отсеках аппаратуры; h_i — высота i-й радиодетали; ΔF_i — площадь шасси, заиятая i-й радиодеталью.

Температура нагретой зоны

$$t_з = t_ж + \theta_з, \tag{5.71}$$

где значения $\theta_э$ вычисляются по формуле (5.68).

Средние поверхностные перегревы и температура корпуса оцениваются по формулам

$$\theta_к = 0{,}3\theta_э; \quad t_к = t_ж + \theta_к. \qquad (5.72)$$

Для определения некоторых сомножителей правой части построены две серии расчетных графиков (рис. 5.26, 5.27). Для первой серии площадь $F_{эл}$ определяется по формуле (5.69а), для второй — по формуле (5.69б).

Значения других сомножителей (5.68) могут быть найдены по формулам:

для $F_э/F_{э.л}=1\div3$

$$\left.\begin{aligned} k_t &= 1{,}02 - 10^{-3} t_ж; \\ k_\varepsilon &= 1{,}36 - 0{,}4\varepsilon; \\ k_F &= 0{,}57 + 0{,}21\,\frac{F_э}{F_{эл}}; \\ k_h &= 0{,}93 + 0{,}07h/l, \\ k_к &= 1{,}02 - 0{,}07k_э; \end{aligned}\right\} \qquad (5.73а)$$

для $F_э/F_{э.л}=2\div6{,}5$

$$k_\varepsilon = 1{,}36 - 0{,}4\varepsilon, \quad k_F = 0{,}53 + 0{,}1F_э/F_{э.л}; \quad k_к = 1{,}02 - 0{,}07k_э. \qquad (5.73б)$$

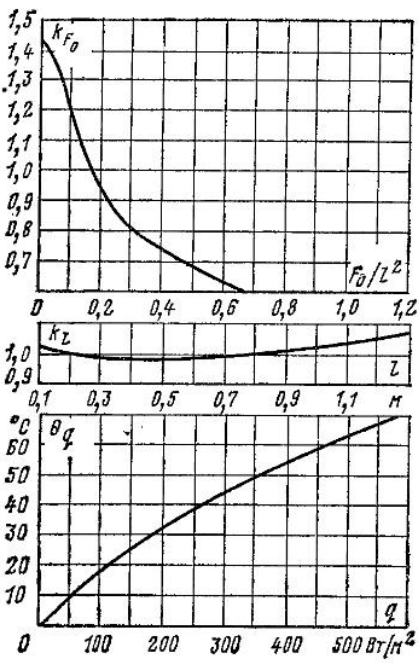


Рис. 5.26. Графики для расчета среднего поверхностного перегрева $\theta_э$ нагретой зоны ($1 \leqslant F_э/F_{э.л} \leqslant 3$).

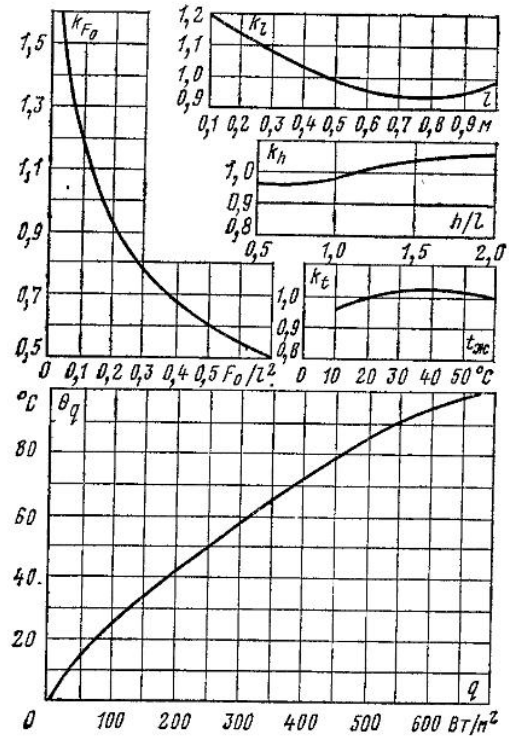


Рис. 5.27. Графики для расчета среднего поверхностного перегрева $\theta_э$ нагретой зоны ($2 \leqslant F_э/F_{э.л} \leqslant 6{,}5$).

Формула (5.68) справедлива для аргументов, значения которых заключены в следующие пределы:

$$0 \leqslant t_ж \leqslant 60°\,\text{C}; \quad 0{,}6 \leqslant \varepsilon \leqslant 1{,}0;$$

$$0{,}5 \leqslant \frac{h}{l} \leqslant 2{,}0; \quad 0{,}1 \leqslant k_э \leqslant 0{,}7;$$

$$0{,}1 \leqslant l \leqslant 1{,}0 \text{ м};$$

$$0{,}01 \leqslant \frac{F_0}{l^2} \leqslant 0{,}7; \quad 0 \leqslant q \leqslant 600 \text{ Вт/м}^2.$$

Относительная максимальная погрешность вычисленных перегревов нагретой зоны по сравнению с экспериментальными данными не превышает 25%.

Если нагретая зона образована совокупностью вертикально ориентированных кассет, перегрев в центре нагретой зоны $\theta_{0п}$ и средний поверхностный перегрев плат $\theta_{vп}$ определяются по формулам:

$$\theta_{0п} = a\theta_0, \quad \theta_{vп} = a\theta_v, \qquad (5.74)$$

где a — функция коэффициента перфорации $k_п = F_0/(L_1L_2)$ (рис. 5.28), здесь F_0 — суммарная площадь отверстий в крышке (дне) корпуса; L_1 и L_2 — размеры основания корпуса аппаратуры; θ_0 — перегрев в центре нагретой зоны аппаратуры с герметичным корпусом, определяемый по формуле (5.63) с использованием графиков рис.

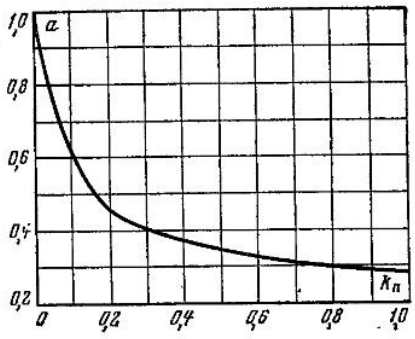


Рис. 5.28. График зависимости $a=a\ (k_п)$.

5.20; θ_v — средний перегрев поверхностей плат аппаратуры с герметичным корпусом, определяемый по формуле (5.64) с использованием графиков рис. 5.23.

Максимальная погрешность расчета по формуле (5.74) составляет 30%, а средняя квадратичная не превышает 15% по отношению к измеренным перегревам.

5.4.4. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЕ ПРИ ОБЩЕЙ ПРИНУДИТЕЛЬНОЙ ВЕНТИЛЯЦИИ

Нагретая зона такой аппаратуры состоит из шасси и закрепленных на нем радиодеталей. Шасси занимает практически все сечение аппаратуры и делит ее объем на два отсека, в которых движется воздух. Благодаря такой конструкции воздух протекает параллельно большей стороне шасси и с разных ее сторон имеет противоположные направления. Корпус аппаратуры герметичный, и его температура может быть рассчитана по формуле (5.52) с помощью графиков рис. 5.13 или 5.14.

Средняя температура нагретой зоны такой модели может быть определена по методике, изложенной в [10]. Исходными данными для расчета являются следующие величины: 1) геометрические параметры корпуса: длина и ширина основания L_1 и L_2; высота h; 2) геометрические параметры нагретой зоны, определяемые конструкцией аппаратуры; размер шасси в направлении воздушного потока l_1; размер шасси в направлении, перпендикулярном направлению воздушного потока l_2; 3) суммарная мощность источников теплоты, действующих в аппаратуре Q; 4) температура корпуса $t_к$; 5) приведенный коэффициент теплового излучения нагретой зоны $\varepsilon_п$; 6) объемная производительность вентилятора G_v.

Разность температур между нагретой зоной и корпусом определяется по формуле ($0 \leqslant q \leqslant 500$ Вт/м^2)

$$\Delta t_{з.к} = t_з - t_к = 0{,}046 q k_{\varepsilon_п} \times \times k_w k_{l_1} k_{l_2} k_h k_к k_{F_з}. \qquad (5.75)$$

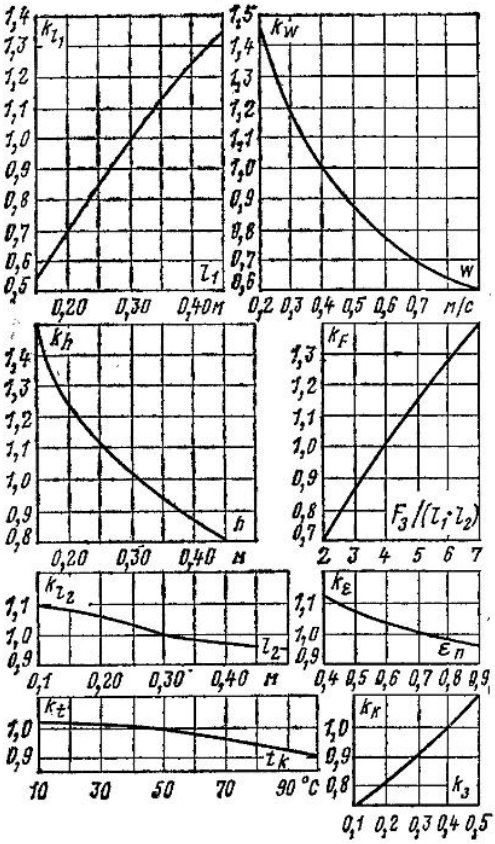


Рис. 5.29. Графики для расчета среднего поверхностного перегрева нагретой зоны относительно корпуса.

Каждый сомножитель правой части формулы (5.75) является функцией одного аргумента, условное обозначение которого совпадает с индексом сомножителя. Аргументы сомножителей правой части (5.75) определяются по следующим формулам: $w = G_v/F$ — средняя скорость вынужденного потока воздуха; $k_з = v_0/v_{вп}$ — коэффициент заполнения; $q = Q/F_з$ — плотность теплового потока с поверхности нагретой зоны [$F_з$ — площадь реальной (развитой) поверхности нагретой зоны, равная сумме площадей поверхностей всех раднодеталей и шасси]; $F = v/(2l_1)$ — среднее значение площади поперечного сечения воздушного потока; $F_1 = F_з/(l_1 l_2)$.

Для определения сомножителей правой части (5.75) служат графики, приведенные на рис. 5.29.

Относительная максимальная погрешность вычисленных перегревов нагретой зоны по сравнению с экспериментальными данными не превышает 20%.

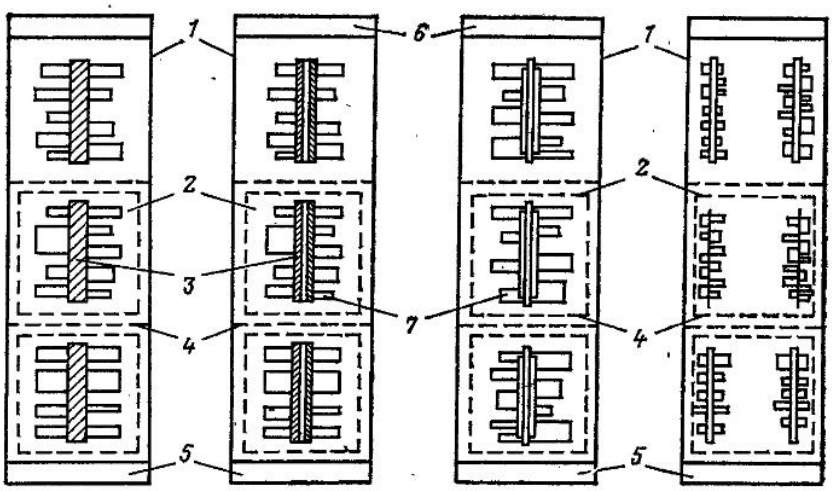


Рис. 5.30. Тепловые модели радиоэлектронных стоек.

1 — корпус; *2* — блоки; *3* — шасси; *4* — межблочные перегородки; *5* и *6* — раздающий и собирающий отсеки; *7* — радиодетали.

5.4.5. ПРИНУДИТЕЛЬНО ВЕНТИЛИРУЕМЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СТОЙКИ

Схематическое изображение типичных конструкций стоек приведено на рис. 5.30.

Вентиляция стоек может быть вытяжной или приточной. Отдельные шасси стойки и смонтированные на них радиодетали составляют нагретую зону.

Для расчета средних температур нагретой зоны необходима следующая исходная информация: 1) геометрические параметры корпуса; 2) геометрические параметры нагретой зоны, определяемые конструкцией аппаратуры; 3) суммарные мощности источников теплоты Q, действующие в l-й нагретой зоне аппарата; 4) температура среды $t_{ж}$, окружающей аппарат; 5) перегрев воздуха, входящего в i-й отсек, $\theta_{вхi}$; 6) массовый расход воздуха через половину стойки G, если каждый блок аппарата имеет две нагретые зоны.

Перегрев i-й нагретой зоны можно определить по формуле

$$\theta_{зi} = \theta_Q\, k_\theta\, k_G\, k_p\, k_l\, k_{F_{к.и i}}\, k_{F_{зi}}\, k_l\, k_{F_{з.л i}}. \tag{5.76}$$

Каждый сомножитель правой части (5.76) является функцией одного аргумента, условное обозначение которого совпадает с индексом сомножителя: l — средний определяющий размер радиодеталей в i-й нагретой зоне:

$$l = \frac{\sum_{j=1}^{n} l_{jl} F_j}{\sum_{j=1}^{n} F_j}; \tag{5.77}$$

здесь F_j^* — площадь теплоотдающей поверхности j-й детали, а l_{jl} — длина траектории воздушного потока вдоль этой поверхности, n — число деталей в i-й нагретой зоне; $F_{кнi}$ площадь части наружной поверхности корпуса в пределах i-го отсека; $F_{зi}$ — площадь теплоотдающей поверхности i-й нагретой зоны (равна сумме теплоотдающих поверхностей радиодеталей и шасси); $F_{з.лi}$ — площадь излучающей поверхности i-й нагретой зоны:

$$F_{з.лi} = 2\,[l_1 l_2 + (l_1 + l_2)(\bar{h}_1 + \bar{h}_2)],$$

где $\bar{h}_1$, $\bar{h}_2$ определяются как средневзвешенные значения высот всех радиодеталей, расположенных в первом (втором) отсеке, по формуле (5.70).

Средняя площадь сечения свободного для прохода воздуха в i-й нагретой зоне для вентилируемых РЭА может быть в первом приближении оценена по формуле [9]

$$F_i = F_{ап}(1 - k_з),$$

где $F_{ап}$ — площадь сечения пустого корпуса аппаратуры в направлении, нормальном потоку; $k_з = v_д / v_{ап}$ — коэффициент заполнения аппаратуры; $v_д$ — объем всех деталей, шасси и других твердых частей нагретой зоны аппаратуры; $v_{ап}$ — объем пустого корпуса;

$$k_G = k_G(G), \quad \theta_Q = \theta(Q), \quad k_F =$$

$$= k_F(F) \text{ и } k_{F_{зi}} = k_{F_{зi}}(F_{зi}).$$

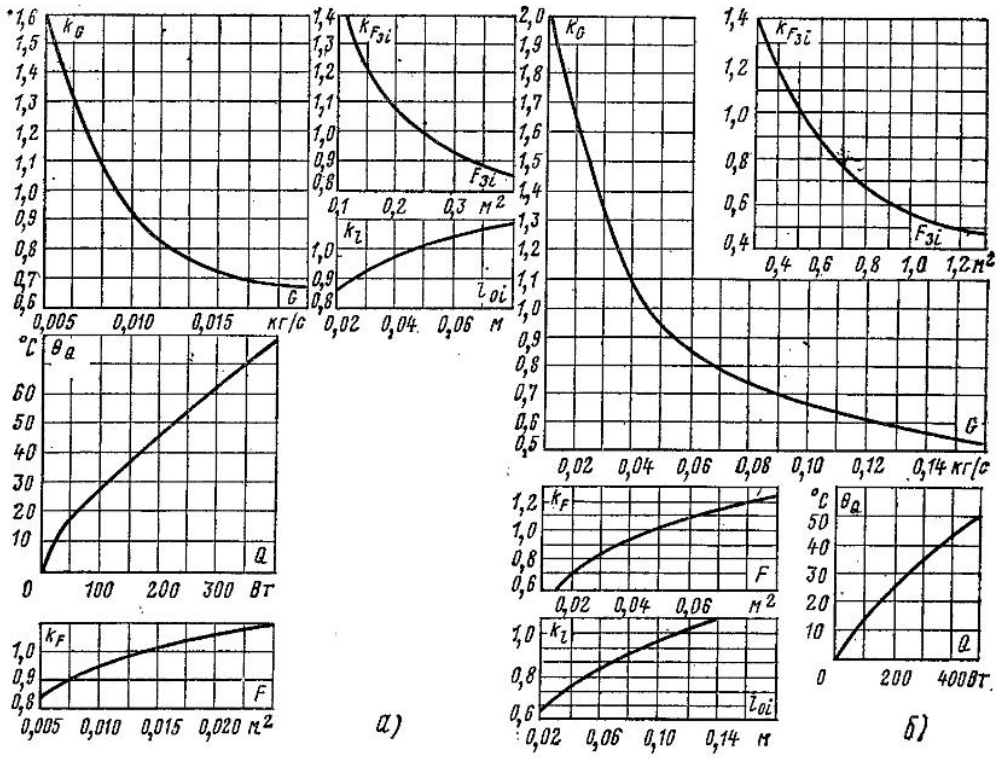


Рис. 5.31. Графики для расчета перегрева $\theta_{зi}$ i-й нагретой зоны.

Графики функций приведены на рис. 5.31. Они получены для двух диапазонов изменений режимных параметров:

Параметр	Диапазон I (рис. 5.31, *а*)	Диапазон II (рис. 5.31, *б*)
Q, Вт	0—400	0—500
l, м	0,02—0,08	0,02—0,14
$\theta_{вхi}$, °С	0—50	—10÷+16
F_i, м²	0,005—0,025	0,01—0,09
$F_{зi}$, м²	0,1—0,4	0,3—1,3
$F_{з.лi}$, м²	0,07—0,21	0,1—0,5
G, кг/с	0,004—0,022	0,02—0,14
$t_ж$, °С	0—70	20—70
$F_{к.нi}$, м²	0,05—0,025	—

Формулы, аппроксимирующие функции k_θ, $k_{F_{кнi}}$, k_t и $k_{F_{з.лi}}$, имеют вид:

для диапазона I

$$\left.\begin{aligned} k_\theta &= 0{,}99 + 0{,}014\theta_{вх};\\ k_{F_{кнi}} &= 1{,}09 - 0{,}60F_{к.нi};\\ k_t &= 1{,}02 - 0{,}7\cdot10^{-3}t_ж;\\ k_{F_{з.лi}} &= 1{,}09 - 0{,}61F_{з.лi}; \end{aligned}\right\} \quad (5.78)$$

для диапазона II

$$\left.\begin{aligned} k_\theta &= 1{,}00 + 0{,}038\theta_{вх};\\ k_t &= 1{,}02 - 10^{-3}t_ж;\\ k_{F_{з.лi}} &= 1{,}10 - 0{,}43F_{з.лi};\\ k_{F_{к.нi}} &= 1. \end{aligned}\right\} \quad (5.79)$$

Изложенный выше метод позволяет найти перегревы $\theta_{зi}$ нагретых зон одноблочной и многоблочной аппаратуры. При этом расчеты для многоблочной аппаратуры ведутся последовательно для блоков, расположенных один за другим по ходу воздуха. Для расчета каждого последующего блока необходимо знать перегрев $\theta_{вхi+1}$ входящего в него воздуха. Величина $\theta_{вхi+1}$ равна перегреву воздуха, выходящего из предыдущего блока, и определяется по формуле

$$\theta_{выхi} = \theta_{вхi+1} = \theta_{вхi} + \frac{Q_i}{c_p G}, \quad (5.80)$$

где c_p — удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении.

Относительная максимальная погрешность расчетов по сравнению с опытом не превышает 35%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Аксенов А. И., Глушкова Д. Н., Иванов В. И.** Отвод тепла в полупроводниковых приборах.—М.: Энергия, 1971.— 175с.

2. **Алексеев В. А.** Охлажденне радноэлектронной аппаратуры с использованнем плавящнхся веществ. — М.: Энергия, 1975. — 88 с.

3. **Алексеев В. А., Арефьев В. А.** Тепловые трубы для охлаждення н термостатирования радиоэлектронной аппаратуры. — М.: Энергия, 1979.—126 с.

4. **Блох А. Г.** Основы теплообмена нзлученнем. — М. — Л.: Госэнергонздат, 1962. — 331 с.

5. **Вайнер А. Л., Оснач Э. Т.** Сравнительные характеристнкн термоэлектрнческих и компрессионных охлажденнй для РЭА. — Вопросы радноэлектроннкн, сер. ТРТО, 1968, вып. 2, с. 105—113.

6. **Волохов В. А., Хрычиков Э. Е., Киселев В. И.** Системы охлаждения теплонагруженных радноэлектронных прнборов. М.: Советское радно, 1975.— 142 с.

7. **Воронин Г. И.** Системы кондицноннрования воздуха на летательных аппаратах. — М.: Машнностроение, 1973. — 443 с.

8. **Гидалевич В. Б.** Теплообмен в вертнкальной плоской щели в условнях естественной конвекцнн. — Вопросы радиоэлектроннкн, серни ТРТО, 1968, вып. 1. с. 75—80.

9. **Дульнев Г. Н., Тарновский Н. Н.** Тепловые режимы электронной аппаратуры. — Л.: Энергня, Ленннград. отд-нне, 1971. — 248 с.

10. **Дульнев Г. Н., Семяшкин Э. М.** Теплообмен в радноэлектронных аппаратах. — Л.: Энергия, 1968. — 358 с.

11. **Дульиев Г. Н., Прасолов Р. С., Шарков А. В.** Конвектнвный теплообмен в условиях разреженя. — Вопросы радноэлектроннкн. Серня. ТРТО, вып. 1. с. 66—71.

12. **Ильярский О. И., Ударов Н. П.** Термоэлектрнческие элементы. — М.: Энергия, 1970 — 70 с.

13 **Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.** Теплопередача. — Л.: Энергня, 1976. — 487 с.

14. **Калинушкин М. П.** Гндравлические машнны и холоднльные установки. — М.: Высшая школа, 1973. — 222 с.

15. **Краус А. Д.** Охлажденне электронного оборудования. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1971. — 246 с.

16. **Кутателадзе С. С., Боришанский В. М.** Справочннк по теплопередаче.— М.: Госэнергоиздат, 1959.—414 с.

17. **Коленко Е. А.** Термоэлектрнческие охлаждающие приборы. — Л.: Наука, Ленингр. отд-нне, 1967. — 282 с.

18. **Легкий В. М.** Обобщенне данных по теплоотдаче одиночных цнлнндров с плоскнмн несимметричнымн ребрамн на случай кольцевых несимметрнчных ребер. В кн.: Теплофнзика и теплотехника, вып. 20.—Киев: Наукова думка, 1970. с. 106—112.

19. **Лыков А. В.** Теорня теплопроводностн. — М.: Высшая школа, 1967.— 599 с.

20. **Меркулов А. П.** Внхревой эффект н его примененне в технике. — М.: Машиностроенне, 1969. — 180 с.

21. **Михеев М. А.** Основы теплопередачн. — М. — Л.: Госэнергонздат, 1956.

22. **Михеев М. А., Михеева И. М.** Краткнй курс теплопередачи. — М. — Л.: Госэнергонздат, 1960. — 206 с.

23. Низкотемпературные тепловые трубы для летательных аппаратов /Под ред. Г. И. Воронина. — М.: Машиностроенне, 1976.—198 с.

24. **Орнатский А. П., Смагина Е. М.** Теплоотдача пластнны с петельно-проволочным оребреннем прн разлнчных степенях заполнення сечення канала. — Вопросы радноэлектроникн. Серня ТРТО, 1969, вып. 1, с. 64—71.

25. **Роткоп Л. Л., Спокойный Ю. Е.** Обеспеченне тепловых режнмов прн конструнрованнн радиоэлектронной аппаратуры. — М.: Советское радно, 1976. — 229 с.

26. **Смирнов А. И.** Номограмнческий метод выбора радиаторов для охлаждения полупроводниковых прнборов. — Вопросы радиоэлектроникн. Сер. общетехническая. 1971, вып. 16, с. 157—171.

27. **Туиик А. Т.** Охлажденне РЭА жндкнмн дпэлектрнкамн. — М.: Советское радио, 1973. — 247 с.

28. **Устройства** для охлаждения приемников нзлучення /Под ред. В. И. Епифановой. — Л.: Машнностроение. 1969.— 246 с.

29. **ОСТ 4 ГО.012.032.** Аппаратура радноэлектронная. Блокн на интегральных мнкросхемах н днскретных элементах. Расчет тепловых режнмов.

30. **Теплотехника** и теплоэнергетика. Общне вопросы /Под общ. ред. В. А. Григорьева н В. М. Зорнна. — М.: Энергня, 1980.—

РАЗДЕЛ ШЕСТОЙ

ТЕПЛООБМЕН В ЭЛЕКТРОТЕРМИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ (ЭТУ)

6.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

6.1.1. КЛАССИФИКАЦИЯ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Электротермические установки (ЭТУ) по способу преобразования электроэнергии в теплоту подразделяются на установки *нагрева сопротивления, электродугового, индукционного, диэлектрического, электронно-лучевого и лазерного нагрева.*

При этом в некоторых ЭТУ одновременно реализуются несколько способов преобразования электроэнергии в теплоту, например, руднотермические печи (нагрев сопротивлением и нагрев электрической дугой) или установки комбинированного нагрева за счет электромагнитной индукции и сопротивления.

По способу передачи энергии различают ЭТУ прямого и косвенного действия. В первом случае преобразоваиие электроэнергии в теплоту осуществляется непосредственно в нагреваемом изделии (частично или полностью), во втором теплота выделяется в промежуточном нагревателе, от которого затем передается тем или иным способом к нагреваемому изделию.

ЭТУ характеризуются *электрическими* (уровень напряжения, род тока, число фаз, частота), *энергетическими* (мощность электрический и тепловой КПД), *технологическими* (удельная поверхностная мощность, уровень температуры, температурное поле в нагреваемом изделии, наличие фазовых переходов — плавление, испарение, наличие химических реакций), параметрами, *режимом работы* (непрерывный или периодический).

Основные типы ЭТУ показаны на рис. 6.1 — 6.4, а их характеристики приведены в табл. 6.1.

6.1.2. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОВЫХ РАСЧЕТОВ ЭТУ

К ним относятся определение *полезной мощности*, т. е. мощности, идущей на нагрев обрабатываемого изделия, определение *тепловых потерь* ЭТУ, расчет *нестационарных температурных полей* в нагреваемом изделии. Например, при расчете электропечи сопротивления (рис. 6.5) на средние температуры (700—1200 °С) проводят расчет теплообмеиа излучением между нагревателем и нагреваемым изделием с учетом конфигурации нагревателя и участия футеровки в теплообмене и расчет тепловых потерь.

Тепловые потери печи складываются (в общем случае) из: 1) потерь через керамическую футеровку или систему экранов; 2) потерь излучением через отверстия в футеровке или экраиах; 3) потерь теплопроводностью через тепловые короткие замыкания (тепловые мосты); 4) потерь конвекцией через отверстия и неплотности печи; 5) потерь с отходящими из печи газами (см. § 6.3).

Основными составляющими потерь в большинстве типов ЭТУ являются потери через керамическую футеровку и потери излучеиием.

При расчете ЭТУ с иифракрасными излучателями необходимо учитывать зависимости коэффициентов излучения, поглощения и отражеиия от длины волны, а также диаграмму энергетической освещенности.

Специальные задачи теплообмена, характерные для высокотемпературных электронно-лучевых и плазменных ЭТУ, заключаются в математическом описании и расчете теплообмена пучка электроиов с металлической поверхностью и электрической дуги с потоком газа.

6.1.3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ БАЛАНС

К статьям прихода энергетического баланса ЭТУ относятся электроэнергия, преобразуемая в теплоту в ЭТУ за вычетом электрических потерь, теплота химических (экзотермических) реакций и теплота, вносимая обрабатываемыми изделиями (шихтой). Расходные статьи включают полезную теплоту, идущую на нагрев, плавку или испарение обрабатываемого материала, тепловые потери и теплоту химических (эндотермических) реакций, которая может относиться в разиых случаях как к полезной теплоте, так и к тепловым потерям.

Экспериментальное определеиие составляющих энергетического баланса и их анализ позволяют найти энергетические характеристики ЭТУ и возможности их улучшеиия, что наиболее важно для ЭТУ, теоретический расчет которых затрудиен, например дуговой сталеплавильной печи. Энергетические балансы 20 и 100-тонных дуговых сталеплавильных печей приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.1

Технические характеристики некоторых типов ЭТУ [1—5, 8, 9, 11]

Тип ЭТУ	Рабочая температура, °С	КПД		Наибольшая единичная мощность установки, МВт	Удельная поверхностная мощность, кВт/м²	Примечание
		электрический	тепловой			
Установки и печи нагрева сопротивления						
Печи косвенного нагрева:						
низкотемпературные	<700	1,0	0,75	0,8	...	
среднетемпературные	<1000	1,0	0,65	4,0	10^2	На нагреваемой поверхности
высокотемпературные	<2200	1,0	0,45	4,35	...	
Соляные ванны	250—1300	0,95	0,25—0,7	0,1	10^3	Отнесено к единице поверхности ванны
Установки:						
электрошлакового переплава	1800—2000	—	—	10,0	$3 \cdot 10^3$	То же
электроконтактного нагрева	1100—1300	0,9	0,95	10	$6 \cdot 10^3$	Отнесено к сечению стальной заготовки длиной 1 м
инфракрасного нагрева	400—2000	1,0	0,93—0,90	8,5	10^5	Плотность лучистого потока на излучателе
Печи и установки электродугового нагрева						
Печи:						
сталеплавильные	1600	0,02	0,6—0,7	130	10^6	Отнесено к сечению дуги
руднотермические	1500—3000	0,85—0,92	0,45—0,55	100		
вакуумно-дуговые	1600—3500	0,8—0,9	0,35—0,60	1,0	10^{14}	То же
Установки плазменного нагрева	5000—10 000	0,90—0,99	0,4—0,5	2,8	...	
Печи и установки индукционного нагрева						
Плавильные печи:						
тигельные	1600	0,7—0,8	0,8—0,9	20	...	—
канальные	1300	0,9	0,5—0,8	6	...	—
Установки:						
сквозного нагрева	500—1200	0,55—0,80	0,85—0,95	210	10^3—10^6	На нагреваемой поверхности
поверхностной закалки	900	0,8—0,9	0,1—0,5	0,5		
низкотемпературного нагрева стали	50—600	0,9—0,95	0,85—0,90	2,5		
Установки диэлектрического нагрева						
Высокочастотные (до 300 МГц)	50—200	0,5—0,6	0,8—0,9	1,0	$5 \cdot 10^2$	Отнесено к поверхности рабочего конденсатора
Сверхвысокочастотные	50—200	0,5—0,6	0,8—0,9	1,2	$2 \cdot 10^3$	Отнесено к поверхности нагреваемого диэлектрика

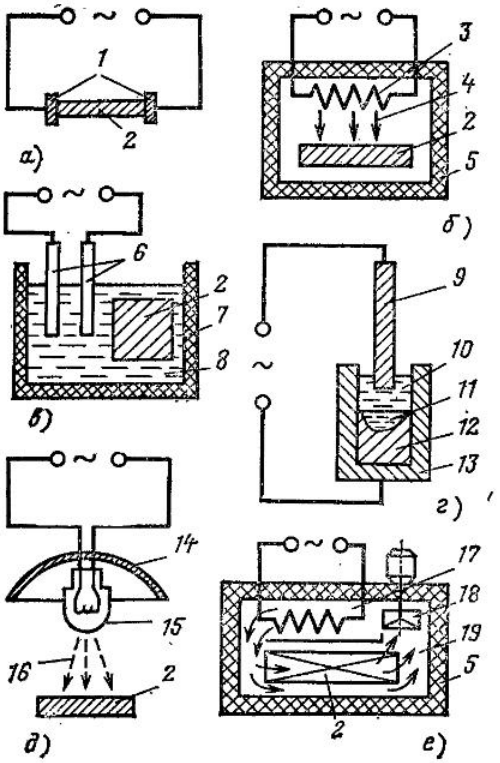


Рис. 6.1. Установки и печи нагрева сопротивления.

а — электроконтактная (прямого нагрева); *б* — электропечь косвенного нагрева; *в* — соляная ванна; *г* — установка электрошлакового переплава; *д* — инфракрасного нагрева; *е* — низкотемпературная печь с электрокалорифером; *1* — контакты; *2* — нагреваемое изделие; *3* — нагреватель; *4* — тепловой поток; *5* — футеровка; *6* — электрод; *7* — корпус; *8* — расплав соли; *9* — переплавляемый электрод; *10* — шлак; *11* — расплавленный металл; *12* — слиток; *13* — кристаллизатор; *14* — отражатель; *15* — излучатель; *16* — лучистый поток; *17* — калорифер; *18* — вентилятор; *19* — газовый поток.

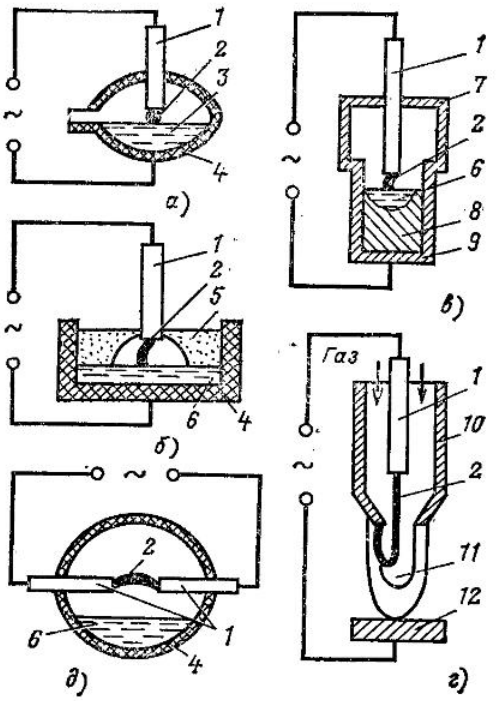


Рис. 6.2. Установки и печи электродугового нагрева.

а, б, в — сталеплавильная, руднотермическая и вакуумно-дуговая печи; *г* — установка плазменного нагрева; *д* — дуговая печь косвенного действия; *1* — электрод; *2* — электрическая дуга; *3* — сталь; *4* — футеровка; *5* — шихта; *6* — расплавленный продукт; *7* — корпус; *8* — слиток; *9* — кристаллизатор; *10* — корпус-электрод; *11* — струя плазмы; *12* — нагреваемое изделие.

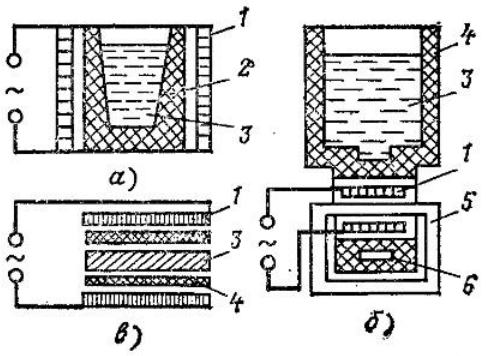


Рис. 6.3. Установки и печи индукционного нагрева.

а, б — тигельная и канальная плавильные печи; *в* — нагревательная установка; *1* — индуктор; *2* — тигель; *3* — металл; *4* — футеровка; *5* — магнитопровод; *6* — канал.

Таблица 6.2

Энергетический баланс дуговой сталеплавильной печи за весь период плавки [10]

Статьи баланса	20-тонная печь		100-тонная печь	
	кВт·ч	%	кВт·ч	%
Приход				
Электроэнергия, преобразуемая в теплоту	11 054	65,7	55 000	66,9
Теплота химнческих реакций	5 264	31,3	25 644	31,2
Теплота, вносимая:				
материалами (шихта)	254	1,5	1 300	1,6
воздухом и кислородом	136	0,8	254	0,3
Итого	16 708	99,3	82 198	100,0
Расход				
Теплота, идущая на нагрев:				
металла	7 448	44,3	42 660	51,9
шлака	1 300	8,9	8 540	10,4
Потери:				
через футеровку (свод, стенки, днище)	2 038	12,1	5 959	7,2
через рабочее окно	421	2,5	428	0,5
открытой печью при завалке и подвалке	262	1,6	6 237	7,6
с газами	2 745	16,3	8 773	10,7
с водой	1 003	6,0	2 624	3,2
электрические	1 402	8,3	5 435	6,6
Итого:	16 819	100,0	80 656	98,1
Невязка	708	0,7	1 542	1,9

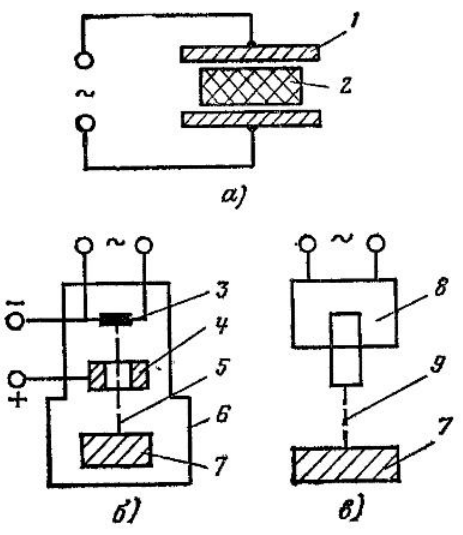


Рис. 6.4. Установки диэлектрического (*а*), электронно-лучевого (*б*) и лазерного (*в*) нагрева.

1 — рабочий конденсатор; *2* — нагреваемый диэлектрик; *3* — катод; *4* — анод; *5* — электронный луч; *6* — кожух; *7* — нагреваемое изделие; *8* — лазер; *9* — луч.

Теоретически необходимое количество энергии для осуществления технологического процесса в ЭТУ с учетом всех возможных экзо- и эндотермических реакций (без учета фазовых превращений)

$$Q_1 = cG(t_2 - t_1) \pm Q_1' = c' G (t_2 - t_1), \quad (6.1)$$

где c, c', G — удельная и приведенная теплоемкости и масса обрабатываемого в ЭТУ материала соответственно; t_2, t_1 — конечная и начальная температуры материала; Q'_1 — теплота эндо- и экзотермических реакций в ЭТУ.

Неизбежные потери энергии в ЭТУ

$$Q_2 = \alpha F \left(t_2' - t_1'\right) \tau, \quad (6.2)$$

где α — коэффициент теплоотдачи ЭТУ в окружающую среду; F — площадь теплоотдающей поверхности ЭТУ; t'_2, t'_1 — температуры сред, отдающей и воспринимающей теплоту; τ — время процесса.

Тепловой КПД [11]

$$\eta_T = \frac{1}{1 + \dfrac{\alpha F \left(t_2' - t_1'\right) \tau}{c' G (t_2 - t_1)}}. \quad (6.3)$$

6.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЗНОЙ И УСТАНОВЛЕННОЙ МОЩНОСТИ

Понятие *полезной мощности* различно для разных типов ЭТУ и зависит от технологического процесса.

Полезная мощность ЭТУ при равномерном нагреве для установок и печей периодического действия

$$P_{\text{пол}} = \frac{cG(t_2 - t_1)}{\tau}, \qquad (6.4)$$

где c — теплоемкость загрузки; G — масса полезной загрузки; t_1, t_2 — начальная и конечная температуры загрузки; τ — время нагрева (для установок и печей непрерывного действия $G/\tau = g$ — масса полезной загрузки, проходящая через печь или установку в единицу времени)

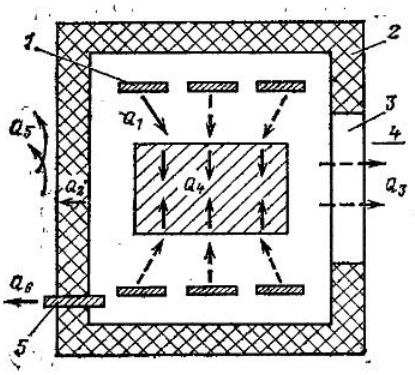


Рис. 6.5. Электропечь сопротивления.

1 — нагреватель; *2* — футеровка; *3* — нагреваемое изделие; *4* — проем; *5* — вывод нагревателя; Q_1—Q_4 — тепловые потоки соответственно излучения от нагревателя к нагреваемому изделию за счет теплопроводности через футеровку, излучения через дверной проем, в нагреваемом теле (теплопроводность); Q_5 — тепловые потери с кожуха печи (конвекция и излучение); Q_6 — тепловые короткие замыкания (теплопроводность).

Полезная мощность индукционных установок для нагрева под поверхностную закалку

$$P_{\text{пол}} = p_{\text{уд}} F,$$

где $p_{\text{уд}}$ — удельная поверхностная мощность, получаемая из теплового расчета (см. § 6.4); F — площадь нагреваемой поверхности изделия.

Полезная мощность ЭТУ, предназначенных для плавки или испарения материалов, учитывает скрытую теплоту плавления и испарения и перегрев расплава или пара (газа). Расчетные формулы аналогичны (6.4).

Для некоторых типов ЭТУ понятие полезной мощности неприменимо, например ЭТУ для поддержания заданной температуры нагреваемого изделия. В этом случае используется показатель — удельный расход энергии на 1 кг продукции.

Установленная мощность ЭТУ определяется по формуле

$$P_{\text{уст}} = k \frac{P_{\text{пол}}}{\eta_{\text{э}} \eta_{\text{т}}}, \qquad (6.5)$$

где $\eta_{\text{т}}$, $\eta_{\text{э}}$ — электрический и тепловой КПД (см. табл. 6.1); k — коэффициент запаса, учитывающий такие факторы, как колебания напряжения сети, старение нагревателей электропечей сопротивления и т. п. [7]:

Расчетная мощность, кВт	Коэффициент запаса k
До 100	1,30—1,60
100—300	1,25—1,50
Свыше 300	1,20—1,40

Установленная мощность ЭТУ для плавки материалов определяется из энергетического баланса, составленного для наиболее энергоемкого периода работы, обычно для периода расплавления.

Для дуговых печей установленная мощность ЭТУ по трансформатору [1]

$$P_{\text{уст}} = \frac{P_{\text{пол.р}}}{k_{\text{и}} \eta_{\text{э}} \eta_{\text{т}} \cos\varphi}, \qquad (6.6)$$

где $P_{\text{пол.р}} = Q_{\text{пол.р}}/\tau_{\text{р}}$ — полезная мощность в период расплавления шихты; $Q_{\text{пол.р}}$ — полезная теплота в этот период; $\tau_{\text{р}}$ — время расплавления; $\cos\varphi$ — коэффициент мощности печи; $k_{\text{и}}$ — коэффициент использования трансформатора (обычно $k_{\text{и}} = 0{,}8 \div 0{,}9$).

6.3. ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ В ЭТУ

6.3.1. ПОТЕРИ ЧЕРЕЗ ФУТЕРОВКУ И ЭКРАННУЮ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИЮ

Потери теплоты через футеровку. В зависимости от формы стенки печи определяются по формулам:

Плоская многослойная стенка конечных размеров (рис. 6.6, *а*)

$$Q = \frac{t_{\text{вн}} - t_{\text{нар}}}{\dfrac{1}{\alpha_{\text{вн}} F_{\text{вн}}} + \sum_{i=1}^{n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i F_{\text{р}i}} + \dfrac{1}{\alpha_{\text{нар}} F_{\text{нар}}}}, \qquad (6.7)$$

где $t_{\text{вн}}$, $t_{\text{нар}}$ — температуры сред, омывающих внутреннюю и наружную поверхности стенки; $\alpha_{\text{вн}}$, $\alpha_{\text{нар}}$ — коэффициенты теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях стенки; $F_{\text{вн}}$, $F_{\text{нар}}$ — площади внутренней и наружной поверхностей стенки; n — число слоев стенки; δ_i — толщина i-го слоя стенки; λ_i — средний коэффициент теплопроводности материала i-го слоя стенки; $F_{\text{р}i}$ — площадь расчетной поверхности i-го слоя стенки: $F_{\text{р}i} = 0{,}5(F_i + F_{i+1})$ при $F_{i+1}/F_i < 2$ и $F_{\text{р}i} = \sqrt{F_i F_{i+1}}$ при $F_{i+1}/F_i > 2$.

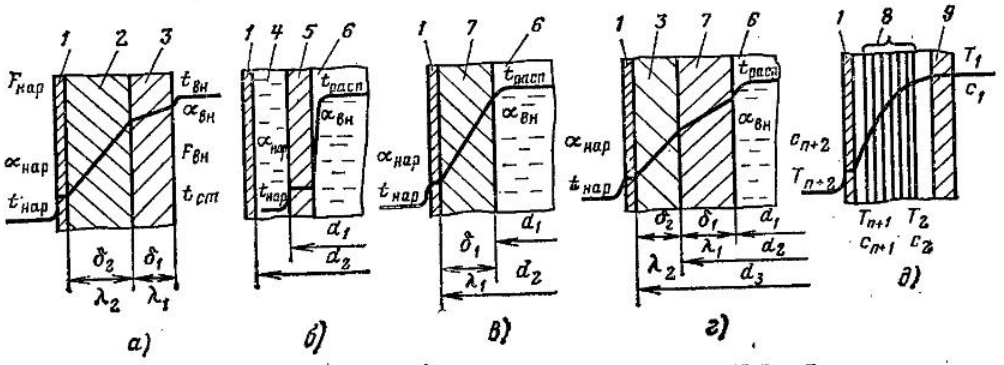


Рис. 6.6. Схемы футеровок электропечей и распределение температур в них.

а — керамическая двухслойная футеровка нагревательной печи; *б* — металлический кристаллизатор с жидкостным охлаждением плавильной печи; *в* — гарнисажная плавильная печь без керамической футеровки; *г* — однослойная футеровка плавильной печи или соляной ванны с гарнисажем; *д* — экранная теплоизоляция нагревательной печи; *1* — кожух; *2* — теплоизолятор; *3* — огнеупор; *4* — охладитель; *5* — кристаллизатор; *6* — расплав; *7* — гарнисаж; *8* — пакет из *n* экранов; *9* — нагреватель.

Таблица 6.3

Значения $\alpha_{нар}$, Вт/(м²·К), для воздуха [3]

Вид поверхности	Температура воздуха $t_{возд}$, °С	Температура наружной стенки, °С								
		40	60	80	100	120	150	200	250	300
Кирпичная или окрашенная обычной краской металлическая поверхность	0	11,2	12,3	13,5	14,4	15,5	17,2	19,9	23,0	26,6
	20	10,5	12,2	13,4	15,5	15,6	17,4	20,2	23,5	27,1
Металлическая поверхность, окрашенная алюминиевой краской	0	9,1	10,0	10,9	11,6	12,3	13,6	15,5	17,4	19,5
	20	8,3	9,6	10,6	11,5	12,3	13,6	15,6	17,7	19,8

Цилиндрическая многослойная стенка (рис. 6.6, *б*—*г*)

$$Q = \frac{\pi H (t_{вн} - t_{нар})}{\frac{1}{\alpha_{вн} d_{вн}} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i} \times \ldots \times \left(\ln\frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_{нар} d_{нар}}\right)}, \quad (6.8)$$

где H — высота стенки; $d_{вн}$, $d_{нар}$ — внутренний и наружный диаметры стенки; d_i — диаметр i-го слоя.

Для определения $\alpha_{вн} = \alpha_{изл} + \alpha_{конв}$ рекомендуются выражения:

газообразная внутренняя среда [3]

$$\alpha_{вн} = \frac{4{,}54\,[(T_{вп}/100)^4 - (T_{вн}/100)^4]}{t_{вн} - t_{ст}} + 2{,}56\sqrt[4]{t_{вн} - t_{ст}}, \quad (6.9)$$

где $t_{ст}$ — температура внутренней поверхности стенки печи.

Жидкие металлы и соли [14]

$$Nu_{ср} = c' (Gr_{ср})^m (Pr_{ср})^n; \quad (6.10)$$

$$n = 0{,}3 + \frac{0{,}02}{(Pr_{ср})^{0{,}33}}.$$

Значения c' и m следующие [3]:

$Gr_{ср}$	c'	m
10^2—10^9	0,52	0,25
10^9—10^{13}	0,105	0,33

За определяющую температуру принимается $t_{ср} = 0{,}5(t_{ст} + t_{ж})$, где $t_{ж}$ — температура расплава, а за линейный размер — высота стенки.

Коэффициент теплоотдачи от наружной стенки определяется следующим образом:

при естественной конвекции воздуха значения $\alpha_{нар}$ берутся из табл. 6.3;

при принудительном охлаждении потоком однофазной среды [водоохлаждаемые кристаллизаторы плавильных печей (рис. 6.6, *б*)] рекомендуется использовать уравнение [3]

$$\mathrm{Nu} = 0{,}017\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}_{ж}^{0,4}\left(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{ст}\right)^{0,25}\times \times (d_2/d_1)^{0,18}, \qquad (6.11)$$

где d_2 и d_1 — внешний и внутренний диаметры кольцевого канала [обычно для печей $d_2/d_1=1{,}2\div1.4$ (см. п. 2.6.3)].

За определяющий размер в формуле (6.11) принят $d_э=4F/П=d_2-d_1$, где F — площадь поперечного сечения канала; П — периметр; при пузырьковом режиме кипения охлаждающей воды (см. п. 2.10.2) ($q\leqslant1{,}16\cdot10^6$ Вт/м²; $p=0{,}1\div4{,}0$ МПа) [3]:

$$\alpha_{нар} = 3{,}0q^{0,7}p^{0,15}, \qquad (6.12)$$

где q — плотность теплового потока через стенку, Вт/м²; p — давление, под которым находится охлаждающая вода [см. также (2.129) и (2.130)]. Расчет температурного поля стенки кристаллизатора приведен в [43].

Расчет по (6.7) и (6.8) ведется методом последовательных приближений:

1) задаются температурой последнего n-го слоя стенки t_n; принимают ориентировочные значения температурных перепадов и соответствующие им средние температуры всех слоев (от 50° С для печей с рабочей температурой до 1000° С и при хорошей теплоизоляции и до 300° С для печей с рабочей температурой около 1500° С без теплоизоляции);

2) по средним значениям температур слоев определяют коэффициенты теплопроводности;

3) определяют тепловые потери;

4) проверяют значения температур на границе слоев по выражениям (для плоской стенки):

$$t_1 = t_{вн} - \frac{Q}{\alpha_{вн}F_{вн}}; \quad t_2 = t_1 - \frac{Q\delta_1}{\lambda_1 F_{р1}};$$

. . . . . .

$$t_n = t_{n-1} - \frac{Q\delta_{n-1}}{\lambda_{n-1}F_{рn-1}} \text{ и}$$

$$t_n = t_{нар} + \frac{Q}{\alpha_{нар}F_{нар}},$$

где Q — полученное расчетное значение тепловых потерь через стенку.

Если полученные значения температур отличаются более чем на 10% от принятых предварительно, расчет повторяют с уточненными значениями коэффициентов теплопроводности слоев.

Тепловые потери через систему из n экранов [см. рис. 6.3, *д*, а также (2.220)]:

$$Q = \frac{(T_1/100)^4 - (T_{n+2}/100)^4}{\sum_0^n \frac{1}{c_{(n+1)(n+2)}F_{(n+1)(n+2)}}}, \qquad (6.13)$$

где T_1 — температура излучающего тела; T_{n+2} — температура поглощающего тела; $c_{(n+1)(n+2)}$ — коэффициенты взаимного излучения тел (тела и экрана, двух экранов, экрана и тела и т. д.):

$$c_{(n+1)(n+2)} = 5{,}67\left(\frac{1}{\varepsilon_{n+1}} + \frac{1}{\varepsilon_{n+2}} - 1\right);$$

здесь ε_n — коэффициент теплового излучения материала (см. табл. 2.33); $F_{(n+1)(n+2)}$ — площади взаимной поверхности излучения тела и экрана; $F_{(n+1)(n+2)}\approx F_{n+1}$.

Температуры экранов определяются с помощью выражений:

$$\left.\begin{aligned}\theta_2 &= \theta_1 - Q/(c_{12}F_{12});\\ \theta_3 &= \theta_2 - Q/(c_{23}F_{23}) \text{ и т. д.}\end{aligned}\right\} \qquad (6.14)$$

где $\theta=(T/100)^4$.

6.3.2. ПОТЕРИ ЧЕРЕЗ ТЕПЛОВЫЕ КОРОТКИЕ ЗАМЫКАНИЯ

Потери теплоты через тепловые короткие замыкания (тепловые мосты). В тех случаях, когда в рабочем пространстве печи находятся металлические водоохлаждаемые элементы конструкции, или когда оно сообщается с окружающей средой посредством металлических элементов, обладающих высокой теплопроводностью, потери через водоохлаждающий элемент конструкции, определяется как

$$Q = q_{изл}F_{охл}, \qquad (6.15)$$

где $q_{изл}$ — удельные потери излучением при рабочей температуре печи (табл. 6.4); $F_{охл}$ — площадь тепловоспринимающей поверхности водоохлаждаемого элемента конструкции печи.

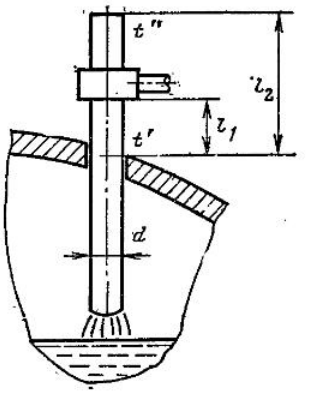


Рис. 6.7. К расчету потерь через тепловые короткие замыкания.

Таблица 6.4

Удельные тепловые потери излучением в окружающую среду с температурой 20 °С при приведенном коэффициенте излучения $c_{пр}$=4,65 Вт/(м²·К⁴) [7]

Температура излучающей поверхности, °С	Потери излучением, кВт/м²	Температура излучающей поверхности, °С	Потери излучением, кВт/м²	Температура излучающей поверхности, °С	Потери излучением, кВт/м²
50	0,164	400	9,170	1250	250,00
60	0,196	420	10,380	1300	284,00
70	0,301	440	11,700	1350	322,00
80	0,380	460	13,090	1400	364,00
90	0,465	480	14,600	1450	410,00
100	0,557	500	16,250	1500	460,00
120	0,715	550	21,000	1550	513,00
140	1,010	600	26,600	1600	572,00
160	1,290	650	33,400	1650	635,00
180	1,615	700	41,300	1700	705,00
200	1,985	750	50,500	1750	778,00
220	2,400	800	61,200	1800	860,00
240	2,880	850	73,600	1850	945,00
260	3,410	900	87,600	1900	1038,00
280	4,000	950	103,700	2000	1243,00
300	4,660	1000	122,600	2100	1480,00
320	5,400	1050	142,000	2200	1735,00
340	6,200	1100	165,000	2300	2040,00
360	7,100	1150	190,500	2400	2375,00
380	8,100	1200	218,500	2500	2760,00

Потери через выступающие из печи металлические детали определяются расчетом по формулам, полученным для теплопроводности стержня или ребра (см. п. 2.3.4).

Для определения тепловых потерь через электроды дуговых сталеплавильных печей (рис. 6.7) рекомендуется формула Паскье [4]:

$$Q = 3\left(\beta\rho_{ср}\frac{l_1}{F}I^2 + \alpha\frac{\lambda_{ср}(t'-t'')F}{l_2}\right), \quad (6.16)$$

где α, β — поправочные коэффициенты; $\rho_{ср}$ — среднее удельное сопротивление материала электрода; l_1, l_2 — длины электрода от верха свода печи до электродержателя и от верха свода печи до верхнего его конца; $F=\pi d^2/4$ — площадь сечения электрода; I — ток через электрод; t', t'' — температуры электрода у свода и верхнего конца; $\lambda_{ср}$ — средний коэффициент теплопроводности материала электрода.

Значения α и β следующие:

d/l_1 для β (d/l_2 для α)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
α	6,6	4,75	4,0	3,5	3,2	3,0	2,85	2,7	2,6	2,5
β	0,92	0,85	0,8	0,76	0,72	0,69	0,66	0,64	0,62	0,6

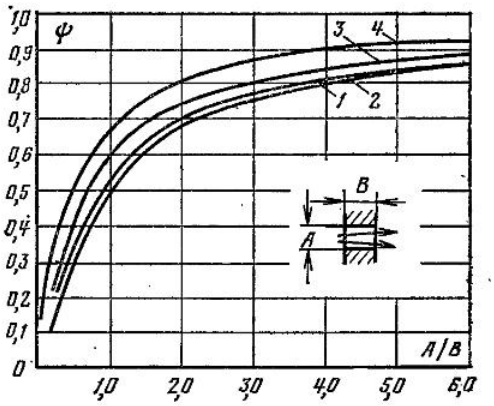


Рис. 6.8. Коэффициент диафрагмирования отверстий [3].

1 — круглое отверстие; *2* — квадратное отверстие; *3* — прямоугольное отверстие, соотношение сторон 2 : 1; *4* — длинная щель высотой А.

6.3.3. ПРОЧИЕ ВИДЫ ПОТЕРЬ

Потери излучением через отверстия в футеровке и экранах, определяются по выражению

$$Q = c_{пр}F_{изл}[(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4]\Psi, \quad (6.17)$$

где $c_{пр}$ — приведенный коэффициент излучения (принимается равным 4,65 Вт/(м²·К⁴)); $F_{изл}$ — площадь поперечного сечения отверстия; Ψ — коэффициент диафрагмирования, зависящий от глубины отверстия и соотношения его ширины и высоты (рис. 6.8) — при водяном охлаждении контура проема принимается Ψ=1; T_1 и T_2 — температуры излучающей и воспринимающей излучение поверхностей.

Потери конвекцией через отверстия и неплотности печи обусловлены притоком хо-

лодного воздуха в печь у нижнего края отверстия и выходом горячего воздуха у его верхнего края.

Для печей с рабочей температурой 800—900° С эти потери определяются по формуле

$$Q = 698 \cdot 10^3 BH^{3/2}, \qquad (6.18)$$

где Q — потери, Вт; B — шнрина отверстия, м; H — высота отверстия, м.

Потери с отходящими газами при работе печн с контролируемой атмосферой, подаваемой в печь при минимальном избыточном давлении, равны [3]:

$$Q = g_г c_г (t_п - t_0), \qquad (6.19)$$

где $g_г$ — расход газа, приведенного к нормальным условиям; $c_г$ — средняя удельная теплоемкость газа в днапазоне температур от $t_п$ до t_0; $t_п$ — рабочая температура печи; t_0—температура поступающего в печь газа.

6.4. НАГРЕВ ИЗДЕЛИЙ

6.4.1. ТЕМПЕРАТУРА И ВРЕМЯ ИНДУКЦИОННОГО СКВОЗНОГО НАГРЕВА ИЗДЕЛИЙ

Температура t и время нагрева τ изделий связаны известным дифференциальным уравнением теплопроводностн (см. п. 2.2.3).

При поверхностном нагреве изделий мощность внутреннних источников теплоты q_V равна нулю и расчет t и τ может быть выполнен в соответствии с § 2.4; методы решения некоторых специальных задач приведены в [16—20].

Для установок индукционного (а также — диэлектрического и электроконтактного) нагрева $q_V \neq 0$. Если q_V не завнсит от координат и времени нагрева, что имеет место для установок днэлектрнческого нагрева и приближенно выполняется при электроконтактном нагреве, то время нагрева определяется выражением

$$\tau = cG(t_2 - t_1)/q_V, \qquad (6.20)$$

где c — теплоемкость; G — масса изделня; t_1, t_2 — начальная н конечная температуры.

Учет зависимости q_V от координат в случае нндукцнонного нагрева, а также учет тепловых потерь приводит к более сложным выражениям для τ (табл. 6.5).

6.4.2. ВРЕМЯ НАГРЕВА И УДЕЛЬНАЯ ПОВЕРХНОСТНАЯ МОЩНОСТЬ ПРИ ИНДУКЦИОННОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ ЗАКАЛКЕ

Время нагрева $\tau_н$ н удельная поверхностная мощность $p_{уд}$ прн нагреве под закалку углеродистых и низколегированных сталей при частотах 2400, 8000 Гц и радночастоте определяются по графикам рис. 6.9 для цилиндрнческой н плоской деталей в зависнмости от диаметра деталн D (или ее толщины $2D$) и глубины закаленного слоя $x_к$, т. е. слоя, содержащего после закалки не менее 50% мартенсита.

Зависимости для $\tau_н$ и $p_{уд}$ получены при следующих допущениях [17]:

1) толщина активного слоя $x_а$ зависит от глубнны закаленного слоя $x_к$ и глубины проникновения Δ;

2) температуры на поверхности детали и на расстоянии от поверхности равны соответственно 900 и 750° С;

3) тепловые потери с поверхности детали не учнтываются, так как они составляют $(1 \div 1{,}5) \cdot 10^5$ Вт/м^2 при $p_{уд} = (0{,}4 \div 1{,}5) \times 10^7$ Вт/м^2.

6.4.3. ВРЕМЯ НАГРЕВА ЗАГОТОВКИ В УСТАНОВКЕ ЭЛЕКТРОКОНТАКТНОГО НАГРЕВА

Время нагрева заготовки в этом случае приближенно может быть определено по (6.20), прн этом по опыту эксплуатации мощность установок принимается равной 16,7—25 кВт на каждые 100 мм длины заготовки.

Более точно время нагрева определяется путем разбиения периода нагрева на ряд интервалов. Время нагрева для каждого интервала определяется по формуле [22]

$$\tau_i = \frac{c_i G}{\alpha_i F} \ln \frac{P_i - \alpha_i F (t_{нi} - t_0)}{P_i - \alpha_i F (t_{кi} - t_0)}, \qquad (6.21)$$

где c_i и G — удельная теплоемкость материала н масса заготовки; P_i — мощность; α_i — суммарный коэффициент потерь теплоты излученнем и конвекцней; F — площадь поверхности заготовки; $t_{нi}$ и $t_{кi}$ — температуры начала и конца i-го интервала; t_0 — температура окружающей среды.

Значения c_i, α_i, P_i принимаются для данного интервала температур. Число интервалов выбнрается в зависимости от потребной точности расчета в пределах 5—10. Прнмеры расчета времени нагрева с использованием ЭВМ приведены в [36, 37, 40—42, 45—47].

Общее время нагрева $\tau_н = \sum_{i=1}^{n} \tau_i$.

6.4.4. ХАРАКТЕРИСТИКА ПЕЧНЫХ ЗАГРУЗОК

Загрузки электрнческих печей сильно различаются по конфнгурации, размерам и способу укладки изделий.

При крупных нзделиях, нагреваемых в печах, теплофизические свойства загрузки зависят от ее материала; прн изделиях, мелкнх относнтельно размера загрузки, ее можно рассматривать как массивную, а ее теплофизнческие свойства прннимаются как эквнвалентные [42]. Примерами таких загрузок являются порошки, мелкие детали

Формулы для расчета температуры и

Форма изделия и условия нагрева	Формула для определения температуры на расстоянии x от поверхности
Цилиндр: нагрев с постоянной удельной поверхностной мощностью	$t = \frac{2p_{уд} R}{\lambda}[\mathrm{Fo} + S_1(\alpha, \beta, \mathrm{Fo})]$, где R — радиус цилиндра; $p_{уд}$ — удельная поверхностная мощность; $\mathrm{Fo}=a\tau/R^2$; $\alpha=1-x_a/R$ — относительная глубина активного слоя, здесь x_a — толщина активного слоя; $x_a=\Delta$ при $\Delta \leqslant 0{,}4R$ и $x_a=0{,}4R$ при $\Delta > 0{,}4R$, $\Delta=0{,}5/\sqrt{f}$ — глубина проникновения электромагнитной волны в металл; f — частота; $\beta=1-x/R$;
нагрев при постоянной температуре $t_{пов}$	$t = t_{пов}[1 + S_2(\beta, \mathrm{Fo})]$
Широкая плита: двусторонний нагрев с постоянной удельной поверхностной мощностью	$t = \frac{p_{уд} D}{\lambda}[\mathrm{Fo} + S_3(\alpha, \beta, \mathrm{Fo})]$, где D — половина толщины плиты; $\mathrm{Fo}=a\tau/D^2$; $\alpha=x_a D$; здесь $x_a=\Delta$ при $\Delta \leqslant 0{,}4D$ и $x_a=0{,}44D$ при $\Delta > 0{,}4D$; $\beta=x/D$
двусторонний нагрев с постоянной температурой поверхности	$t = t_{пов}[1 + S_4(\beta, \mathrm{Fo})]$

Таблица 6.5

времени нагрева плиты и цилиндра

Формула для определения времени нагрева $\tau_н$, при температуре на поверхности $t_{пов}$ и оси $t_ц$	Примечание
$\frac{t_{пов}}{k(t_{пов}-t_ц)}=\frac{S_1(\alpha,1,\mathrm{Fo})+\mathrm{Fo}}{S_1(\alpha,1,\mathrm{Fo})-S_1(\alpha,0,\mathrm{Fo})}$ где k — поправочный коэффициент (для алюминия $k=1{,}0$; для стали при $t>1100$ °С $k=1{,}5\div2{,}0$)	Значения функции S_1 приведены в табл. 6.6. При $\mathrm{Fo}>0{,}2$ $S_1(\alpha,\beta,\mathrm{Fo})\approx-\frac{\alpha^2}{8(1-\alpha^2)}(2\beta^2-\alpha^2-$ $-3-4\ln\beta),\quad \alpha<\beta;$ $S_1(\alpha,\beta,\mathrm{Fo})\approx\frac{\beta^2}{4}+\frac{\alpha^2}{8}+$ $+\frac{\alpha^2\ln\alpha}{2(1-\alpha^2)},\quad \alpha>\beta;$ $S_2(\beta,\mathrm{Fo})=-2\sum_{n=1}^{\infty}e^{-\nu_n^2\,\mathrm{Fo}}\frac{I_0(\nu_n\beta)}{\nu_n I_1(\nu_n)},$ где I_0, I_1 — функции Бесселя нулевого и первого порядка (см. табл. 2.12); ν_n — корни уравнения $I_0(\nu_n)=0$ [17].
Для стали при нагреве выше 1100 °С $\tau_н=2{,}1\cdot10^4\ (2R-x_а)^2$ при $t_{пов}-t_ц=100$ °С; $\tau_н=1{,}5\cdot10^4\ (2R-x_а)^2$ при $t_{пов}-t_ц=150$ °С	Для реальных тел значения $\tau_н$ надо увеличить на 20%
$\frac{t_{пов}}{k(t_{пов}-t_ц)}=\frac{S_3(\alpha,0,\mathrm{Fo})}{S_3(\alpha,0,\mathrm{Fo})-S_2(\alpha,1,\mathrm{Fo})}$ При $\mathrm{Fo}>0{,}3$ $\tau_н=\frac{D^2}{\alpha}\left\{\frac{t_{пов}}{k(t_{пов}-t_ц)}[S_2(\alpha,0)-\right.$ $\left.-S_2(\alpha,1)]-S_2(\alpha,0)\right\}$	Значения функции S_3 приведены в табл. 6.7. При $\mathrm{Fo}>0{,}3$ $S_3(\alpha,\beta,\mathrm{Fo})\approx\frac{1}{3}-\beta+\frac{\alpha^2+3\beta^2}{6},$ $\alpha<\beta;$
Для стали $\tau_н=11{,}5\cdot10^4\ (2D-x_а)^2$ при $t_{пов}-t_ц=100$ °С; $\tau_н=7{,}2\cdot10^4\ (2D-x_а)^2$ при $t_{пов}-t_ц=150$ °С	$S_3(\alpha,\beta,\mathrm{Fo})=\frac{1}{\alpha}\left[\frac{2}{3}-\right.$ $\left.-\frac{\alpha^2+\beta^2}{2}+\frac{\alpha(\alpha^2+3\beta^2)}{6}\right],\quad \alpha>\beta$
Для стали при нагреве выше 110 °С $\tau_н=4{,}45\cdot10^4\ (2D-x_а)^2$ при $t_{пов}-t_ц=100$ °С; $\tau_н=3{,}8\cdot10^4\ (2D-x_а)^2$ при $t_{пов}-t_ц=150$ °С	$S_4(\beta,\mathrm{Fo})=-2\sum_{n=1}^{\infty}e^{-\nu_n\mathrm{Fo}}\frac{\sin\nu_n\beta}{\nu_n},$ где $\nu_n=\frac{2n-1}{2}\pi.$ Обычно достаточно вычислить пять-шесть членов ряда. Для реальных тел значения $\tau_н$ надо увеличнть на 20%.

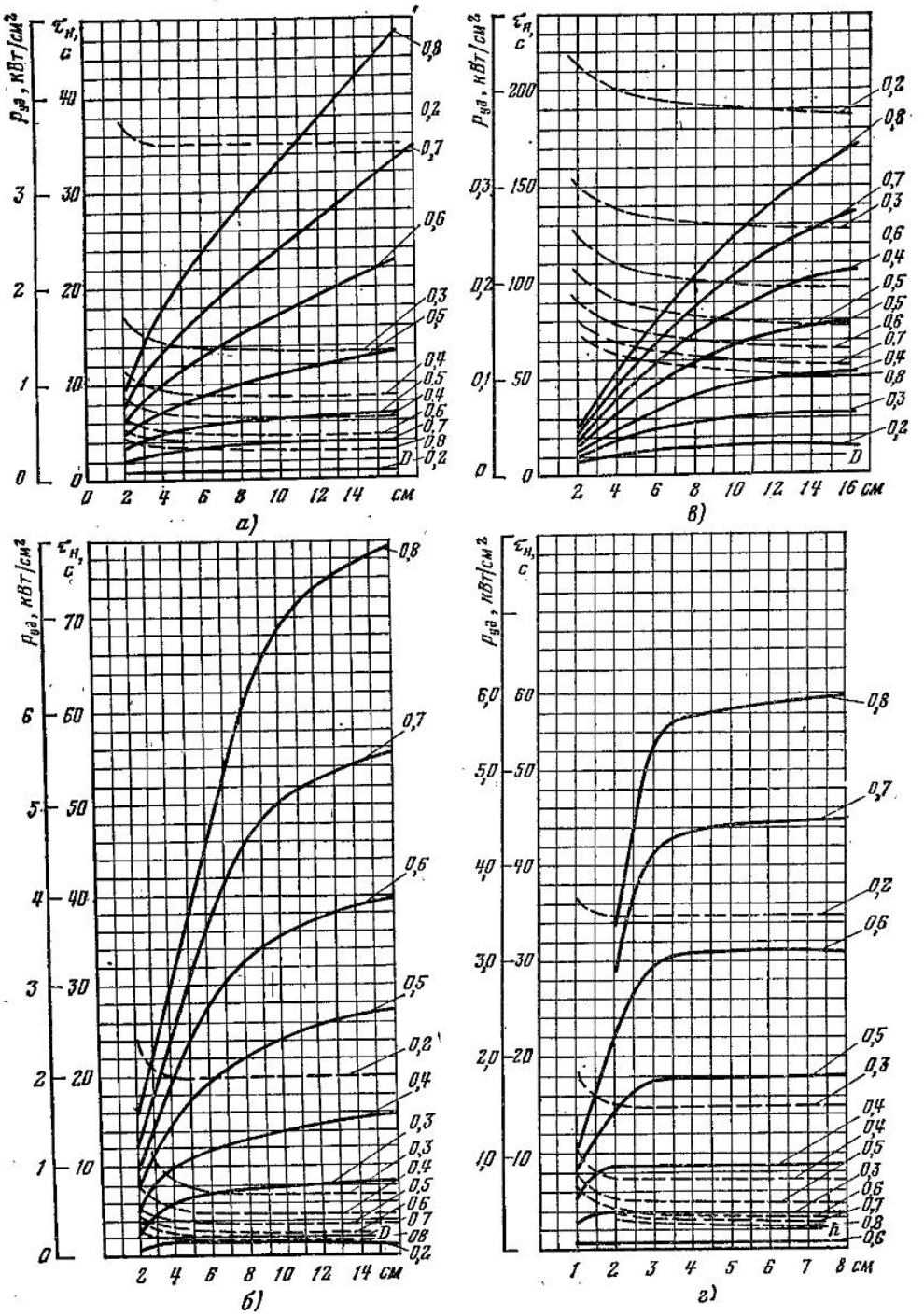
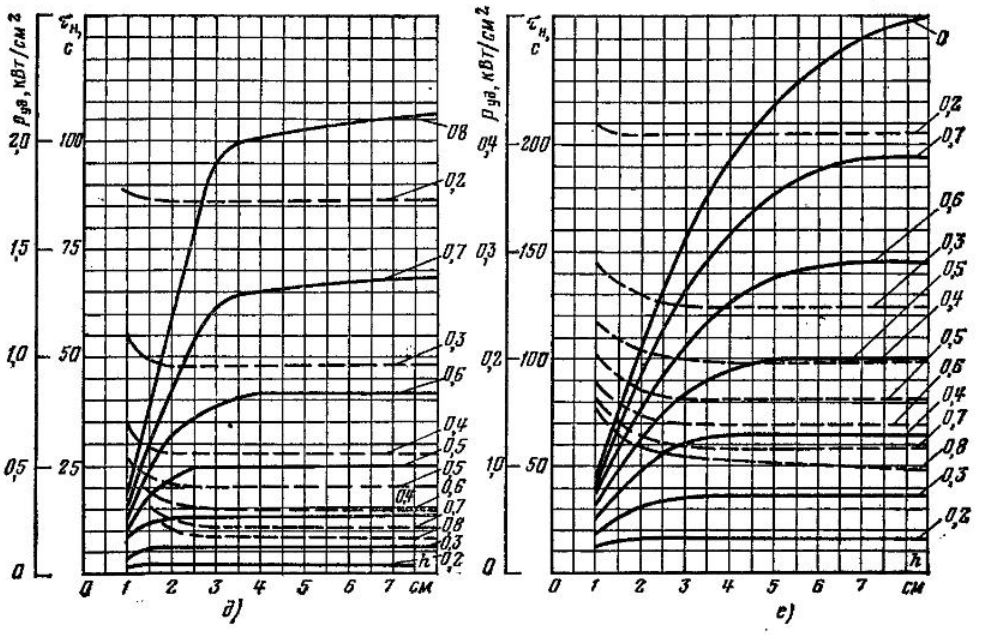


Рис. 6.9. Время нагрева $\tau_н$ (сплошные линии) и удельная поверхностная мощность $p_{уд}$ (пунктир) при индукционной поверхностной закалке цилиндрической (*а*, *б*, *в*) и плоской (*г*, *д*, *е*) деталей [17].

Цифры у кривых указывают глубину закаленного слоя $x_к$, см. Частота тока: *а*, *г* — 2500; *б*, *д* — 8000 Гц; *в*, *е* — радиочастоты.



Продолжение рис. 6.9

Таблица 6.6

Значения функции $S_1(\alpha, \beta, Fo)$ для цилиндра [15]

Fo	α	β										
		1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0
0,20	1,0	0,1250	0,0775	0,0350	—0,0025	—0,0350	—0,0625	—0,0850	—0,1025	—0,1150	—0,1225	—0,1250
	0,9	0,1013	0,0788	0,0363	—0,0012	—0,0337	—0,0612	—0,0837	—0,1012	—0,1137	—0,1212	—0,1237
	0,8	0,0800	0,0708	0,0417	0,0042	—0,0283	—0,0558	—0,0783	—0,0958	—0,1083	—0,1158	—0,1183
	0,7	0,0613	0,0563	0,0404	0,0125	—0,0200	—0,0475	—0,0700	—0,0875	—0,1000	—0,1075	—0,1100
	0,6	0,0450	0,0421	0,0329	0,0164	—0,0087	—0,0362	—0,0587	—0,0762	—0,0887	—0,0962	—0,0987
0,15	1,0	0,1175	0,0706	0,0297	—0,0050	—0,0339	—0,0574	0,0758	—0,0895	—0,0990	—0,1045	—0,1063
	0,9	0,0939	0,0720	0,0312	—0,0037	—0,0336	—0,0562	0,0747	—0,0885	—0,0980	—0,1036	—0,1054
	0,8	0,0732	0,0645	0,0369	0,0019	—0,0273	—0,0512	0,0699	—0,0840	—0,0937	—0,0995	—0,1013
	0,7	0,0553	0,0508	0,0362	0,0105	—0,0192	—0,0434	0,0626	—0,0771	—0,0872	—0,0932	—0,0951
	0,6	0,0400	0,0375	0,0294	0,0147	—0,0080	—0,0329	0,0526	—0,0677	—0,0782	—0,0845	—0,0864
0,10	1,0	0,1093	0,0630	0,0241	—0,0077	—0,0328	—0,0519	—0,0658	—0,0754	—0,0816	—0,0850	—0,0861
	0,9	0,0860	0,0646	0,0310	—0,0063	—0,0316	—0,0508	—0,0649	—0,0748	—0,0811	—0,0849	—0,0856
	0,8	0,0658	0,0576	0,0318	—0,0006	—0,0263	—0,0462	—0,0609	—0,0712	—0,0799	—0,0817	—0,0829
	0,7	0,0488	0,0448	0,0314	0,0083	—0,0183	—0,0391	—0,0547	—0,0659	—0,0734	—0,0776	—0,0790
	0,6	0,0347	0,0329	0,0260	0,0131	—0,0073	—0,0295	—0,0461	—0,0584	—0,0667	—0,0715	—0,0731
0,5	1,0	0,0906	0,0458	0,0120	—0,0122	—0,0283	—0,0382	—0,0439	—0,0470	—0,0485	—0,0495	—0,0497
	0,0	0,0677	0,0480	0,0137	—0,0110	—0,0272	—0,0373	—0,0435	—0,0469	—0,0485	—0,0494	—0,0497
	0,8	0,0491	0,0426	0,0209	—0,0049	—0,0227	—0,0342	—0,0412	—0,0453	—0,0474	—0,0485	—0,0488
	0,7	0,0345	0,0317	0,0221	0,0043	—0,0155	—0,0289	—0,0376	—0,0428	—0,0456	—0,0472	—0,0476
	0,6	0,0233	0,0220	0,0179	0,0094	—0,0054	—0,0214	—0,0322	—0,0391	—0,0433	—0,0454	—0,0460
0,025	1,0	0,0712	0,0289	0,0018	—0,0133	—0,0205	—0,0234	—0,0247	—0,0249	—0,0250	—0,0250	—0,0250
	0,9	0,0490	0,0317	0,0037	—0,0120	—0,0201	—0,0233	—0,0247	0,0249	—0,0250	—0,0250	—0,0250
	0,8	0,0326	0,0278	0,0115	—0,9068	—0,0169	—0,0217	—0,0236	—0,0244	—0,0246	—0,0247	—0,0248
	0,7	0,0211	0,0196	0,0138	0,0016	—0,0117	—0,0191	—0,0224	—0,0238	—0,0244	—0,0246	—0,0247
	0,6	0,0132	0,0129	0,0110	0,0063	0,0036	—0,0141	—0,0119	—0,0227	—0,0240	—0,0245	—0,0247

Таблица 6.7

Значения функции S_3 (α, β, Fo) для тела ограниченной толщины с плоской поверхностью [15]

Fo	α	β 0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,30	0,0	0,3333	0,2383	0,1533	0,0783	0,0133	—0,0417	—0,0867	—0,1217	—0,1467	—0,1617	—0,1667
	0,1	0,2850	0,2500	0,1550	0,0800	0,0150	—0,0400	—0,0850	—0,1200	—0,1450	—0,1600	—0,1650
	0,2	0,2400	0,2200	0,1500	0,0850	0,0200	—0,0350	—0,0800	—0,1150	—0,1400	—0,1550	—0,1600
	0,3	0,1983	0,1866	0,1516	0,0933	0,0283	—0,0267	—0,0717	—0,1067	—0,1317	—0,1457	—0,1570
	0,4	0,1600	0,1525	0,1300	0,0925	0,0400	—0,0150	—0,0600	—0,0950	—0,1200	—0,1350	—0,1400
	0,5	0,1259	0,1200	0,1050	0,0800	0,0450	0,0000	—0,0450	—0,0800	—0,1050	—0,1200	—0,1250
	0,6	0,0933	0,0900	0,0800	0,0633	0,0400	+0,0100	—0,0267	—0,0517	—0,0867	—0,1017	—0,1067
0,20	0,0	0,3031	0,2095	0,1288	0,0605	0,0040	—0,0417	—0,0774	—0,1039	—0,1222	—0,1329	—0,1364
	0,1	0,2553	0,2217	0,1309	0,0625	0,0058	—0,0400	—0,0758	—0,1025	—0,1209	—0,1317	—0,1353
	0,2	0,2117	0,1931	0,1371	0,0684	0,0113	—0,0350	—0,0713	—0,0984	—0,1171	—0,1281	—0,1317
	0,3	0,1724	0,1620	0,1306	0,0781	0,0203	—0,0267	—0,0637	—0,0915	—0,1107	—0,1221	—0,1258
	0,4	0,1371	0,1308	0,1115	0,0791	0,0329	—0,0150	—0,0529	—0,0816	—0,1015	—0,1133	—0,1171
	0,5	0,1058	0,1017	0,0894	0,0687	0,0391	0,0000	—0,0391	—0,0687	—0,0894	—0,1017	—0,1058
	0,6	0,0781	0,0755	0,0677	0,0537	0,0553	+0,0100	—0,0220	—0,0527	—0,0742	—0,0872	—0,0915
0,15	0,0	0,2871	0,1943	0,1158	0,0511	—0,0010	—0,0416	—0,0724	—0,0945	—0,1092	—0,1177	—0,1205
	0,1	0,2396	0,2068	0,1182	0,0533	+0,0010	—0,0399	—0,0710	—0,0933	—0,1082	—0,1168	—0,1196
	0,2	0,1986	0,1789	0,1251	0,0596	+0,0067	—0,0349	—0,0567	—0,0896	—0,1051	—0,1139	—0,1168
	0,3	0,1586	0,1489	0,1195	0,0700	+0,0160	—0,0267	—0,0594	—0,0834	—0,0996	—0,1090	—0,1120
	0,4	0,1250	0,1192	0,1017	0,0719	+0,0292	—0,0150	—0,0492	—0,0744	—0,0917	—0,1017	—0,1050
	0,5	0,0956	0,0920	0,0812	0,0527	+000359	0,0000	—0,0359	—0,0627	—0,0812	—0,0920	—0,0956
	0,6	0,0700	0,0678	0,0691	0,0496	+0,0328	+0,0100	—0,0195	—0,0480	—0,0568	—0,0795	—0,0834
0,10	0,0	0,2577	0,1664	0,0921	0,0339	—0,0101	—0,0407	—0,0633	—0,0773	—0,0855	—0,0898	—0,0911
	0,1	0,2107	0,1793	0,0949	0,0363	—0,0080	—0,0391	—0,0520	—0,0763	—0,0849	—0,0893	—0,0907
	0,2	0,1693	0,1538	0,1028	0,0434	—0,0019	—0,0343	—0,0581	—0,0734	—0,0822	—0,0878	—0,0893
	0,3	0,1334	0,1249	0,0991	0,0551	+0,0082	—0,0262	—0,0516	—0,0685	—0,0792	—0,0850	—0,0868
	0,4	0,1028	0,0981	0,0838	0,0589	+0,0223	—0,0148	—0,0423	—0,0514	—0,0738	—0,0806	—0,0828
	0,5	0,0768	0,0743	0,0661	0,0517	+0,0301	0,0000	—0,0301	—0,0517	—0,0661	—0,0743	—0,0768
	0,6	0,0551	0,0537	0,0491	0,0409	+0,0285	+0,0098	—0,0152	—0,0393	—0,0558	—0,0654	—0,0685
0,05	0,0	0,2020	0,1146	0,0509	0,0079	—0,0188	—0,0341	—0,0424	—0,0467	—0,0489	—0,0500	—0,0500
	0,1	0,1564	0,1285	0,0544	0,0105	—0,0170	—0,0320	—0,0416	—0,0461	—0,0488	—0,0499	—0,0500
	0,2	0,1187	0,1045	0,0646	0,0188	—0,0111	—0,0293	—0,0397	—0,0452	—0,0482	—0,0497	—0,0600
	0,3	0,0885	0,0827	0,0647	0,0323	—0,0013	—0,0229	—0,0359	—0,0433	—0,0472	—0,0490	—0,0495
	0,4	0,0645	0,0620	0,0537	0,0379	+0,0125	—0,0132	—0,0297	—0,0394	—0,0447	—0,0473	—0,0481
	0,5	0,0463	0,0452	0,0413	0,0338	+0,0207	0,0000	—0,0207	—0,0338	—0,0418	—0,0452	—0,0463
	0,6	0,0321	0,0317	0,0299	0,0266	+0,0197	+0,0088	—0,0084	—0,0258	—0,0358	—0,0414	—0,0431

внавал, стопы листов, пакеты прутков, труб и т. д. Ниже приведены сведения по теплопроводности и плотности часто встречающихся печных загрузок из стали [3, 42]:

Вид загрузки	Насыпная масса, кг/м³	Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К)
Мелкие болты и гайки диаметром 0,012—0,025 м	1650—1800	4,65
Шарики диаметром 0,010—0,012 м	4400	6—10,5
Ролики диаметром 0,012—0,030 м	4350	8—11,6
Тонкие кольца	4350	7—10
Деталь в металлической стружке	2000—3000	0,80—1,50
Проволока в бунтах	—	2,3—3,5
Стопа листов толщиной 0,001 м	—	0,4—0,6

Эффективная теплопроводность определяется передачей теплоты излучением, конвекцией и теплопроводностью в местах соприкосновения изделий.

Эффективный коэффициент теплопроводности загрузки:

детали округлой формы

$$\lambda_{эф} = \lambda_г \left[1 + 3{,}91\lambda_г^{0,1}(1-p)\ln\frac{\lambda_м}{\lambda_г}\right] + \frac{3{,}46 c_s 10^{-8} T^3 d\,[3p\varepsilon_п + (1-p)\varepsilon_м]}{1+(1+p)(1-\varepsilon_м)}; \quad (6.22)$$

мелкие и средние изделия произвольной формы

$$\lambda_{эф} = \frac{1}{\left[\frac{1-p}{\lambda_м} + \frac{p}{\lambda_м}\right]}; \quad (6.23)$$

цилиндрические детали, уложенные хаотично,

$$p = 0{,}326 + 0{,}148\left(\frac{l}{d} - 1{,}25\right)^{0,371} \quad \text{при } 1{,}25 \leqslant l/d \leqslant 10, \quad (6.24)$$

где $\lambda_г$, $\lambda_м$ — коэффициенты теплопроводности газа в загрузке и материала загрузки; p — пористость загрузки; c_s=5,67 Вт/(м²×К⁴) — коэффициент; $\varepsilon_п$, $\varepsilon_м$ — интегральные коэффициенты теплового излучения стенок печи и материала загрузки.

Эффективный коэффициент теплопроводности пакетов и рулонов из n листов при направлении теплового потока

перпендикулярно листам

$$\lambda_{эф} = \frac{n\delta_1 + (n+1)\,\delta_2}{n\delta_1/\lambda_1 + (n-1)\,\delta_2/\lambda_2}; \quad (6.25)$$

параллельно листам

$$\lambda_{эф} = \frac{n\lambda_1\,\delta_1 + (n-1)\,\lambda_2\,\delta_2}{n\delta_1 + (n-1)\,\delta_2}. \quad (6.26)$$

В (6.25), (6.26) λ_1 — коэффициент теплопроводности листа толщиной δ_1; $\lambda_2 = \lambda_г + \alpha\delta_2$ ($\lambda_г$ — коэффициент теплопроводности газа между листами; $\alpha = 4c_s \cdot 10^{-8}\varepsilon_{пр}T^3$, где $\varepsilon_{пр} = \frac{1}{2/\varepsilon - 1}$.

6.5. ТЕПЛООБМЕН МЕЖДУ НАГРЕВАТЕЛЕМ И НАГРЕВАЕМЫМ ИЗДЕЛИЕМ В ЭЛЕКТРОПЕЧАХ СОПРОТИВЛЕНИЯ

6.5.1. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ

При рабочих температурах печи выше 600—700° С и отсутствии принудительной циркуляции газа в рабочем пространстве теплоотдача осуществляется преимущественно излучением.

Решение задач теплообмена с использованием ЭВМ приведено в [39, 44].

Если нагреватель сплошной и окружает со всех сторон нагреваемое изделие (рис. 6.10, *а*), теплопередача описывается двумя уравнениями [3]:

$$P_{пол} = c_{12}\,[(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4]\,F_2; \quad (6.27)$$

$$P_{пот} = c_{13}\,[(T_1/100)^4 - (T_3/100)^4]\,F_1; \quad (6.28)$$

здесь $P_{пол}$ — тепловой поток от нагревателя к изделию (полезная мощность); $P_{пот}$ — тепловой поток от нагревателя к футеровке (мощность тепловых потерь футеровки);

$c_{12} = \frac{5{,}67}{\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{F_2}{F_1}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right)}$ — приведенный

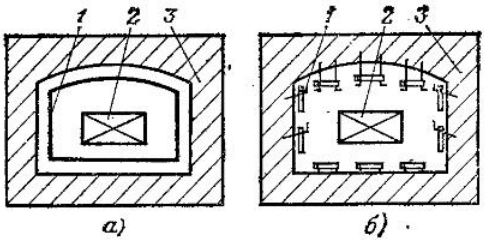


Рис 6.10. Расположение нагревателей в электропечи сопротивления [3].

а — печь со сплошным нагревателем; *б* — печь с нагревателем с нарушенной сплошностью (ленточный зигзаг, подвешенный на крючках).
1 — нагреватель; *2* — изделие; *3* — футеровка.

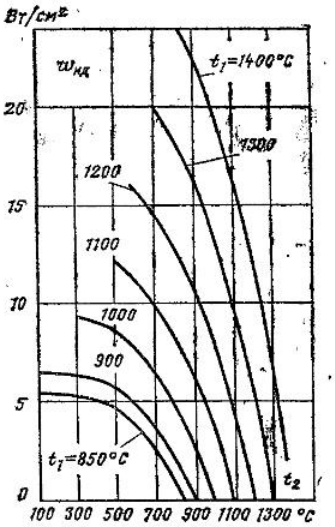


Рис. 6.11. Зависимость удельной поверхностной мощности сплошного нагревателя от его температуры и температуры изделия [3].

коэффициент излучения системы нагреватель — изделие; $c_{13} = \frac{5{,}67}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_3}\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)}$ — приведенный коэффициент лучеиспускания системы нагреватель — футеровка, где F_1, F_2, F_3 — площади поверхностей нагревателя, изделия и футеровки; ε_1, ε_2, ε_3 — интегральные коэффициенты теплового излучения нагревателя, изделия и материала футеровки.

С помощью уравнений (6.27) и (6.28) определяются температуры нагревателя $t_1 = t_{нагр.макс}$ и футеровки $t_3 = t_{фут.макс}$, которые сравниваются с допустимой рабочей температурой соответствующих материалов.

Удельная поверхностная мощность сплошного нагревателя при $P_{пот} \approx 0$ равна:

$$w_{ид} = \frac{5{,}67 \cdot 10^{-4}}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}\,[(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4]. \quad (6.29)$$

Для удобства проведения расчетов по (6.45) на рис. 6.11 показана номограмма. По заданной температуре нагрева изделия t_2 температура нагревателя принимается равной

$$t_1 = t_2 + (50 \div 150). \quad (6.30)$$

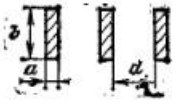
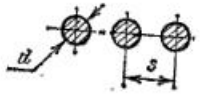
По выбранным значениям температур t_1 и t_2 по номограмме находится значение удельной поверхностной мощности $w_{ид}$, по которой определяется потребная поверхность нагревателя

$$F_1 = P_{нагр}/w_{ид}, \quad (6.31)$$

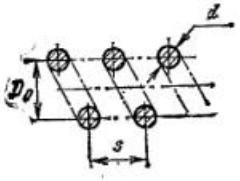
где $P_{нагр} = P_{пол} + P_{пот}$.

Таблица 6.8

Угловые коэффициенты для излучающих нагревателей [3]

Тип нагревателя и его геометрические характеристики	$\varphi_{12н}$	$\varphi_{12нн}$
Ленточный зигзагообразный нагреватель, высота зигзага B, расстояние между соседними зигзагами D 	$\frac{a+b+d-\sqrt{b^2+d^2}}{2(a+b)}$	$\frac{b+B+D-\sqrt{b^2+D^2}}{b+B}$
Плоский ленточный зигзагообразный нагреватель 	$\frac{a+b+d-\sqrt{b^2+d^2}}{2(a+b)}$	$\frac{b+B+D-\sqrt{b^2+D^2}}{b+B}$
Стержневой нагреватель, высота стержня B, расстояние между соседними секциями D 	$\frac{1}{\pi}\left[\frac{s}{d}+\operatorname{arctg}\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}-\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}\right]$	$\frac{b+B+D-\sqrt{d^2+D^2}}{d+B}$

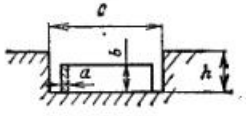
Проволочная спираль, s — расстояние между осями спиралей



s/d	1	1,25	1,5	2	2,5	3	3,5	4
φ	0,2	0,245	0,285	0,34	0,38	0,4	0,415	0,42

s/D_0	1	1,5	2	2,5	3	4
φ	0,7	0,8	0,88	0,92	0,94	0,95

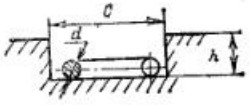
Ленточный зигзагообразный нагреватель в пазу футеровки



$$\frac{a+b+d-\sqrt{b^2+d^2}}{2(a+b)}$$

$$\frac{\sqrt{\left(h-\frac{b}{2}\right)^2+c^2}-\left(h-\frac{b}{2}\right)}{c}$$

Проволочный зигзагообразный нагреватель в пазу футеровки

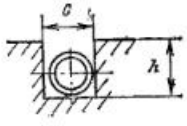


$$\frac{1}{\pi}\left[\frac{s}{d}+\operatorname{arctg}\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}-\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}\right]$$

$$\frac{\sqrt{\left(h-\frac{d}{2}\right)^2+c^2}-\left(h-\frac{d}{2}\right)}{c}$$

s — полушаг зигзага.

Проволочный спиральный нагреватель в пазу футеровки



s/d	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	3,5	4
φ	0,2	0,245	0,285	0,315	0,34	0,38	0,4	0,415	0,42

$$1-\frac{2}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{h-\frac{D_0}{2}}{\frac{D_0}{2}}$$

s — шаг намотки спирали;
D_0 — средний диаметр спирали

Для нагревателя с нарушенной сплошностью — проволочная спираль, ленточный или проволочный зигзаги, стержневой нагреватель (рис. 6.10, *б*) — температуры нагревателя и футеровки печи определяются по выражениям [3]

$$t_1 = t_{\text{нагр.макс}} = 100\sqrt[4]{\frac{P_{\text{нагр}}[(1-\gamma)c_{13}F_{13} + c_{12}F_{12}c_{13}F_{13} + c_{13}F_{13}c_{32}F_{32} + c_{32}F_{32}]}{c_{12}F_{12}c_{32}F_{32}} + \theta_2} - 273; \quad (6.32)$$

$$t_3 = t_{\text{фут.макс}} = 100 \times \sqrt[4]{\frac{P_{\text{нагр}}[(1-\gamma)c_{13}F_{13} - \gamma c_{12}F_{12}]}{c_{12}F_{12}c_{32}F_{32} + c_{13}F_{13}c_{12}F_{12} + c_{13}F_{13}c_{32}F_{32}} + \theta_2} - 273, \quad (6.33)$$

где $\gamma = P_{\text{пот}}/P_{\text{нагр}}$ — коэффициент тепловых потерь футеровки печи; F_{12}, F_{13}, F_{32} — площади взаимных поверхностей излучения нагревателя на изделие, нагревателя на футеровку, футеровки на изделие; c_{32} — приведенный коэффициент излучения системы футеровка — изделие (в расчете принимается $c_{32} \simeq c_{12}$); $\theta_2 = (T_2/100)^4$.

Удельная поверхностная мощность нагревателя с нарушенной сплошностью

$$w = w_{\text{ид}} \frac{c_{12}F_{12}c_{13}F_{13} + c_{13}F_{13}c_{32}F_{32} + F_1[(1-\gamma)c_{12}c_{13}F_{13} + c_{12}F_{12}c_{32}F_{32} + c_{12}c_{32}F_{32}]}{}. \quad (6.34)$$

Выражение (6.34) используется для расчета площади поверхности нагревателя:

$$F_1 = P_{\text{нагр}}/w. \quad (6.35)$$

Площади взаимных поверхностей облучения F_{12}, F_{13}, F_{32} в формулах (6.32)—(6.34) определяются следующим образом:

а) для свободно излучающих нагревателей

$$F_{12} = F_1 \varphi_{12\text{н}} \varphi_{12\text{нн}}; \quad (6.36)$$

б) для нагревателей, расположенных в пазах футеровки,

$$F_{12} = F_1 \varphi_{12\text{н}} \varphi_{12\text{ф}}, \quad (6.37)$$

где $\varphi_{12\text{н}}$, $\varphi_{12\text{нн}}$, $\varphi_{12\text{ф}}$ — коэффициенты облучения (угловые коэффициенты), характеризующие экранирование отдельными гранями нагревателя друг друга, взаимное экранирование соседних нагревателей, экранирование нагревателей футеровкой при расположении нагревателя в пазах футеровки;

$$F_{32} = F_3 - F_{31} = F_3 - F_{13}. \quad (6.38)$$

Из условия симметрии расположения нагревателя в печи относительно футеровки и нагреваемого изделия принимается $F_{13} = F_{12}$.

В табл. 6.8. приведены выражения для расчета коэффициентов облучения часто встречающихся конструкций нагревателей электропечей сопротивления (см. также рис. 2.29—2.31).

6.5.2. ТЕПЛООБМЕН КОНВЕКЦИЕЙ

При расчете коэффициентов теплоотдачи от нагревательных элементов (спирали и зигзага) к газовому потоку рекомендуется использовать зависимости вида

$$\text{Nu} = 0{,}735\text{Re}^{0,46}\,\text{Pr}^{0,33} \quad (6.39)$$

(для $80 < \text{Re} < 1000$);

$$\text{Nu} = 0{,}268\text{Re}^{0,6}\,\text{Pr}^{0,33} \quad (6.40)$$

(для $\text{Re} > 1000$) при определяющей температуре $t_{\text{печ}}$ (температура заполняющего пространства печи).

Выражения (6.39) и (6.40) справедливы для участков свободно обдуваемых спиралей, проволочных и ленточных зигзагообразных нагревателей, не затененных крепежными деталями.

В качестве определяющего размера выбирается: для проволочного нагревателя — диаметр проволоки; для ленточного нагревателя (лента с соотношением сторон 1 : 10) $l = \Pi/(1{,}5\ \pi)$ — широкая сторона сечения вдоль потока; Π — периметр ленты; $l = \Pi/\pi$ — широкая сторона сечения поперек потока. Расчетная скорость определяется в стесненном сечении потока.

Удельная поверхностная мощность нагревателя (плотность теплового потока)

$$w = w_{\text{конв}} + w_{\text{изл}}, \quad (6.41)$$

где $w_{\text{конв}} = \alpha_{\text{конв}}\Delta t$ — конвективная составляющая удельной поверхностной мощности; $\alpha_{\text{конв}}$ — коэффициент теплоотдачи конвекцией от нагревателя к газу (рис. 6.12);

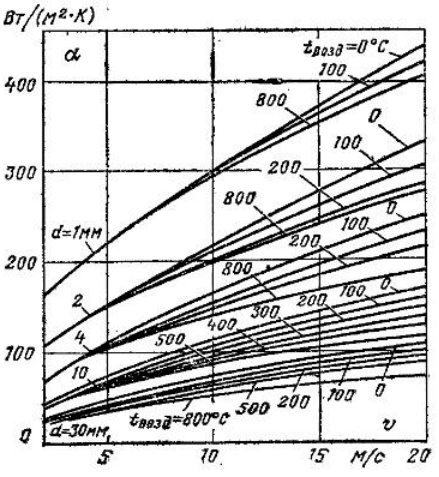


Рис. 6.12. Коэффициент теплоотдачи конвекцией нагревателя и зависимости от скорости поперечного воздушного потока [3] при различных диаметрах нагревателя d.

$\Delta t = t_{нагр} - t_г$ перепад температур между нагревателем и газом; $w_{изл}$ — лучистая составляющая удельной поверхностной мощности.

Расчет теплоотдачи от газового потока к загрузке печи затруднен многообразием типов загрузок и сложностью учета специфики конструкции печи.

Расчеты, выполненные по формулам, составленным для одиночных изделий, приводят к занижению значений коэффициента теплоотдачи α, так как не учитывают интенсификации теплообмена, обусловленной наличием турбулизаторов.

В системе, состоящей из n турбулизаторов [23]:

$$Nu_{\Sigma} = Nu + \sum_{i=1}^{n} Nu_{mi}, \qquad (6.42)$$

где $Nu = f(Re;\ Pr)$ — число Нуссельта, рассчитанное при отсутствии дополнительной турбулизации набегающего потока;

$$Nu_{mi} = c_{1i}\, c_{2i}\, \overline{Re}\, Pr^{1/3};$$

здесь c_{1i} — коэффициент, учитывающий эффект установки в потоке i-го турбулизатора: $c_{1i} = 2 \cdot 10^{-3}\, \xi_{мi} R_i^3$; c_{2i} — коэффициент, учитывающий снижение влияния i-го турбулизатора за счет влияния дополнительных сопротивлений:

$$c_{2i} = \left[1 + \left(10\xi_i + 2\sum_{j=1}^{i-1} \xi_{мj} R_j^2\right)^2\right]^{-1};$$

$\xi_м$ — коэффициент местного сопротивления турбулизатора, определяемый по скорости, отнесенной к свободному сечению канала, где расположено нагреваемое тело; $\xi_i = \varphi(\overline{Re};\ l/d)$ — коэффициент сопротивления по длине канала l с гидравлическим диаметром d; R — коэффициент, зависящий от типа турбулизатора [23].

Тип турбулизатора	R
Поворот потока на 180°	1,06
Поворот потока на 90°	1,34
Слияние потоков	0,92
Внезапное сужение	1,12
Решетка из листа с высверленными отверстиями или диафрагмами	$1 - f_м/f_0$
Ряд труб	$1{,}4(1 - f_м/f_0)$

Здесь $f_м/f_0$ — отношение площади турбулизатора к площади поперечного сечения канала, в котором он расположен.

Числа Нуссельта для поперечно обтекаемых изделий могут быть рассчитаны по выражениям [23]:

1) для тел сферической формы

$$Nu = \left[2 + 0{,}5\left(\frac{1}{1 - 0{,}95q_0}\,Re\right)^{1/2} + 0{,}036\left(\frac{1}{1 - 0{,}95q_0}\,Re\right)^{2/3} Pr^{1/3}; \qquad (6.43)\right.$$

2) для тел цилиндрической формы при $q_0 < 0{,}6$

$$Nu = \left[0{,}408\left(1 + 1{,}18q_0^3\right) Re^{0,5} + 0{,}058\left(1 + 1{,}18q_0^3\right)^{1,4} Re^{0,7}\right] Pr^{0,37}; \qquad (6.44)$$

при $q_0 > 0{,}6$

$$Nu = \left[0{,}408\left(1 + 1{,}18q_0^3\right) Re^{0,5} + 0{,}042\left(1 + 1{,}18q_0^3\right)^{1,4} Re^{0,7}\right] Pr^{0,37}, \qquad (6.45)$$

где $q_0 = 1 - v/v_г$ — параметр, характеризующий заполненне сечения телами, для которых рассчитывается теплообмен; v и $v_г$ — скорости газа в свободном и заполненных сечениях.

Число Нуссельта для продольно обтекаемых тел, исключая входные участки, определяемые по формулам, приведенным в § 2.6.

При расчете коэффициентов теплоотдачи в засыпках рекомендуется использовать формулы В. Н. Тимофеева [25]:

$$Nu = 0{,}106Re \text{ при } 20 < Re < 200; \qquad (6.46)$$

$$Nu = 0{,}61\, Re^{0,67} \text{ при } Re > 200, \qquad (6.47)$$

где $Re = v_{гм}\sqrt{f}/\mu$ — число Рейнольдса; $Nu = \alpha\sqrt{f}/\chi$ — число Нуссельта; f — площадь тепловоспринимающей поверхности изделия; $v_{г.м}$ — массовая скорость газа, отнесенная к полной площади поперечного сечения канала; μ — динамический коэффициент вязкости газа.

6.5.3. ТЕПЛООБМЕН ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ

В этом случае нагреватели, представляющие собой либо проволочные спирали, либо проволочные или ленточные зигзаги, замурованные в керамическую массу, находятся в непосредственном контакте с нагреваемым телом. Теплопроводность керамической массы ограничивает значение мощности, передаваемой от нагревателя к изделию.

Для расчета теплоотдачи от нагревателя может быть использована схема теплопередачи через бесконечную стенку [3], и тепловой поток от нагревателя

$$P = \frac{2\lambda\,(t_1 - t_2)}{S}\,F, \qquad (6.48)$$

где λ — теплопроводность обмуровочной керамической массы; t_1 — температура нагревателя; t_2 — температура наружной поверхности обмуровки; F — площадь поверхности обмуровки; S — толщина обмуровки.

Удельная поверхностная мощность нагревателя, Вт/см², в общем случае равна

$$w = \frac{\lambda\,(t_1 - t_2)}{S} \cdot 10^{-4}. \qquad (6.49)$$

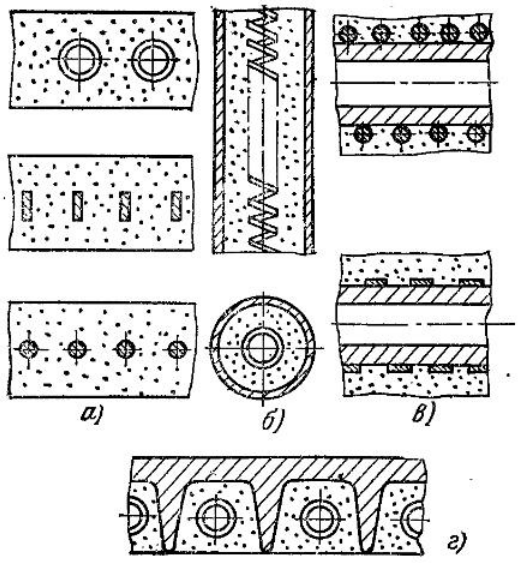


Рис. 6.13. Конструкции нагревателей с теплоотдачей теплопроводностью.

а — плоские симметричные и несимметричные; *б* — трубчатые спиральные; *в* — трубчатых и муфельных печей; *г* — конфорки электроплиты.

Многообразие форм нагревательных элементов можно свести к четырем наиболее распространенным (см. рис. 6.13, *а—г*); для них применимы выражения (6.48) и (6.49), если учесть переходные коэффициенты, методика расчета которых приведена в [3].

6.6. ИНФРАКРАСНЫЙ НАГРЕВ

6.6.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ОСНОВНЫЕ ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ

Инфракрасным нагревом (*ИК*) принято называть эффект глубинного прогрева материала при заданной интенсивности тепловыделения по его толщине, возникающий при лучистом нагреве полупрозрачных, селективно поглощающих излучение материалов. Управление спектром излучателя осуществляется заданием его температуры.

Основными областями применения ИК-нагрева являются:

1) сушка лакокрасочных и полимерных покрытий;

2) сушка дерева, бумаги, ткани, кожи, зерна, керамики, пищевых продуктов и термообработка бетонных изделий;

3) нагрев пластмасс под обработку давлением;

4) обогрев вагонов, цистерн и другого оборудования для борьбы со смерзанием груза;

5) обогрев помещений и избирательный обогрев людей вие помещений;

6) приготовление пищевых продуктов.

6.6.2. ХАРАКТЕРИСТИКА ИК-ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Излучатель состоит из источника ИК-излучения определенного спектра частот и отражателя, направляющего излучение на нагреваемый объект.

Согласно классификации, принятой в странах СЭВ, ИК-излучатели принято разделять на три группы:

1) высокотемпературные ($t_{раб} \geqslant \geqslant 1500°$ С); максимум излучения располагается в диапазоне длин волн от 0,78 до 1,8 мкм. К ним относятся инфракрасные зеркальные лампы накаливания типа ИКЗ, ИКЗК, кварцевые трубчатые вольфрамо-галогенные лампы накаливания типа КИ-220-1000 и т. п.;

2) среднетемпературные ($450 \leqslant t_{раб} \leqslant \leqslant 1500°$ С); максимум излучения лежит в диапазоне длин волн свыше 1,8 мкм. К ним относятся кварцевые и стеклянные трубчатые излучатели, керамические и металлические излучатели с нагревательными спиралями из нихрома;

3) низкотемпературные ($t_{раб} \leqslant 450°$ С). К ним относятся металлические и керами-

Таблица 6.9

Основные характеристики инфракрасных зеркальных ламп накаливания типов ИКЗ и ИКЗК [26]

Тип лампы-излучателя	Номинальные электрические параметры		Основные размеры, мм			Срок службы, ч	Тип цоколя	Стоимость, руб.
	Напряжение, В	Мощность, Вт	Диаметр колбы	Общая длина лампы	Высота светового центра			
ИКЗ-127-500-1	127	500	127	185	29	5000	Р27/32-2	0,8
ИКЗК-127-500	127	500	127	185	29	5000	Р27/32-2	3,0
ИКЗ-127-500	127	500	180	267	60	5000	Р40/45-1	0,87
ИКЗ-220-250	220	250	127	185	29	5000	Р27/32-2	0,87
ИКЗК-220-250	220	250	127	185	29	5000	Р27/32-2	3,0
ИКЗ-220-500	220	500	180	267	60	5000	Р40/45-1	0,87

Таблица 6.10

Осиовные характеристики трубчатых вольфрамо-галогенных ламп накаливания типа КИ-220 [26]

Тип излучателя	Электрические параметры		Цветовая температура, К	Основные размеры мм		Срок службы, ч	Стоимость, руб.
	Напряжение, В	Мощность, Вт		Длина трубки	Диаметр трубки		
КИ-220-1000	220	1000	2550	305	10	5000	7,4
КИ-220-1300	220	1300	2800	305	10	2500	14
КИ-220-2500-2	220/380	2500/6000	2600/3200	480	10—11	2000/50	10,5
КИ-220-2500-3	220/380	2500/6000	2600/3200	480	10—11	2000/50	10,5

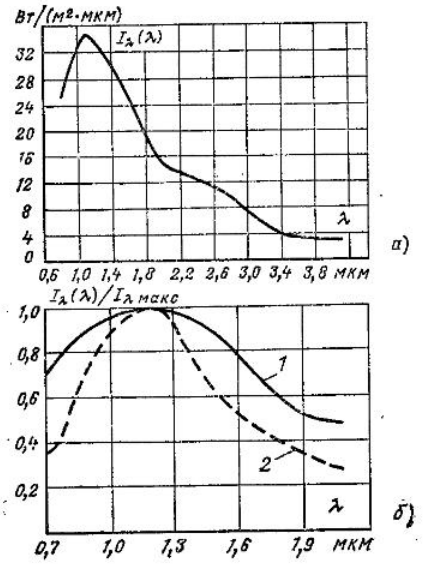


Рис. 6.14. Кривые спектральной интенсивности излучения.

а — лампа КИ-222-1000; *б* — лампы ИКЗ и ИКЗК [26]; *1* — лампа ИКЗ; *2* — лампа ИКЗК.

ческие излучатели с электро- и газовым нагревом.

На рис. 6.14, *а*, *б* приведены кривые спектрального распределения излучения ламп КИ-220-1000, ИКЗ и ИКЗК, а в табл. 6.9 и 6.10 — основные характеристики этих ламп.

6.6.3. ОПТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ

Эффективность ИК-нагрева зависит от оптических характеристик нагреваемого объекта, к которым относятся коэффициенты поглощения A_λ и отражения R_λ в зависимости от длины волны излучения и усредненные (интегральные) значения A и R (см. п. 2.12.1). В табл. 6.11 приведены интегральные значения A и R некоторых лакокрасочных покрытий, полученные экспериментально [1], а на рис. 6.15 — спектральные характеристики ряда материалов.

6.6.4. РАСЧЕТ ПРОЦЕССА ИК-НАГРЕВА

Связь между предельной температурой $t_{макс}$ поверхности, облучаемой ИК-излучением, плотностью потока излучения E_0 и коэффициентом поглощения поверхности A

Таблица 6.11

Оптические характеристики некоторых лакокрасочных покрытий [1]

Марки эмали	R			A					
	Температура источника, °С								
	623	773	2200	623		773		2200	
				Толщина пленки, мкм					
				60	30	60	30	60	30
МЛ-12-02 («белая ночь»)	0,306	0,282	0,347	0,379	0,265	0,352	0,218	0,149	0,168
№ 835 (синяя)	0,336	0,310	0,333	0,254	0,151	0,244	0,145	0,142	0,075
№ 891 (вишневая)	0,250	0,205	0,130	0,371	0,253	0,345	0,231	0,132	0,065
М4-13 (вишневая)	0,362	0,302	0,208	0,346	0,223	0,333	0,512	0,209	0,113
М4-13 (электрик)	0,275	0,285	0,380	0,370	0,180	0,348	0,174	0,242	0,111
ФСХ, № 26 (красная)	0,337	0,280	0,157	0,104	0,052	0,106	0,055	0,126	0,065
ФСХ, № 15 (голубая)	0,395	0,348	0,130	0,142	0,080	0,139	0,069	0,149	0,090
«Грунт» Г-020 (красный)	0,203	0,206	0,293	0,640	0,433	0,618	0,422	0,580	0,580

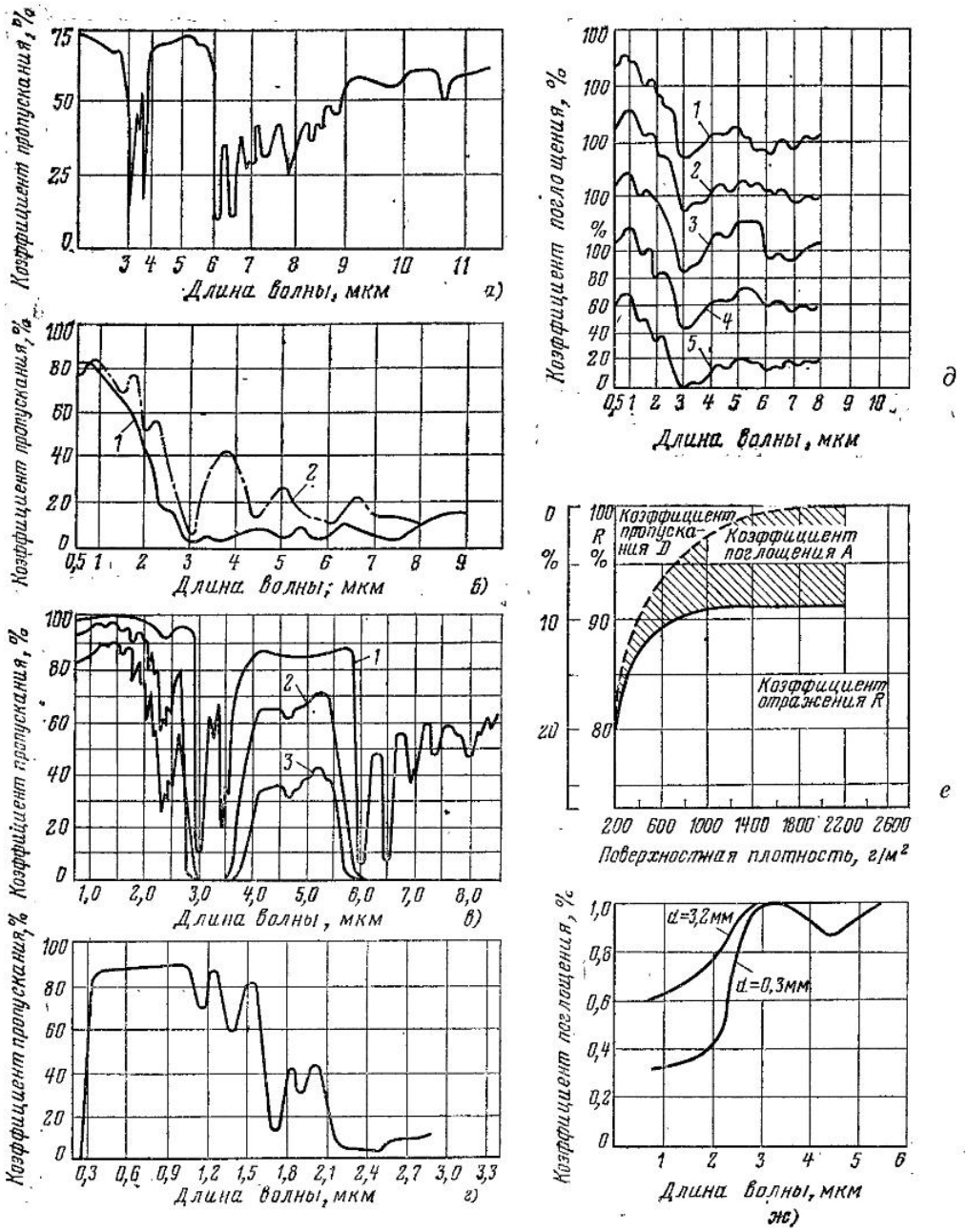


Рис. 6.15. Радиационные характеристики некоторых материалов [27].

а, д, е — коэффициенты пропускания полиамида (нейлона), перлона (толщина слоя: *1* — 0,01; *2* — 0,2; *3* — 0,3 мм) и плексигласа соответственно; *б* — коэффициенты отражения цинковых белил (*1*) и гипса (*2*); *в* — коэффициент отражения тканей: *1* — натуральный шелк; *2* — хлопчатобумажная ткань; *3* — чистая льняная ткань; *4* — вискозная шерсть; *5* — искусственный шелк; *г* — коэффициенты отражения, поглощения и пропускания шерстяной ткани (содержание влаги 15 %); *ж* — коэффициент поглощения полихлорвинила.

выражается формулой [27]

$$t_{\text{макс}} = t_0 + \frac{\overline{A}E_0}{\alpha F}; \qquad (6.50)$$

где t_0 — начальная температура нагрева; α — коэффициент теплоотдачи конвекцией; F — площадь поверхности, участвующая в теплообмене между материалом и окружающей средой (воздухом).

Спектр испускания излучателя выбирается в зависимости от коэффициентов отражения $\overline{R}$, поглощения $\overline{A}$ и пропускания D изделия, значения которых определяют энергию, поглощаемую изделием [1].

При расчете лучистого теплообмена в ЭТУ, использующих ИК-нагрев, необходим учет конвективной составляющей теплоотдачи к воздуху, зависящей от усредненной температуры воздуха, °С:

$$\overline{t}_{\text{возд}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i F_i t_i}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i F_i}, \qquad (6.51)$$

где α_i — коэффициент теплоотдачи от i-го участка рабочего пространства ЭТУ; F_i — площадь i-й теплоотдающей поверхности; t_i — температура i-го участка рабочего пространства.

Время нагрева изделий при нагреве ИК-излучением определяется как для теплотехнически тонкого изделия ($\text{Bi} < 0{,}25$) при преобладании передачи теплоты излучением.

6.7. ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ НАГРЕВ

6.7.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ОСНОВНЫЕ ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ

В ЭТУ, использующих *электронно-лучевой нагрев*, электрическая энергия преобразуется сначала в кинетическую энергию электронного пучка, бомбардирующего нагреваемую поверхность, а затем, при столкновении пучка с поверхностью нагрева, в тепловую. Ускоренные электроны пучка, достигнув поверхности нагрева, внедряются в нее на определенную глубину. При пробеге в веществе электроны взаимодействуют с его кристаллической решеткой, в результате чего возникают возмущения электрических полей микрочастиц, образующих эту решетку. Внешне эти возмущения проявляются как увеличение амплитуды колебаний микрочастиц вещества, т. е. как рост его температуры. Таким образом, основная доля кинетической энергии пучка бомбардирующих электронов превращается в теплоту, разогревающую вещество в области падения на него пучка. Далее теплота распространяется в веществе либо за счет его теплопроводности при нагреве твердого тела, либо за счет теплопроводности и конвекции при нагреве жидких тел (преимущественно расплавленных металлов).

Энергия электронов, применяемых в ЭТУ для нагрева, лежит в пределах от 1 до 200 кэВ.

ЭТУ, использующие электронно-лучевой нагрев применяются для плавки и литья металлов в высоком вакууме; сварки металлов; размерной обработки материалов; термообработки металлического проката; нанесения в вакууме металлических покрытий на прокат.

6.7.2. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОМ НАГРЕВЕ

Глубина проникновения ускоренного электрическим полем электрона в металл, а следовательно, и глубина слоя тепловыделения, определяется плотностью металла и энергией падающего электрона. В пределах энергии электрона от 5 до 100 кэВ ее величина [29]:

$$\delta = 2{,}1 \cdot 10^{-11} U^2/\rho, \qquad (6.52)$$

где δ — глубина проникновения электрона, м; U — ускоряющее электроны напряжение, кВ; ρ — плотность металла, кг/м^3.

Для указанного диапазона применяемых энергий глубина проникновения электронов не превышает десятков микрометров, следовательно, электронный нагрев можно считать чисто поверхностным видом нагрева.

В установившемся тепловом режиме уравнение теплового баланса элемента поверхности, бомбардируемой пучком электронов, имеет вид:

$$P_{\text{эл}} - P_{\text{отр}} - P_{\text{пром}} = P_{\text{тп}} + P_{\text{изл}} + P_{\text{исп}}, \qquad (6.53)$$

или для случая плавки металлов это уравнение запишется как [29]

$$P_{\text{эл}}(1 - k\eta) = \lambda \frac{T_{\text{пов}} - T_{\text{пл}}}{l} + 5{,}67\varepsilon_{\text{ж}} \times \left(\frac{T_{\text{пов}}}{100}\right)^4 + 10r \frac{10^{C - \frac{B}{T_{\text{пов}}}}}{T_{\text{пов}}^{0,5}}, \qquad (6.54)$$

где $P_{\text{эл}}$ — удельная поверхностная мощность электронной бомбардировки; $P_{\text{отр}}$ — потери мощности в результате отражения электронов от поверхности нагреваемого металла; $P_{\text{пром}}$ — потери мощности пучка электронов на пути от источника до нагреваемой поверхности, отнесенные к этой поверхности; $P_{\text{тп}}$ — тепловая мощность, отводимая в глубь нагреваемого металла теплопроводностью от поверхностного слоя; $P_{\text{изл}}$, $P_{\text{исп}}$ — потери тепловым излучением и за счет испарения металла с нагреваемой поверхности; k, η, $\varepsilon_{\text{ж}}$ — относительная энергия отраженных электронов,

Таблица 6.12

Температура нагрева металлов электронной бомбардировкой [29] и константы испарения металлов [30]

Металл	Температура плавления $T_{пл}$, К	Температура кипения $T_{кип}$, К	Максимально-достижимая температура поверхности $T_{пов}$, К (из условия $P_{изл} = P_{исп}$)	Реальнодостижимая температура поверхности, К	Константы испарения	
					$B \cdot 10^{-3}$	C
Железо	1812	3045	2200	2180	19,97	9,08
Цирконий	2125	4600	3500	3230	30,26	9,08
Ниобий	2675	5115	3780	3600	40,4	11,12
Молибден	2890	5100	3940	3560	30,85	8,40
Вольфрам	3650	5645	5125	—	40,68	9,30
Ураи	1406	4135	2980	—	23,31	8,54
Титан	1980	3340	2470	—	23,23	9,11

коэффициент их отражения и коэффициент теплового излучения жидкого металла:

Металл	k	η	$\varepsilon_ж$
Титан	0,23—0,24	0,34	0,4
Железо	0,26	0,36	0,4—0,5
Медь	0,27—0,28	0,37	0,15
Цирконий	0,33	0,41	0,30
Ниобий	0,34	0,41	0,31
Молибден	0,34—0,37	0,41	0,32
Таитал	0,43—0,44	0,43	0,33
Вольфрам	0,43—0,45	0,43	0,36
Рений	0,45	0,43	0,37

$T_{пов}$, l — температура поверхности нагреваемого металла и глубина жидкой фазы [29]:

Металл	Удельная поверхностная мощность бомбардировки $p_{эл} \cdot 10^3$, кВт/м²	Глубина жидкой фазы l, м
Железо	8	0,0400—0,050
	10	0,045—0,055
	12	0,050—0,060
Ниобий	8—12	0,015—0,017
Молибден	9—13	0,010—0,012

r, C, B — теплота и константа испарения (табл. 6.12).

С ростом мощности, подводимой к нагреваемой поверхности, увеличиваются потери энергии пучка в промежуточной среде $P_{пром}$, что ограничивает дальнейшее повышение температуры поверхности металла, нагреваемой пучком.

6.8. ПЛАЗМЕННЫЙ НАГРЕВ

6.8.1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ

Плазмотроны—электротермические установки, генерирующие потоки ионизированного газа — плазмы за счет энергии электрической дуги или электромагнитного поля высоких и сверхвысоких частот. Основные схемы плазмотронов, наиболее часто применяемые на практике, показаны на рис. 6.16.

Установки плазменного нагрева применяются в металлургической и химической промышленности, сварке и резке, физических исследованиях, а также в некоторых технологических процессах, например, получении мелкодисперсных порошков и выращивании монокристаллов.

Описание работы плазмотрона и его расчет состоит в совместном рассмотрении процессов электродинамики, газодинамики, тепло- и массообмена и решении соответствующих уравнений.

Основными задачами теплообмена в дуговых плазмотронах являются определение характеристик электрической дуги, зависящих от теплообмена дуги и потока газа, определение тепловых потерь в элементах конструкции.

6.8.2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ БАЛАНС ДУГОВОГО ПЛАЗМОТРОНА

В дифференциальной форме энергетический баланс единицы длины столба дуги (уравнение Эленбааса — Геллера) записывается так:

$$\sigma E^2 = w_{изл} + \rho c v \operatorname{grad} t + \operatorname{div} \lambda \operatorname{grad} t, \quad (6.55)$$

где σ — электропроводность; ρ — плотность; c — теплоемкость; v — скорость; λ — теплопроводность плазмы; t — температура; E — напряженность электрического поля; $w_{изл}$ — мощность излучения единицы длины дуги.

Для плазмотрона с осевой стабилизацией дуги (рис. 6.16, *а—г*) уравнение энергетического баланса имеет вид:

$$P_д = P_{пол} + P_{изл} + P_{конв} + P_{эл}, \quad (6.56)$$

где $P_д$ — мощность электрической дуги; $P_{пол}$ — полезная мощность, идущая на нагрев газа; $P_{изл}$ — мощность потерь излучением, которая при давлениях, близких к атмосферному, оценивается в 5—10% от $P_д$ и растет с увеличением температуры и давления (рис. 6.17) (в инженерных расчетах $P_{изл}$ обычно не учитыва-

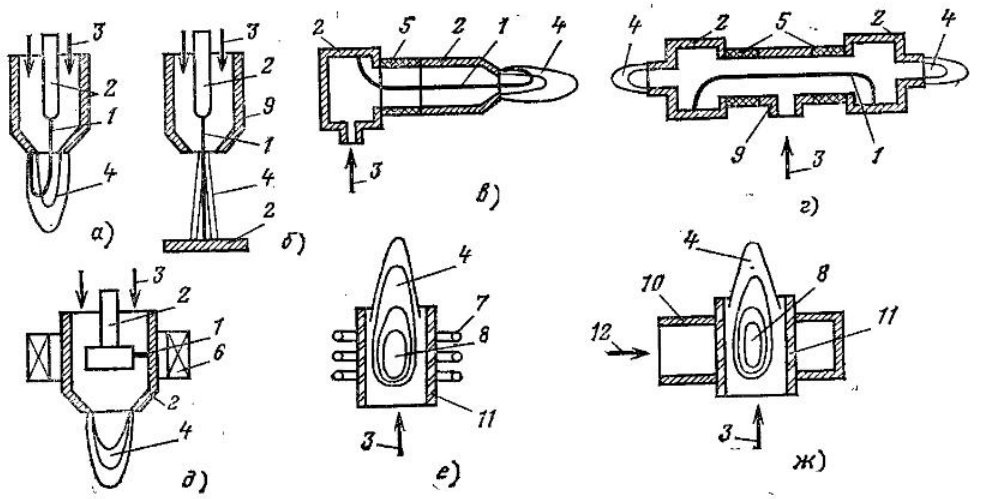


Рис. 6.16. Типы плазмотронов.

Плазмотроны с осевой стабилизацией дуги: *а* — со штыревым катодом и дугой, замыкающейся на сопло; *б* — то же с вынесенной дугой; *в* — однокамерный; *г* — двухкамерный (с двусторонним истечением плазмы); плазмотроны с газовым потоком, пересекающим дугу; *д* — с коаксиальными электродами; *е* — высокочастотный; *ж* — сверхвысокочастотный; *1* — дуга; *2* — электроды; *3* — поток газа; *4* — факел плазмы; *5* — изоляционная вставка; *6* — катушка для создания магнитного поля; *7* — индуктор; *8* — ВЧ или СВЧ-разряд; *9* — корпус; *10* — волновод; *11* — кварцевая трубка; *12* — подвод СВЧ-энергии.

ется); $P_{конв}$ — мощность конвективных потерь в стенку плазмотрона:

$$P_{конв} = \mathrm{St}\,\rho\,(h_0 - h_{ст})\,F; \qquad (6.57)$$

здесь $h_{ст}$ и h_0 — энтальпия газа при температуре стенки и энтальпия торможения; F — площадь поверхности стенки; $\mathrm{St} = \alpha/(c\rho v)$ — число Стантона (α — коэффициент теплоотдачи от потока газа к стенке); $P_{изл}$ — мощность тепловых потерь в электрод. Эта величина представляет интерес с точки зрения стойкости электродов и, следовательно, ресурса работы плазмотрона. Для плазмотроиов с длинной дугой ее вклад в энергетический баланс невелик.

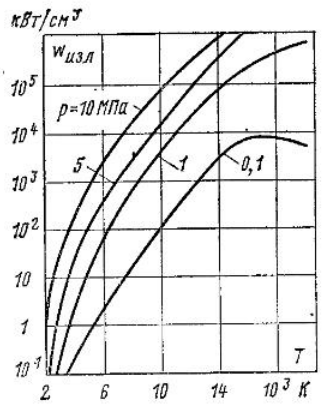


Рис. 6.17. Зависимость объемной мощности излучения равновесного воздуха от температуры и давления [1].

Число St или коэффициент теплоотдачи α в (6.57) можно определить по следующим формулам:

для турбулентного потока [1]

$$\mathrm{St} = 0{,}021\mathrm{Re}^{-0,2}\,\mathrm{Pr}^{-0,6}; \qquad (6.58)$$

для потоков газа со сверхзвуковыми скоростями и высокими градиентами температур [34]

$$\mathrm{Nu} = 0{,}021\,\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{0,43}\,(T_г/T_0)^{0,33}; \qquad (6.59)$$

для анода плазмотрона (см. рис. 6.16, *в*) [34]

$$\mathrm{St} = (8{,}87 - 0{,}611\cdot 10^{-3}\,\mathrm{Re})(3{,}4d/l + 0{,}32)\times$$
$$\times\, 10^{-3}\exp\left(0{,}923\cdot 10^{-2}\,P_д/(Gh_0)\right), \qquad (6.60)$$

где T_0, $T_г$ — температура торможения и термодинамическая температура газа; d и l — диаметр и длина анода плазмотрона; G — массовый расход газа; h_0 — энтальпия торможения; $P_д$ — мощность дуги.

Тепловой КПД плазмотронов определяется многими факторами, в том числе мощностью и энтальпией газа на выходе, конструкцией плазмотрона, родом газа и т. д.

В [33] приведены зависимости для теплового КПД однокамерного и двухкамерного плазмотронов (рис. 6.16, *в*, *г*) на постоянном и переменном токе при использовании в качестве рабочего газа воздуха и водорода:

для воздуха

$$(1-\eta)/\eta = 5{,}82\cdot 10^{-5}\,[\,I^2/(Gd)]^{0{,}265}\times \times (G/d)^{0{,}265}(pd)^{0{,}3}(l/d)^{0{,}5}; \quad (6.61)$$

для водорода

$$(1-\eta)/\eta = 6{,}54\cdot 10^{-8}(I^2/(Gd))^{0{,}2}(G/d)^{-0{,}2}\times \times (pd)^{0{,}98}(l/d)^{1{,}38}, \quad (6.62)$$

где I — ток, А; G — массовый расход газа, кг/с; l — длина дуги, м; d — диаметр канала, м; p — давление, Па.

Формула (6.74) справедлива при

$$I^2/(Gd) = 5\cdot 10^6 \div 5\cdot 10^9\ А^2\cdot с/(кг\cdot м);$$

$$G/d = 0{,}5 \div 56\ кг/(с\cdot м);$$

$$pd = 10^3 \div 8\cdot 10^5\ Н/м; \quad l/d = 5 \div 40.$$

6.8.3. ТЕПЛООБМЕН НА ЭЛЕКТРОДАХ

Ресурс работы плазмотрона определяется стойкостью электродов, которые работают в тяжелом температурном режиме и разрушаются вследствие испарения и эрозии. Кроме того, плазма загрязняется материалом электродов.

Массовое содержание примесей в плазмотронах с осевой стабилизацией дуги при изготовлении электродов из меди составляет примерно 0,2%, из торированного вольфрама — до 0,5 и из угля — до 5% [1].

Для медных водоохлаждаемых электродов тепловой поток в электрод не должен превышать 5—10 кВт/см², тогда как плотность теплового потока в дуговом пятне достигает 100—1000 кВт/см² [34].

Снижение плотности теплового потока (потерь) в электрод достигается путем принудительного движения электродного пятна дуги за счет газового потока (скорости — десятки м/с) или внешнего магнитного поля (скорости — сотни м/с).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Электротермическое** оборудование. Справочник/Под ред. А. П. Альтгаузена, М. Я. Смелянского, М. А. Шевцова. — М.: Энергия, 1967.—487 с.

2. **Elektrowärme.** Theroie und Praxis. — Essen: Verlag W. Girardet, 1974. — 902 S.

3. **Свенчанский А. Д.** Электрические промышленные печи. Часть первая. Электрические печи сопротивления. — 2-е изд.— М.: Энергия, 1975.—384 с.

4. **Свенчанский А. Д., Смелянский М. Я.** Электрические промышленные печи. Часть вторая. Дуговые печи. — М.: Энергия, 1970.—264 с.

5. **Высокочастотная** электротермия. Справочник/Под ред. А. В. Донского. — М. — Л.: Машиностроение, 1965.—564 с.

6. **Шамов А. Н., Бодажков В. А.** Проектирование и эксплуатация высокочастотных установок. — Л.: Машиностроение, 1974.—280 с.

7. **Кацевич Л. С.** Теория передачи и тепловые расчеты электрических печей.— М.: Энергия, 1977.—304 с.

8. **Roztocil V.** Energiedichte von Elektrowärme—Verfahren. — Elektrowärme Int., 1972, Bd 30, № 6, S. 340—342.

9. **Industrielle** Elektrowärme. — Essen: Verlag W. Girardet, 1968. — 130 S.

10. **Смоляренко В. Д., Кузнецов Л. Н.** Энергетический баланс дуговых сталеплавильных печей — М.: Энергия, 1973.—88 с.

11. **Донской А. В.** Электроэнергетические основы развития электротехнологии в СССР. — Доклад 72 секции 4Б на Всемирном Электротехническом Конгрессе 21—25 июня 1977 г. (Москва). — М.: 1977.—3 с.

12. **Простяков А. А.** Индукционные нагревательные установки. — М.: Энергия, 1970.—120 с.

13. **Рафаловнч И. М.** Теплопередача в печах и аппаратах, работающих на расплавленных средах. — М.: Металлургия, 1972.—216 с.

14. **Дуговые** вакуумные печи и электронные плавильные установки/М. Я. Смелянский, В. А. Бояршинов, К. Д. Гуттерман и др. — М.: Металлургиздат, 1962.— 210 с.

15. **Слухоцкнй А. Е., Рыскнн С. Е.** Индукторы для индукционного нагрева.— Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1974.— 264 с.

16. **Павлов Н. А.** Инженерные тепловые расчеты индукционных нагревателей.— М.: Энергия, 1978.—120 с.

17. **Вологдии В. П.** Поверхностная индукционная закалка. — М.: Оборонгиз, 1977.—291 с.

18. **Яицков С. А.** Ускоренный изотермический индукционный нагрев кузнечных заготовок. — М.: Машгиз, 1962.—95 с.

19. **Затуловский Л. М., Хазанов Э. Е., Полнщук Я. А.** Электротермические установки для выращивания монокристаллов полупроводниковых материалов. — М.: Энергия, 1973.—128 с.

20. **Рубин Г. К.** Электрические печи скоростного нагрева. — М.: Энергия 1969.— 128 с.

21. **Коврев Г. С.** Электроконтактный нагрев при обработке цветных металлов.— М.: Металлургия, 1975.—311 с.

22. **Валеев А. Х., Беляев А. М.** Электроконтактный нагрев стальных заготовок.— М.: Изд-во Информстандартэлектро, 1968.— 36 с.

23. **Смоленскнй Л. А.** Конвективные электропечи. — М.: Энергия, 1972.—167 с.

24. **Кутателадзе С. С., Борншанскнй В. М.** Справочник по теплопередаче.— М. — Л.: Госэнергоиздат, 1959.—414 с.

25. **Чудновский А. Ф.** Теплообмен в дисперсных средах. — М.: Гостехиздат, 1964.—444 с.

26. **Левнтнн И. Б.** Инфракрасная тех-

ника. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1973.—157 с.

27. **Борхерт Р., Юбиц В.** Техника инфракрасного нагрева. — М.: Госэнергоиздат, 1963.—278 с.

28. **Бураковский Т., Гизиньский Е., Саля А.** Инфракрасные излучатели. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1978.—407 с.

29. **Электронные** плавильные печи/Под ред. М. Я. Смелянского. — М.: Энергия, 1971.—167 с.

30. **Дэшман С.** Научные основы вакуумной техники. — М.: Мир, 1964.—715 с.

31. **Экспериментальные** исследования плазмотронов/Под ред. М. Ф. Жукова. — Новосибирск, Наука, Сибирск. отд-ние, 1977.—385 с.

32. **Теория** электрической дуги в условиях вынужденного теплообмена/Под ред. М. Ф. Жукова. — Новосибирск: Наука, Сибирск. отд-ние, 1977.—306 с.

33. **Электродуговые плазмотроны**/Под ред. М. Ф. Жукова. Новосибирск: АН СССР, Сибирск. отд-ние, Ин-т теплофизики. 1977.—48 с.

34. **Теплообмен** в электродуговом нагревателе газа/А. Г. Шашков, Л. Крейчи, В. И. Крылович и др. — М.: Энергия, 1974.—152 с.

35. **Физика** и техника низкотемпературной плазмы/Под ред. С. В. Дресвина.— М.: Атомиздат, 1972.—352 с.

36. **Математическая** модель нагрева теплотехнически массивной садки в методической печи/В. Я. Липов, Ю. К. Мертц, Г. К. Рубин и др. 1972, вып. 5, с. 18—22.

37. **Марченко Н. В., Юсина К. М.** Метод баланса для расчета температурных полей теплотехнически массивных тел.— Тр. ВНИИЭТО, 1973, вып. 6, с. 33—37.

38. **Некоторые** стандартные программы и алгоритмы для решения задач электротермии/Н. М. Кардаш, Н. В. Марченко, М. И. Мосина и др. Труды ВНИИЭТО, 1973, вып. 6, с. 37—40.

39. **Юсина К. М.** Корректность постановки и метод решения одной из типовых задач теплового расчета зональным методом. — Тр. ВНИИЭТО, 1973, вып. 6 с. 40—47.

40. **Игнатов И. И., Марченко Н. В., Юсина К. М.** Экономичный алгоритм реализации на ЭВМ математической модели электропечи сопротивления, предназначенной для нагрева теплотехнически стойких изделий. — Тр. ВНИИЭТО, 1975, вып. 7, с. 61—62.

41. **Марченко Н. В., Фридман Т. С.** Стандартная программа для вычисления собственных значений краевых задач уравнения теплопроводности. — Тр. ВНИИЭТО, 1975, вып. 7, с. 62—64.

42. **Общепромышленные** электропечи непрерывного действия/А. В. Арендарчук, Н. М. Катель, В. Я. Липов, Г. К. Рудин и др. — М.: Энергия, 1977.—248 с.

43. **Методика** расчета на ЭВМ температурных полей водоохлаждаемой стенки кристаллизатора/А. Л. Цикерман, К. М. Юсина, Л. А. Волохонский и др.— Тр. ВНИИЭТО, 1975, вып. 7, с. 110—113.

44. **Рубин Г. К.** О характере тепловых расчетов электропечей сопротивления. — Тр. ВНИИЭТО, 1976, вып. 8, с. 3—5.

45. **О** расчете нестационарных температурных полей в массивных телах/ /А. М. Беляев, А. Х. Валеев, В. М. Мухин и др. — Тр. ВНИИЭТО, 1976, вып. 8, с. 10—12.

46. **Арендарчук А. В., Фельдман И. А.** Программа для расчета на ЭЦВМ нестационарных двумерных температурных полей в электропечах. — Информэлектро, НТС Электротермия, 1977, № 7, с. 1—3.

47. **Комаров Н. С., Немков В. С., Полеводов Б. С.** Моделирование локального индукционного нагрева труб на ЭЦВМ.— Информэлектро, НТС Электротермия, 1976, № 4, с. 21—23.

РАЗДЕЛ СЕДЬМОЙ

ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

7.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ И ПОГРЕШНОСТЯХ

Точность теплотехнических измерений. Определяется точностью измерительного прибора, погрешностями отдельных преобразователей и линий связи, входящих в измерительную систему, особенностями взаимодействия элементов измерительной системы со средой, в которой производятся измерения.

При оценке точности измерительной системы необходимо рассматривать принципы и методы измерения, анализировать условия применения каждого измерительного прибора, преобразователя, вспомогательных устройств и каналов связи с точки зрения возможности искажения результатов измерения.

Классификация погрешностей. *Погрешностью* называется отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины. Погрешность измерения, выраженная в единицах измеряемой величины, называется *абсолютной погрешностью* [1]:

$$\Delta X = X - X_{\text{ист}}, \qquad (7.1)$$

где X — значение, полученное при измерении; $X_{\text{ист}}$ — истинное значение измеряемой величины.

На практике истинное значение неизвестно и вместо него используется действительное значение, которое найдено экспериментально и настолько приближается к истинному, что может быть использовано вместо него. Однако в этом случае можно найти лишь приближенное значение погрешности, ее *оценку:*

$$\Delta \widetilde{X} = X - X_{\text{действ}}. \qquad (7.2)$$

Отношение оценки абсолютной погрешности к действительному значению будет оценкой *относительной* погрешности измерения:

$$\delta \widetilde{X} = \Delta X / X_{\text{действ}}. \qquad (7.3)$$

Погрешности могут быть систематическими, случайными и грубыми. *Систематической* погрешностью называется составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или изменяющаяся по определенному закону при повторных измерениях одной и той же величины. *Случайной* погрешностью называется составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. *Грубой* погрешностью измерения называется погрешность, существенно превышающая ожидаемую при данных условиях.

Разделение погрешностей на систематические и случайные является условным, так как не всегда возможно определить границу между случайным и неслучайным.

Метрологические характеристики средств измерения. *Классом точности* называется обобщенная характеристика средства измерения, определяемая пределами допускаемых основных и дополнительных погрешностей, а также другими свойствами средств измерений, влияющими на точность. Класс точности средств измерений характеризует их свойства в отношении точности, но не является непосредственным показателем точности измерений, выполняемых данным средством. Например, для измерительного прибора класса точности 1,5 предел допускаемой основной погрешности составляет 1,5% диапазона измерения данного прибора, а действительное значение погрешности конкретного прибора может иметь меньшее значение. Класс точности характеризует не только пределы допускаемой основной погрешности, но и пределы допускаемых изменений показаний; например, для потенциометра эти пределы зависят от внешних магнитных полей, температуры, напряжения и частоты питающего тока и других величин. Применение средств измерения при нормальных условиях характеризуется *основной погрешностью,* а при их изменении— *дополнительной погрешностью* (изменением показаний), которая нормируется в рабочей области значений *влияющих величин.*

Существуют два метода оценки погрешностей измерительной системы:

1. Определение предела погрешности измерительной системы по пределам допускаемых основных и дополнительных погрешностей средств измерений, входящих в эту систему, определяемым их классом точности. Предел погрешности системы может быть оценен арифметической суммой пределов допускаемых значений погрешностей отдельных средств измерений, входящих в систему. Полученная таким образом оценка фактически будет характеризовать максимально возможное значение погрешности в рабочих условиях измерения. Следует иметь в виду, что ве-

роятность появления такой погрешности практически близка к нулю.

На практике чаще всего погрешность оценивают как корень квадратный из суммы квадратов пределов допускаемых значений составляющих погрешности. Этот метод строго говоря, может быть применен только с определенными допущениями (составляющие погрешности независимы, имеют однотипный закон распределения и пределы их допускаемых значений соответствуют одинаковым доверительным вероятностям). Если эти допущения не выполняются, он не дает обоснованного значения оценки погрешности.

2. Вероятностно-статистический метод оценки погрешности (см. п. 10.3.2) — определение погрешностей измерительной системы по характеристикам законов распределения погрешностей средств измерения, входящих в состав системы. Этот метод значительно более сложный, для его реализации необходимо знать статистические характеристики средств измерения, но он является более строгим, корректным, позволяющим учесть особенности погрешностей отдельных средств измерения и измерительных систем, и, самое главное, получить оценки погрешностей измерений, близкие к действительным значениям. В настоящее время этот метод внедряется в практику технических измерений.

Согласно ГОСТ 8.009-72 с изменениями 1976 г. при использовании вероятностно-статистического метода оценки погрешности нормируются следующие метрологические характеристики средств измерений данного типа:

для систематической составляющей погрешности Δ_c: 1) предел допускаемого значения $\Delta_{cд}$; 2) математическое ожидание $M(\Delta_c)$ и среднее квадратичное отклонение (с. к. о.) $\sigma(\Delta_c)$;

для случайной составляющей $\overset{\circ}{\Delta}$ погрешности данного типа: 1) предел допускаемого значения с. к. о. $\sigma_д(\overset{\circ}{\Delta})$; 2) нормализованная автокорреляционная функция $r_{\overset{\circ}{\Delta}}(\lambda)$ или спектральная плотность $S_{\overset{\circ}{\Delta}}(\omega)$;

для погрешности Δ: 1) предел допускаемого значения $\Delta_д$; 2) предел допускаемого значения $\Delta_д$ математическое ожидание $M(\Delta)$ и с. к. о. $\sigma(\Delta)$.

Все эти характеристики должны указываться в нормативно-технической документации на средства измерения.

Экспериментальная оценка статистических характеристик средств измерения. В соответствии с ГОСТ 8.009-72 оценку проводят следующим образом [2]:

1. Определяют систематическую составляющую погрешности конкретного экземпляра прибора в точке X диапазона измерения:

$$\Delta_c = \frac{1}{2}(\bar{\Delta}_м + \bar{\Delta}_б), \qquad (7.4)$$

где

$$\bar{\Delta}_м = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_{мi}; \quad \bar{\Delta}_б = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_{бi};$$

n — число опытов при определении $\Delta_м$ или $\Delta_б$; $\Delta_{мi}$, $\Delta_{бi}$ — i-е значение погрешности при подходе к точке X со стороны меньших или больших значений.

2. Определяют вариацию $\tilde{b} = |\bar{\Delta}_м - \bar{\Delta}_б|$.

3. Находят оценку математического ожидания систематической составляющей погрешности приборов данного типа по значениям, полученным для каждого экземпляра прибора:

$$\tilde{M}(\Delta_c) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\tilde{\Delta}_{ci}, \qquad (7.5)$$

где k — число исследованных приборов; $\tilde{\Delta}_{ci}$ — оценка систематической составляющей погрешности i-го прибора.

4. Проводят оценку с. к. о. систематической составляющей погрешности приборов данного типа по формуле

$$\tilde{\sigma}(\Delta_c) = \sqrt{\frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k}\left(\tilde{\Delta}_{ci} - \tilde{M}(\Delta_c)\right)^2}. \qquad (7.6)$$

5. Затем проводят оценку с. к. о. случайной составляющей погрешности в точке X диапазона измерения конкретного прибора данного типа по формуле

$$\tilde{\sigma}(\overset{\circ}{\Delta}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\Delta_{мi} - \bar{\Delta}_м)^2 + \sum_{i=1}^{n}(\Delta_{бi} - \bar{\Delta}_б)^2}{2n-1}}. \qquad (7.7)$$

6. Определяют значение нормализованной автокорреляционной функции

$$\tilde{r}_{\overset{\circ}{\Delta}}(\lambda) = \frac{1}{(n - \lambda/T_0)\tilde{D}(\overset{\circ}{\Delta})} \times \sum_{i=1}^{n-\lambda/T_0}(\Delta_i - \bar{\Delta})(\Delta_{i+\lambda/T_0} - \bar{\Delta}), \qquad (7.8)$$

где n — число отсчетов погрешности при определении автокорреляционной функции; T_0 — интервал времени между двумя последовательными отсчетами; $\bar{\Delta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\times$ $\times\Delta_i$; Δ_i — i-я реализация (отсчет) погрешности (для средств измерений, допускаю-

щих плавное изменение входной величины, отсчеты Δ_i проводят при подходе к данной точке диапазона измерения только с одной стороны);

$$\widetilde{D}\left(\overset{\circ}{\Delta}\right)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\Delta_i-\overline{\Delta})^2.$$

Следует заметить, что автокорреляционная функция определяется по точкам для дискретных значений аргумента λ. Интервал времени, в течение которого проводится n отсчетов при определении $r_{\overset{\circ}{\Delta}}(\lambda)$, равен $T=(n-1)T_0$, где интервал времени T_0 должен удовлетворять неравенству $\lambda_{макс}/n<T\ll\lambda_1$; здесь $\lambda_{макс}$—верхний предел диапазона аргумента λ, в котором определяется $r_{\overset{\circ}{\Delta}}(\lambda)$; λ_1 — первое, после нулевого, значение λ.

Математическое ожидание погрешности для средств измерений при нормальных условиях вычисляют по выражению [3];

$$M(\Delta)=M(\Delta_c). \qquad (7.9)$$

Если условия эксплуатации средств измерения отличаются от нормальных, то

$$M(\Delta)=M(\Delta_c)+\Psi(\xi), \qquad (7.10)$$

где $\Psi(\xi)$ — функция влияния на результаты измерения физической величины ξ, не измеряемой данным средством измерения.

Среднее квадратичное отклонение погрешности средств измерений данного типа

$$\sigma(\Delta)=\sqrt{\sigma^2(\Delta_c)+\sigma_д^2\left(\overset{\circ}{\Delta}\right)+\frac{1}{12}b_д^2}, \qquad (7.11)$$

где значения $\sigma_д$ и $b_д$ берут из нормативно-технической документации.

В ряде случаев влияющие величины изменяют значение с. к. о. случайной составляющей погрешности средств измерений и его вариацию. В этом случае выражение для погрешности имеет следующий вид:

$$\sigma(\Delta)=\sqrt{\sigma^2(\Delta_c)+\left[\sigma_д\left(\overset{\circ}{\Delta}\right)+\Psi_b(\xi)\right]^2+\frac{1}{12}\left[b_д+\Psi_b(\xi)\right]^2}, \qquad (7.12)$$

где $\Psi_\sigma(\xi)$ и $\Psi_b(\xi)$ — соответствующие функции влияния физической величины ξ на с. к. о. случайной составляющей погрешности $\sigma\left(\overset{\circ}{\Delta}\right)$ средств измерений и на его вариацию b.

При расчете погрешностей измерительных систем, как правило, необходимо учитывать влияние нескольких случайных и неслучайных величин. Если система описывается суммой случайных и неслучайных погрешностей, то математическое ожидание этой суммы будет равно сумме математических ожиданий случайных погрешностей и значений неслучайных погрешностей [4]:

$$M(\Delta_1+\Delta_2+\ldots+\Delta_n+C_1+C_2+\ldots+C_m)=M(\Delta_1)+M(\Delta_2)+\cdots+M(\Delta_n)+C_1+C_2+\cdots+C_m. \qquad (7.13)$$

Это выражение справедливо как для зависимых, так и для независимых величин.

Если случайные погрешности независимы в статистическом смысле, т. е. вероятность появления одной погрешности не зависит от вероятности появления другой погрешности, то дисперсия суммы случайных и неслучайных погрешностей определяется суммой дисперсий случайных погрешностей:

$$D(\Delta_1+\Delta_2+\ldots+\Delta_n+C_1+C_2+\cdots+C_m)=D(\Delta_1)+D(\Delta_2)+\cdots+D(\Delta_n), \qquad (7.14)$$

так как дисперсия неслучайной величины равна нулю: $D(C)=0$.

Дисперсия суммы зависимых случайных погрешностей

$$D\left(\sum_{i=1}^{n}\Delta_i\right)=\sum_{i=1}^{n}D(\Delta_i)+2\sum_{i<j}K_{ij}, \qquad (7.15)$$

где K_{ij} — корреляционный момент величин Δ_i и Δ_j. Знак $i<j$ под суммой обозначает, что суммирование распространяется на все возможные попарные сочетания случайных величин $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$.

Если погрешность измерительной системы определяется произведением двух случайных и одной неслучайной составляющих, то математическое ожидание погрешности системы

$$M(\Delta_1\Delta_2C)=CM(\Delta_1)M(\Delta_2)+CK_{1,2}. \qquad (7.16)$$

Дисперсия произведения независимых случайных погрешностей, которые являются центрированными случайными величинами, равна произведению их дисперсий:

$$D(\Delta_1\Delta_2)=D(\Delta_1)D(\Delta_2). \qquad (7.17)$$

Центрированной случайной величиной Δ, соответствующей величине X, называется отклонение случайной величины X от ее математического ожидания:

$$\Delta=X-M(X).$$

Если у произведения имеется еще неслучайный сомножитель, то

$$D(C\Delta_1\Delta_2)=C^2D(\Delta_1)D(\Delta_2). \qquad (7.18)$$

В технических измерениях и в лабораторной практике часто встречаются *косвенные измерения*, когда определяемый параметр является функцией нескольких случайных аргументов:

$$Y=f(X_1, X_2, \ldots, X_n). \qquad (7.19)$$

Если эта функция во всем диапазоне практически возможных значений аргументов может быть с достаточной для практики точностью линеаризована, то

$$Y \approx f\left(m_{X_1},\ m_{X_2},\ \ldots,\ m_{X_n}\right) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial X_i} \Delta_{X_i}. \qquad (7.20)$$

Математическое ожидание такой функции

$$M(Y) = f\left(m_{X_1},\ m_{X_2},\ \ldots,\ m_{X_n}\right); \qquad (7.21)$$

дисперсия

$$D(Y) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)^2 D(X_i) + 2 \sum_{i<j} \left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial X_j}\right) K_{X_i X_j}, \qquad (7.22)$$

где $D(X_i)$ — дисперсия случайной величины X_i; $K_{X_i X_j}$ — корреляционный момент величин X_i и X_j.

Знак $i<j$ под суммой означает, что суммирование распространяется на все возможные попарные сочетания случайных величин $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$. Если аргументы $X_1, X_2, \ldots, X_n$ независимы, то

$$D(Y) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)^2 D(X_i), \qquad (7.23)$$

откуда с. к. о. косвенных измерений

$$\sigma(Y) = \sqrt{D(Y)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\partial f}{\partial X_i}\sigma(X_i)\right]^2}. \qquad (7.24)$$

Погрешность типа средств измерения и погрешность измерительной системы являются случайными, поэтому для их определения необходимо найти интервалы, в котором с определенной вероятностью находятся эти погрешности. В общем виде оценка интервала, в котором находится погрешность Δ, имеет вид [6]:

$$M(\Delta) - K_\gamma \sigma_\Delta \leqslant \Delta \leqslant M(\Delta) + K_\gamma \sigma_\Delta, \qquad (7.25)$$

где K_γ — коэффициент, определяемый законом распределения погрешности Δ и заданной вероятностью γ.

Для многих типов средств измерения и измерительных систем имеет место нормальный закон распределения погрешностей. В этом случае коэффициент K_γ можно определить по таблицам нормальной функции распределения $\Phi^*(X)$ (см. табл. 10.1) для заданной вероятности γ, учитывая, что

$$\gamma = \Phi^*(+K_\gamma) - \Phi^*(-K_\gamma). \qquad (7.26)$$

Эта формула позволяет оценить вероятность нахождения погрешности и в несимметричном интервале. Например,

$$\gamma = \Phi^*(B) - \Phi^*(A),$$

где A и B — соответственно нижняя и верхняя границы интервала.

Во многих случаях возникает необходимость определить доверительный интервал оценки результата измерений для ограниченного числа измерений распределенных нормально. В этом случае, если известны оценки математического ожидания $\tilde{M}$ и дисперсии $\tilde{D}$, доверительный интервал для математического ожидания (результата измерений), соответствующий доверительной вероятности γ, можно определить из выражения

$$\tilde{M} - t_\gamma \sigma_\Delta / \sqrt{n} < M < \tilde{M} + t_\gamma \sigma_\Delta / \sqrt{n} \qquad (7.27)$$

или

$$\tilde{M} - t_\gamma \sqrt{\tilde{D}/n} < M < \tilde{M} + t_\gamma \sqrt{\tilde{D}/n}, \qquad (7.27a)$$

где t_γ — коэффициент распределения Стьюдента (табл. 10.2); n — число измерений.

Оценка влияния технологического процесса на результат измерения. Кроме погрешностей измерительных систем на результаты измерения существенное влияние может оказать сам технологический процесс, параметры которого измеряются. Для выяснения этого влияния необходимо:

1. Проанализировать особенности взаимодействия первичного измерительного преобразователя или его чувствительного элемента с измеряемой средой и элементами технологической установки (агрегата), где производятся измерения. В результате этого анализа необходимо установить, отличается ли входной сигнал измерительной системы от действительного значения измеряемого параметра, и если отличается, то по мере возможности необходимо оценить значение этой систематической погрешности, обусловленной применяемым измерительным преобразователем. Эту погрешность часто называют также методической.

2. Проанализировать метрологические характеристики измерительной системы и оценить ее погрешность с учетом условий эксплуатации отдельных ее составляющих по формулам (7.10)—(7.12), (7.21), (7.24).

3. При измерении нестационарных процессов необходимо также анализировать, с одной стороны, динамические погрешности, вызванные несоответствием входного сигнала измерительной системы и действительного значения измеряемого параметра, и, с другой — динамические погрешности измерительной системы. Динамические погрешности измерительной системы, как правило, практически не меняются в процессе эксплуатации и могут быть в боль-

шинстве случаев оценены аналитически или экспериментальным путем. Что касается динамических погрешностей, вызванных особенностями взаимодействия первичного измерительного преобразователя (чувствительного элемента) с измеряемой средой, то оценить их аналитически в большинстве случаев не представляется возможным, а полученные экспериментально значения справедливы только для конкретных условий измерения и конкретных средств измерения.

В технических измерениях необходимо подбирать измерительные преобразователи таким образом, чтобы они не вносили существенных динамических погрешностей. В тех случаях, когда необходимо проводить измерения параметров при наличии существенных динамических погрешностей, целесообразно провести тщательный анализ предполагаемых погрешностей, выбрать соответствующие средства измерения и разработать методику обработки результатов измерения, позволяющую исключить динамическую погрешность. В большинстве случаев такая обработка производится на цифровых ЭВМ. Оценку погрешности измерений в этом случае производят с учетом всех возможных погрешностей, которые имеют место в измерительной системе, в методике обработки результатов измерения, считывании результатов измерения и т. п. [5].

7.2. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

7.2.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ТЕМПЕРАТУРНЫХ ШКАЛАХ

Температура — это физическая величина, которая характеризует степень нагретости тела. Непосредственное измерение температуры невозможно. Существующие методы измерения температуры основаны на использовании однозначной взаимосвязи между температурой и другой физической величиной, измеряемой непосредственно (объем, давление, ЭДС, сопротивление и т. д.).

Для приведения в соответствие значений температуры, измеренной различными средствами измерения в различных точках земного шара, была создана *международная практическая температурная шкала* [7]. Шкала 1968 г. (МПТШ-68) построена таким образом, чтобы измеренная по ней температура была близка к термодинамической температуре (в пределах современной точности измерений, т. е. не зависела от средств измерения). МПТШ основана на II постоянных точках — температурах, присвоенных воспроизводимым состоянием равновесия, и на специально аттестованных интерполяционных приборах. За единицу температуры принят кельвин (К). Допускается применение единицы температуры — градуса Цельсия (°С).

МПТШ-68 установлена для диапазона температур от 13,81 до 6300 К. В интервале температур от 13,81 до 903,89 К МПТШ-68 в качестве эталонного применяют платиновый термометр сопротивления [7]; в области от 630,74 до 1064,43° С — термоэлектрический термометр с электродами из платинородия (10% родия) и платины. Для области температур выше 1337,58 К (1064,43° С) температуру определяют в соответствии с законом излучения Планка.

Кроме МПТШ-68 в СССР приняты следующие практические *температурные шкалы*:

1. Температурная шкала термометра магнитной восприимчивости ТШТМВ основана на зависимости магнитной восприимчивости термометра из цезий-магниевого нитрата от температуры и установлена для диапазона температур от 0,01 до 0,8 К.

2. Шкала ^{3}He 1962 г. основана на зависимости давления насыщенных паров изотопа гелия-3 от температуры и установлена для диапазона температур от 0,8 до 1,5 К.

3. Шкалы ^{4}He 1958 г. основана на зависимости давления насыщенных паров изотопа гелия-4 от температуры и установлена для диапазона температур от 1,5 до 4,2 К.

4. Шкала германиевого термометра электрического сопротивления ТШГТС установлена для температур от 4,2 до 13,81 К.

5. Шкала пирометра микроволнового излучения ТШПМИ основана на зависимости спектральной плотности энергии излучения черного тела от температуры в микроволновом диапазоне излучения ($\lambda > 1$ мм) и установлена для диапазона температур от 6300 до 100 000 К.

Кроме указанных выше эталонных средств измерения температуры в технических измерениях находит применение и ряд других: серийные технические средства измерения — выпускаются для области температур от 70 до 4000 К и специально изготовленные — для других областей температур и, как правило, имеющие индивидуальную градуировочную характеристику. Область температур, в которых применяются те или иные средства измерения, показана на рис. 7.1.

При выборе средств измерения температуры необходимо рассматривать условия измерения и особенности использования конкретных средств измерения. В табл. 7.1 указаны отдельные свойства средств измерения, которые облегчают их выбор. Минимальные значения погрешности измерительного комплекта, указанные в таблице, получены для наиболее благоприятных условий измерения, когда относительная погрешность первичных преобразователей и измерительных приборов минимальны. В графе «Ориентировочная стоимость комплекта» приведены стоимость как наиболее простых и дешевых средств измерения, входящих в комплект

Таблица 7.1

Сравнительные характеристики средств измерения температуры

Средства измерения температуры		Ориентировочная погрешность комплекта, %	Нестабильность градуировочной характеристики	Методическая погрешность	Динамическая погрешность	Влияние окружающей среды	Ориентировочная стоимость комплекта, руб.
Термометры расширения	Стеклянные	0,02—1,5	С	С	Б	С	1—30
	Манометрические:						
	жидкостные	1—1,5	Б	С	Б	С	70—400
	газовые	1—1,5	Б	С	Б	С	40—400
	конденсационные	2,5—4	Б	С	Б	С	15—230
	Биметаллические	⩾4	Б	Б	Б	Б	10—50
	Дилатометрические	⩾4	Б	Б	Б	Б	10—30
Термометры сопротивления	Медные	⩾0,7	С	С	Б	С	30—550
	Платиновые	⩾0,4	С	С	Б	С	30—550
	Полупроводниковые (германиевые)	⩾0,1°С	М	М	М	М	Свыше 500
Термоэлектрические термометры (термопары)	Платинородий-платиновые	⩾0,34	С	С	С	С	25—1700
	Платинородиевые 30/6	⩾0,38	М	С	С	С	25—1700
	Хромель-алюмелевые	⩾0,8	С	С	С	С	25—550
	Хромель-копелевые	⩾0,75	С	С	С	С	25—1100
	Вольфрам-рениевые 5/20	⩾0,7	Б	С	С	С	25—700
Пирометры излучения	Квазимонохроматические	⩾1,2	С	С	М	С	30—800
	Полного излучения	⩾2	С	Б	С	Б	50—400
	Спектрального отношения	≈1 %	Б	М	М	М	Свыше 1000

Примечание. Б — большая; С — средняя; М — малая.

(нижняя цифра), так и возможная стоимость при применении достаточно сложных и дорогостоящих средств измерения (верхняя цифра). Например, простейший вариант измерительного комплекта с термоэлектрическим термометром состоит из термометра без защитной арматуры, удлиняющих (или соединительных) проводов и милливольтметра. Стоимость такого комплекта составляет около 25 руб., стоимость термоэлектрического термометра ТХК в защитной арматуре сложной конфигурации может достигать 600—700 руб. (в комплекте с автоматическим потенциометром около 1100 руб).

7.2.2. СТЕКЛЯННЫЕ ТЕРМОМЕТРЫ РАСШИРЕНИЯ

Принцип измерения температуры стеклянными термометрами расширения основан на тепловом расширении жидкостей. Выпускаются следующие разновидности стеклянных термометров расширения:

Технические (ГОСТ 2823-73) *ртутные* с вложенной внутрь резервуара шкальной пластиной, градуированные при погружении в измеряемую среду хвостовой части, прямые и угловые (рис. 7.2). Технические характеристики выпускаемых термометров приведены в табл. 7.2.

Лабораторные (ГОСТ 215-73) *ртутные,* с вложением шкальной пластиной или палочные (толстостенные капиллярные трубки с нанесенными на внешней поверхности отметками шкалы), градуированные при погружении в измеряемую среду до отсчитываемой температурной отметки, прямые, с наружным диаметром 5—11 мм и длиной 160—530 мм (рис. 7.3). Нижний предел измерения от —30 до +300° С, верхний от 20 до 600° С. Цена деления

Таблица 7.2

Технические характеристики стеклянных термометров

Обозначения		Пределы измерений, °С		Цена деления, °С	Длина нижней части, мм	
Прямые	Угловые	Нижний	Верхний		Прямые	Угловые
П-1	У-1	—90	+30	1	66; 103	104; 141
П-2	У-2	—30	+50	0,5 или 1	163; 253	201; 291
П-3	У-3	—60	+50	1	403; 633	441; 671
П-4	У-4	0	100	1	1033	1041
П-5	У-5	0	160	1 или 2		
П-6	У-6	0	200	1 или 2		
П-7	У-7	0	300	2		
П-8	У-8	0	350	5		
П-9	У-9	0	400	5	104; 163	104; 141
П-10	У-10	0	450	5	253; 403	201; 291
П-11	У-11	0	500	5		
П-12	У-12	0	600	5 или10		

Примечания: 1. Длина верхней части 240 мм. Термометры П-2, П-5, П-6 и У-2; У-5; У-6 с большей ценой деления выпускаются с длиной верхней части 160 мм и длиной нижней части 66—403 и 104—441 мм.
2. Диаметр верхней части термометра 20 мм, нижней 8,5 мм.
3. Изготовитель — Клинский термометровый завод.

шкалы 0,1 до 2° С при диапазоне измерения от 50 до 305° С.

Повышенной точности ртутные — предназначены для точных измерений температур до 500° С с ценой деления шкалы от 0,01 до 0,1° С (ГОСТ 13646-68) с укороченной шкалой.

Жидкостные (не ртутные) с вложенной или прикладной шкальной пластиной и палочные — предназначены для измере-

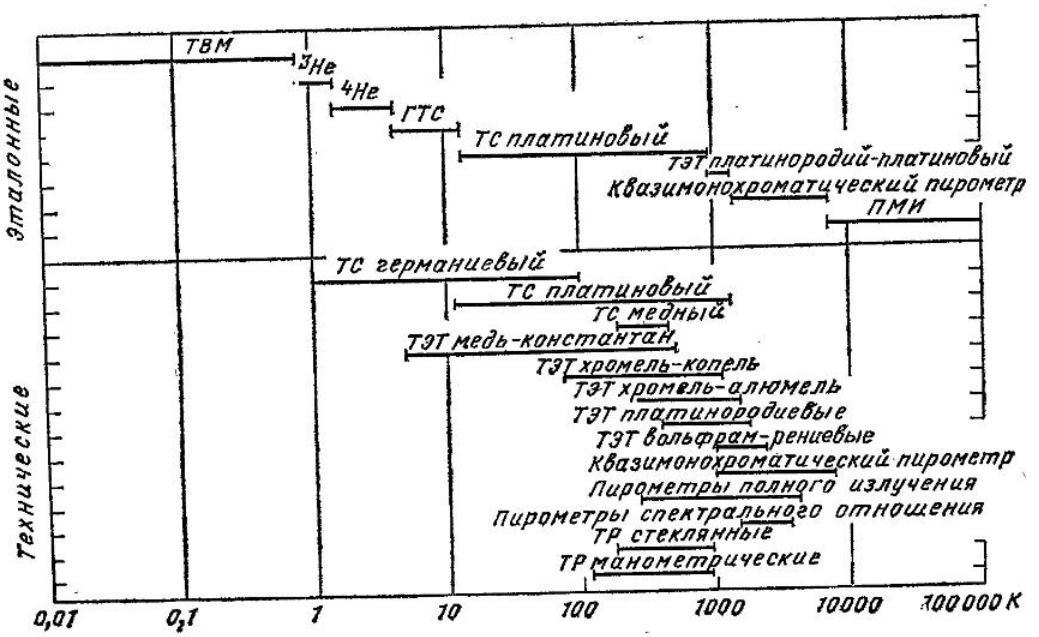


Рис. 7.1. Области применения эталонных и технических средств измерения температуры

ТМВ — термометр магнитной восприимчивости; ³He, ⁴He — конденсационные термометры с изотопами гелий-3 и гелий-4; ГТС — германиевый термометр сопротивления; ТС, ТР, ТЭТ — термометры сопротивления, расширения и термоэлектрический; ПМИ — пирометр микроволнового излучения.

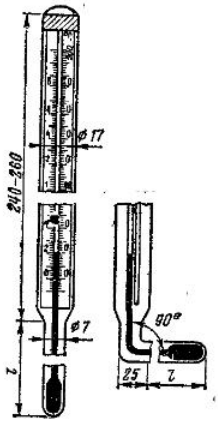


Рис. 7.2. Термометры стеклянные технические.

ния температур от —190 до +200° С (ГОСТ 9177-74).

Кроме того, используют специальные термометры, в том числе максимальные (медицинские), минимальные (метеорологические), электроконтактные и другие.

Допускаемые погрешности технических термометров не должны превышать цены деления шкалы. Для других разновидностей стеклянных термометров допускаемые погрешности могут быть больше цены деления. Например, для лабораторных термометров с ценой деления 0,5° С допускаемая погрешность составляет 1° С, а для образцовых термометров с диапазоном измерения 0—50° С с ценой деления 0,01° С допускаемая погрешность не должна превышать 0,05° С.

Ртутные стеклянные термометры расширения отличаются высокой точностью измерения, стабильностью градуировочной характеристики и малой стоимостью. Однако их хрупкость, невозможность использования в АСУ и значительные динамические, а иногда и методические погрешности, возникающие при их применении, ограничивают область их применения.

Более подробно типы стеклянных термометров расширения и их характеристики описаны в [19].

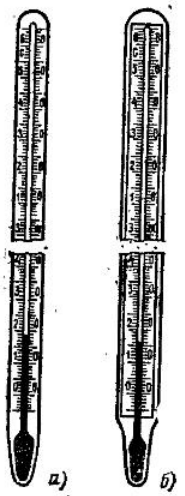


Рис. 7.3. Термометры стеклянные лабораторные.

а — палочный; *б* — с вложенной шкалой.

7.2.3. МАНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕРМОМЕТРЫ

Принцип измерения манометрических термометров основан на изменении давления газа, жидкости или насыщенного пара в замкнутом объеме в зависимости от температуры (рис. 7.4).

Выпускаются следующие разновидности манометрических термометров:

Газовые термометры типа ТПГ — применяют для измерения температуры в интервале от —150 до +600° С (ГОСТ 8624-71) при давлении измеряемой среды до 25 МПа.

Газовые термометры выпускаются показывающие и самопишущие, с записью на дисковой диаграмме, с часовым и электрическим приводом. В эти термометры могут быть встроены устройства для сигнализации или позиционного управления, пневматические приставки для передачи показаний на расстояние до 300 м, приставки для регулирования. Газовые термометры имеют предел допускаемой погрешности от ±1,0 до ±1,5%.

Жидкостные манометрические термометры типа ТПЖ — применяют в интервале от —50 до +300° С, максимальная длина капилляра 10 м, предел допускаемой погрешности 1 и 1,5%.

Конденсационные манометрические термометры типа ТПП — применяют для измерения температур в интервале от —25 до +300° С при давлении измеряемой среды до 2,5 МПа. Специально изготовленные конденсационные термометры могут применяться и для измерения криогенных температур.

Конденсационные термометры могут выпускаться с встроенным электроконтактным устройством для сигнализации и управления. Предел допускаемой погрешности 1,5% для последних двух третей температурной шкалы, на первой трети шкалы предел допускаемой погрешности 2,5% (вследствие неравномерности шкалы).

Манометрические термометры могут работать в условиях вибрации, а также во взрыво- и пожароопасных помещениях.

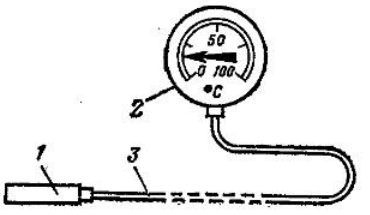


Рис. 7.4. Схема манометрического термометра.

1 — термобаллон; *2* — манометр; *3* — капилляр.

Таблица 7.3

Характеристики показывающих манометрических термометров

Вид	Тип термометра	Пределы измерений, °С	Предел допускаемой погрешности, %	Диаметр термобаллона, мм	Длина термобаллона, мм	Длина капилляра, м	Глубина погружения, мм
Газовые	ТПГ-4 и его разновидности	—50 ÷ +50	1,0	20	125	1,6; 2,5	160; 200; 250; 315; 400
		—50 ÷ +100			160	4; 6	200; 250; 315; 400
		—50 ÷ +150			200	10	250; 315; 400
		0—100	1,5		250	16	315; 400
		50—150					
		0—400			400	25	500
		0—150	1,0		125	1,6 2,5	160; 200; 250; 315; 400
		0—200			160	4; 6	200; 250; 315; 400
		0—300			200	10	250; 315; 400
		100—300			250	16	315; 400
					400	25	500
					500	40	630
		0—600	1,5		160	1,6; 2,5	315; 400
		100—500			200	4; 6	
		200—500			250	10	
		200—600					
Жидкостные	ТПЖ-4 и его разновидности	0—50	1,0	12	90	1,6; 2,5; 4; 6; 10	125; 160; 200; 250; 315; 400
		—50 ÷ +50			45		100; 125; 160; 200; 250; 315; 400
		0—100					
		50—150					
		—50 ÷ +100	1,5		32		80; 100; 125 160; 200; 250; 315; 400
		0 ÷ +150					
		—50 ÷ +150			25		
		0—200	1,0				
		100—300			25		

Продолжение табл. 73

Вид	Тип термометра	Пределы измерений, °С	Предел допускаемой погрешности, %	Диаметр термобаллона, мм	Длина термобаллона, мм	Длина капилляра, м	Глубина погружения, мм
Конденсационные	ТПП-4 и его разновидности	−10 ÷ +50 −25 ÷ +35 0—60 0—100 25—125 100—200 200—300	1,5 (в первой трети шкалы 2,5)	16	78	1,6; 2,5; 4; 6; 10; 16	125; 160; 200; 250
	ТПП2-В	25—125	4,0	11,3	102	1,6; 2 2,5; 4; 6; 8; 10; 12	102

При их использовании следует иметь в виду специфические погрешности, присущие манометрическим термометрам, вызываемые колебаниями барометрического давления, температуры окружающей среды, а также взаимным расположением термобаллона и измерительного прибора.

Технические характеристики показывающих манометрических термометров приведены в табл. 7.3. Более подробные характеристики показывающих, самопишущих и сигнализирующих манометрических термометров приведены в [9].

7.2.4. ТЕРМОМЕТРЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Принцип измерения термометров сопротивления основан на зависимости сопротивления материалов от температуры.

Платиновые термометры сопротивления — выпускаются шести градуировок: 1П, 5П, 10П, 50П, 100П и 500П с соответствующими номинальными значениями сопротивления термометра при 0° С — 1, 5, 10, 50, 100 и 500 Ом. Кроме того, для замены вышедших из строя термометров старой градуировки выпускаются термометры гр. 21 с сопротивлением при 0° С 46 Ом, которые в новых разработках не применяются.

При $t<0°$ С сопротивление

$$R_t = R_0 [1 + At + Bt^2 + Ct^3 (t-100)], \quad (7.28)$$

а при $t>0°$ С

$$R_t = R_0 (1 + At + Bt^2), \quad (7.29)$$

где $A=3{,}96847\cdot10^{-3}$ 1/К$^{-1}$; $B=-5{,}847\times\times10^{-7}$ 1/К^2; $C=-4{,}22\cdot10^{-12}$ 1/К^4.

Область применения технических платиновых термометров −260 ÷ +1100° С.

Номинальные статические характеристики платиновых термометров сопротивления приведены в ГОСТ 6651-78. Допустимые отклонения сопротивления термометров R_0 при 0° С от номинального значения не должны превышать ±0,05% для термометров I класса, ±0,1% для термометров II класса и ±0,2% для термометров III класса. Предел допускаемого значения основной погрешности термометров $\Delta_д$ определяется рядом 0,2; 0,3; 0,5; 1,0; 2,0 и 3,0. Наибольшее допускаемое изменение метрологических характеристик термометров сопротивления, вызванное изменениями внешних влияющих величин и неинформативных параметров, не нормируется, если оно не превышает 0,2 от $\Delta_д$. Если оно превышает 0,2 $\Delta_д$, то эти изменения нормируются отдельно от каждого влияющего фактора или их совокупности.

Для области температур от 13,81 до 273,15 К применяют образцовые платиновые термометры ТСПН-1 (погрешность ±0,1 К) или же термометры повышенной точности ТСПН-2А и ТСПН-Б. Для области температур −260 ÷ +250° С выпускаются платиновые термометры типа ТСП-4050 и ТСП-8003 (погрешность ±0,2° С), а также ТСП-9003 и ТСП-8604 (погрешность 0,05—0,1° С, см. также 9.7.2). Технические платиновые термометры сопротивления типа ТСП-5071 применяют в интервале температур −200 ÷ +750° С. Характеристики наиболее распространенных термометров сопротивления, имеющих унифицированное конструктивное исполнение, приведены в табл.7 .4.

Медные термометры сопротивления выпускаются трех градуировок: 10М, 50М и 100М с соответствующими значениями сопротивления при 0° С 10, 50 и 100 Ом. Кроме того, для замены вышедших из строя выпускаются термометры старой градуировки — гр. 23 с сопротивлением при 0° С — 53 Ом, которые в новых разработках применять нельзя. В интервале температур −50 ÷ 200° С зависимость сопротивления от температуры имеет вид:

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t), \quad (7.30)$$

где $\alpha = 4{,}28\cdot10^{-3}$ 1/К.

Таблица 7.4

Характеристики технических термометров сопротивления

Тип	Градуировка	Пределы измерения, °С	Материал защитного чехла	Монтажная длина, мм	Условное давление, кгс/см²	Область применения, особенности конструкции
ТСП-5071 Одинарный или двойной	21; 22	−200 ÷ +600	Сталь ОХ13	120; 160 200; 250	4	Газообразные и жидкие среды не разрушающие арматуру
		−200 ÷ +750	Сталь Х18Н10Т	320; 400 500; 630 800; 1000 1250; 1600	64 250 500	
ТСМ-5071	23; 24	−50 ÷ +150	Сталь ОХ13	2000		Виброустойчивый
ТСП-6097	21; 22	−50 ÷ +250	Сталь ОХ13 и Х18Н10Т	80; 100 120; 160 200; 250; 320; 400; 500	4; 40	
ТСМ-6097	23; 24	−50 ÷ +150				
ТСП-4033	21; 22	−260 ÷ +650	Сталь Х18Н10Т	40	250	Газообразные и жидкие среды при низких температурах
ТСП-8012	22	−50 ÷ +100	Латунь Л-96		Атмосферное	Воздух в помещениях Габариты 108×65×16 мм
ТСМ-8012	23	0—50	Сталь 20 и прессматериал			
ТСП-5081	21; 22	−50 ÷ +200	Сталь Х18Н10Т, Т10 Х17Н16М3Т	80; 100; 125; 160; 200; 250; 320; 400; 500	320	Различные химические среды Виброустойчивое, взрывобезопасное исполнение

Номинальные статнческне характеристики медных термометров сопротивления приведены в ГОСТ 6651-78. Допустимое отклонение сопротивления медного термометра R_0 при 0° С от номинального значения не должно превышать ±0,1% для термометров II класса и ±0,2% для термометров III класса. Предел допускаемого значения основной погрешности $\Delta_д$ медных термометров сопротивления должен выбираться из ряда 0,5; 1,0; 2,0 н 3,0. Изменение метрологических характеристик термометров сопротивления под воздействием внешних влияющих величин и неинформативных параметров не должно превышать 0,2 от предела допускаемой основной погрешности $\Delta_д$ термометра, в этом случае оно не нормируется. Если оно превышает 0,2 $\Delta_д$, то эти изменения нормируются для каждого влияющего фактора в отдельности или для их совокупностн.

Чувствительные элемеиты платиновых и медных термометров сопротивления изготавливают либо путем намотки тонкой проволоки (0,05—0,1 мм) на каркас изоляциоиного материала, иапример кварца, пластмассы, либо путем помещения проволочной спирали в керамнческий каркас с заполнением спиралн изолнрующим порошком и последующей герметизацией чувствительного элемента (рис. 7.5). Изготовленные таким образом чувствительные элементы помещаются в защитный чехол, который затем погружается в измеряемую среду. Для измерения температур в крногенной тсхнике применяют платиновые термометры сопротивления повышенной точности с четырехканальным каркасом, заполненные гелнем (ТСП-4054). Варианты устройства термнческих термометров сопротивления приведены в [8], технические характеристики промышлеиных термометров сопротивления — в[19].

Полупроводниковые термометры сопротивления — выпускаются для измерения температур в диапазоне от 1 до 600 К. В связи с тем что они ие отвечают требованию воспроизводимости, каждый термометр имеет индивидуальную градуировку. Зависимость сопротивления от температуры приближенно описывается выражением [7]

$$R_t = R_0 \exp B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right). \qquad (7.31)$$

Сопротивление полупроводниковых термометров с уменьшением температуры возрастает, поэтому их выгодно применять для измерения низких температур. Например, сопротивление некоторых типов германиевых термометров при 1—2 К составляет 2 кОм. Стабильность градуировочной характеристики технических термометров для измерения криогенных температур составляет ±0,15 К, эталонных термометров ±0,001 К, общепромышленных полупроводниковых термометров 0,5%.

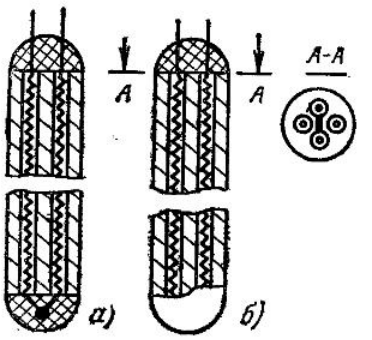


Рис. 7.5. Чувствительиые элементы платиновых термометров сопротивления на керамическом каркасе.

а — двухканальные; *б* — четырехканальные.

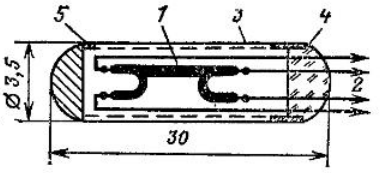


Рис. 7.6. Устройство германиевого термометра сопротивления.

1 — чувствительный элемент; *2* — выводы; *3* — защитная гильза; *4* — стекломасса; *5* — изоляционная пленка.

Чувствительный элемеит полупроводиикового термометра сопротивления представляет собой кристалл полупроводникового материала, как правило, герметизированный в стеклянном или металлическом чехле очень небольших размеров: длиной 5—30 и диаметром 2—5 мм (рис. 7.6).

Большой температурный коэффициент (0,02—0,08 1/К), большое сопротивление (1—100 кОм) и малые габариты делают полупроводниковые материалы очень перспективными для изготовления термометров сопротивлеиия. Однако отсутствие воспроизводимости, а в соответствии с этим и взаимозаменяемостн — ограничивает их применение. За счет искусственного старения, спецнальиого отбора и иидивидуальной градуировки погрешность полупроводниковых термометров может быть уменьшена до 0,01° С.

Основные характеристики полупроводниковых термометров сопротивления привсдены в [9].

7.2.5. ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ТЕРМОМЕТРЫ

Принцип действия *термоэлектрического термометра* основан на термоэлектрических явлениях, в результате которых в цепи, состоящей из двух разнородных проводников,

возникает термо-ЭДС зависящая от температур мест соединений этих проводников. Для измерения температуры одно из мест соединения разнородных проводников помещается в измеряемую среду (рабочие концы), а другое место соединения (свободные концы) должно иметь известное значение температуры или находиться при стабильной, заранее известной температуре. Термо-ЭДС термоэлектрического термометра не изменится, если в его цепь будет включен третий проводник или измерительный прибор, и температура мест его подсоединения будет одинаковой. Измерительный прибор (или третий проводник) может включаться или в свободные концы, или в термоэлектрод.

Свободные концы термоэлектрического термометра должны быть расположены в месте, где удобно стабилизировать температуру или производить ее измерение. Для удлинения термометра, без искажения его термо-ЭДС, применяют удлиняющие (компенсационные) провода, которые подсоединяют к термоэлектродам, тем самым позволяя перенести свободные концы в удобное место.

Градуировочные характеристики термоэлектрических термометров составляют, как правило, для температуры свободных концов 0° С. Если температура свободных концов не равна 0° С, то следует вводить поправку в термо-ЭДС, развиваемую термоэлектрическим термометром:

$$E(t, 0) = E(t, t_0) + E(t_0, 0), \quad (7.32)$$

где $E(t, 0)$, $E(t, t_0)$ — термо-ЭДС, которые должны развивать термометр, при температуре рабочего конца t и температуре свободных концов 0° С (градуировочное значение) и t_0 соответственно; $E(t_0, 0)$ — поправка к значению термо-ЭДС термометра для приведения его показаний к градуировочным значениям, численно равная термо-ЭДС, развиваемой термометром, когда его рабочий конец имеет температуру t_0, а свободные концы 0° С.

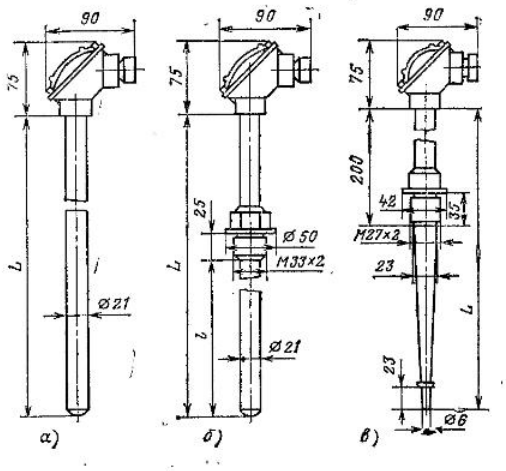


Рис. 7.7. Внешний вид некоторых термоэлектрических термометров.

а — для сред под давлением, близким к атмосферному (L=500÷2500 мм); *б* — для сред под давлением до 3 МПа, с неподвижным штуцером ($L \leqslant$ ≤1500 мм); *в* — для сред под давлением до 25 МПа, малоинерционные (L=300÷500 мм).

В СССР выпускаются пять разновидностей стандартных термоэлектрических термометров (табл. 7.5), технология производства которых обеспечивает их взаимозаменяемость и стабильность градуировочных характеристик для каждой разновидности.

Для удобства практического использования термоэлектрические термометры изготавливают в соответствующей армировке, которая позволяет производить измерение температуры при различных давлениях измеряемой среды (рис. 7.7). Основные технические характеристики наиболее распространенных стандартных термоэлектрических термометров приведены в табл. 7.6.

Градуировочные характеристики стандартных термопар должны удовлетворять ГОСТ 3044-77 (табл. 7.7), а термопар ХА и ХК в диапазоне температур —200÷ —50° С — ГОСТ 14894-69.

Таблица 7.5

Типы термоэлектрических преобразователей, условные обозначения градуировочных характеристик, диапазоны измеряемых температур

Тип	Материал термоэлектродов	Условное обозначение градуировочной характеристики	Термоэлектроды		Диапазон измеряемых температур (длительно) °С	Предел кратковременного применения, °С
			Положительные	Отрицательные		
ТВР	Вольфрамрений-вольфрамрений	ВР5/20—1, 2, 3	5% Re 95% W	20% Re 80% W	0—1800	2500
ТПР	Платинородий-платинородий	ПР30/6	30% Rh 70% Pt	6% Rh 94% Pt	300—1600	1800
ТПП	Платинородий-платина	ПП	10% Rh 90% Pt	100% Pt	0—1300	1600
ТХА	Хромель-алюмель	ХА	Хромель	Алюмель	—50÷+1000	1300
ТХК	Хромель-копель	ХК	Хромель	Копель	—50÷+600	800

Таблица 7.6

Технические характеристики термоэлектрических термометров

Тип	Пределы измерения, °С	Материал защитной арматуры	Монтажная длина, мм	Условное давление, кгс/см²	Область применения, особенности конструкции
ТПП-0555	0—1300	Корунд	320; 400; 500; 630; 800; 1000; 1250; 1600; 2000	Атмосферное	В окислительных средах
ТПР-0555	300—1600				
ТПР-0475	300—1550	Внешний чехол — карбид кремния, внутренний чехол — окись алюминия	800	Атмосферное	Газовая среда в отражательных печах
ТПР-0213	300—1600	Окись алюминия	400; 500; 630; 800; 1000; 1250; 1600	35	Среда, содержащая H_2, CO, H_2O (пары) и C_nH_m
ТПР-1418	1300—1700	Без защитной арматуры	3500	Атмосферное	Расплавленная сталь в печах
ТВР-0877	300—1800	Молибден	160; 200; 250; 320; 400; 500	Атмосферное	Водородные электропечи
ТХА-0515 одинарные и двойные	−50 ÷ +900	Сталь 0Х20Н14С2	120; 160; 200; 250; 320; 400; 500; 630; 800; 1000; 1250; 1600; 2000	4 64 250	Газообразные и жидкие среды, не разрушающие защитную арматуру. Исполнение вибростойкое
ТХК-0515 одинарные и двойные	−50 ÷ +600	Стали 0Х13 и Х18Н10Т		500	
ТХА-0806	0—1000 0—800	Стали: Х25Т Х18Н10Т	160; 200 250; 320; 400; 500; 630; 800; 1000; 1250; 1600; 2000	2; 5 40	Газообразные и жидкие среды, не разрушающие защитную арматуру
ТХК-0806	0—600	Стали: 0Х13 Х18Н10Т			
ТХА-410 ТХК-920	0—800 0—600	Сталь Х17Н13М2Т	80; 100; 120; 160	100	Выхлопные газы двигателей. Исполнение вибростойкое ударопрочное
ТХАП-551	0—600	Сталь 20	174	Атмосферное	Поверхности тел в промышленных условиях
ТХКП-551	0—600				

Таблица 7.7

Термо-ЭДС, мВ, термоэлектрических термометров в зависимости от температуры рабочего конца при температуре свободных концов 0 °С

Температура рабочего конца, °С	ТВР	ТПР	ТПП	ТХА	ТХК
—50	—	—	—	—1,889	—3,110
—20	—	—	—	—0,777	—1,270
100	1,330	—	0,644	4,095	6,898
200	2,869	—	1,436	8,137	14,570
300	4,519	0,443	2,314	12,207	22,880
400	6,209	0,808	3,250	16,395	31,480
600	9,598	1,830	5,218	24,902	49,090
800	12,929	3,208	7,317	33,277	66,420
1000	16,136	4,916	9,550	41,269	—
1300	20,576	7,982	13,107	52,398	—
1600	24,590	11,429	16,685	—	—
1800	26,999	13,778	—	—	—
2500	33,636	—	—	—	—

В последнее время получили распространение термоэлектрические термометры, изготовленные из специальных жаростойких

Таблица 7.8

Основные разновидности удлинительных (компенсационных) проводов

Тип термоэлектрического термометра	Материал	Условное обозначение	Расцветка оплетки для изоляции жил
ТПП	Медь — сплав ТП (99,4% Cu+ +0,6% Ni)	П	Красная и зеленая
ТХА	Медь-константан	М	Красная и коричневая
ТХК	Хромель-копель	ХК	Фиолетовая и желтая

термопарных кабелей типа КТХАС и КТХКС (ГОСТ 23847-79), которые рассчитаны для измерения температур от —200 до 1000° С. Термопарные кабели состоят из металлической оболочки из нержавеющей стали, внутри которой находятся от двух до шести термоэлектродов из хромеля и алюмеля или из хромеля и копеля. Термоэлектроды и оболочка изолированы друг от друга порош-

Таблица 7.9

Технические характеристики удлинительных (компенсационных) проводов

Марка	Характеристика провода	Область применения	Сечение, мм²	Наружный размер, мм
ПКВ	Термоэлектродный двухжильный провод с поливинилхлоридной изоляцией и в поливинилхлоридной оболочке	Сухие и сырые помещения, места с воздействием химической среды при температуре от —40 до +70 °С	2,5	5,5×9
ПКГВ	То же, гибкий	То же, требования повышенной гибкости при монтаже	1,0 1,5 2,5	4,6×7,5 4,9×8,2 5,5×9
ПКВП	То же, что и ПКВ, но в оплетке из стальной проволоки	Транспортные установки	1,0	5,6×10,1
СФК-ХА	Провод двухжильный нагревостойкий с изоляцией из стеклонити и фторопласта-4 в общей оплетке из стеклонити с токопроводящими жилами из хромеля и алюмеля	Прокладка для работы при температуре от —60 до +250 °С и кратковременно (не более 3 ч) до +400 °С в один цикл нагрева	0,5 1,5	2,1×3,8 2,9×5,5
СФК-ХК	То же, с жилами из хромеля и копеля			
СФКЭ-ХА	То же, что и СФК-ХА, но экранированный		0,5	2,5×4,2
СФКЭ-ХК	То же		1,5	3,4×6,0

кообразной магнезиальной изоляцией. Наружный диаметр кабеля составляет от 0,5 до 6,0 мм при диаметре термоэлектродов от 0,1 до 1 мм. Термоэлектрические термометры, изготовленные из этих кабелей, имеют ряд преимуществ по сравнению с термоэлектрическими термометрами обычного исполнения: они стойки к ударам и вибрации, большая длина кабеля (до 50 м) и его гибкость позволяют прокладывать его в труднодоступных местах, они обладают радиационной стойкостью и могут применяться при давлениях до 40 МПа.

Удлинительные (компенсационные) провода — выпускаются для трех разновидностей стандартных термоэлектрических термометров — ТПП, ТХА и ТХК (табл. 7.8). Для каждого типа термоэлектрического термометра удлинительные провода изготавливают из определенных материалов, которые в паре между собой в интервале температур от 0 до 100° С должны развивать термо-ЭДС, равную или близкую к термо-ЭДС термометра. Внешне эти провода различаются по цвету изоляции или оплетки (табл. 7.9)

Для термоэлектрического термометра типа ТПР удлинительные провода не нужны, так как при температурах до 100° С термо-ЭДС, развиваемая им, будет практически равна нулю.

Пределы основных допускаемых погрешностей термоэлектрических термометров ΔE, мВ. Для термоэлектрических термометров ВР 5/20 в диапазоне от 1000 до 1800° С

$$\Delta E = 0{,}08 + 4{,}0 \cdot 10^{-5} (t - 1000);$$

для ПР 30/6 в диапазоне температур от 300 до 1800° С.

$$\Delta E = 0{,}01 + 3{,}3 \cdot 10^{-5} (t - 300);$$

для ПП в диапазоне температур от 300 до 1600° С

$$\Delta E = 0{,}01 + 2{,}5 \cdot 10^{-5} (t - 300);$$

для ХА в диапазоне температур от 300 до 1300° С

$$\Delta E = 0{,}16 + 2{,}0 \cdot 10^{-4} (t - 300);$$

для ХК в диапазоне температур от 300 до 800° С

$$\Delta E = 0{,}2 + 6{,}0 \cdot 10^{-4} (t - 300),$$

где t — температура рабочего конца термопары.

При значениях температур, близких к верхним пределам измерения, пределы основных допускаемых погрешностей термоэлектрических термометров составляют:

Тип термоэлектрического термометра . . .	ТПП	ТПР	ТВР	ТХК	ТХА
Допускаемая погрешность, % .	0,23	0,28	0,55	0,72	0,77

Кроме стандартных термоэлектрических термометров в лабораторной практике и при исследованиях находят применение и нестандартные, в основном тогда, когда стандартные не удовлетворяют предъявляемым требованиям, например при измерении криогенных (см. п. 9.7.2) или сверхвысоких температур, при измерении температур в особых условиях и т. п. Однако все нестандартные средства измерения требуют индивидуальной градуировки. Подробное описание большинства нестандартных термоэлектрических термометров приведено в [10], а стандартных в [19].

7.2.6. СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ИЗЛУЧЕНИЮ

Пирометры. В промышленности применяются четыре разновидности пирометров, измеряющих температуру по тепловому излучению тел.

Все пирометры градуируются по абсолютно черному телу. При измерении температуры реальных тел пирометры показывают псевдотемпературу, отличающуюся от действительного значения температуры измеряемого тела. Действительное значение температуры реального тела может быть определено по формулам, устанавливающим зависимость действительной температуры от псевдотемпературы. Для этого необходимо знать значение коэффициента теплового излучения реального тела (см. разд. 2).

Квазимонохроматические пирометры. Предназначены для измерения температуры нагретого тела бесконтактным методом путем визуального определения энергетической яркости измеряемого тела при длинах волн, как правило, близких 0,65 мкм. Действительная температура тела T может быть определена по яркостной температуре T_s по формуле

$$\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T} = \frac{\lambda}{C_2} \ln \frac{1}{\varepsilon_\lambda}, \qquad (7.33)$$

где λ — длина волны; $C_2 = 1{,}4388 \cdot 10^{-2}$ м·К — постоянный коэффициент; ε_λ — спектральный коэффициент теплового излучения.

Согласно ГОСТ 8335-74 визуальные пирометры с исчезающей нитью выпускаются для измерения температуры от 700 до 8000° С. Они имеют одну, две и более шкал. Например, визуальный переносной промышленный пирометр «Проминь» предназначен для измерения температуры в интервале 800—5000° С с тремя шкалами:

а) 800 — 1400 °С ($\Delta_0 = \pm 14$ °С, $\overset{\circ}{\Delta}_0 = \pm 2{,}5$ °С);

б) 1200 — 2000 °С ($\Delta_0 = \pm 20$ °С, $\overset{\circ}{\Delta}_0 = \pm 5$ °С);

в) 1800 — 5000 °С ($\Delta_0 = \pm 150$ °С, $\overset{\circ}{\Delta}_0 = \pm 22$ °С).

Измерительный показывающий прибор пирометра, как правило, составляет одно

целое с телескопом пирометра. Расстояние от измеряемого тела до телескопа должно быть в пределах от 0,7 до 6 м.

Значения поправок на неполноту излучения для квазимонохроматических пирометров приведены в табл. 7.10. Эти же значения поправок могут быть использованы для фотоэлектрических пирометров, работающих по яркостному методу. Для пирометров спектрального отношения значения поправок, как правило, в несколько раз меньше, чем у квазимонохроматических пирометров.

Таблица 7.10

Поправки (со знаком плюс) для квазимонохроматических пирометров при отклонении спектрального коэффициента теплового излучения от 1 (длина волны $\lambda=0{,}65$ мкм)

Спектральный коэффициент теплового излучения ε_λ	Яркостная температура, °С						
	800	1000	1500	2000	2500	3000	4000
0,9	6	8	15	25	37	52	90
0,7	18	27	49	86	130	182	317
0,5	37	53	104	174	264	373	663
0,3	66	95	190	323	494	708	1299
0,1	134	194	400	703	1120	1689	3432

Фотоэлектрические пирометры. С их помощью можно либо измерять температуру по яркостному методу, либо использовать как *пирометр частичного излучения.* В первом случае используется зависимость температуры от спектральной энергетической яркости, а во втором — от температуры энергетической яркости излучения в ограниченном интервале длин волн, не описывающаяся ни формулой Планка, ни формулой Стефана—Больцмана.

Фотоэлектрические пирометры выпускаются одношкальными и двухшкальными. Одношкальные пирометры имеют узкие диапазоны измерения от 400 до 800° С с верхним пределом измерения до 2000° С. Пирометры ФЭП-4М выпускаются на следующие пределы измерения, °С: 500—900; 600—1000; 600—1100; 800—1300; 850—1400; 900—1500; 950—1600; 1000—1700; 1100—1800; 1200—2000. Двухшкальные приборы имеют следующие пределы измерения, °С: 1200—2000 и 1400—2500; 1200—2000 и 1550—3000; 1200—2000 и 1700—3500; 1200—2000 и 1850—4000. Объективы могут иметь линзы с фокусным расстоянием 100, 125, 154 и 200 мм.

Предел допускаемой основной погрешности пирометра ±1% верхнего предела измерения при измерении до 2000° С и ±1,5% — свыше 2000° С.

Пирометры спектрального отношения. Основаны на измерении температуры путем измерения соотношения энергетических яркостей на двух узких участках длин волн, как правило, в видимой области спектра. Действительная температура тела T может быть определена по цветовой температуре $T_ц$ как

$$\frac{1}{T_ц}-\frac{1}{T}=\frac{\ln\left(\varepsilon_{\lambda_1}/\varepsilon_{\lambda_2}\right)}{C_2\left(\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1}\right)}. \quad (7.34)$$

Пирометры спектрального отношения имеют наименьшую методическую погрешность из всех пирометров излучения. Они выпускаются на интервалы измерения от 1400 до 2800 °С с поддиапазонами по 200—300° С. Предел допускаемой основной погрешности пирометра спектрального отношения не превышает ±1% верхнего предела измерения каждого поддиапазона. Градуировочная характеристика пирометров спектрального отношения требует ежемесячной корректировки.

Пирометр истинной температуры ПИТ-1. В настоящее время этот пирометр получил широкое распространение. Он представляет собой пирометр спектрального отношения, осуществляющий автоматическое введение поправки, вычисляемой на основе информации, хранящейся в памяти прибора [1]. Пирометр рассчитан на диапазон измерения 800—2000° С. Угол визирования телескопа пирометра (отношение диаметра линзы телескопа к расстоянию от телескопа до поверхности, температура которой измеряется) составляет от 1/5 до 1/500. Погрешность измерения действительной температуры вследствие изменения коэффициента теплового излучения измеряемого тела от 0,3 до 1 не превышает ±1%.

Пирометры полного излучения. С их помощью осуществляют измерение температуры путем измерения полной энергетической яркости тела. Действительная температура тела T может быть определена по радиационной температуре $T_р$ как

$$T=T_р\sqrt[4]{1/\varepsilon_T}, \quad (7.35)$$

где ε_T — полный коэффициент теплового излучения.

Пирометры полного излучения выпускаются для измерения температур в интервале от 400 до 2500° С. Угол визирования телескопа типа ТЕРА-50 меняется от 1/7 до 1/20. К телескопу пирометра в качестве вторичных приборов подключают один или два милливольтметра или потенциометра, имеющих соответствующую градуировку (см. п. 7.2.7). Технические характеристики телескопов ТЕРА-50 приведены в табл. 7.11.

Измерение при помощи пирометров полного излучения за счет отличия излучения исследуемого и черного тел дает наибольшую методическую погрешность, чем при измерении температуры по излучению. Значения поправок к показаниям пирометров полного излучения приведены в табл. 7.12. Определение полного коэффициента теплового излучения в промышленных и лабораторных условиях чрезвычайно сложно. Поэтому часто при измерении температуры пиромет-

Таблица 7.11

Технические характеристики телескопов ТЕРА-50

Обозначение градуировки	Материал линзы	Диапазон измерения, °С	Предел допускаемой основной погрешности, °С	Компенсационное сопротивление, Ом	Напряжение на зажимах телескопа, мВ	Обозначение градуировки милливольтметров	Температура корпуса, °С	Предел допускаемой дополнительной погрешности, °С
РК-15	Кварц	400—500 600—1000 1100—1500	±8 ±12 ±15	20	0,16—0,34	Р-2	10 20 40	±3,0 ±0,0 ±3,5
РС-20	К-8	900—1000 1100—1500 1600—2000	±12 ±15 ±20	20	2,32—75	Р-3	60 80 100	±8,0 ±13,0 ±18,0
РС-25	К-8	1200—1500 1600—2000 2100—2200 2300—2500	±15 ±20 ±25 ±30	15	3,08—64,65	Р-4	—	—

Примечания: 1. Телескоп с градуировкой РК-15 работает с милливольтметром градуировки Р-2 только в диапазоне 700—1500° С.
2. Номинальный показатель визирования телескопа 1/20.
3. Максимальная допустимая температура корпуса телескопа не более 100° С.
4. Время установления показаний телескопа не более 4 с.
5. Габаритные размеры телескопа, мм: диаметр 76, длина 170.

Таблица 7.12

Поправки, °С, к показаниям пирометров полного излучения на отклонение полного коэффициента теплового излучения от единицы

Полный коэффициент теплового излучения ε	Радиационная температура, °С			
	800	1500	2000	2500
0,9	29	47	61	74
0,8	62	102	130	159
0,6	146	241	309	378
0,4	276	456	584	713
0,2	531	878	1125	1373
0,1	835	1379	1768	2157

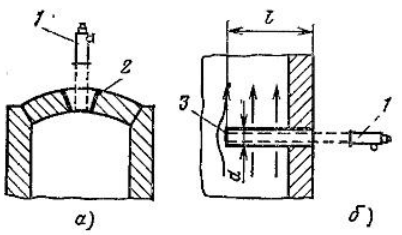


Рис. 7.8. Схема установки телескопов радиационных пирометров для приближения условий измерения к абсолютно черному телу в рабочем пространстве (*а*) и газоходе (*б*).

1 — телескоп; *2* — керамический блок; *3* — калильная трубка.

рами создаются условия, приближающиеся к абсолютно черному телу. Например, при измерении температуры поверхностей используются огнеупорные блоки (рис. 7.8, *а*), для измерения температуры газов (рис. 7.8, *б*) и жидких сред — огнеупорные трубки, на донышко которых визируется телескоп пирометра. При определенной шероховатости поверхности блока или трубки и при малом отношении d/l коэффициент излучения такой искусственной полости черного тела приближается к единице и нет необходимости вводить поправки в показания пирометров на нечерноту излучения, так как псевдотемпература, показываемая пирометром, практически равна действительной температуре тела.

Типы пирометров, выпускаемых в СССР, приведены в [19].

7.2.7. ВТОРИЧНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ ТЕРМОМЕТРОВ

В качестве вторичных измерительных, показывающих и самопишущих приборов в комплекте с термометрами сопротивления применяются логометры и автоматические мосты, а в комплекте с термоэлектрическими термометрами и пирометрами полного излучения — милливольтметры и автоматические потенциометры.

Магнитоэлектрические логометры. Приборы предназначены для измерения и регистрации температуры в комплекте с термометрами и другими преобразователями сопротивления. На шкале логометра стандартной градуировки кроме отметок

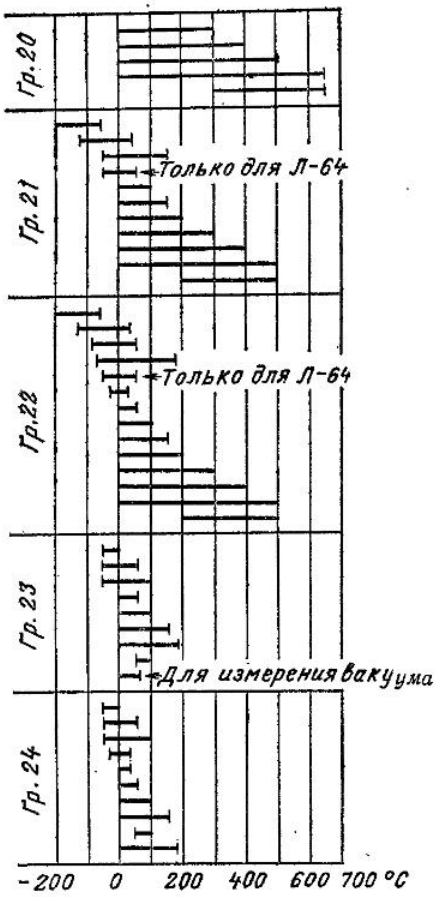


Рис. 7.9. Пределы измерения и градуировки логометров и автоматических уравновешенных мостов типов Л-64, ЛР-64, КВМ-1, КПМ-1, КСМ-1, КСМ-2, КСМ-3, КСМ-4, МФП и МФС.

шкалы и их числовых значений указываются градунровка термометра сопротивления, сопротивления соединительных проводов (5 или 15 Ом) и напряжение питания (как правило, 4 В постоянного тока). Термометры сопротивления могут подключаться к логометру по двух- или трехпроводной схеме. Трехпроводная схема практически исключает погрешность за счет изменения сопротивления соединительных проводов в процессе эксплуатации вследствие изменения температуры. Шкалы логометров для стандартных градуировок приведены на рис. 7.9. Там же указана шкала 0—60,4° С градуировки 23, которая используется для измерения вакуума.

Милливольтметры магнитоэлектрической системы. Предназначены для измерения, записи и, иногда, регулирования температуры и других неэлектрических величин, изменение значений которых может быть преобразовано в изменение напряжения постоянного тока. На шкале милливольтметра указывается градуировка термоэлектрического термометра (или пирометра полного излучения), в комплекте с которым рассчитан работать данный милливольтметр. Кроме того, на шкале указываются внутреннее сопротивление прибора и сопротивление его внешней цепи, при котором градуировался милливольтметр (0,6; 5 или 15 Ом). Для переносных милливольтметров градуировки ПП и ПР 30/6 сопротивление внешней цепи может быть 1,6 Ом. В условиях эксплуатации сопротивление внешней цепи должно быть подогнано до градуировочного значения. Если это не будет выполнено, то возникнет дополнительная погрешность. Милливольтметры, предназначенные для работы с пирометрами полного излучения, должны иметь внутреннее сопротивление 200±0,5 Ом. Шкалы милливольтметров стандартных градуировок представлены на рис. 7.10.

Для логометров и милливольтметров установлены (ГОСТ 9736-68) следующие классы точности: 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5. Классы точности 0,2; 0,5 и 1 установлены для переносных милливольтметров и логометров, классы точности 0,5—2,5 — для щитовых. Выпускаемые в настоящее время приборы имеют класс точности не лучше 1,0.

Автоматические потенциометры. Применяются в комплекте с термоэлектрическими термометрами и пирометрами полного излучения. Потенциометры могут работать в комплекте и с другими измерительными преобразователями, выходной сигнал которых — напряжение постоянного тока. Если шкала автоматического потенциометра градуирована в градусах температуры, то на ней указывается градуировка термоэлектрического термометра или пирометра полного излучения.

Изменение сопротивления внешней цепи не влияет на показания автоматических потенциометров, если для одних типов оно не превышает 200 Ом, а для других 1000 Ом. В автоматических потенциометрах, градуированных в градусах температуры, автоматически вводится поправка на температуру свободных концов термоэлектрического термометра. В потенциометрах, градуированных в милливольтах постоянного тока, введение поправки не производится. Пределы измерений и градуировки автоматических потенциометров приведены на рис. 7.10.

Автоматические уравновешенные мосты. Предназначены для работы в комплекте с термометрами сопротивления и другими преобразователями сопротивления. Они могут осуществлять измерение и запись температуры и других величин. Шкалы мостов стандартных градуировок приведены на рис. 7.9. Автоматические потенциометры и уравновешенные мосты выпускаются следующих классов точности 0,1; 0,15; 0,25; 0,5; 1,0 и 1,5 (ГОСТ 7164-78). Они

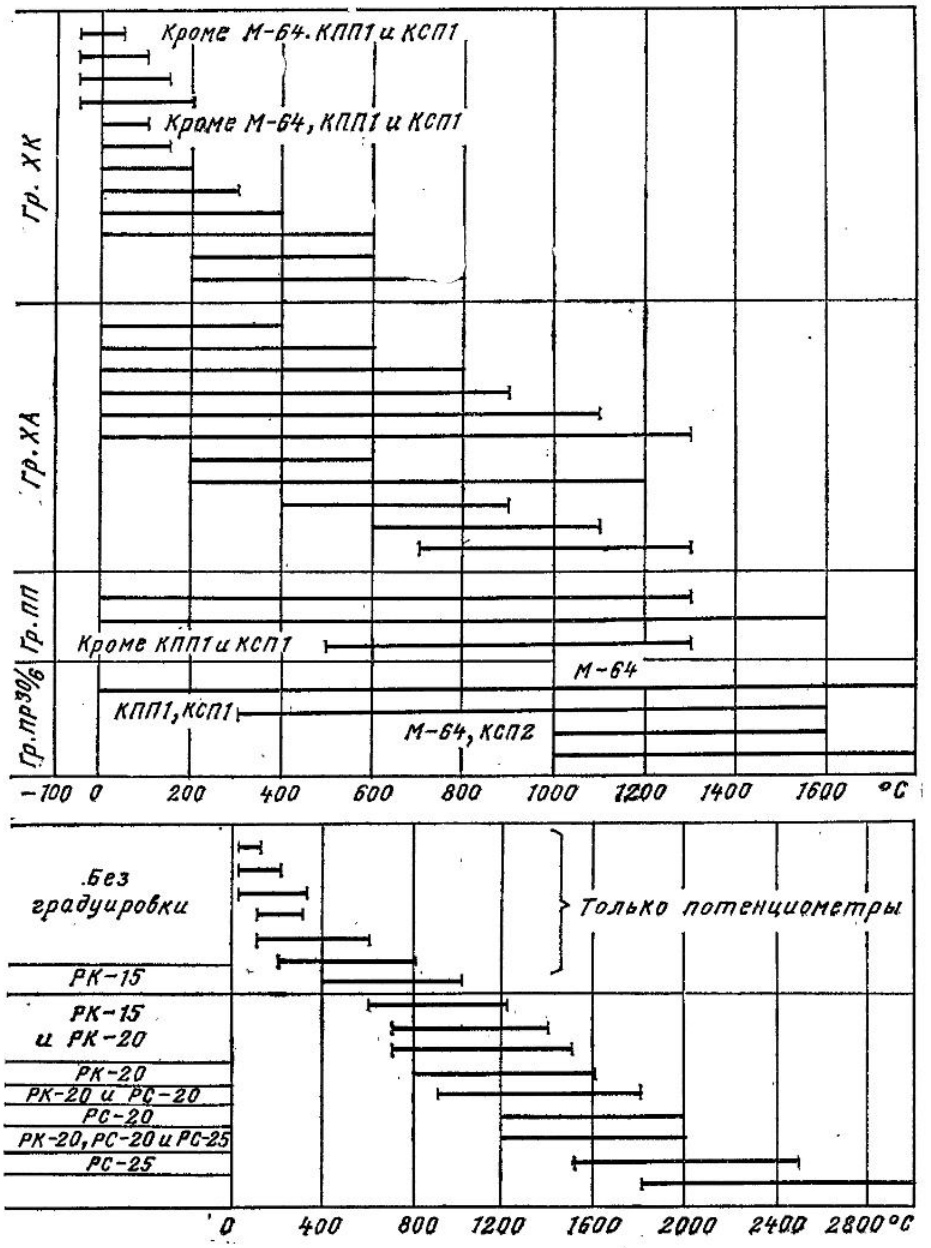


Рис. 7.10. Пределы измерения и градуировки милливольтметров и автоматических потенциометров типов М-64, МР-64, КВП-1, КПП-1, КСП-1, КСП-3, КСП-4.

выпускаются миниатюрные, малогабаритные и нормального габарита [11]. По количеству измерительных систем и регистрирующих устройств приборы могут быть одноканальные и многоканальные. Они могут различаться количеством диапазонов измерения — одно- и многодиапазонные. Условия работы приборов считаются нормальными, если температура окружающего воздуха $20 \pm 2°$ С ($20 \pm 5°$ С для приборов класса 1,5), относительная влажность составляет 30—80%, вибрация, тряска и удары, влияющие на работу прибора, отсутствуют, отклонение напряжения питания составляет не более чем ±2% номинального, частота питания 50 ± 1 Гц, внешние электрические и магнитные поля, влияющие на работу прибора, отсутствуют.

Таблица 7.14

Технические характеристики автоматических потенциометров, мостов, миллиамперметров и вольтметров

Тип	Предел допускаемой основной погрешности показаний, %	Предел допускаемой основной погрешности записи, %	Время прохождения указателем или кареткой всей шкалы, с	Ширина диаграммы или длина оцифрованной части шкалы, мм	Скорость диаграммной ленты, мм/ч, или время оборота диаграммы, ч	Приведенное сопротивление реостатного устройства дистанционной передачи показаний, Ом	Размеры лицевой стороны прибора, мм
КВП1, КВМ1, КВУ1	0,25 или 0,5	—	2,5 или 10	500	—	90 или 300	160×240
КСП1, КСМ1, КСУ1	1	1	2,5 или 5	100	10; 20; 40; 60; 120	100	160×200
КПП1, КПМ1, КПУ1	0,5	—	2,5 или 5	300	—	100	160×200
КСП2, КСМ2, КСУ2	0,5	1	2,5 или 10	160	а) 20; 40; 60; 120; 200 б) 600; 1200; 2000 в) 40—60—240—360	90 или 300	240×320
КСП3, КСМ3, КСУ3	0,5	1 0,5	5 или 16	600	24	—	330×320
КСП4, КСМ4, КСУ4	0,25 (0,5)	0,5	1; 2,5 или 10	250	Одноточечные: а) 20; 60; 240; 710; 1800; 5400 б) 200; 600; 2400; 7200; 18 000; 54 000 Многоточечные: 60; 180; 600; 1800; 2400; 7200	90	400×400
ЭПС, МФС	0,5	1	2,5; 6 или 16	100	10; 20; 40; 60; 120	—	200×160
ЭПП, МФП	0,5	—	2,5; 6 или 16	270	—	—	200×160

Примечания: 1. Приборы с буквой П в маркировке — потенциометры, с буквой М — мосты, с буквой У — миллиамперметры или вольтметры.
2. Цифры в маркировке означают: 1—приборы миниатюрные, 2, 3—малогабаритные, 4 — нормального габарита.
3. Приборы типов КВП, КВМ, КВУ, КПП, КПМ, КПУ, ЭПП и МФП — только показывающие; все другие — показывающие и самопишущие с ленточной диаграммой, за исключением КСП3, КСМ3 и КСУ3 — у которых дисковая диаграмма.

Таблица 7.13

Технические характеристики милливольтметров и логометров

Тип	Градуировка	Внешнее сопротивление, Ом	Предел допускаемой основной погрешности, %
М-64	ХА, ХК	0,6; 5 и 15	1,5
	ПП	5 и 15	1,5
М-64-02	ХА, ХК	0,6; 5 и 15	1,5
	ПП	5 и 15	1,5
	ПР 30/60	5 и 15	1,5
М-64 (газоанализатор)	CO_2	3	1,5
	$CO+H_2$	3	1,5
Л-64	21; 100 П и 23	5 и 15	1,5
Л-64-02	21; 100 П и 23	5 и 15	1,5

Время прохождения указателем всей шкалы 1; 2,5; 5,0; 10 и 16 с у быстродействующих приборов — не более 0,5 с. Скорость перемещения диаграммной бумаги может изменяться: у приборов нормального габарита — от 20 до 54 тыс. мм/ч, у быстродействующих — до 720—900 тыс. мм/ч, у малогабаритных — 20 мм/ч, у миниатюрных — варьироваться от 10 до 120 мм/ч. Характеристики наиболее распространенных типов милливольтметров, логометров, автоматических потенциометров и мостов, применяемых в качестве измерительных, показывающих и самопишущих приборов в комплекте с термометрами сопротивления и термоэлектрическими термометрами, приведены в табл. 7.13—7.15, а более подробно — в [19].

Эксплуатация приборов в условиях, отличающихся от нормальных, может вызвать дополнительные погрешности, регламентируемые ГОСТ 7164-78.

7.2.8. ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Все термометры расширения, сопротивления и термоэлектрические термометры при измерении температуры имеют непос-

Таблица 7.15

Оснащение автоматических потенциометров, мостов, миллиамперметров и вольтметров дополнительными устройствами [1]

Типы приборов	КВП1, КВМ1, КВУ1	КПП1, КПМ1, КПУ1, КСП1, КСМ1, КСУ1	КСП2, КСМ2, КСУ2	КСП3, КСМ3, КСУ3	КСП4, КСМ4, КСУ4
Оснащены отдельными устройствами	Д	Д	Д	—	Д
	—	—	ПП	ПП	—
	—	—	ПТ	—	—
	—	—	ПТЛ	—	—
	—	—	ПЧ	ПЧ	—
	—	—	—	ПФ	—
	ДР	ДР	ДР	ДР	—
	ДП	ДП	ДП	—	—
	—	—	С	С	—
	Р	Р	Р	Р	Р
				РП	РП
Осиащены несколькими устройствами	Р, ДР	Р, ДР	Р, ПТ	Р, С	Р, С
	—	Д, ДР	Д, ДР	С, ДР	РП, С
	Р, Д	Р, Д	Р, Д	—	РД
	Р, ДП	Р, ДП	Р, ДП	—	Д, ДР
	—	—	Р, ПЧ	—	С, ДР
	—	—	Р, ПТЛ	—	—
	—	Р, Д, ДР	Р, Д, ДР	—	С, Д, ДР
	—	—	Р, Д, ДП	—	—
	—	—	Р, ПП	С, ПП	—

Примечание. Д — реостатный датчик для дистанционной передачи; ПП — преобразователь пневматический; ПТ — преобразователь токовый; ПТЛ — преобразователь токовый с линеаризацией; ПЧ — преобразователь частотный; ПФ — преобразователь ферродинамический; ДР — реостатный задатчик для регулирования; ДП — реостатный задатчик для программного регулирования; С — сигнализирующее устройство; Р — регулирующее устройство двух- или трехпозиционное; РП — регулятор пневматический.

[1] В таблице указаны варианты оснащения приборов дополнительными устройствами. Многие приборы выпускаются без дополнительных устройств.

редственный контакт с измеряемой средой. В результате процессов теплообмена термометр должен принять температуру измеряемой среды. Однако собственная температура термометра всегда отличается от температуры измеряемой среды. В одних случаях разница между температурами термометра и измеряемой среды исчисляется десятыми или сотыми долями градуса и можно считать, что температура термометра равна температуре измеряемой среды. В других случаях разница составляет десятки или сотни градусов. Эта методическая погрешность возникает в том случае, если есть теплообмен между термоприемником и каким-либо элементом технологической установки или какой-либо ие измеряемой средой. Чем большее количество теплоты будет передаваться от термометра или к термометру, тем больше будет разность температур термометра и измеряемой среды. Поэтому при выборе метода и средства измерения необходим тщательный анализ условий измерения, позволяющий оцеиить, а иногда и существеино уменьшить методические погрешности измерения температуры. Достаточно подробно методы оценки погрешностей при измеренин температуры изложены в [1,5].

При измерении температуры по излучению также возникают погрешности, обусловленные тем, что энергия излучения от измеряемого тела поступает в пирометр, искаженная какими-то внешними факторами: поглощением промежуточной среды, окислением поверхности тела, образованием шлака иа поверхности жидкого металла, посторонними источниками излучения и др. При использовании калильных блоков и трубок следует иметь в виду, что собственная температура трубок и блоков может отличаться от температуры измеряемого тела. И хотя бескоитактные методы измерения температуры по излучению являются очень привлекательными, конкретное их применеиие часто иаталкивается на иепреодолимые трудности оценки погрешности измерения, которая может исчисляться сотнями и тысячами градусов (см. табл. 7.10 и 7.12). Поэтому применение методов измерения температуры по излучению требует предварительного тщательного анализа конкретных условий измерения [1, 10].

Все рассмотренные выше статические погрешности имеют место при стационарных значениях температуры и установившихся процессах теплообмена. При иестациоиарных режимах имеют место динамические погрешиости измерения температуры, которые обусловлены частично динамическими свойствами измерительных преобразователей и приборов, а в основном определяются особениостями теплообмена чувствительного элемеита термометра или пирометра с измеряемой средой. Методы оценки динамических погрешиостей, как правило, справедливы для определенных иитервалов температур и определенных условий теплообмена [1]. Отклонение условий измерения от расчетных позволяет провести только качественную оценку погрешности.

Для нестационарных температур и условий теплообмена особенности изменения температуры термоприемника рассмотрены в [13]. Показано, что средняя температура термопрнемника может быть как меньше, так и больше средней температуры среды. В [12] предложен метод измерения действительной температуры и оценки динамических погрешностей, который требует специальной аппаратуры и применения ЭВМ для обработки результатов измерений.

7.3. ИЗМЕРЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ И ВАКУУМА

7.3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИЗМЕРЕНИИ ДАВЛЕНИЯ

Единица давления в системе СИ — паскаль (Па). Однако до настоящего времеии примеияются также кгс/см^2, мм вод. ст., мм рт. ст. и бар.

По иазначению приборы для измерения давления разделяются на:

барометры — для измерения абсолютного атмосферного давления;

манометры — для измерения избыточного или абсолютного давления, большего атмосферного;

вакуумметры — для измерения давления, меньшего атмосферного;

дифференциальные манометры — для измерения разности давлений.

По принципу действия приборы подразделяются на *жидкостные*, у которых измеряемое давление (разность давлеиий) уравновешивается давлением столба жидкости (разностью давлеиий столбов жидкости), и *пружинные* (с упругим чувствительным элемеитом), у которых измеряемое давление определяется по деформации упругих чувствительных элементов или по развиваемой ими силе.

Жидкостные и пружинные приборы обеспечивают измерение подавляющего большинства давлений, встречающихся на практике, от 10^{-2} до 10^9 Па.

Кроме иих в лабораторной практике и при исследованиях иаходят применение грузопоршиевые и электрические манометры и вакуумметры различных видов (см. п. 9.8.2). На рис. 7.11 приведены диапазоны применения наиболее распространеиных средств измерения давления и вакуума.

7.3.2. ЖИДКОСТНЫЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

В жидкостных U-образных (рис. 7.12) приборах давление измеряемой среды

$$p = p_1 - p_2 = h\rho g. \qquad (7.36)$$

В чашечных манометрах отсчет уровня производится только в минусовом сосуде:

$$p_1 - p_2 = h_1\left(1 + \frac{f}{F}\right)\rho g, \qquad (7.37)$$

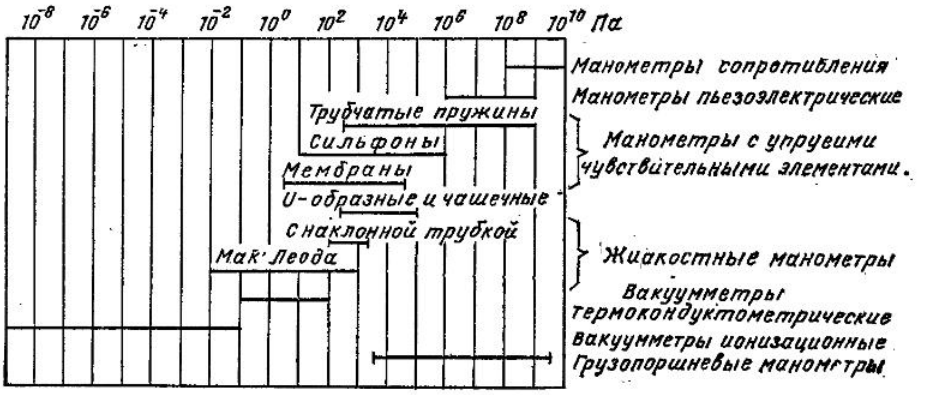


Рис. 7.11. Области применения средств измерения давления и вакуума.

где f, F — площади сечений минусового и плюсового сосудов.

Если над уравновешивающей жидкостью расположена жидкая измеряемая среда плотностью ρ_c, то

$$p_1 - p_2 = h_1 (1 + f/F)(\rho - \rho_c) g. \quad (7.38)$$

Пределы измерения таких манометров зависят от их геометрических размеров и плотности уравновешивающей жидкости и, как правило, не превышает 10^5 Па (750 мм рт. ст.). Погрешность измерения составляет ±2 мм для U-образных и ±1 мм для чашечных (однотрубных) манометров. Применение оптических устройств для отсчета уровня позволяет повысить точность измерения.

Для измерения малых давлений (от 10^2 до $2 \cdot 10^3$ Па) применяют *микроманометры* с наклонной трубкой (рис. 7.13):

$$p = n \left(\sin \alpha + \frac{f}{F} \right) \rho g. \quad (7.39)$$

Угол наклона трубки имеет несколько фиксированных значений, таких, что отсчитанные значения n умножаются на «круглый» коэффициент: 0,2; 0,3; 0,4; 0,6 и 0,8. Приборы этого типа имеют классы точности 0,5 и 1.

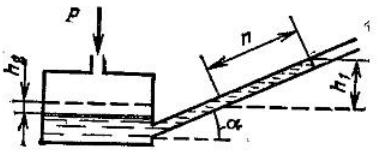


Рис. 7.13. Схема микроманометра с наклонной трубкой.

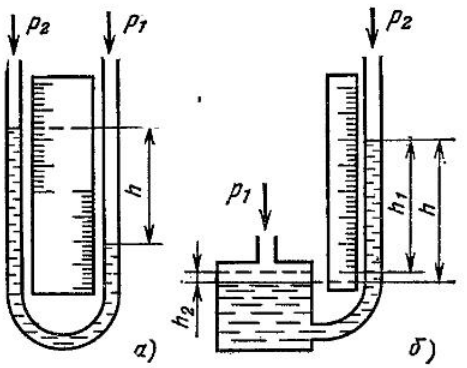


Рис. 7.12. Схемы U-образного (*а*) и чашечного (*б*) манометров.

Жидкостные ртутные барометры стационарного типа предназначены для измерения атмосферного давления в интервале от 0,068 (или 0,081) до 0,107 МПа. Для повышения точности отсчета до 10 Па применяется нониус. В показания барометра вводится ряд поправок [1], повышающих точность измерения.

Более подробно характеристики жидкостных приборов для измерения давления приведены в [19].

7.3.3. ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ С УПРУГИМИ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Приборы, использующие для измерения давления деформацию или изгибающий момент упругих чувствительных элементов, имеют очень широкий диапазон применения: от 10 до 10^9 Па.

Приборы с *трубчатой пружиной*, применяемые для измерения давления, имеют верхние пределы измерения 0,6; 1,0; 1,6; 2,5; 4; 6; 10; 16; 25; 40; 60; 100; 160; 250; 400; 600; 1000; 1600; 2500; 4000; 6000; 10 000 кгс/см² (0,06; 0,1; 0,16; 0,25; 0,4; 0,6; 1; 1,6; 2,5; 4; 6; 10; 16; 25; 40; 60; 100; 160; 250; 400; 600 и 1000 МПа). Такие же приборы применяются для измерения вакуума с пределами измерения 0,6 и 1,0 кгс/см² (0,06—0,1 МПа). Мановаку-

Таблица 7.16

Технические характеристики показывающих манометров, вакуумметров и мановакуумметров общего и специального назначения

Наименование	Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	Диаметр корпуса, мм	Расположение присоединительного штуцера	Пределы измерения, кгс/см²
Манометры показывающие общего назначения	ОБМ1-100	2,5	100	Радиальное	0—1; 0—1,6; 0—2,5; 0—4; 0—6; 0—10; 0—16; 0—25; 0—40; 0—60
	МОШ1-100			Осевое	
	ОБМГи1-100				0—100; 0—160; 0—250
	ГМ-100				
	МТП-100	1,5 и 2,5		Радиальное	0—0,6; 0—1; 0—1,6; 0—2,5; 0—4; 0—6; 0—10; 0—16; 0—25; 0—40; 0—60; 0—100; 0—160; 0—250; 0—400; 0—600
	ОБМ1-160	1,5	160	Радиальное	0—1; 0—1,6; 0—2,5; 0—4; 0—6; 0—10; 0—16; 0—25; 0—40; 0—60; 0—100
	МОШ1-160			Осевое	
	ОБМГн1-160			Радиальное	0—160; 0—250; 0—400; 0—600
	МГнОН1-160			Осевое	
	ОБМГв1-160			Радиальное	0—1000; 0—1600
	ГМ-160				0—100; 0—160; 0—250; 0—400; 0—600
	ГМОШ-160			Осевое	
	МТП-160			Радиальное	0—0,6; 0—1; 0—1,6; 0—2,5; 0—4; 0—6; 0—10; 0—16; 0—25; 0—40; 0—60; 0—100; 0—160; 0—250; 0—400; 0—600; 0—1000; 0—1600
	МП-5		250		0—6; 0—10; 0—16; 0—25; 0—40; 0—60; 0—100; 0—160; 0—250; 0—400; 0—600
Мановакуумметры показывающие общего назначения	ОБМВ1-100	2,5	100	Радиальное	−1 ÷ 0 ÷ +0,6
	МВОШ1-100			Осевое	−1 ÷ 0 ÷ +1,5
	МВТП-100	1,5 и 2,5		Радиальное	−1 ÷ 0 ÷ +3
	ОБМВ1-160	1,5	160		−1 ÷ 0 ÷ +5
	МВОШ1-160			Осевое	−1 ÷ 0 ÷ +9 −1 ÷ 0 ÷ +15
	МВТП-160			Радиальное	−1 ÷ 0 ÷ +24

Продолжение табл. 7.16

Наименование	Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	Диаметр корпуса, мм	Расположение присоединительного штуцера	Пределы измерения, кгс/см²
Вакуумметры показывающие общего назначения	ОБВ1-100	2,5	100	Радиальное	−1 ÷ 0
	ВОШ1-100			Осевое	
	ВТП-100	1,5 и 2,5		Радиальное	
	ОБВ1-160	1,5	160		
	ВОШ1-160			Осевое	
	ВТП-160			Радиальное	
Манометры и мановакуумметры для фреона	ОБМ1-100бф	1,5 и 2,5	100	Радиальное	0—25
	ОБМВ1-100бф				−1 ÷ 0 ÷ +15 −1 ± 0 ÷ +24
Манометры для воздуха, кислорода, нейтральных горючих сред	МТ-1	4	60	Радиальное	0—1,6; 0—2,5; 0—4; 0—6; 0—10; 0—16; 0—25; 0—40; 0—60; 0—100; 0—160; 0—250; 0—400
	МТ-2				
	МТ-3			Осевое	
	МТ-4				
Манометры для измерения давления воздуха, неагрессивных жидкостей, газов и паров	МПД-1	2,5	40	Осевое	0—1,6
	МПД-2				0—2
	МПД-3				0—2,5
	МПД-4				0—4
	МПД-5				0—6
	МПД-6				0—10
	МПД-7				0—16
	МПД-8				0—25
	МПД-9				0—40
	МПД-10				0—60
	МПД-11				0—100
	МПД-12				0—160
	МПД-13				0—250
Манометры для кислорода	ММ-40С1	4	40	Осевое	0—40
	ММ-40С2				0—250
	ММ-40С3	2,5			

Продолжение табл. 7.16

Наименование	Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	Диаметр корпуса, мм	Расположение присоединительного штуцера	Пределы измерения, кгс/см²
Манометры, мановакуумметры и вакуумметры для точных измерений	МТИ 1218	0,6 и 1	160	Радиальное	0—0,6; 0—1; 0—1,6 0—2,5; 0—4;
	МТИ 1216				0—6; 0—10; 0—16; 0—25
	МТИ 1246				0—40; 0—60; 0—100
	МТИ 1232				0—100; 0—160; 0—250; 0—400; 0—600
	МТИ 1217	1			0—1000; 0—1600
	МВТИ 1218	0,6 и 1			—1 ÷ 0 ÷ +0,6; —1 ÷ + +1,5; —1 ÷ +3
	МВТИ 1216				—1 ÷ +5; —1 ÷ +9; —1 ÷ +15; —1 ÷ +24
	ВТИ 1218				—0,6 ÷ 0; —1 ÷ 0

умметры имеют пределы вакуумметрического давления 1 кгс/см² и избыточного давления 0,6—24 кгс/см² (0,06—2,36 МПа).

Приборы с трубчатой пружиной выпускаются следующих разновидностей (ГОСТ 8625-77):

1) приборы в круглом корпусе без фланца (или с задним фланцем) с радиальным штуцером;

2) приборы в круглом корпусе без фланца (или с передним фланцем) с осевым штуцером;

3) приборы в квадратном корпусе без фланца (или с передним фланцем) с радиальным штуцером;

4) приборы в квадратном корпусе без фланца (или с передним фланцем) с осевым штуцером.

Диаметр корпуса прибора может иметь размеры 25; 40; 60; 100; 160 и 250 мм. Соответственно приборы диаметром 250 мм имеют класс точности 0,4 и 0,6; диаметром 160 мм 0,6; 1 и 1,5; диаметром 100 мм 1; 1,5 и 2,5; диаметром 60 мм 1,5; 2,5 и 4; диаметром 50 мм 2,5 и 4. Для приборов диаметром 25 мм класс точности не устанавливается, они предназначены для работы в качестве индикаторов давления.

Технические характеристики манометров, вакуумметров и мановакуумметров с трубчатой пружиной приведены в табл. 7.16.

Отклонение температуры от нормальных значений вызывает дополнительную погрешность. Формулы и коэффициенты для расчета температурной погрешности приводятся в технической документации на средства измерения.

Рабочее давление необходимо выбирать не менее $^3/_4$ верхнего предела измерения при постоянном давлении и не менее $^2/_3$ верхнего предела измерения при переменном давлении измеряемой среды. Допускается перегрузка манометров с верхним пределом измерения до 100 кгс/см² (9,81 МПа) на 25%, а с пределами измерения 160 кгс/см² (15,7 МПа) и более — на 15—5%. На циферблате прибора наносят единицы, класс точности, условное обозначение вакуумметрического давления со знаком — (минус), наименование и обозначение среды для приборов специального исполнения (например, «Кислород» и «Маслоопасно» для кислородных приборов), обозначение состояния среды (например, «Для жидких сред» или индекс «ж») в случае необходимости.

Технические показывающие приборы могут быть снабжены несколькими упругими чувствительными элементами (многострелочные), дополнительными устройствами для сигнализации и дистанционной передачи аналоговых электрических и пневматических унифицированных сигналов, разделительными устройствами для защиты упругих чувствительных элементов от непосредственного воздействия агрессивной, вязкой или кристаллизующейся измеряемой среды. В табл. 7.17 и 7.18 приведены пределы измерения приборов типа МЭД и технические характеристики приборов типов МП4, ВП4 и МВП4, оснащенных дополнительными устройствами.

Самопишущие приборы имеют в качестве чувствительного элемента либо многовитковую трубчатую пружину [для манометров с верхним пределом измерения от 10 до 1600 кгс/см² (1,0—160 МПа)], либо

Таблица 7.17

Пределы измерения приборов типа МЭД

Прибор	Модель	Пределы измерения, кгс/см²
Манометр	2364	0—1; 0—1,6; 0—2,5; 0—4; 0—6; 0—10; 0—16
	2365	0—25; 0—40; 0—60; 0—100; 0—160; 0—250; 0—400; 0—600; 0—1000; 0—1600
Мановакуумметр	2364	−1 ÷ 0 ÷ +0,6; −1 ÷ 0 ÷ +1,5; −1 ÷ 0 ÷ +3; −1 ÷ 0 ÷ +5; −1 ÷ 0 ÷ +15
	2365	−1 ÷ 0 +24
Вакуумметр	2364	−1 ÷ 0

Таблица 7.18

Технические характеристики приборов МП4, МВП4 и ВП4

Прибор	Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	Пределы измерения, кгс/см²
Манометр	МП4—III, МП4—IV	1,5	0—0,6; 0—1; 0—1,6; 0—2,5; 0—4; 0—6; 0—10; 0—16; 0—25; 0—40; 0—60; 0—100; 0—160; 0—250; 0—400; 0—600; 0—1000; 0—1600
	МП4—V, МП4—VI	1 и 1,5	
Мановакуумметр	МВП4—III и IV	1,5	−1 ÷ 0 ÷ +0,6; −1 ÷ 0 ÷ +1,5 −1 ÷ 0 ÷ +3; −1 ÷ 0 ÷ +5; −1 ÷ 0 ÷ +9; −1 ÷ 0 ÷ +15; −1 ÷ 0 ÷ +24
	МВП4—V и VI	1 и 1,5	
Вакуумметр	ВП4—III и IV	1,5	−0,6 ÷ 0; −1 ÷ 0
	ВП4—V и VI	1 и 1,5	

Примечание. Модификации приборов оснащены дополнительными устройствами: III — сигнальным устройством, IV — взрывозащищенным сигнальным устройством, V, VI — пневматическим и электрическим преобразователем соответственно.

Таблица 7.19

Пределы измерения самопишущих приборов с трубчатой пружиной для измерения давления и вакуума

Прибор	Тип прибора		Пределы измерения; кгс/см²
	Электрический привод диаграммы	Привод диаграммы часовым механизмом	
Манометр с записью одиого параметра	МТС-711	МТС-712	0—0,6; 0—1; 0—1,6; 0—2,5 0—4; 0—6; 0—10; 0—16; 0—25; 0—40; 0—60; 0—100; 0—160; 0—250; 0—400; 0—600; 0—1000; 0—1600
Манометр с записью двух параметров	МТ2С-711	МТ2С-712	
Манометр с регулнрующим устройством	МТ-711Р	МТ-712Р	
Мановакуумметр с записью одиого параметра	МВТС-711	МВТС-712	−1 ÷ 0 ÷ +0,6; −1 ÷ 0 ÷ +1,5; −1 ÷ 0 ÷ +3
Мановакуумметр с записью двух параметров	МВТ2С-711	МВТ2С-712	
Мановакуумметр с регулнрующим устройством	МВТ-711Р	МВТ-712Р	−1 ÷ 0 ÷ +5; −1 ÷ 0 ÷ +9

Продолжение табл. 7.19

Прибор	Тип прибора		Пределы измерения, кгс/см²
	Электрический привод диаграммы	Привод диаграммы часовым механизмом	
Вакуумметр с записью одиого параметра	ВТС-711	ВТС-712	—0,6 ÷0; —1 ÷0
Вакуумметр с записью двух параметров	ВТ2С-711	ВТ2С-712	—0,6 ÷0; —1 ÷0

гармониковую мембрану — сильфон [для манометров с верхним пределом измерения от 0,6 до 6,0 кгс/см² (0,06—0,6 МПа), а также для вакуумметров и большинства мановакуумметров].

Классы точности самопишущих манометров 0,6; 1,0 и 1,5, а вакуумметров и мановакуумметров 1,0 и 1,5. Динамические погрешности приборов и дополнительные погрешности за счет влияющих величин указываются в технической документации на эти приборы.

Самопишущие приборы выпускаются с дисковыми или ленточными диаграммами для одновременной записи одного, двух или трех значений давления. Перемещение диаграммной бумаги осуществляется либо часовым механизмом, либо синхронным электродвигателем переменного тока 36, 127 или 220 В. Время одного оборота дисковой диаграммы может составлять 8, 12, 16 и 24 ч, а скорость движения ленточной диаграммы может изменяться от 10 до 1200 мм/ч. Пределы измерения и характеристики самопишущих манометров, вакуумметров представлены в табл. 7.19. Более подробно характеристики приборов приведены в [19].

Для измерения небольших давлений и разрежений применяются напоромеры, тягомеры и тягонапоромеры с упругими или вялыми *мембранными чувствительными элементами*. Напоромеры и тягомеры имеют шкалы с верхним пределом измерения 16; 25; 40; 60; 100; 160; 250; 400; 600; 1000; 1600; 2500; 4000 кгс/м², или 0,16; 0,25; 0,4; 0,6; 1; 1,6; 2,5; 4; 6; 10; 16; 25; 40 кПа. Приборы с двусторонней шкалой выпускаются на пределы измерения от ±8 до ±2000 кгс/м² (от ±80 до $\pm 2 \cdot 10^4$ Па), а с верхним пределом измерения до 60 (или ±30) кгс/м² выпускаются класса точности 2,5; приборы с большими значениями верхних пределов измерения выпускаются класса 1,5 и 2,5, а с верхним пределом измерения 600 кгс/м² (0,006 МПа) и более — еще и класса 1,0. Характеристики сильфонных напоромеров, тягомеров и тягонапоромеров приведены в табл. 7.20, а более подробно — в [19].

Отклонение влияющих величин за границы нормальной области значений вызывает дополнительную погрешность, которая определяется технической документацией на средства измерения.

Большое распространение получили измерительные преобразователи, которые используют в комплекте с измерительными приборами, машинами централизованного контроля и другими средствами регулирования и управления.

Одной из разновидностей измерительных преобразователей давления ГСП является полупроводниковый преобразователь

Таблица 7.20

Характеристики сильфонных напоромеров, тягомеров и тягонапоромеров

Прибор	Привод диаграммы, дополнительное устройство	Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	Пределы измерения, кгс/м²
Напоромер самопишущий	Привод от синхронного двигателя	НС-711	4	0—16
			2,5	0—25; 0—40; 0—60
			1,5	0—100; 0—160; 0—250; 0—400
	Привод от часового механизма	НС-712	1 и 1,5	0—600; 0—1000; 0—1600; 0—2500; 0—4000

Продолжение табл. 7.20

Прибор	Привод диаграммы, дополнительное устройство	Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	Пределы измерения, кгс/м²
Напоромер показывающий	Без дополнительных устройств	НС-718	1 и 1,5	0—600; 0—1000; 0—1600; 0—2500; 0—4000
	Пневматический преобразователь	НС-718П		
	Электрическое сигнальное устройство	НС-717Сг		
Тягомер самопишущий	Привод от синхронного двигателя	ТМС-711	4	—16 ÷ 0
			2,5	—25 ÷ 0; —40 ÷ 0; —60 ÷ 0
	Привод от часового механизма	ТМС-712	1,5	—100 ÷ 0; —160 ÷ 0; —250 ÷ 0; —400 ÷ 0
			1 и 1,5	—600 ÷ 0; —1000 ÷ 0; —1600 ÷ 0; —2500 ÷ 0; —4000 ÷ 0
Тягомер показывающий	Без дополнительных устройств	ТМС-718	1 и 1,5	—600 ÷ 0; —1000 ÷ 0; —1600 ÷ 0; —2500 ÷ 0; —4000 ÷ 0
	Пневматический преобразователь	ТМС-718П		
	Электрическое сигиальное устройство	ТМС-717Сг		
Тягоиапоромер самопишущий	Привод от синхронного двигателя	ТНС-711	4	—8 ÷ 0 ÷ +8
			2,5	—12,5 ÷ 0 ÷ +12,5; —20 ÷ 0 ÷ +20; —30 ÷ 0 ÷ +30
	Привод от часового механизма	ТНС-712	1,5	—50 ÷ 0 ÷ +50; —80 ÷ 0 ÷ +80; —125 ÷ 0 ÷ +125; —200 ÷ 0 ÷ +200
			1 и 1,5	—300 ÷ 0 ÷ +300; —500 ÷ 0 ÷ +500; —800 ÷ 0 ÷ +800; —1250 ÷ 0 ÷ +1250; —2000 ÷ 0 ÷ +2000
Тягонапоромер показывающий	Без дополнительных устройств	ТНС-718	1 и 1,5	—300 ÷ 0 ÷ +300; —500 ÷ 0 ÷ +500; —800 ÷ 0 ÷ +800; —1250 ÷ 0 ÷ +1250; —2000 ÷ 0 ÷ +2000
	Пиевматический преобразователь	ТНС-718П		
	Электрическое сигнальное устройство	ТНС-717Сг		

Таблица 7.21

Характеристики измерительных преобразователей давления ГСП

Род чувствительного элемента	Наименование прибора	С пневматическим сигналом		С электрическим сигналом		Пределы измерения	
		Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	кгс/м²	кгс/см²
Сильфонный	Напоромер	НС-П1	1	НС-Э1	1,5	0—40	—
					1 и 1,5	0—63	
			0,5 и 1		0,6; 1; 1,5	0—100; 0—160; 0—250	
		НС-П2	1	НС-Э2	1,5	0—100	
					1 и 1,5	0—160	
			0,5 и 1		0,6; 1 и 1,5	0—250; 0—400; 0—630; 0—1000;	
		НС-П3		НС-Э3		0—630; 0—1000; 0—1600; 0—2500; 0—4000	
	Манометр	МС-П1	1	МС-Э1		—	0—0,25
			0,5 и 1				0—0,4; 0—0,6; 0,1; 0—1,6; 0—2,5; 0,4
		МС-П2	1	МС-Э2	1 и 1,5		0—4
			0,5 и 1		0,6; 1; 1,5		0—6; 0—10; 0—16; 0—25
Пружинный	Манометр	МП-П2	0,5 и 1	МП-Э2	0,6; 1 и 1,5	—	0—40; 0—60; 0—100
		МП-П3		МП-Э3			0—160; 0—250; 0—400
		МП-П4		МП-Э4			0—600; 0—1000

	Манометр сверхвысокого давления	МСВ-П1	1	МСВ-Э1	1 и 1,5	—	0—1000
		МСВ-П2		МСВ-Э2			0—1600
		МСВ-П3		МСВ-Э3			0—2500
		МСВ-П4		МСВ-Э4			0—4000
		МСВ-П5		МСВ-Э5			0—6000
		МСВ-П6		МСВ-Э6			0—10 000
Сильфонный	Тягомер	ТС-П1	1	ТС-Э1	1,5	—40÷0	—
					1 и 1,5	—63÷0	
			0,5 и 1		0,6; 1 и 1,5	—100÷0; —160÷0; —250÷0	
		ТС-П2	1	Э2	1,5	—100÷0	
					1 и 1,5	—160÷0	
			0,5 и 1		0,6; 1 и 1,5	—250÷0; —400÷0; —630÷0; —1000÷0	
		ТС-П3	0,5 и 1	ТС-Э3	0,6; 1 и 0,5	—630÷0; —1000÷0; —1600÷0; —2500÷0; —4000÷0	—
	Вакуумметр	ВС-П1	1	ВС-Э1	1 и 1,5	—	—0,025÷0
			0,5 и 1		0,6; 1 и 1,5		—0,4÷0; —0,6÷0; —1÷0
	Тягонапоромер	ТНС-П1	1	ТНС-Э1	1,5	—20÷0÷+20	
					1 и 1,5	—31,5÷0÷+31,5	
			0,5 и 1		0,6; 1 и 1,5	—50÷0÷+50; —80÷0÷+80; —125÷0÷+125	

Продолжение табл. 7.21

Род чувствительного элемента	Наименование прибора	С пневматическим сигналом		С электрическим сигналом		Пределы измерения	
		Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	кгс/м²	кгс/см²
Сильфонный	Тягонапоромер	ТНС-П2	1	ТНС-Э2	1,5	—50÷0÷+50	—
					1 и 1,5	—80÷0÷+80	
			0,5 и 1		0,6; 1 и 1,5	—125÷0÷+125; —200÷0÷+200; —315÷0÷+315; —500÷0÷+500	
		ТНС-П3	1	ТНС-Э3		—315÷0÷+315	
			0,5 и 1			—500÷0÷+500; —800÷0÷+800; —1250÷0÷+1250; —2000÷0÷+2000	
	Мановакуумметр	МВС-П1	0,5 и 1	МВС-Э1	0,6; 1 и 1,5	—	—1÷0÷+0,6; —1÷0÷+1,5; —1÷0÷+3
		МВС-П2	1	МВС-Э2	1 и 1,5		—1÷0÷+3;
			0,5 и 1		0,6; 1 и 1,5		—1÷0÷+5; —1÷0÷+9; —1÷0÷+15; —1÷0÷+24;
	Манометр абсолютного давления	МАС-П1	1,5	МАС-Э1	1,5	—	0—0,25; 0—0,4
			1 и 1,5		1 и 1,5		0—0,6; 0—1
		МАС-П2	0,6; 1 и 1,5	МАС-Э2	0,6; 1 и 1,5		0—1,6; 0—2,5; 0—4
							0—6; 0—10; 0—16; 0—25

	МАС-П3	2,5	МАС-Э3	2,5	0—0,06
		1,5 и 2,5		1,5 и 2,5	0—0,1
		1 и 1,5		1 и 1,5	0—0,16
		0,6; 1 и 1,5		0,6; 1 и 1,5	0—0,25 0—0,4
Манометр узкопредельный	МС-П12	0,25 и 0,4	МС-Э12	0,6; 1 и 1,5	2,1—2,5
		0,4 и 0,6			1,9—2,5
		0,6 и 1			1,5—2,5
		0,25 и 0,4			3,4—4
		0,4 и 0,6			3—4
		0,6 и 1			2,4—4
	МС-П13	0,25 и 0,4	МС-Э13	0,6; 1 и 1,5	5—6
		0,4 и 0,6			4,4—6
		0,6 и 1			3,5—6
		0,25 и 0,4			8,4—10
		0,4 и 0,6			7,5—10
		0,6 и 1			6—10
	МС-П15	0,25 и 0,4	МС-Э15	0,25 и 0,4	13,5—16
		0,4 и 0,6		0,4 и 0,6	12—16
		0,6 и 1		0,6 и 1	10—16
		0,25 и 0,4		0,25 и 0,4	21—25
		0,4 и 0,6		0,4 и 0,6	19—25
		0,6 и 1		0,6 и 1	15—25

Продолжение табл. 7.21

Род чувствительного элемента	Наименование прибора	С пневматическим сигналом		С электрическим сигналом		Пределы измерения	
		Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	Тип	Предел допускаемой основной погрешности, %	кгс/м²	кгс/см²
Сильфонный	Манометр узкопредельный	МС-П17	0,25 и 0,4	МС-Э17	0,25 и 0,4		34—40
			0,4 и 0,6		0,4 и 0,6		30—40
			0,6 и 1		0,6 и 1		24—40
			0,25 и 0,4		0,25 и 0,4		50—60
			0,4 и 0,6		0,4 и 0,6		44—60
			0,6 и 1		0,6 и 1		35—60
		МС-П18	0,25 и 0,4	МС-Э18	0,25 и 0,4		84—100
			0,4 и 0,6		0,4 и 0,6		75—100
			0,6 и 1		0,6 и 1		60—100
			0,25 и 0,4		0,25 и 0,4		135—160
			0,4 и 0,6		0,4 и 0,6		120—160
			0,6 и 1		0,6 и 1		100—160
		МС-П19	0,25 и 0,4	МС-Э19	0,25 и 0,4		210—250
			0,4 и 0,6		0,4 и 0,6		190—250
			0,6 и 1		0,6 и 1		150—250
			0,25 и 0,4		0,25 и 0,4		340—400
			0,4 и 0,6		0,4 и 0,6		300—400
			0,6 и 1		0,6 и 1		240—400
			0,25 и 0,4		0,25 и 0,4		500—600
			0,4 и 0,6		0,4 и 0,6		440—600
			0,6 и 1		0,6 и 1		350—600

типа «Кристалл». Он предназначен для преобразования избыточного давления в унифицированный выходной сигнал постоянного тока 0—5 мА, пропорциональный измеряемому давлению. Верхние пределы измерения преобразователей типа «Кристалл» 1; 1,6; 2,5; 4; 6; 10; 16; 25 и 40 кгс/см² (0,1—4 МПа) (основная погрешность не более 0,6 или 1%) и 60; 100; 160; 250 и 400 кгс/см² (6—40 МПа) (основная погрешность не более 1 или 1,5%). Преобразователи могут работать при температуре окружающей среды от 5 до 50° С и влажности 30—80%.

Характеристики измерительных преобразователей давления ГСП с сильфонными и пружинными чувствительными элементами, с пневматическим или электрическим выходным сигналом приведены в табл. 7.21. Более подробные технические характеристики преобразователей даны в [19].

7.3.4. ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ВАКУУМА

Для измерения вакуума от 10^4 до 10^{-2} Па могут применяться жидкостные приборы (см. п. 7.3.2) и приборы с упругими чувствительными элементами (см. п. 7.3.3).

Ртутный компрессионный вакуумметр Мак Леода. Принцип действия основан на измерении давления газа, объем которого уменьшен (сжат) в 10^2—10^4 раз. Сжатие определенного объема газа осуществляется при повороте вакуумметра за счет перемещения ртути в приборе. При степени сжатия 10^4 разность давлений между сжатым объемом и измеряемой средой в 1 мм рт. ст. соответствует давлению измеряемой среды 10^{-4} мм рт. ст. Приборы этого типа могут применяться в лабораторных и промышленных условиях для измерения вакуума от 10^3 до 10^{-2} Па. Но это приборы периодического действия, и они не позволяют осуществлять непрерывный контроль за значением вакуума. Погрешность приборов этого типа составляет около 1% и менее. На результаты измерения могут влиять конденсирующиеся пары, содержащиеся в объеме измеряемого газа.

Термокондуктометрический вакуумметр [14]. Прибор позволяет осуществлять непрерывное измерение вакуума в диапазоне значений вакуума от 10^2 до 10^{-1} Па. Принцип действия термокондуктометрического вакуумметра основан на зависимости теплопроводности газа от вакуума. Если в вакууме расположить нить и нагревать ее электрическим током, то температура такой нити будет зависеть от теплопроводности газа, окружающего нить, которая в

Таблица 7.22

Сравнительные характеристики средств измерения давления

Средства измерения давления	Ориентировочная погрешность комплекта, %	Нестабильность градуировочной характеристики	Влияние состава измеряемой среды на показания	Влияние температуры измеряемой среды на показания	Возможность загрязнения измеряемой среды	Ориентировочная стоимость комплекта, руб.	Особенности средств измерения
Манометры с трубчатой пружиной	0,5 и более	С	М	М	М	3—120	Ограниченная чувствительность
Манометры с сильфоном	0,5 и более	М	М	М	М	20—150	Высокая стабильность характеристики
Манометры с мембранной коробкой	1,5 и более	С	М	С	М	25—100	Чувствительность к вибрациям
U-образные и чашечные манометры	0,4 и более	М	М	М	С	20—50	Пары ртути могут амальгировать
Микроманометры с наклонной трубкой	0,5 и более	М	С	М	М	130—200	Непригоден для жидких сред
Вакуумметры Мак Леода	1	М	С	М	С	100—200	Пригоден для неконденсирующихся газов
Термокондуктометрические вакуумметры	2 и более	С	Б	С	М	100—300	Градуировка должна быть при низких давлениях
Ионизационные вакуумметры с накаленным катодом	5 и более	С	С	С	С	Свыше 300	Накаленный катод может загрязнять газ
Манометры сопротивления	1 и более	Б	М	Б	М	Свыше 200	Значительный гистерезис
Пьезоэлектрические манометры	1,5 и более	Б	С	С	М	Свыше 400	Нестабильность характеристики

Примечание. М — малая (или нет), С — средняя, Б — большая.

свою очередь будет определятся вакуумом. Приборы этого типа имеют погрешность 2—3% и более. На показания термокондуктометрических вакуумметров влияют изменение тока нагрева, изменение среднего состава газа и ряд других факторов.

Ионизационные вакуумметры. Применяются для измерения вакуума в диапазоне от 10^{-1} до 10^{-6} Па. Устройство вакуумметра этого типа аналогично устройству трехэлектродной радиолампы. Термоэмиссия электронов, испускаемых катодом, вызывает ионизацию молекул газа, которые влияют на значение тока в цепи катод — коллектор (сетка). Отношение коллекторного тока к анодному пропорционально давлению газа. Градуировочная характеристика для каждого преобразователя индивидуальна. Показания зависят от состава газа. Модификация вакуумметра такого типа позволяет измерять вакуум до 10^{-9} Па. Погрешность их составляет 5—10% и более [14].

7.3.5. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ И ВАКУУМА

Точность измерения давления и вакуума зависит от метода измерения, метрологических характеристик средств измерения, условий измерения и ряда других факторов. В табл. 7.22 приведены сравнительные характеристики средств измерения, облегчающие их выбор. При этом необходимо учитывать, что в реальных условиях эксплуатации показания измерительных приборов могут существенно отличаться от нормальных условий или от условий градуировки. Шкала измерительного прибора должна быть выбрана с учетом номинального, максимального и минимального значений измеряемого давления или вакуума. Место отбора давления должно быть в точке, давление в которой наилучшим образом характеризует данный технологический процесс. Соединительная линия от места отбора давления до измерительного преобразователя не должна искажать или затруднять передачу давления как в статическом, так и в динамическом режиме. Устройства отбора давления не должны вызывать возмущения потока и связанного с этим изменения давления в импульсных линиях. Средства измерения давления подключаются к импульсным линиям с помощью специальных устройств, которые должны защищать их от вредного воздействия измеряемой среды (высокой температуры, агрессивного воздействия, загрязнения и т. п.). Выбор способа подключения специальной арматуры при измерении давления осуществляется для конкретных условий измерения, расположения места отбора давления и средств измерения.

При оценке погрешностей измерения давления необходимо самым тщательным образом проанализировать процессы, протекающие в объекте измерения, состояние и параметры измеряемой среды, метод измерения, устройство всех элементов измерительной системы, принцип их действия, условия их эксплуатации, взаимное влияние, все факторы, которые могут оказывать влияние на результаты измерения, и, наконец, метрологические характеристики средств измерения, входящих в измерительную систему.

7.4. ИЗМЕРЕНИЕ РАСХОДА

7.4.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИЗМЕРЕНИИ РАСХОДА

При измерении количества жидкости, газа или пара могут ставиться две задачи:

1) определение количества вещества, прошедшего через измерительный участок за промежуток времени (смену, сутки и т. д.), — в этом случае измерительные приборы называют *счетчиками количества;*

2) определение количества вещества, проходящего через измерительный участок в единицу времени (секунду, час), — в этом случае измерительные приборы называют *расходомерами.*

Счетчики количества бывают двух разновидностей: *скоростные* — определяющие количество вещества по числу оборотов ротора, просуммированное счетным механизмом, и *объемные* — определяющие количество вещества по числу объемов (порций, доз), также просуммированное счетным устройством.

В промышленных и лабораторных условиях чаще ставится задача измерения количества вещества, проходящего в единицу времени через трубопровод, т. е. задача измерения расхода. Расход, измеренный в единицах массы, деленных на единицу времени (кг/с, т/ч), называется массовым расходом, а измеренный в единицах объема, деленных на единицу времени ($м^3$/с, $м^3$/ч), — объемным расходом.

В настоящее время известно свыше 20 методов измерения расхода и большое число их разновидностей. Наибольшее распространение получили расходомеры *переменного перепада давления, постоянного перепада, электромагнитные, тахометрические.*

В лабораторной практике получили распространение также методы измерения расхода с помощью напорных трубок, термоанемометров и меточных расходомеров некоторых разновидностей, а в промышленных условиях — ультразвуковые и ядерно-магнитные расходомеры. Сравнительные характеристики расходомеров представлены в табл. 7.23. Типы расходомеров, выпускаемых в СССР, и их разновидности приведены в [14, 17, 19].

7.4.2. ИЗМЕРЕНИЕ РАСХОДА ПО ПЕРЕПАДУ ДАВЛЕНИЯ В СУЖАЮЩЕМ УСТРОЙСТВЕ

Расходомеры с сужающими устройствами получили широкое распространение и составляют 70—80% всех расходомеров, установленных в СССР и за рубежом. Су-

Таблица 7.23

Сравнительные характеристики средств измерения расхода

Тип	Область измеряемых значений расхода, м³/ч	Область температур измеряемой среды, °С	Область давлений измеряемой среды, кгс/см²	Основная погрешность измерения, %	Диаметры трубопроводов, в которых установлен расходомер, мм	Род измеряемой среды	Особые требования или условия
Сужающие устройства	1 и более	До 1200	До 600	1—1,5 и более	50—1000	Однородные жидкости, газы или пар	Низкая точность на начальном участке шкалы (до 20—25%)
Расходомеры обтекания	$2{,}5\cdot10^{-4}$—200	До 150	До 4 0	1—1,5, индивидуально до 0,3	До 250	Жидкости, газы, пары	Необходимость вертикальной установки для большинства разновидностей приборов
Преобразователи:							
электромагнитные	0,125—25 000	До 150	До 25	1—1,5	2—3600	Электропроводящие жидкости или ионизированные газы	Возможно измерение пульп, суспензий и т. п.
тахометрические	$2\cdot10^{-4}$—$5\cdot10^{4}$	—240÷+700	До 2500	0,5 и менее	2—750	Жидкости или газы	На показания влияет вязкость
термические	10^{-4}—$2\cdot10^{4}$	Д 100	До 100	1,5—2, индивидуально до 0,5	2—800	Газы или жидкости	Нестабильность характеристик из-за отложений на чувствительном элементе. Влияние теплофизических свойств и температуры
ядерно-магнитные	0,3 и более		Нет данных, малые давления	1,5, индивидуально до 0,5	10—150	Жидкости	Жидкости, содержащие водород и фтор
меточные	$3\cdot10^{-4}$ и более	До 50	До 10	1—1,5, индивидуально до 0,5	4—6000	Жидкости или газы	Измерения дискретны
ультразвуковые	$5\cdot10^{-3}$ и более	До 100	До 500	1,5—2	От 10	Жидкости	Отсутствие газовых пузырей

жающие устройства могут быть использованы для измерения расхода любых однофазных сред и установлены в трубопроводах любого диаметра. Температура и давление измеряемой среды могут иметь практически любые значения. Измерительные преобразователи и измерительные приборы могут быть изготовлены серийно. И, наконец, что очень существенно, градуировочная характеристика стандартных сужающих устройств может быть определена расчетным путем. Стандартными называются сужающие устройства, которые удовлетворяют требованиям Правил 28-64 [15].

Для использования указаний Правил 28-64 необходимо соблюдение следующих условий измерения:

1) измеряемая среда заполняет все сечение трубопровода до и после сужающего устройства;

2) поток в трубопроводе установившийся или может быть практически принят таковым;

3) фазовое состояние измеряемой среды не изменяется при прохождении через сужающее устройство (жидкость не испаряется, водяной пар остается перегретым, растворенные в жидкости газы не выделяются);

4) в трубопроводе вблизи сужающего устройства не скапливаются конденсат, пыль (при измерении расхода газа или пара), газы и осадки (при измерении расхода жидкости);

5) на сужающем устройстве при измерении расхода не образуются отложения или обеспечена возможность очистки сужающего устройства.

Измеряемая среда должна быть однофазной или по степени дисперсности и физическим свойствам близка к однофазной.

В трубопроводе, по которому протекает жидкая или газообразная среда, устанавливают устройство (диафрагму, сопло, сопло Вентури), создающее местное сужение потока. Вследствие перехода части потенциальной энергии давления в кинетическую средняя скорость потока в суженном сечении возрастает, в результате чего статическое давление в этом сечении становится меньше статического давления перед сужающим устройством. Разность этих давлений зависит от расхода. Эта зависимость описывается выражением

$$Q_0 = \alpha \varepsilon F_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p} \qquad (7.40)$$

или

$$Q_м = \alpha \varepsilon F_0 \sqrt{2 \rho \Delta p}, \qquad (7.40а)$$

где Q_0 и $Q_м$ — соответственно объемный и массовый расходы; α — коэффициент расхода, определяемый согласно [15, 16]; ε — поправочный множитель на расширение измеряемой среды [15, 16]; F_0 — площадь отверстия сужающего устройства; ρ — плотность измеряемой среды в рабочих условиях; Δp — перепад давления, измеренный непосредственно у торцов сужающего устройства.

В результате расчета сужающего устройства определяют его *градуировочную характеристику:*

$$Q_0 = k_0 \sqrt{\Delta p} \quad \text{или} \quad Q_м = k_м \sqrt{\Delta p}.$$

Градуировочная характеристика справедлива для конкретной измеряемой среды и конкретных параметров (давления, температуры, плотности и т. п.) этой среды. Изменение параметров или среды вызывает необходимость введения коррекции или даже пересчета градуировочной характеристики.

Для того чтобы коэффициенты k_0 и $k_м$ оставались постоянными и равными расчетным значениям, необходимо, чтобы параметры α, ε, F_0 и ρ также были постоянными и равными расчетным значениям. Поскольку коэффициент расхода α зависит от модуля (относительной площади) m и типа сужающего устройства и может зависеть от значения Re, то для конкретного сужающего устройства следует производить измерение в области значений чисел Re, в которой $\alpha = \text{const}$ [15]. Следует иметь в виду, что в процессе эксплуатации вследствие износа сужающего устройства может измениться его модуль m, а вместе с ним и значение коэффициента расхода α.

Поправочный множитель на расширение ε зависит главным образом от отношения $\Delta p/p$. При уменьшении этого отношения ε стремится к 1. При расчете градуировочной характеристики принимают значение ε, соответствующее номинальному значению расхода. Как правило, составляющая погрешности, вызванная изменением ε, невелика. Однако при малых значениях p она может быть очень существенной.

Для обеспечения постоянства и соответствия F_0 расчетным значениям необходимо также, чтобы температура измеряемой среды, а соответственно и сужающего устройства была постоянна и равнялась расчетному значению. В процессе эксплуатации возможно изменение F_0 за счет коррозии и эрозии, поэтому желательно изготавливать сужающие устройства из коррозионностойких материалов, мало подверженных эрозии.

Для сохранения постоянства и соответствия расчетным значениям коэффициентов k_0 и $k_м$ необходимо, чтобы плотность измеряемой среды ρ была постоянна и равна расчетным значениям. Для конкретной измеряемой среды плотность определяется значениями давления p и температуры T, для газов следует учитывать значение коэффициента сжимаемости и относительную влажность. Для жидких сред плотность ρ, как правило, изменяется мало при относительно небольших колебаниях T и p. Однако для газов и паров при тех же колебаниях T и p это изменение часто становится значительным, что вызывает большие по-

грешности при измерении расхода. В связи с этим главным образом при измерении расхода газа возникает необходимость вводить коррекцию (автоматическую или ручную) в показаниях расходомера на изменение плотности.

Квадратичная зависимость между расходом и перепадом давления имеет ряд недостатков. Во-первых, шкала расходомера неравиомерна. Для линеаризации шкалы необходимо провести небольшие конструктивные изменения в измерительном преобразователе или приборе. Это устраиимый недостаток. Во-вторых, квадратичная зависимость вызывает существенное увеличение относительной погрешности измерения при умеиьшении значения измеряемого расхода. Например, при одной и той же абсолютной погрешности измерения на всем диапазоне шкалы относительная погрешность измерения расхода при 25% $Q_{макс}$ возрастает в 16 раз по сравнению с относительной погрешностью при $Q_{макс}$. Этот иедостаток неустранимый, и поэтому точность дифманометра-расходомера устанавливается только в иитервале от 30 до 100% $Q_{макс}$.

Стаидартные сужающие устройства могут применяться на трубопроводах диаметром $D \geqslant 50$ мм. Для трубопроводов меиьшего диаметра общий вид зависимости перепада давления в сужающем устройстве остается иеизменным, но рассчитать градуировочиую характеристику уже не представляется возможным, так как существеиио возрастает погрешность коэффициента расхода и поправочиого множители иа шероховатость.

При *установке сужающих устройств* необходимо соблюдать ряд условий, невыполнение которых может привести к недопостимым погрешностям измерений. Измерительный участок трубопровода должен быть прямым, цилиндрическим, с круглым сечением. Внутренний диаметр участка трубопровода на длине $2D$ до и после сужающего устройства не должен отличаться от расчетного значения D. На внутренней поверхиости этого участка трубопровода не должно быть выступов, наростов и иеровностей от заклепок, сварных швов и и т. п.

Длина прямого участка трубопровода перед сужающим устройством зависит от вида местного сопротивления, нарушающего установившееся движение потока измеряемой среды, и от модуля m (относительной площади) сужающего устройства. Как правило, длина прямого участка L ие меиее $10D$, а, например, после регулирующих органов должна достигать $100D$ [15]. После сужающего устройства также должен быть выдержан прямой участок, который в зависимости от m составляет (4—8) D [15].

При выполнении всех требований по изготовлению сужающих устройств и по их установке [15] можно считать, что их градуировочиая характеристика соответствует расчетной. В этом случае можно оценить погрешность измерения расхода. В лучшем случае при измерении расхода жидкости и использовании дифманометра класса точности 0,5 можно полагать, что среднеквадратическая погрешность измерения расхода составит 0,5—1,2%, а для вероятности 0,95 она будет равна 1—2,4%. При измерении расхода газа погрешность с вероятностью 0,95 будет составлять 1,3—3,5%. При малых D и больших m погрешности могут возрасти в 1,5—2 раза [17].

Расчет и изготовление сужающих устройств, а также комплектация их необходимыми средствами измерения и вспомогательной арматурой осуществляются заводами-изготовителями иа основании вопросных листов, заполняемых заказчиком. В табл. 7.24 указаны заводы — изготовители бескамерных диафрагм, которые являются и изготовителями камерных диафрагм на условные диаметры от 50 до 500 мм и на условное давление от 6 до 100 кгс/см² (0,6—10 МПа). Сварные диафрагмы и сопла с трубопроводами на давление свыше 100 кгс/см² (10 МПа) изготавливает Белгородский котельный завод.

7.4.3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МАНОМЕТРЫ-РАСХОДОМЕРЫ

Дифманометры-расходомеры. Это измерительные преобразователи и приборы, которые предназначены для измерения разиости давлеиий в сужающем устройстве. Чаще всего дифманометры преобразуют сигнал разности давлений в электрический или пиевматический сигиал, фиксируемый показывающим прибором, который может располагаться иа значительном расстоянии от дифманометра. Иногда применяются дифманометры со шкалой без телеметрической системы передачи показаний.

В соответствии с ГОСТ 18140-77 предельные номинальные перепады давления дифманометров-расходомеров выбираются из ряда 1; 1,6; 2,5; 4; 6,3; 10; 16; 25; 40; 63; 100; 160; 250; 400; 630; 1000; 1600 и 2500 кгс/м² (10; 16; 26; 40; 63; 100; 160; 250; 400; 630; 1000; 1600; 2500; 4000; 6300; 10 000; 16 000 и 25 000 Па) и 0,4; 0,63; 1; 1,6; 2,5; 4; 6,3; 10 и 16 кгс/см² (0,04; 0,063; 0,1; 0,16; 0,25; 0,4; 0,63; 1,0 и 1,6 МПа).

Дифманометры и измерительные приборы градуируются в единицах расхода в соответствии с данными расчета сужающего устройства. Верхние пределы измерений *дифманометров-расходомеров,* соответствующие предельным номинальным перепадам давления, должны быть выбраны из ряда:

$$Q_{\text{п}} = a \cdot 10^n,$$

где a — одно из чисел 1; 1,25; 1,6; 2; 2,5; 3,2; 4; 5; 6,3; 8; n — любое целое (положительное или отрицательное) число или нуль.

Нижние пределы измерений дифманометров-расходомеров должны составлять 30% верхиих пределов измерений.

Таблица 7.24

Заводы — изготовители бескамерных диафрагм

Тип диафрагмы	Значения внутренних диаметров, трубопроводов, на которые изготавливаются диафрагмы, мм	Завод-изготовитель
ДБ-2,5; ДБ-6 ДБ-10; ДБ-16 ДБ-25	400—808 400—908 400—808	«Теплоконтроль» (Казань)
ДБ-2,5 ДБ-6; ДБ-10; ДБ-16 ДБ-25	400—1208 400—1008 400—808	«Манометр» (Москва), «Теплоприбор» (Рязань)
ДБ-2,5; ДБ-6; ДБ-10; ДБ-16 ДБ-25	400—1008 400—808	Приборостроительный (Ивано-Франковск)
ДБ-2,5; ДБ-6 и ДБ-16 ДБ-10 и ДБ-25	400—710 400—620	КИП (Харьков)

Наибольшее распространение получили колокольные и поплавковые дифманометры, а также дифманометры с упругими чувствительными элементами.

Колокольные дифманометры. Эти дифманометры применяются для измерения малых разностей давлений — от 10 до 100 кгс/м² (100—1000 Па). Измеряемая разность давлений в колокольных дифманометрах определяется по положению колокола. Различают колокольные дифманометры с гидростатическим и с пружинным уравновешиванием (рис. 7.14). Под колоколом, погруженным в жидкость, создают давление, большее, чем над колоколом. Разность давлений, действующих на колокол, вызывает его перемещение. При гидростатическом уравновешивании в результате перемещения толстостенного колокола изменяется архимедова сила, что приводит к уравновешиванию колокола в различных положениях при различных разностях давлений. При пружинном уравновешивании перемещение тонкостенного колокола вызывает соответствующую деформацию соединен-

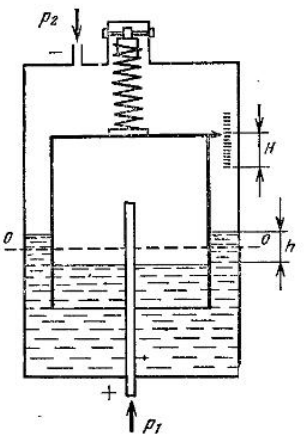


Рис. 7.14. Схема колокольного дифманометра с пружинным уравновешиванием.

Таблица 7.25

Разновидности поплавковых дифманометров

Дифманометр	Без дополнительных устройств	С интегратором	С электрическим сигнальным устройством	С пневматическим преобразователем
Показывающие	ДПМ-780 ДПМ-780Р ДП-780 ДП-780Р	ДП-781Р	ДП-778 ДП-778Р	ДП-787 ДП-787Р ДПМ-787 ДПМ-787Р
Самопишущие	ДПМ-710 ДПМ-710Р ДПМ-710ч ДПМ-710чР ДП-710 ДП-710Р ДП-710ч ДП-710чР	ДПМ-712Р ДП-712Р	—	—

Примечание. ДПМ — на статическое давление до 2,5 кгс/см²; ДП — на статическое давление до 250 кгс/см²; буквы означают Р — дифманометр-расходомер; «ч» — привод диаграммы от часового механизма; у остальных приборов привод интегратора и диаграммы от синхронного двигателя.

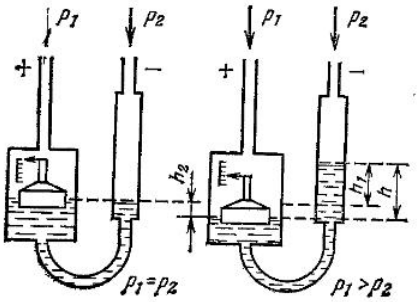


Рис. 7.15. Схема поплавкового дифманометра.

ной с ним пружины, в результате чего происходит уравновешивание. Колокольные дифманометры выпускаются двух разновидностей: ДКО — с дифференциально-трансформаторной системой передачи и ДКОФМ — с ферродинамическим преобразователями. Дифманометры типа ДКО 3702 имеют класс точности 1 и выпускаются на пределы измерения (или суммы значений пределов измерений) 10; 16; 25; 40; 63 и 100 кгс/м² (100; 160; 250; 400; 630 и 1000 Па). Предельно допускаемое рабочее избыточное давление измеряемой среды 2,5 кгс/см² (0,25 МПа). Колокольные дифманометры используют не только для измерения расхода, но и как тягомеры, напоромеры и тягонапоромеры. Серийные колокольные дифманометры типа ДКО, отградуированные вместе с вторичным прибором, имеют предел допускаемой основной погрешности не более ±1,5%.

Дифманометры типа ДКОФМ выпускаются на пределы измерения 4; 6,3; 10; 16; 25 и 40 кгс/м² (40; 63; 100; 160; 250 и 400 Па), рабочее избыточное давление не более 0,6 кгс/см² (0,06 МПа), классов точности 1,6; 2,5 и 4.

Поплавковые дифманометры. Они являются разновидностью чашечных (одиотрубных) жидкостных манометров,в которых разность уровней, а значит, и разность давлений определяются по положению поплавка в широком (плюсовом) сосуде (рис. 7.15). Положение поплавка механически или электрически передается на стрелку показывающего прибора или перо самописца. Минусовый сосуд поплавкового дифманометра делается сменным. Меняя диаметры сменных сосудов, можно менять пределы измерения и получать номинальные перепады давления следующих значений: 630; 1000; 1600; 2500 кгс/м² (6300; 10 000; 16 000; 25 000 Па) и 0,40; 0,63; 1,00 кгс/см² (0,040; 0,063; 0,100 МПа). Выпускаемые типы поплавковых дифманометров (табл. 7.25 и 7.26) могут работать при рабочем давлении до 250 кгс/см². Класс точности поплавковых дифманометров 1 или 1,5.

Дифманометры с упругими чувствительными элементами. Существуют в основном две их разновидности: мембранные и сильфоиные.

Таблица 7.26

Технические характеристики поплавковых дифманометров

Тип	Заполнитель поплавкового сосуда	Предельные перепады давления расходомеров	Пределы измерений перепадомеров, тягомеров и напоромеров с односторонней шкалой	Верхние пределы измерений приборов с односторонней шкалой или суммы пределов измерений приборов с двусторонней шкалой	Верхние пределы измерений (с односторонней шкалой) или суммы пределов измерений с двусторонней шкалой) для уровнемеров	Основная погрешность прибора, %
ДПМ-710; 710ч; 710Р; 710чР; 712Р; 780; 780Р; 787; 787Р	Масло МВП	63; 100; 160; 250; 400 кгс/м²	63; 100; 160; 250; 400; кгс/м²	—	—	Для расходомеров на 63 кгс/м² ±1,6; на пределы измерения 100, 160, 250 и 400 кгс/м² ±1, для перепадомеров, тягомеров и напоромеров ±1 или ±1,6
ДП-710; 710ч; 710Р; 710чР; 712; 778 778Р; 780; 780Р; 781Р; 787; 787Р	Ртуть	630; 1000; 1600; 2500 кгс/м² 0,4; 0,63 кгс/м²	—	630; 1000; 1600; 2500 кгс/м² 0,4; 0,63 и 1 кгс/см²	63; 100; 160; 250; 400; 630 и 1000 см столба измеряемой жидкости	Для расходомеров ±1; для перепадомеров и уровнемеров ±1 или ±1,5

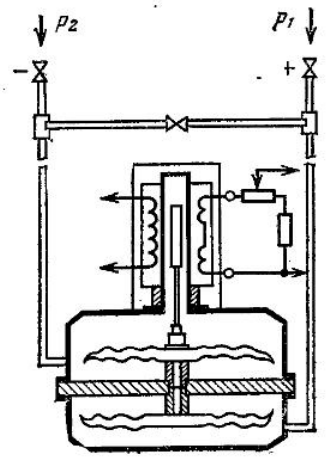


Рис. 7.16. Схема мембранного днфманометра.

Мембранные дифманометры (рнс. 7.16). В качестве чувствнтельного элемента в них применяется мембранный блок, состоящий нз двух мембранных коробок, соединенных между собой н заполненных дистиллированной водой или незамерзающей жндкостью. Одна из коробок расположена в «плюсовой» — нижней камере днфманометра, а другая — в «минусовой» — верхней камере. Центр мембранной коробкн «минусовой» камеры соедннен с сердечником дифференциально-трансформаторного (нлн какого-лнбо другого) преобразователя, передающего сигнал на вторичный показывающий или самопишущий прнбор. Мембранные днфманометры выпускаются на пределы нзмерений от 160 до 4000 кгс/м² (от 1,6 до 40 кПа) н от 0,4 до 6,3 кгс/см² (от 0,04 до 0,63 МПа) для рабочнх давленнй 2,5; 10; 16; 40; 63; 160; 250 н 630 кгс/см².

Днфманометры типов ДМ-Э н ДМ-П работают по прнцнпу компенсацнн усилнй, развиваемых чувствительным элементом. Днфманометры ДМ-Э нмеют уннфицнрованный выходной сигнал 0—5 нлн 0—20 мА, а ДМ-П — уннфицнрованный пневматнческнй сигнал 0,2—1 кгс/см². Дифманометры ДМ-ЭР предназначены для нзмерення расхода и снабжены квадратнчнымн преобразователямн, лннеаризующнмн шкалу по расходу.

Характернстнки нанболее распространенных мембранных днфманометров приведены в табл. 7.27—7.29. Более подробно типы днфманометров опнсаны в [19].

Сильфонные дифманометры. В качестве чувствительных элементов в этнх дифманометрах используются сильфоны, внутренние полости которых сообщаются н заполнены водно-глнцернновой смесью. Одни нз сильфонов расположен в «плюсовой» камере, а другой — в «минусовой». Сильфоны крепятся одним концом к корпусу днфманометра, а другим — к подвижным стаканам, соединенным между собой штоком. Измененне давления вызывает перемещенне сильфонов н связывающего нх штока, который перемещает рычаг, соединенный со стрелкой нлн пером измернтельного прнбора нлн с преобразователем для передачи показаний на расстояние. Сильфонные днфманометры, так же как н мембранные, предназначены для измерення разности давлений в любых средах.

Сильфонные днфманометры выпускаются на перепады давления от 100 до 2500 кгс/м² (от 1000 до 25 000 Па) и от 0,4 до 6,3 кгс/см² (0,04 и 0,63 МПа) на рабочее давленне до 400 кгс/см² (40 МПа). Сильфонные днфманометры типа ДСЭ преобразуют разность давлений в токовый выходной сигнал с помощью преобразователя с компенсацней магнитных потоков. Днфманометры типов ДС-П н ДС-Э построены по принципу компенсацнн усилнй. Все эти дифманометры имеют уннфицнрованные токовые нлн пневматические сигналы

Характернстики сильфонных днфманометров приведены в табл. 7.30—7.33. Более подробно типы дифманометров опнсаны в [19].

Жндкостные днфманометры отлнчаются простотой конструкцнн, высокой надежностью, хорошей ремонтопригодностью и относнтельно невысокой стонмостью. Однако жндкостные днфманометры имеют, как правнло, большое запаздывание показаний, выходят из строя прн односторонних перегрузках, непригодны для работы в нестацнонарных условнях, напрнмер на судовых установках. Дифманометры с упругими чувствительнымн элементами нмеют целый ряд прнмуществ по сравненню с жидкостными приборами: отсутствне рабочей (манометрнческой) жндкостн, хорошне дннамнческне свойства, прнгодность работать в нестацнонарных условнях, возможность нзмерення как малых, так и большнх перепадов, работа прн большом рабочем давленнн.

Днфманометры компенсационного типа являются более совершеннымн по сравненню с днфманометрами с упругимн чувствнтельнымн элементамн: они более точные — основная погрешность лежнт в пределах 0,5—1%, дннамнческне свойства нх более высокне, онн более унннверсальны, позволяют легко переходить от одного предела нзмерения к другому, система дистанцнонной передачн является составной частью компенсацнонного днфманометра. Однако компенсацнонные дифманометры более сложны по конструкцнн, некоторые нз разновндностн чувствнтельны к вибрацням.

7.4.4. РАСХОДОМЕРЫ ПОСТОЯННОГО ПЕРЕПАДА ДАВЛЕНИЯ

Принцнп действия основан на зависимостн от расхода среды вертикального перемещення тела, находящегося в потоке нзмеряемой среды, н одновременного изменення проходного сечения. Прн этом тело (чув-

Таблица 7.27

Техиические характеристики дифманометров ДМ

Наименование	Модель	Пределы измерений разности давлений	Пределы допускаемой основной погрешности, %	Допускаемое рабочее давление, кгс/см²
Дифманометры взаимозаменяемые, унифицированные, с дифференциально-трансформаторным преобразователем	3582	0,4; 0,63; 1; 1,6; 2,5; 4 и 6,3 кгс/см²	1,5	630
	3573	160; 250; 400; 630; 1000; 1600; 2500 кгс/м²	1 и 1,5	63
	3574			250
	3583	0,4; 0,63; 1; 1,6; 2,5; 4 и 6,3 кгс/см²	1,5	160
	3583Ф			

Таблица 7.28

Технические характеристики дифманометров ДМЭ

Тип	Пределы измерения разности давлений	Предел допускаемой основной погрешности, %	Допускаемое рабочее давление, кгс/см²
ДМЭ	160; 250	1,5	400
	400; 630; 1000; 1600; 2500 кгс/м² 0,4; 0,63; 1; 1,6; 2,5; 4; 6,3 кгс/см²	1	
ДМЭР (расходомер)	400; 630; 1000; 1600; 2500 кгс/м²; 0,4; 0,63; 1; 1,6; 2,5; 4; 6,3 кгс/см²	1,5	

Таблица 7.29

Техиические характеристики дифманометров ДМ-П и ДМ-Э

Тип	Пределы измерения разности давлений, кгс/м²	Предел допускаемой основной погрешности, %	Допускаемое рабочее давление, кгс/см²
ДМ-П1	10; 16; 25; 40; 63 и 100	1; 1,5; 2,5	2,5
ДМ-Э1	16; 25; 40; 63 и 100	1 и 1,5	
ДМ-ЭР1		1; 1,5 и 2,5	
ДМ-П2	100; 160; 250; 400 и 630		10
ДМ-Э2		1 и 1,5	
ДМ-ЭР2		1; 1,5 и 2,5	

Таблица 7.30

Разновидности сильфониых дифманометров ДС

Дифманометры	Без доподнительных устройств	С интегратором	С сигиальным устройством	С электрическим выходным унифицированным сигналом	С пневматическим выходным унифицированным сигиалом
Показывающие	ДСП-780	ДСП-781	ДСП-778	ДСП-786	ДСП-787
Самопишущие	ДСС-710	ДСС-712	ДСС-778	—	—

Примечание. Самопишущие приборы выпускаются также с устройством для коррекцнй значений расхода по давлению и температуре, например ДСКС-710 или ДСКС-712.

Таблица 7.31

Технические характеристики дифманометров ДС

Тип	Пределы измерения разности давлений для расходомеров и перепадомеров	Пределы измерения для уровнемеров	Предел допускаемой основной погрешности, %	Допускаемое рабочее давление, кгс/см²
ДСС710Н; 710чН; 712Н ДСП778Н; 780Н; 781Н 786Н; 787Н	630; 1000; 1600; 2500 кгс/м² 0,4 и 0,63 кгс/см²	630; 1000; 1600; 2500; 4000; 6300; 10 000; 16 000 мм столба измеряемой жидкости	1 и 1,5	160
ДСС710В; 710чВ; 712В; ДСП778В; 780В; 781В; 786В; 787В	0,63; 1; 1,6 кгс/см²			320
ДСКС710 ДСКС712 ДСКП787	630; 1000; 1600; 2500 кгс/м² 0,4; 0,63; 1 и 1,6 кгс/см² Пределы коррекции по температуре ±10% от любого значения от 0 до 200 °С. Пределы коррекции по давлению выбираются из интервалов 4—6; 6—10; 10—16; 16—25; 25—40 кгс/см²	—	4	63

Таблица 7.32

Технические характеристики дифманометров ДСЭ на допускаемое рабочее давление 0,25 кгс/см²

Тип	Пределы измерения разности давлений, кгс/м²	Предел допускаемой основной погрешности, %
ДСЭР (расходомер)	100; 160; 250; 400	1,5
ДСЭТ (тягомер)	—400; —250; —160; —100	1
ДСЭН (напоромер)	100; 160; 250; 400	1
ДСЭТН (тягонапоромер)	—20÷0÷+20	1,5

Таблица 7.33

Техиические характеристики дифманометров ДС-П и ДС-Э на допускаемые рабочие давления 100 и 400 кгс/см²

Тип	Пределы измерения разности давлений	Предел допускаемой основной погрешности, %
ДС-П3, ДС-Э3	400 кгс/м²	1 и 1,5
	630; 1000; 1600; 2500 кгс/м²	0,6 и 1
ДС-ЭР3 (расходомер)	400 кгс/м²	1,5
	630; 1000; 1600; 2500 кгс/м²	1 и 1,5
ДС-П4, ДС-Э4	0,4; 0,63; 1;1,6 кгс/см²	0,6 и 1
ДС-ЭР4 (расходомер)		1 и 1,5
ДС-П5; ДС-Э5	2,5; 4; 6,3 кгс/см²	0,6 и 1
ДС-ЭР5 (расходомер)		1 и 1,5

Таблица 7.34

Технические характеристики ротаметров для местного измерения расхода

Тип	Верхний предел измерения, м³/ч		Диаметр условного прохода, мм	Рабочее давление, кгс/см²	Габариты, мм
	Вода	Воздух			
РС-3а	— 0,0025 0,004 0,0063	0,063 0,1 0,16 0,25	4	6—для жидкости, 4—для газа	40×30×160
РМ-0,016Ж РМ-0,025Ж РМ-0,04Ж	0,016 0,025 0,04	—	6	6	⌀ 24×360
РМ-0,25Г РМ-0,4Г РМ-0,63Г	—	0,25 0,4 0,63			
РМ-0,063Ж РМ-0,1Ж РМ-1Г РМ-1,6Г	0,063 0,1 — —	— — 1,0 1,6	10	6	⌀ 32×410
РМ-0,16Ж РМ-0,25Ж РМ-0,4Ж	0,16 0,25 0,4	—	15	6	⌀ 95×455
РМ-2,5Г РМ-4Г РМ-6,3Г	—	2,5 4 6,3			
РМ-0,63Ж РМ-1Ж РМ-10Г РМ-16Г	0,63 1,0 — —	— — 10 16	25	6	⌀ 105×590
РМ-1,6Ж РМ-2,5Ж РМ-25Г РМ-40Г	1,6 2,5 — —	— — 25 40	40	6	⌀ 160×690
РСС-0,016Ж РСС-0,04Ж	0,016 0,04	— —	6	6 6	⌀ 30×390
РСС-0,4Г РСС-0,63Г РСС-1Г	—	0,4 0,63 1		4 4 4	
РСС-0,1Ж РСС-0,16Ж РСС-0,25Ж РСС-0,4Ж	0,1 0,16 0,25 0,4	—	16	6	⌀ 43×485
РСС-4Г РСС-6,3Г РСС-10Г	—	4 6,3 10		4	
РСС-1Ж РСС-1,6Ж РСС-2,5Ж РСС-4Ж	1 1,6 2,5 4	—	40	5	⌀ 120×640
РСС-25Г РСС-40Г	— —	25 40		3 3	

Таблица 7.35

Технические характеристики ротаметров с электрической дистанционной передачей показаний

Тип РЭ или РЭВ	Верхний предел измерения по воде, м³/ч	Диаметр условного прохода, мм	Габариты, мм
РЭ-0,025Ж РЭ-0,04Ж	0,025 0,04	6	290×167× ×79
РЭ-0,063Ж	0,063	10	
РЭ-0,1Ж	0,1	10	420×171× ×112
РЭ-0,16Ж РЭ-0,25Ж РЭ-0,4Ж	0,16 0,25 0,40	15	
РЭ-0,63Ж РЭ-1Ж	0,63 1	25	465×198× ×136
РЭ-1,6Ж РЭ-2,5Ж РЭ-4Ж	1,6 2,5 4	40	
РЭ-6,3Ж РЭ-10Ж	6,3 10	70	560×301× ×212
РЭ-16Ж	16	100	

ствительный элемент) уравновешивается в потоке среды таким образом, чтобы перепад давления на чувствительном элементе оставался постоянным. Уравнение расхода в общем виде подобно уравнению расхода для сужающих устройств (7.40):

$$Q = \alpha F_к \sqrt{\frac{2}{\rho}\Delta p}, \qquad (7.41)$$

только в этом случае изменяется сечение $F_к$, а не перепад давления Δp. Естественно, что значения коэффициента расхода α для сужающих устройств и для расходомеров постоянного перепада — различны.

Ротаметры. Получили наибольшее распространение среди расходомеров постоянного перепада. В простейшем виде ротаметр представляет собой конусную стеклянную трубку, расположенную вертикально, внутри которой находится поплавок. На верхнем ободке поплавка имеются бороздки, которые обеспечивают вращение поплавка в потоке измеряемой среды и его самоцентрирование. Изменение расхода нарушает равновесие поплавка и вызывает его перемещение по трубке до тех пор, пока разность давлений до и после поплавка не будет его уравновешивать. Положение поплавка, при котором выполняется условие равновесия, зависит от расхода и проходного сечения (кольцевого зазора между поплавком и трубкой) ротаметра. По положению поплавка судят о расходе через ротаметр. В табл. 7.34 представлены характеристики стеклянных ротаметров.

К преимуществам ротаметров следует отнести: простоту конструкции, наглядность показаний, возможность измерения малых расходов, применимость для измерения агрессивных сред, значительное отношение $Q_{макс}/Q_{мин}$ (10 и более) и, наконец, практически равномерную шкалу. Недостатками стеклянных ротаметров являются: необходимость вертикальной установки, хрупкость, отсутствие записи и передачи показаний на расстояние, зависимость показаний от вязкости, температуры и давления измеряемой среды. Некоторые эти недостатки могут быть устранены в ротаметрах с металлической трубкой и корпусом. Характеристики ротаметров с электрической дистанционной передачей показаний приведены в табл. 7.35, а характеристики ротаметров с пневматической дистанционной передачей и местной шкалой — в табл. 7.36. Ротаметры с пневматической дистанционной передачей показаний имеют классы точности 1,5 и 2,5. Индивидуальная градуировка позволяет снизить погрешность до 0,5%. Температура измеряемой среды для ротаметров РС и РМ составляет 5—50° С, для РСС —40÷+100° С, для РЭ и РЭВ — —40÷+70° С.

7.4.5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ РАСХОДОМЕРЫ

Эти расходомеры обладают рядом преимуществ по сравнению с другими расходомерами. К их числу относятся: 1) отсутствие элементов конструкции внутри трубопровода и связанная с этим возможность измерения расхода агрессивных, вязких и абразивных жидкостей и пульп, а также жидких металлов; 2) возможность использования на трубопроводах диаметром от 2 мм до 3 м; 3) независимость показаний от вязкости, плотности и других физических свойств жидкости; 4) большой диапазон измерения — $Q_{макс}/Q_{мин}=10$ и более.

К числу недостатков электромагнитных расходомеров следует отнести: невозможность измерения расхода непроводящих сред (нефтепродуктов, масел, большинства органических жидкостей и газов), ограничение на область применения по температуре (до 150° С) и давлению (до 25 кгс/см² — 2,5 МПа), существенное усложнение измерительной схемы и конструкции для снижения основной погрешности менее чем 1—1,5%.

Принцип действия основан на зависимости ЭДС, индуцируемой в электропроводящей среде, движущейся в магнитном поле от скорости среды:

$$E = BDw_{ср}, \qquad (7.42)$$

где E — индуцируемая ЭДС; B — магнитная индукция; D — диаметр трубопровода; $w_{ср}$ — средняя скорость потока.

Таблица 7.36

Технические характеристики ротаметров с пневматической дистанционной передачей показаний и местной шкалой

Тип	Верхний предел измерения по воде, м³/ч	Диаметр условного прихода, мм		Предел допускаемой основной погрешности, %	Рабочее давление, кгс/см²		Габаритные размеры, мм	
		РП и РПО	РПФ		РП и РПО	РПФ	РП и РПО	РПФ
РП-0,1Ж	0,1	10	10	±2,5	64	16	360×215×196	344×215×136
РП-0,16Ж	0,16	15						
РП-0,25Ж	0,25							
РП-0,40Ж	0,40		20	±1,5				
РП-0,63Ж	0,63	25					360×215×217	344×240×185
РП-1Ж	1							
РП-1,6Ж	1,6	40	40					
РП-2,5Ж	2,5							
РП-4Ж	4							
РП-6,3Ж	6,3	70	50		16		360×215×250	440×225×245
РП-10Ж	10		70					
РП-16Ж	16	100					360×245×300	

Примечание. Температура измеряемой среды для ротаметров РП от —40 до +150° С, для РПФ от +5 до +100° С и для РПО от +5 до 150° С; температура окружающего воздуха для РП от —30 до +50° С, для РПФ от —40 до +50° С и для РПО от +5 до +50° С.

Конструктивно преобразователь электромагнитного расходомера представляет собой участок трубопровода, выполненного из немагнитного материала (нержавеющей стали, пластмассы и др.), в который вмонтировано два электрода. Если трубопровод измерительного преобразователя выполняется из электропроводящего материала, то он изнутри покрывается электроизоляцией (резина, эмаль, фторопласт и т. п.). В месте расположения электродов вне трубопровода расположена магнитная система — полюса магнита или электромагнита. Расходомеры изготавливают с постоянным и переменным магнитным полем

Расходомеры с постоянным магнитным полем. Применяются для измерения расхода жидких металлов или для кратковременных измерений, поскольку в жидкостях с ионной проводимостью при постоянном магнитном поле происходит поляризация электродов, которая практически не позволяет производить длительных измерений с помощью этих расходомеров.

Расходомеры с переменным магнитным полем. Применяются для жидкостей с ионной проводимостью, но не менее 10^{-5}—10^{-6} См/м. На работу расходомеров влияет полярнзация, которая уменьшается с увеличением частоты питания электромагнита, однако при частоте 50 Гц его влияние еще заметно. При переменном магнитном поле в контуре, образованном электродами, выводными проводами и прибором, индуцируется паразитная трансформаторная ЭДС, для полного подавления которой требуется усложнение схемы измерительного преобразователя. Кроме того, вследствие большого сопротивления первичного измерительного преобразователя (до 10^7 Ом) возникает необходимость применения компенсационных измерительных схем.

В настоящее время выпускаются электромагнитные расходомеры на диаметры от 10 до 3600 мм (табл. 7.37). Линия связи между первичным преобразователем и измерительным прибором не должна превышать 100 м.

Таблица 7.37

Технические характеристики электромагнитных расходомеров

Тип	Диаметр условного прохода, мм	Верхние пределы измерения, м³/ч	Предел допускаемой основной погрешности, %	Допускаемое рабочее давление, кгс/см²	Температура измеряемой среды, °С	Материал внутреннего трубопровода
ИР-51	10	0,32; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1; 1,25; 1,6; 2; 2,5	±1	25	70	Резина
	15	0,8; 1; 1,25; 1,6; 2; 2,5; 3,2; 4; 5; 6				
	25	2; 2,5; 3,2; 4; 5; 6; 8; 10; 12,5; 16				
	40	5; 6; 8; 10; 12,5; 16; 20; 25; 32; 40		25	150	Эмаль
	50	8; 10; 12,5; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 60				
	80	20; 25; 32; 40; 50; 60; 80; 100; 125; 160		10	150	Фторопласт
	100	32; 40; 50; 60; 80; 100; 125; 160; 200; 250				
	150	80; 100; 125; 160; 200; 250; 320; 400; 500; 600				
	200	125; 160; 200; 250; 320; 400; 500; 600; 800; 1000				
	300	320; 400; 500; 600; 800; 1000; 1250; 1600; 2000; 2500				
4РИМ50	50	8; 10; 12,5; 16; 20; 25	±1,5	25для ДРИ—ДУ1; 6 для ДРИ—ДУ7	5—50 для ДРИ—ДУ1; 5—100 для ДРИ—ДУ7	Полуэбонит 1751; стеклопластик ЦСЭ или ТСЭ
4РИМ70	70	12,5; 16; 20; 25; 32; 40				
4РИМ80	80	20; 25; 32; 40; 50; 60				
4РИМ100	100	32; 40; 50; 60; 80; 100				
4РИМ125	125	50; 60; 80; 100; 125; 160				
4РИМ150	150	80; 100; 125; 160; 200; 250				
4РИМ200	200	125; 160; 200; 250; 320; 400				

Продолжение табл. 7.37

Тип	Диаметр условного прохода, мм	Верхние пределы измерения, м³/ч	Предел допускаемой основной погрешности, %	Допускаемое рабочее давление, кгс/см²	Температура измеряемой среды, °С	Материал внутреннего трубопровода
4РИМ400	400	400; 500; 600; 800; 1000; 1250; 1600; 2000	±1,5	6	5—50	Полуэбонит 1751
4РИМ600	600	600; 800; 1000; 1250; 1600; 2000; 2500; 3200; 4000				
4РИМ800	800	1000; 1250; 1600; 2000; 2500; 3200; 4000; 5000; 6000; 8000				
ИР-56	400—3600	2000; 2500; 3200; 4000; 5000; 6000; 8000; 10 000; 12 500; 16 000; 20 000; 25 000; 32 000; 40 000; 50 000; 60 000; 80 000; 100 000; 125 000; 160 000	±4	10	4—30	

7.4.6. ТАХОМЕТРИЧЕСКИЕ РАСХОДОМЕРЫ И СЧЕТЧИКИ КОЛИЧЕСТВА

Принцип действия этих приборов основан на измерении частоты вращения или числа оборотов тела, находящегося в потоке измеряемой среды в трубопроводе. Тахометрические преобразователи бывают турбинные (вертушечные), шариковые — для расходомеров и камерные — для счетчиков количества.

В комплект тахометрического расходомера входят чувствительный элемент (турбинка, вертушка, крыльчатка и т. п.), устанавливаемый непосредственно в потоке и вращающийся в зависимости от скорости потока, тахометрический преобразователь, преобразующий частоту вращения вала в частоту, как правило, электрических импульсов, и частотомер (измеритель расхода). В большинстве случаев чувствительный элемент и тахометрический преобразователь конструктивно соединены в одно целое. Бесконтактная система передачи сигналов к измерительному прибору способствует повышению точности измерительной системы.

В счетчиках количества чувствительный элемент связан со счетным механизмом в большинстве случаев механически, при этом возникает необходимость в уплотнении вала турбинки, который через редуктор передает вращение вала на счетный механизм. Тахометрические счетчики занимают ведущее место среди приборов для измерения количества жидкости и газа. Широкое распространение за рубежом получили также турбинные расходомеры, которые изготавливаются для трубопроводов диаметром от 4 до 750 мм, на давление до 2500 кгс/см² (250 МПа) и температуру от —240 до +700° С [17]. В СССР тахометрические расходомеры начинают находить применение в нефтяной, химической и некоторых других отраслях промышленности. Тахометрический метод измерения является на сегодня одним из наиболее точных методов измерения расхода жидкостей и газов. Известны расходомеры с основной погрешностью 0,1—0,2%, серийные расходомеры без индивидуальной градуировки имеют класс точности 0,5. Тахометрическими расходомерами можно измерять расходы от $5 \cdot 10^{-9}$ до 2 м³/с [17], они обладают малой инерционностью, исчисляемой миллисекундами. Однако они до сих пор не получили широкого применения по следующим причинам: требуется индивидуальная градуировка для обеспечения основной погрешности до 0,1—0,2%; на результаты измерения влияет вязкость измеряемой среды; срок службы расходомеров ограничен в связи с износом опор и связанным с этим изменением градуировочной характеристики. Разработки тахометрических расходомеров ведутся в НИИтеплоприборе, СКБ «Нефтехимпром», ГИПХ и других организациях [17].

Для измерения количества жидкости широкое распространение получили турбинные (скоростные) и камерные (объемные) счетчики количества.

Таблица 7.38

Технические характеристики крыльчатых счетчиков количества

Тип	Диаметр условного прохода, мм	Пределы измерения, м³/ч			Допускаемая температура воды, °С	Габаритные размеры, мм
		номинальный	верхний	нижний		
УВК-20	20	1,6	2,5	0,06	30	250×112×152
УВК-25	25	2,2	3,5	0,08	30	280×112×157
УВК-32	32	3,2	5,0	0,105	30	300×112×164
УВК-40	40	6,3	10,0	0,17	30	330×112×169
ВКОС-1,6	20	1,6	2,5	0,15	30	250×100×123
ВКОС-3,2	32	3,2	5,0	0,35	30	300×100×133
ВКМС-20	20	1,6	2,5	0,15	30	250×112×153
ВКМС-32	32	3,2	5,0	0,35	30	358×105×149
ВКМС-40	40	6,3	10,0	0,5	30	358×112×149
ВКМС-32Г	32	3,2	3,5	0,5	90	358×105×149
ВКМС-40Г	40	6,3	7,0	1,0	90	358×112×149

Таблица 7.39

Технические характеристики турбинных счетчиков количества

Тип	Диаметр условного прохода, мм	Пределы измерения, м³/ч			Допускаемая температура воды, °С	Габаритные размеры, мм
		номинальный	верхний	нижний		
ВВ-50	50	15	30	1,6	30	155×165×197
ВВ-80	80	42	80	3,0	30	205×200×225
ВВ-200	200	250	850	18,0	30	268×340×358
ВВГ-50	50	15	30	1,6	90	155×165×197
ВВГ-80	80	42	80	3,0	90	205×200×225
ВТ-50	50	15	30	1,6	30	155×160×210
ВТ-80	80	42	84	3,0	30	205×195×245
ВТ-100	100	70	140	4,5	30	215×215×265
ВТ-150	150	150	300	7,0	30	262×280×326
ВТГ-50	50	15	30	1,6	90	155×160×210
ВТГ-80	80	42	84	3,0	90	205×195×245
ВТГ-100	100	70	140	4,5	90	215×215×265
ВТГ-150	150	150	300	7,0	90	262×280×326

Турбинные тангенциальные (крыльчатые) счетчики. Предназначены для измерения количества воды при расходе от 0,06 до 10 м³/ч. Характеристики крыльчатых счетчиков количества приведены в табл. 7.38. Эти счетчики рассчитаны на давление измеряемой среды не более 10 кгс/см². Основная погрешность ±2%, на участке до 10% верхнего предела основная погрешность ±5%.

Турбинные аксиальные счетчики (ГОСТ 14167-76). Предназначены для измерения количества воды при эксплуатационных расходах от 1,6 до 850 м³/ч на трубопроводах диаметром от 50 до 200 мм. Остальные характеристики идентичны характеристикам тангенциальных счетчиков. Характеристики турбинных счетчиков количества приведены в табл 7.39.

Камерные счетчики количества. Имеют один или несколько подвижных элементов, которые при движении отмеряют определенные объемы жидкости или газа. Имеется большое число типов и разновидностей объемных счетчиков количества. Камерные (объемные) счетчики газа и жидкости имеют небольшую погрешность — до 1% для газов и до 0,5% для жидкостей. Камерные счетчики некоторых разновидностей могут применяться для измерения сред с вязкостью $300 \cdot 10^{-6}$ м²/с (300 сСт). Характеристики счетчиков количества жидкости представлены в табл. 7.40. В пределах от 15 до 150% номинального расхода погрешность счетчика не превышает 0,5%. Потери давления в счетчике при максимальном расходе не более 0,5 кгс/см² (0,05 МПа).

Ротационные счетчики. Предназначены для измерения количества газов при давлении до 80 кгс/см² (8 МПа) и температуре от —50 до +50° С. Номинальный расход для этих счетчиков от 40 до 40 тыс. м³/ч при диаметре условного прохода от 50 до 1200 мм. Характеристики ротационных счетчиков типа РГ Ивано-Франковского арма-

Таблица 7.40

Технические характеристики объемных счетчиков количества для жидкости

Тип	Тип преобразовательного элемента	Диаметр условного прохода, мм	Измеряемая среда	Пределы измерения, м³/ч		Параметры измеряемой среды			Габаритные размеры, мм
				нижний	верхний	Температура, °С	Давление, кгс/см²	Вязкость, сСт	
ШЖУ-25-6	Овальные шестерни	25	Неагрессивные нефтепродукты	0,5	4,5	−40÷+40	6	До 300	254×225×194
ШЖ-40С-6		40		1,7	25			До 300	270×315×264
ШЖАО-40-16			Агрессивные застывающие жидкости	1,5	6	60÷170	16	До 60	354×370×295
ШЖУА-40-16			Кислоты, щелочи, нейтральные жидкости	0,6	10,5	−40÷+80		До 300	325×255×330
ШЖАО-60-16		60	Агрессивные застывающие жидкости	3	15	60—170		До 60	402×400×352
ШЖУА-60-16			Кислоты, щелочи и нейтральные жидкости	1,35	24	−40÷+80		До 300	380×360×305
СА-3А		50		2,4	18	−40÷+50	6	—	355×368×275
СА-5		80		3	72		10		360×400×355
СЖШ-1000М			Светлые нефтепродукты	6	60	−40÷+40	6		594×445×480
ЛЖ-100-8	Барабан с лопастями	100	Товарные нефтепродукты	7	105	−50÷+50	8	До 300	480×430×685
МПСП	Цилиндр с поршнем	15	Неагрессивные и вязкие жидкости	15 % верхнего предела	0,05; 0,25; 0,5	—	10	3—12° ВУ	241×235×622
		30			0,08; 1,25; 2; 3,2; 4				336×295×758

Таблица 7.41

Технические характеристики ротационных счетчиков количества для газа

Тип	Диаметр условного прохода, мм	Номинальный расход, м³/ч	Предел допускаемой основной погрешности измерения, %		Габаритные размеры, мм
			Расход 10—20% номинального	Расход 20—120 % номинального	
РГ-40-1	50	40	±3	±1,6 и ±2,5	260×170×175
РГ-100-1	80	100			340×260×240
РГ-250-1	125	250			425×380×360
РГ-400-1	150	400	±2	±1 и ±1,6	530×380×360
РГ-600-1	150	600			620×470×440
РГ-1000-1	200	1000			710×545×500

турного завода представлены в табл. 7.41. Потери давления на счетчике составляют не более 30 кгс/м² (300 Па). Счетчики могут выпускаться в обычном и специальном исполнении (для агрессивных сред, тропических условий и т. п.). Возможно дополнение счетчика преобразователем для передачи показаний на расстояние и для связи с системой автоматического регулирования.

7.5. ИЗМЕРЕНИЕ УРОВНЯ ЖИДКОСТЕЙ

7.5.1. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ УРОВНЯ

При измерении уровня жидкостей возникают задачи измерения либо абсолютного значения уровня, либо отклонения уровня от номинального значения в большую или

Таблица 7.42

Сравнительные характеристики уровнемеров

Типы измерительных преобразователей уровня	Область измеряемых значений уровня, м	Область температур измеряемой среды, °С	Область давлений измеряемой среды, кгс/см²	Основная погрешность измерений, %	Особые условия или требования
Гидростатические	0,025—6,3	До 600	До 250	1—1,5	Значительное влияние температуры, давления и состава измеряемой среды на результаты
Пневмометрические	0,025—6,3	До 200	До 6	1—1,5	Вдуваемый газ не должен влиять на технологический процесс. Влияние давления газа на результаты
Поплавковые	0,025—16	До 300	До 60	1—2 мм	Непригодны для высоких давлений и в жидкостях с выпадающими осадками или кристаллами
Буйковые	0,04—16	До 400	До 100	1	Погрешность в жидкостях с выпадающими осадками или кристаллами
Емкостные	0,2—20	—260÷+250	До 60	2,5	Погрешность за счет изменения диэлектрической проницаемости
Радиоволновые	0,05—30	—200÷+ +1500	До 360	1—2,5	Возможно применение для кипящих жидкостей
Радиоизотопные	До 2	Без ограничений	Без ограничений	0,5	Все средства измерения расположены вне объекта
Акустические	До 3	5—80	До 40	2,5	Влияние температуры измеряемой или промежуточной среды

меньшую сторону. Измерение уровня необходимо производить как в открытых сосудах, так и в емкостях, находящихся под давлением в десятки мегапаскалей.

По принципу действия *уровнемеры* можно разделить на гидростатические, поплавковые, емкостные, радиоизотопные и другие, которые получили незначительное распространение.

Гидростатические методы измерения уровня основаны на измерении давления, создаваемого столбом жидкости, или массы жидкости, находящейся в конкретном сосуде.

В *поплавковых* уровнемерах измерение уровня основано на измерении положения поплавка или силы, воздействующей на поплавок, при изменении уровня.

Емкостные уровнемеры основаны на измерении уровня изменения емкости измерительного преобразователя, вызванного изменением уровня жидкости.

Радиоизотопные уровнемеры основаны на измерении уровня ослабления радиоактивного излучения в зависимости от толщины или плотности просвечиваемого слоя.

Другие методы измерения уровня, такие, как омические, термические, акустические, оптические и другие, имеют очень ограниченное применение. Сравнительные характеристики уровнемеров представлены в табл. 7.42. Типы уровнемеров, серийно выпускаемых в СССР, приведены в [19].

7.5.2. ГИДРОСТАТИЧЕСКИЕ УРОВНЕМЕРЫ

Имеется большое число разновидностей уровнемеров, которыми измеряют давление столба или массу жидкости. Во всех этих уровнемерах, как правило, определяющей является погрешность вследствие изменения плотности измеряемой жидкости от температуры. Для исключения или уменьшения этой погрешности создаются сложные измерительные системы, корректирующие показания уровнемера в соответствии с изменением плотности (рис. 7.17).

Все системы измерения уровня жидкостей гидростатическим методом требуют тщательного анализа измерительной системы, соединительных линий, их температурного режима, особенностей работы измерительных преобразователей. Например, для одной и той же схемы измерения уровня в барабане котла в результате применения мембранных дифманометров вместо поплавковых существенно уменьшаются возможные погрешности измерения уровня.

В качестве уровнемеров используют серийные дифманометры: поплавковые, мембранные и сильфонные (см. п. 7.4.3). По ГОСТ 18140-77 верхние пределы измерения уровнемеров с односторонней шкалой или диапазон измерения с двусторонней симметричной шкалой должны выбираться из ряда 25; 40; 63; 100; 160; 250; 400; 630; 1000; 1600; 2500; 4000 и 6300 см высоты столба той жидкости, уровень которой измеряется.

Для поплавковых дифманометров пределы измерения ограничиваются интервалом от 63 до 1000 см. Для мембранных дифманометров на рабочее давление до 250 кгс/см² (25 МПа) могут быть использованы все пределы измерения приведенного выше ряда. Для больших рабочих давлений пределы измерения ограничиваются. Сильфонные дифманометры без отсчетных устройств могут быть использованы на все пределы измерения ряда. Дифманометры с отсчетными устройствами имеют пределы измерения в интервале от 63 до 1600 см. Остальные технические характеристики дифманометров-уровнемеров аналогичны характеристикам дифманометров-расходомеров (см. п. 7.4.3).

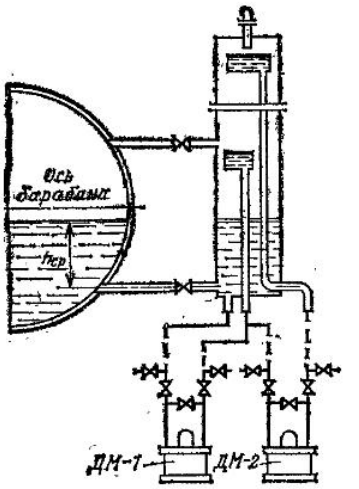


Рис. 7.17. Схема измерения уровня воды в барабане парогенератора уровнемером с коррекцией на разность плотностей воды и пара.

В ряде технологических процессов возможно использование *пневмометрических уровнемеров* (рис. 7.18), в которых гидростатическое давление столба жидкости уравновешивается давлением воздуха (инертного газа). В качестве измерительного преобразователя, как правило, используют дифманометры, а при измерении в открытых сосудах могут быть использованы напоромеры и манометры (см. п. 7.3.3).

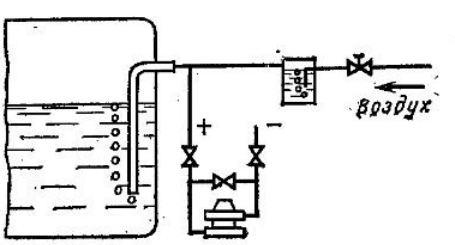


Рис. 7.18. Схема пневмометрического уровнемера.

Таблица 7.43

Технические характеристики буйковых уровнемеров

Тип	Допускаемое рабочее давление, кгс/см²	Допускаемая температура измеряемой среды, °С	Условный проход, мм	Уплотнительная поверхность
УБ-Э	100	—40÷+100	25	ГОСТ 12831-67, с выступом
УБ-ЭА	64	100—400	100	
УБ-ЭБ	64	—200÷—40	100	
УБ-П	100; 160	—40÷+20	25	
УБ-ПА	64	—40÷+100	100	
УБ-ПБ	64	100—400	100	
УБ-ПВ	40	—200÷—40	100	
УБ-ПГ	64	—40÷+200	100	ГОСТ 12832-67, с шипом

Пневмометрические уровнемеры находят применение главным образом для измерения уровня агрессивных жидкостей.

7.5.3. ПОПЛАВКОВЫЕ, ЕМКОСТНЫЕ И ДРУГИЕ УРОВНЕМЕРЫ

Поплавковые уровнемеры являются одним из наиболее простых и надежных. Однако они практически не могут применяться при высоких давлениях. В этом отношении предпочтительнее буйковые уровнемеры, которые могут работать при значительных давлениях. В буйковых уровнемерах уровень жидкости определяется по архимедовой силе, действующей на цилиндр (буек) в зависимости от погружения его в жидкость, которое изменяется с уровнем. Следует заметить, что применение как поплавковых, так и буйковых уровнемеров затруднено в агрессивных жидкостях и средах с выпадающими осадками.

Для дистанционного измерения уровня жидкости применяют *буйковые уровнемеры* с унифицированным электрическим (0—5, 0—20 мА) или пневматическим (0,2—1 кгс/см²) выходным сигналом типов УБ-Э и УБ-П. Измерительные схемы уровнемеров построены по принципу компенсации усилий. Технические характеристики буйковых уровнемеров приведены в табл. 7.43. Эти уровнемеры имеют классы точности 1 и 1,5, могут применяться для измерения уровня с диапазонами измерения от 0—0,02 до 0—16 м. Они выпускаются также во взрывозащищенном исполнении.

Поплавковые уровнемеры изготавливаются для конкретных установок и аппаратов, серийно выпускаются главным образом сигнализаторы реле уровня [14, 19].

Таблица 7.44

Технические характеристики емкостных уровнемеров

Тип преобразователя	Верхние пределы измерения, м	Покрытие электрода	Параметры измеряемой среды		
			Температура, °С	Давление, кгс/см²	Род среды
Стержневой	0,6; 0,8; 1; 1,6; 2,5	Фторопласт	—40÷+200	25	Электропроводная жидкость проводимостью не менее 10^{-3} См/м
Пластинчатый		Без покрытия			Неэлектропроводная жидкость, диэлектрическая проницаемость не менее 1,6
Кабельный	3; 4; 6; 8; 10	Полиэтилен	—40÷+80	10	Электропроводная жидкость проводимостью не менее 10^{-3} См/м
Тросовый	4; 6; 8; 10; 16; 20	Без покрытия	—40÷+200	25	Неэлектропроводная жидкость, сыпучие тела, диэлектрическая проницаемость не менее 5

Примечание. Уровнемеры ДУЕ-2 выпускаются на давление 40 кгс/см² для неэлектропроводных жидкостей, на 64 кгс/см² — для электропроводных жидкостей и на 3 кгс/см² — для соляной кислоты.

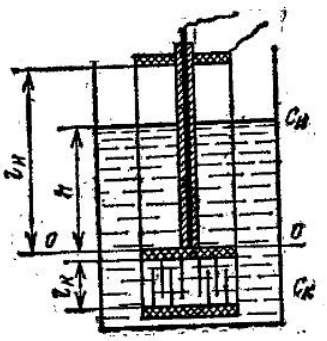


Рис. 7.19. Схема емкостного уровнемера.

Емкостные уровнемеры (рис. 7.19). Применяются для измерения как непроводящих, так и проводящих жидкостей. Они пригодны для измерения уровня в широком диапазоне давлений и температур измеряемых сред, как агрессивных, так и неагрессивных. Их показания зависят от диэлектрической проницаемости среды, которая может изменяться с температурой. Применение компенсационных емкостей позволяет существенно уменьшить это влияние, но не исключает его полностью. Электронная схема емкостных уровнемеров достаточно сложна, что ограничивает их широкое распространение. Характеристики емкостных уровнемеров представлены в табл. 7.44. Следует иметь в виду, что емкостные уровнемеры типа ДУЕ-2 имеют компенсационную емкость длиной до 200 мм и соответственно такой же неизмеряемый остаточный уровень жидкости. Емкостные уровнемеры выпускаются на следующие пределы измерения: 0,6; 0,8; 1; 1,6; 2; 2,5; 3; 4; 6; 8; 10 и 20 м. Основная погрешность измерения от 0,6 до 6 м ±2,5%, от 8 до 20 м ±1,6%.

Радиоизотопные уровнемеры. Принцип действия основан на зависимости степени ослабления γ-излучения от плотности. Во многих уровнемерах предусмотрены перемещение источника и приемника излучения и «поиск» уровня или границы раздела. Радиоизотопные уровнемеры устанавливают вне аппарата или установки, они не имеют непосредственного контакта с измеряемой средой, и это является их принципиальным преимуществом по сравнению с другими приборами. Радиоизотопный уровнемер типа УР-6 имеет пределы измерения 0—1000 и 0—2000 мм, основную погрешность не более 0,5% и скорость слежения за уровнем 0,5 м/мин.

Высокочастотные радиоволновые уровнемеры типов РУМБ, РУДА и РДУ. Предназначены для измерения уровня жидких сред в широком интервале температур (от —260 до 1500° С) и давлений (от вакуума до 360 кгс/см²). В интервале до 600° С измерители уровня — контактные, а при более высоких температурах — бесконтактные. Классы точности 1; 1,5 и 2,5. Пределы измерения от 0—100 мм до 0—30 м.

7.6. ИЗМЕРЕНИЕ СОСТАВА ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ И КОНЦЕНТРАЦИИ РАСТВОРОВ

7.6.1. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ СОСТАВА ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ И КОНЦЕНТРАЦИИ РАСТВОРОВ

Для измерения состава газовых смесей в теплотехнических процессах получили распространение следующие разновидности газоанализаторов:

химические (объемные), основанные на уменьшении объема газовой смеси в результате избирательного поглощения химическим путем анализируемого компонента для измерения его содержания в смеси;

физические — термокондуктометрические, магнитные и оптические, основанные на различии физических свойств газовой смеси.

Для измерения микроконцентраций применяются масс-спектрометры, спектрофотометрические и фотоколориметрические газоанализаторы. Анализ состава и концентраций многокомпонентных смесей осуществляется хроматографическими газоанализаторами.

Для измерения концентрации растворов наибольшее распространение получил кондуктометрический метод, по которому концентрации растворов электролитов определяются по их электропроводности. Для измерения микроконцентраций применяют фотоколориметры.

Одним из методов контроля концентрации растворов является измерение электродных потенциалов, разновидностью которых является измерение активной концентрации водородных ионов в единицах pH.

7.6.2. ГАЗОАНАЛИЗАТОРЫ

Химические газоанализаторы. Эти приборы выпускаются главным образом как переносные неавтоматические. Некоторое распространение получили стационарные автоматические химические газоанализаторы. В основе их работы лежит последовательное поглощение (или сжигание) определенных компонентов газовой смеси из пробы определенного объема. Химические газоанализаторы основных разновидностей предназначены для определения содержания двух-трех компонентов (ГХП-2, ГХП-3, ГА-СХ-1, ГХ-УЗ-Т и др.), а отдельных разновидностей — семи-восьми компонентов (ВТИ-2). Основным недостатком химических газоанализаторов является то, что они периодического действия. Время, которое требуется для проведения анализа, составляет от 5 до 40 мин. Кроме того, на результаты анализа могут оказывать влияние вредный

Таблица 7.45

Технические характеристики термокондуктометрических газоанализаторов

Тип	Анализируемый компонент	Пределы измерения, %	Типы смесей	Предел допускаемой основной погрешности
ТП1116	H_2	0—5	$H_2 \leqslant 4\%$; $O_2 = (18 \div 28)\%$; $CO_2 \leqslant 2\%$; $H_2S \leqslant 5$ мг/м³; $NH_3 \leqslant 0{,}8$ мг/м³; углеводороды до 30 мг/м³	±0,125 % H_2
ТП1117	H_2	0—5	$H_2 \leqslant 3\%$; $O_2 = (97 \div 100)\%$; щелочь до 1 мг/м³; влага до 95%	±3
ТП1120	H_2	0—1	H_2; CO_2; N_2; CH_4; CO; O_2 (в количестве, исключающем образование взрывоопасной смеси). Агрессивные примеси H_2S, NH_3 и др. до 0,01 мг/м³; влага до 15 г/м³; механические примеси до 1 мг/м³	±10
		0—2; 0—3		±4
		0—5; 0—10; 0—20; 0—60; 0—100; 50—100; 60—100; 80—100; 90—100; 95—100		±2,5
ТП5004	O_2	0—0,5; 0—1; 0—10	O_2 или воздух в H_2, агрессивные примеси до 10 мг/м³; механические примеси до 1 мг/м³; влага до 0,5 г/м³	±10
		0—10		±2,5
ТП5005	O_2	0—0,5; 0—1	Смесь O_2 или воздух в He	±10
ТП7102	He	0—5	He, воздух или CH_4, агрессивные примеси до 10 мг/м³; механические примеси до 1 мг/м³; влага до 0,5 г/м³	±4
		0—10; 90—100; 95—100		±2,5
ТП2301	CH_4	0—100	He, воздух или CH_4, агрессивные примеси до 10 мг/м³; механические примеси до 1 мг/м³; влага до 0,5 г/м³	±2,5
ТП2220	CO_2	0—10; 0—20; 0—30; 0—40; 40—80; 80—100; 90—100; 95—100	CO_2, N_2, O_2, CO, агрессивные примеси до 10 мг/м³; механические примеси до 1 мг/м³; влага до 0,5 г/м³	±2,5
ТП2221	CO_2	0—10; 0—20; 0—30; 0—40	CO_2, N_2, O_2, CO, H_2, Ar, He, CH_4 в количестве, исключающем образование взрывоопасной смеси	±2,5
ТКГ4М-БУ4	H_2	50—80	Азотоводородная	±2
ТКГ4М-ВУ4	H_2	0—20	H_2 в окиси углерода CO	±4
ТКГ4М-ИУ4	He	0—10	He в водородокислородной смеси	±4
ТКГ4М-ХУ4	H_2	0—2; 0—4	H_2 в абгазах хлорного производства	±4
ТКГ-5А	NH_3	0—25	Автоводородная смесь в производстве аммиака	±5
ТКГ-5Г	O_2	0—10; 0—15; 0—20	Печной газ в производстве серной кислоты при наличии CO_2	±2

Таблица 7.46

Технические характеристики магнитных газоанализаторов

Тип	Пределы измерения, $\%O_2$	Анализируемая газовая смесь: Тип смеси	Давление абсолютное, мм вод. ст.	Расход газа, л/ч	Температура, °С	Предел допускаемой основной погрешности, %
МН 5106	0—10	Топочные газы, зола до 20 г/м³, влага до 100 г/м³	9850	47	600	±2,5
МН 5110-Т	0—10	Топочные газы, зола до 10 г/м³, влага до 100 г/м³	9750	47	500	±2,5
МН 5130	0—0,5	Многокомпонентные смеси; пыль до 1 мг/м³; агрессивные примеси до 10 мг/м³; влага до 95%	9800—15 000	42	5—50	±10
	0—1; 0,2					±5
	0—5; 0—10; 0—21; 0—50 20—80; 50—100					±2
	80—100					±2,5
МН 5130М	90—100	O_2, Ar, N_2, пыль до 1 мг/м³, влага до 80%, агрессивные примеси до 10 мг/м³	10 000—15 000	42	5—50	±2,5
	98—100					±5
ГТМК-11М	0—1; 0—2	O_2, N_2, He, CO_2, Ar, CO, H_2, предельные и непредельные углеводороды до C_4H_{10}	12 000—12 500	50—200	5—50	±4
	0—5; 0—10; 0—21; 0—50; 0—100					
	20—50; 90—100; 20—80; 50—100; 80—100	O_2—N_2; O_2—Ar, O_2—H_2, O_2—CO				±2
	95—100	O_2—Ar, O_2—H_2				±4
ГТМК-12М	0—1; 0—2	Взрывоопасные смеси газов и паров с воздухом	9500—12 000	15	5—50	±5
	0—5					
	0—10; 0—21; 0—50; 0—100	Взрывоопасные смеси				
	20—50; 20—80; 50—100; 80—100; 90—100; 95—100	Бинарные смеси. Другие компоненты в сумме до 2%				±2
	98—100					±5

объем (объем распределительной гребенки и других соединительных частей), несоответствие уровней в измерительной бюретке и уравнительном сосуде, неполнота поглощения газа реактивом, изменение температуры во время анализа и ряд других. Погрешность анализа для газоанализаторов ВТИ-2 и ГХП-3 около 0,1—0,2%. Для автоматических газоанализаторов погрешность составляет от 2 до 8%. К преимуществам химических газоанализаторов следует отнести их дешевизну, простоту и достаточно высокую избирательность при анализе.

Химические газоанализаторы используются в основном для анализа содержания следующих газов: CO_2, CO, O_2, SO_2, NH_3, Cl_2, C_nH_m и C_nH_{2n+2}.

Термокондуктометрические газоанализаторы. Принцип действия основан на различии коэффициентов теплопроводности компонентов смеси. Измеряя теплопроводность газовой смеси, можно определить содержание анализируемого компонента, если все остальные компоненты будут иметь близкие значения теплопроводности. Для измерения теплопроводности газовой смеси создают специальные камеры, в которых практически исключается лучистый и конвективный теплообмен, а температура стенок постоянна. Температура нагревателя постоянной мощности будет однозначно связана с теплопроводностью. Термокондуктометрические газоанализаторы служат для измерения содержания CO_2, H_2, O_2 в H_2, NH_3, SO_2, Cl_2 и некоторых других.

Основные характеристики термокондуктометрических газоанализаторов представлены в табл. 7.45 и в [19]. Их основная погрешность лежит в пределах от 2 до 10% в зависимости от состава газовых смесей и диапазонов измерения. Газоанализаторы типа ТП имеют электрическую схему, в которой практически устранено влияние напряжения питания и окружающей температуры.

Магнитные газоанализаторы. Применяются для измерений содержания кислорода в газовых смесях. Принцип действия основан на отличии магнитной восприимчивости кислорода от магнитной восприимчивости других газов. Чаще всего применяют термомагнитные газоанализаторы, в которых использовано явление термомагнитной конвекции, возникающей в неоднородном магнитном поле при наличии температурного градиента. Термомагнитная конвекция для конкретной конструкции газоанализатора при постоянных расходе, давлении и температуре газовой смеси определяется концентрацией кислорода.

Основные типы магнитных газоанализаторов приведены в табл. 7.46. Уменьшение влияния температуры достигается в газоанализаторах типа МГК за счет термостатирования, а в МН — за счет электрической схемы.

Оптические газоанализаторы. Принцип действия основан на зависимости изменения какого-либо оптического свойства анализируемой газовой смеси от изменения содержания измеряемого компонента.

Оптико-акустические газоанализаторы. Применяются для измерения содержания многоатомных газов в сложных газовых смесях. В основу работы оптико-акустических газоанализаторов положено измерение степени поглощения лучистой энергии в инфракрасной части спектра. Большинство многоатомных газов имеет спектры поглощения, лежащие в инфракрасной области. Эти спектры поглощения могут частично накладываться друг на друга (рис. 7.20). Количество энергии, поглощенной каким-либо компонентом газовой смеси, зависит от спектра поглощения, толщины слоя поглощающего газа и от концентрации данного компонента. В настоящее время измерительные схемы многих оптико-акустических газоанализаторов строятся по принципу газовой компенсации, а в качестве чувствительных элементов берутся камеры с 100%-ной концентрацией анализируемого компонента. Такие измерительные схемы обеспечивают высокую избирательность, чувствительность, равномерность шкалы и хорошие метрологические характеристики. Если в газовой смеси имеются составляющие, обладающие спектрами поглощения, частично накладывающимися на спектр поглощения анализируемого компонента или компонента со спектром, близким к нему, то в схеме газоанализатора предусматривают фильтровые камеры, заполненные этими неанализируемыми компонентами. Эти фильтровые камеры позволяют практически исключить влияние неанализируемых компонентов на результаты измерения. Характеристики основных типов оптико-акустических газоанализаторов приведены в табл. 7.47.

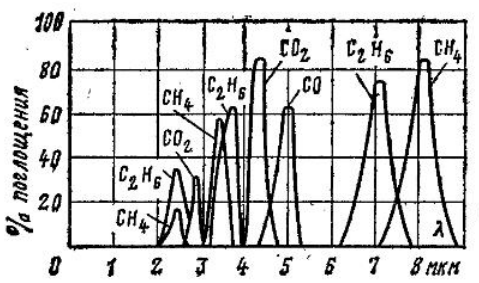


Рис. 7.20. Спектры поглощения газов в инфракрасной области.

Фотоколориметрические газоанализаторы. Применяются для измерения микроконцентраций газов (0,01% и менее). В основе колориметрического метода лежит зависимость поглощения излучения, проходящего через раствор, от концентрации раствора. В фотоколориметрическом газоанализаторе газовая смесь барботирует через раствор, который обладает избирательной реакцией с анализируемым компонентом газовой смеси, приводящей к образованию цветовых

Таблица 7.47

Технические характеристики оптико-акустических газоанализаторов

Тип	Анализируемый компонент	Пределы измерения, %	Параметры: Тип смеси	Давление газа, мм вод. ст.	Расход газа, л/ч	Температура, °С	Предел допускаемой основной погрешности, %
ГИП-10МБ	CO	0—0,005	Азотоводородная смесь; конвертированный газ в производстве аммиака	100	50	—	±10
	CO_2	0—0,005					
ОА-5501	CO_2	0—0,01; 0—0,02; 0—0,05	N_2, O_2, H_2 и инертные газы; при анализе CO содержание $CO_2+CH_4 \leqslant 10\%$; при анализе CO_2 содержание $CH_4+H_2 \leqslant 10\%$; при анализе CH_4 содержание $CO+CO_2 \leqslant 10\%$; влага до 1 г/м³, пыль до 0,001 г/м³	40	18—42	5—35	±10
		0—0,1; 0—0,2; 0—0,5					±5
	CO	0—0,05					±10
	CH_4	0—0,1; 0—0,2; 0—0,5					±5
ГОА-20 ГОА-21 ГОА-22	CH_4	0—1; 0—3	Конвертированный газ в производстве аммиака	20	50	—	±2,5
		0—10	Газы пиролиза метана				±4
ОА-2109 ОА-2209 ОА-2309	CO CO_2 CH_4	0—1; 0—2; 0—5; 0—10; 0—20; 0—30; 0—50; 0—70; 0—100	CO, CO_2, CH_4, NH_3, N_2, O_2, H_2, пыль до 0,001 г/м³, агрессивные примеси (H_2S, NH_3 и др.) до 0,01 г/м³; влага до 1 г/м³	40	18—30	5—35	±2,5
ОА-0304	CO, CO_2	0,35; 0—20	Колошниковый газ доменных печей: CO, CO_2, H_2, $N_2 \leqslant 80\%$, $H_2S \leqslant 0{,}01\%$, $CH_4 \leqslant 0{,}6\%$; пыль до 0,06 г/м³; влага до 100 г/м³	15 000*	18—30	500*	±2,5
	H_2	0—5; 0—10; 0—20					±5
ОА-0306Т	CO, CO_2	0—35; 0—20	Объемные доли $CH_4 \leqslant 0{,}04\%$; влага до 50 г/м³; пыль до 0,015 г/м³	400—600	18—30	40	±2,5
	H_2	0—5; 0—10					±4
ГИП-14-2	CO	0—10	Газовая смесь в производстве аммиака	500	40	5—40	±2,5
ГИП-14-1	CO_2	0—1					±4
ГИП-14-4		0—10					±2,5
ГИП-14-3	NH_3	0—15					±5
ГИП-14-5		0—25					

* Температура и давление в месте отбора газа.

Таблица 7.48

Технические характеристики фотоколориметрических газоанализаторов

Тип	Анализируемый компонент	Пределы измерения, мг/л	Параметры				Предел допускаемой основной погрешности, %	Время цикла, мин
			Тип смеси	Давление газа, мм вод. ст.	Расход газа, л/ч	Температура, °С		
ФКГ-2А	H_2	0—0,15	Водяной, полуводяной и коксовый газ после сероочистки	12 000	4	10—40	±10	—
ФКГ-2Б		0—0,005 %	Крекинг или пирогаз					
ФГЦ-1А	H_2S	0—0,001	Состав газовой смеси определяется при заказе прибора	12 000	60	5—50	±20	3
ФГЦ-1Г		0—0,0003						
ФГЦ-1Д		0—0,0001			120			20
ФЛ5501М	H_2S	0—0,001 0—0,01		10 000	30	5—50	±15	2,5 5
	SO_2	0—0,02			15			5
	NO_2	0—0,005			9			2,5
	NH_3	0—0,005			15			2,5
	Cl_2	0—0,005			30			5
	O_3	0—0,0001 0—0,0005			60 30			
	Гидразин-гидрат	0—0,002			30			5

соединений в растворе. Таким образом, концентрация анализируемого компонента определяет интенсивность окраски раствора, которая измеряется по поглощению лучистой энергии с помощью фоточувствительных элементов. Приборы этого типа могут быть непрерывного и периодического действия. В приборах периодического действия концентрация может определяться по накоплению цветовых соединений в растворе при прохождении достаточного объема газовой смеси, и поэтому чувствительность таких газоанализаторов может быть очень высокой (до 10^{-6} %). Характеристики фотоколориметрических газоанализаторов приведены в табл. 7.48.

Следует заметить, что при анализе состава газовых смесей в промышленных и лабораторных установках большое значение имеют выбор места отбора пробы газа, установки вспомогательного оборудования — газозаборных устройств, фильтров, холодильников, стабилизаторов давления и расхода — и правильная их наладка. В каждом конкретном случае необходимо решать вопросы, где отбор пробы газа будет наиболее представительным и как эту пробу следует подготовить для подачи ее непосредственно в газоанализатор.

Большое внимание при работе промышленных установок уделяется защите от загрязнения окружающей воздушной среды. В табл. 7.49 приведены характеристики газоанализаторов воздушной среды, позволяющих определить в ней содержание вредных компонентов.

7.6.3. КОНЦЕНТРАТОМЕРЫ

Наиболее распространенными являются *концентратомеры*, основанные на принципе зависимости электрической проводимости растворов от концентрации растворенных веществ. В промышленности такие концентратомеры применяются для измерения концентраций от десятков мкг/л до сотен г/л, или, в единицах удельной электрической

Таблица 7.49

Технические характеристики газоанализаторов окружающей среды

Тип	Определяемый компонент	Пределы измерения, мг/м³	Давление воздуха, кгс/см²	Расход воздуха, л/ч	Температура, °С	Предел допускаемой основной погрешности, %
МН 5121	O_2	15—30% O_2	0,9—1,1	42	5—50	±0,5 % O_2
ГУП-2В	O_3	0—10% O_3	1,2	60	20	±5
ФКГ-3	Cl_2	0—0,002	1	60	10—35	±20
ФКГ-2В	H_2S	0—30	1,2	50	10—40	±10
ПГ-У2	SO_2	0—0,2; 0—0,5; 0—1; 0—3	0,01	30	10—40	±5
ГКП-1	SO_2	0—1; 0—2; 0—5; 0—10	1	50	—40÷+40	±6
ТП4201	NH_3	0—10% NH_3	1,3	42	—40÷+40	±0,4 % NH_3
ТХ-2104	CO	0—100; 0—1000	1,25	480	5—50	±5
ФГЦ-1В	H_2S	0—10	1	6	5—50	±20
ФГЦ-1Е	Фосген	0—30		2		
ФГЦ-3	Синильная кислота	0—0,5		90		
ФГЦ-4	NH_3	0—20		2		
ФЖС-1	Сероуглерод	0—20	1,07	20	5—50	±15
Сигма-1а	HCl	0—10	1,05	—	10—35	±15
ФЛС2.11	H_2S	Предельно допустимые концентрации (ПДК)	1	10	—	±0,2 ПДК
ФЛС2.12	NH_3			20		
ФЛС2.13	Cl_2			20		
Гамма-1а	Бензол	0—100	1	3	5—40	±10
Гамма-1В	Стирол	0—25				±15
Гамма-1Д	Толуол	0—150				±10
Гамма-2А	Хлорвинил	0—150				±10

проводимости, от $0{,}03 \cdot 10^{-2}$ мкСм/м до 10 мСм/м.

В общем виде удельная электрическая проводимость растворов зависит от концентрации растворенного вещества, степени электролитической диссоциации раствора и подвижности анионов и катионов.

В реальных условиях степень электролитической диссоциации зависит от природы растворенного вещества и от концентрации растворов.

Для количественной оценки используют экспериментальные данные. Зависимость электрической проводимости водных растворов некоторых веществ от их концентрации при $t = 18°$ С представлена на рис. 7.21. Из рисунка следует, что при малых концентрациях зависимость практически линейна, а

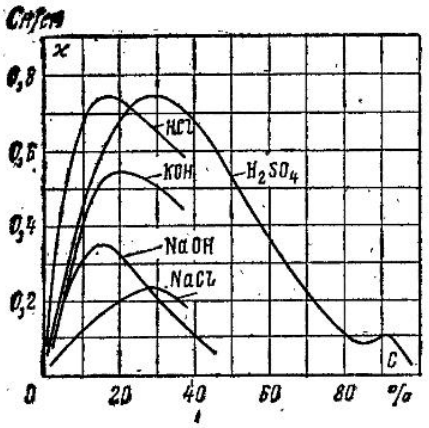


Рис. 7.21. Зависимость электропроводности водных растворов от концентрации при 18° С.

чувствительность метода максимальна; при средних концентрациях часто эта зависимость неоднозначна. Кроме того, в связи с тем, что подвижность H^+ и OH^- значительно больше подвижности всех других ионов, незначительные добавки к раствору кислот или щелочей существенно изменяют его электропроводность.

При измерении концентрации следует иметь в виду, что электропроводность растворов изменяется с температурой. Значение температурного коэффициента растворов составляет 1,5—2,5% на 1° С. При малых отклонениях от 18° С эта зависимость может быть выражена формулой

$$\varkappa_t = \varkappa_{18}[1 + \beta(t - 18)]. \quad (7.43)$$

Многие концентратомеры снабжены устройствами для термостатирования раствора или для автоматического введения поправки в показания на изменение температуры.

В энергетике концентратомеры, которые применяют для измерения содержания солей в паре, конденсате и питательной воде парогенераторов, градуируют по содержанию NaCl и поэтому их называют *солемерами*.

Приборы для измерения концентрации по электрической проводимости называют также кондуктометрами. Измерительные преобразователи *кондуктометров* часто состоят из двух электродов, расположенных в ячейке, в которой находится или через которую протекает анализируемый раствор. В электродных измерительных ячейках происходит электролиз, в результате которого, а также других электрохимических процессов искажаются результаты измерения. В связи с этим выпускают безэлектродные кондуктометры, которые свободны от вышеупомянутых недостатков, присущих электродным кондуктометрам. Для уменьшения влияния поляризации применяют также четырехэлектродные измерительные ячейки. Например, кондуктометры для чистых водных растворов типа КК-1 и КК-2 имеют диапазон измерения 10^{-6}—10^{-1} См/м. Кондуктометр для обессоленной воды, изготавливаемый Тулэнерго [1], имеет диапазон измерения 4—500 мкСм/м; вторичным прибором служит автоматический уравновешенный мост КСМ-2 (см. табл. 7.14).

Диапазон температур измеряемой среды у большинства концентратомеров от 15 до 35° С. Приборы с термостатированием имеют свои значения температур растворов. Характеристики наиболее распространенных концентратомеров приведены в табл. 7.50.

Для измерения микроконцентрации кислорода, растворенного в питательной воде мощных котлов, применяют фотоколориметрические, электрохимические и кондуктометрические концентратомеры [1]. *Фотоколориметрические концентратомеры* могут обеспечить высокую чувствительность при измерении микроконцентраций кислорода, однако они дискретного действия.

Электрохимические анализаторы содержания кислорода определяют концентрацию по степени деполяризации катода кислородом раствора. В кондуктометрических кислородомерах происходит необратимая реакция между кислородом и специальным реагентом, приводящая к образованию растворимых в воде солей, изменяющих электропроводность раствора. Такие кислородомеры типа АК-300 имеют класс точности 6, диапазон измерения 0—30 мкг O_2/л, унифицированный выходной сигнал 0—5 мА.

Диапазон температур измеряемой жидкости для большинства анализаторов кислорода 25—35° С.

Одним из методов контроля концентрации растворов является метод измерения электродных потенциалов, который получил широкое распространение. В большинстве случаев определяется активная концентрация водородных ионов H^+, которая измеряется в единицах pH. Этот водородный показатель характеризует как кислотные, так и щелочные свойства раствора и является одним из важных параметров технологического процесса. Для измерения pH в раствор помещаются два электрода — измерительный и сравнительный. По разности потенциалов между ними из уравнения электродной системы можно определить значение pH. Для конкретных электродных систем шкала измерительного прибора отградуирована в единицах pH. Чувствительные элементы pH-метров и входящие в комплект стеклянные и вспомогательные электроды стандартизованы (ГОСТ 16286-72, 16287-77 и 16288-78). Выходной сигнал измерительного преобразователя — унифицированный.

Электродный потенциал зависит от температуры, поэтому и разность потенциалов электродной системы определяется не только pH, но и температурой раствора. Поэтому pH-метры имеют устройство для температурной компенсации.

Для большинства электродов и измерительных приборов температура измеряемого

Таблица 7.50

Технические характеристики концентратомеров

Тип	Определяемый компонент	Пределы измерения	Анализируемая среда			Предел допускаемой основной погрешности, %	Температура, °С	Относительная влажность, %
			Область применения	Давление, кгс/см²	Температура, °С			
КК	—	10^{-4}—10^{2} См/м	Водные растворы кислот, щелочей и электролитов	5	1—110	±2,5	0—50	80
Д2КН	H_2SO_4, HCl, HNO_3	10^{-4}—10^{2} См/м	Водные растворы электролитов	5	1—110	±2,5	5—50	30—80
Д2КВ	NaCl, NaOH, KOH, KCl							
НАР-8	Ba_2O_3	0—1 г/л	Растворы и пульпы	5	100	±10	0—50	98
		0—1,6; 0—2,5; 0—4; 0—6; 0—10; 0—16; 0—25; 0—40; 0—60; 0—100; 0—120 г/л				±4		
СУ-2У2	—	10^{-1}—5·10 См/м	Водные растворы кислот, щелочей и солей	—	30	±10	—	—
АФ-297	Фтор	0—0,0015 г/л	Питьевая вода на водопроводных станциях	1	0—30	±0,1 мг/л	0—35	95
ТАД-1П-01	CaO	0—1; 0—5%	Известковое молоко при водоподготовке	1	—	±7	10—35	90
ДК-1М	—	2,5—10^{-1} См/м	Бинарные смеси без механических примесей	10	0—70	±2,5	—10—+50	—
АПК-01М1	Cl_2	0—1; 0—3 мг/л	Питьевая вода	1—25	20	±4	5—50	30—95
АВ-211	Кремневые соединения	0—60 мг/л	Питательная вода котлов и конденсат турбин	35	30	±7	—	—

раствора должна быть в пределах от 0 до 100° С.

Диапазоны измерения приборов ЭППВ-2В следующие: 1—11; 1—3; 2—4; 3—5; 4—6; 5—7; 6—8 и 7—9 pH, основная погрешность — до 0,5%. Преобразователи типа ПВУ-5256 имеют унифицированный выходной сигнал 0—5 мА, основная погрешность 1—1,5%. Диапазоны измерения преобразователя ПВУ-5256 0—4; 0—8; 0—14; 4—10 и 6—14 pH. Преобразователь pH-261 представляет собой модификацию ПВУ-5256 с улучшенными метрологическими характеристиками. Основная погрешность не превышает 1%, стабильность градуировочной характеристики 0,01 pH [18].

Типы наиболее распространенных анализаторов жидкостей приведены в [19].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Преображеиский В. П.** Теплотехнические измерения и приборы. — 3-е изд. — М.: Энергия, 1978.—702 с.

2. **ГОСТ 8.009-72.** Государственная система обеспечения единства измерений. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.

3. **Методический** материал по применению ГОСТ 8.009-72 «ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений». — М.: Из-во стаидартов, 1975. — 78 с.

4. **Веитцель Е. С.** Теория вероятностей. — 4-е изд. — М.: Наука, 1969. — 572 с.

5. **Кузиецов Н. Д., Чистяков В. С.** Сборник задач и вопросов по теплотехническим измерениям и приборам. — М.: Энергия, 1978. — 215 с.

6. **ГОСТ 11.004-74.** Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров нормального распределения.

7. **ГОСТ 8.157-75.** Государственная система обеспечения единства измерений. Шкалы температурные практические.

8. **Самсонов Г. В.** Датчики для измерения температуры в промышленности. — Киев: Наукова думка, 1972.—224 с.

9. **Шефтель И. Т.** Основные характеристики и параметры промышленных термосопротивлений — термометров сопротивления. — Приборы и системы управления, 1971, № 9, с. 32—36.

10. **Гордов А. Н.** Основы пирометрии. — М.: Металлургия, 1971.—447 с.

11. **Андреев А. А.** Автоматические показывающие, самопищущие и регулнрующие приборы. — Л.: Машиностроение, 1973. — 286 с.

12. **Преображенский В. П., Чистяков В. С.** Измерение быстроменяющихся температур газового потока при помощи малоинерционных термоприемников. — Измерительная техника, 1968, № 5, с. 45—48.

13. **Гордов А. Н.** Измерение температур газовых потоков. — М., Машгиз, 1962.— 136 с.

14. **Агейкин Д. И., Костина Е. Н., Кузиецова Н. Н.** Датчики контроля и регулнрования. — М.: Машиностроение, 1965. — 928 с.

15. **Правила** 28-64 измерения расхода жидкостей, газов и паров стандартнымн диафрагмами и соплами. — М.: Изд-во стандартов, 1964. — 148 с.

16. **Альбом** графиков к «Правилам 28-64 измерения расхода жидкостей, газов и паров стандартными диафрагмами и соплами». — М.: Изд-во стандартов, 1964. — 148 с.

17. **Кремлевский П. П.** Расходомеры и счетчнки количества. — Л.: Машиностроение, 1975. — 776 с.

18. **Макаров А. К., Свердлии В. М.** Прнборы для измереиия pH. — М.: Энергия, 1970.—90 с.

19. **Автоматические** приборы, регуляторы и вычнслительные системы. Справочное пособие/Под ред. Б. Д. Каширского. — Л.: Машнностроенне, 1976.—485 с.

РАЗДЕЛ ВОСЬМОЙ

МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

8.1. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

8.1.1. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Экспериментальные исследования подразделяются на натурные и модельные. *Натурные* исследования (испытания) проводят на действующем объекте. Их целью является изучение каких-либо характеристик объекта или отдельных его частей под влиянием всей совокупности процессов, протекающих в объекте данной геометрической конфигурации и конкретного конструктивного исполнения. *Модельные* исследования проводят на специально создаваемых стендах — экспериментальных установках [1, 2, 3]. Их целью является детальное изучение отдельных процессов, протекающих в реальных объектах.

Основной частью экспериментальной установки, в которой реализуется и исследуется процесс, является экспериментальный участок (или ячейка). Исследования на моделях проводят с учетом правил моделирования, или «правил подобия»: 1) процессы на модели должны быть той же физической природы, что и в натурных условиях, 2) условия однозначности для процессов на модели и в натурных условиях должны быть подобными, 3) безразмерные комплексы, составленные из размерных величин, входящих в описание условий однозначности, должны быть равны (или изменяться в одинаковых пределах). При выполнении этих правил осуществляется *физическое моделирование* [4, 5]. Процессы различной физической природы, описывающиеся математически тождественными уравнениями, называются аналогичными. При организации на модели аналогичных процессов с выполнением второго и третьего правил осуществляется моделирование по *методу аналогий* (или математическое моделирование). К методу аналогий прибегают тогда, когда удается подобрать процесс, который существенно легче осуществить экспериментально, чем натурный, и в котором экспериментальные измерения проводятся с большей точностью, чем в натурных условиях. Наиболее распространены электрические модели, являющиеся, по существу, электроинтеграторами [6—10]. Решение задач на электрических моделях уступает по точности решению соответствующих уравнений на ЭВМ, однако имеет преимущества наглядности и возможности внесения изменений в характеристики объекта в процессе решения.

8.1.2. ЭЛЕКТРОТЕПЛОВАЯ АНАЛОГИЯ (ЭТА) ДЛЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Сущность метода. Процесс теплопроводности в области $G\ (x, y, z)$ имитируется путем прохождения электрического тока либо в геометрически подобной электропроводящей области $G^э(x, y, z)$, либо в эквивалентной электрической схеме с сосредоточенными параметрами. На границах области $G^э(x, y, z)$ организуется подвод электрического тока I или задаются электрические потенциалы v с соблюдением подобия в граничных и начальных условиях для модели и натурного образца.

На моделях решаются прямые и обратные задачи теплопроводности. Способ пересчета электрических величин на тепловые устанавливается при сравнении уравнений процессов, граничных и начальных условий, записанных в безразмерном виде. Безразмерные коэффициенты уравнений (комплексы) при соответствующих членах уравнений должны быть равны.

Двухмерное стационарное поле температуры в поперечном сечении стенок канала (рис. 8.1). Материал стенок однороден и изотропен, коэффициент теплопроводности λ не зависит от температуры, внутренние источники теплоты отсутствуют. На наружном контуре $S_н$ задано распределение температуры $t(S_н)$, на внутреннем контуре $S_в$ происходит конвективный теплообмен с жидкостью, имеющей среднемассовую температуру $t_ж$. Задано распределение местных коэффициентов теплоотдачи $\alpha(S_в)$. Необходимо определить температурное поле в стенках канала $t(x, y)$.

1-й способ решения задачи. Из листового проводящего материала толщиной δ с удельной электропроводностью $\gamma=1/\rho$, где ρ — удельное электрическое сопротивление, вырезается область $G^э(x, y)$, геометрически подобная области $G\ (x, y)$. Масштаб выбирается из соображения удобства. Наружный и внутренний контуры модели разбиваются на участки $\Delta S_i^э$ и $\Delta S_j^э$, на которые накладываются электрические шины. При наложении шин происходит переход от непрерывного задания граничных условий к кусочно-непрерывному. При сложном изменении граничных условий производится разбиение на более мелкие участки, на участках с постоянными или

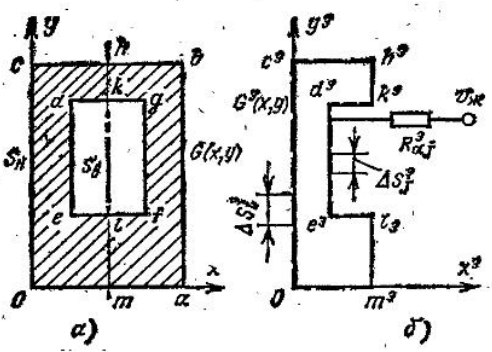


Рис. 8.1. Электромоделирование поля температуры.

а — двухмерная тепловая область с симметрией по оси *h—m*; *б* — электропроводная область из листового материала.

примерно постоянными граничными условиями накладываются шины большого размера. На участках наружного контура $\Delta S_i^э$ задаются потенциалы v_i, соответствующие температурам $t(S_н)$. Пересчет температур на потенциалы производится по формуле

$$\frac{v_i - v_ж}{v_{макс} - v_ж} = \frac{t(S_н) - t_ж}{t_{макс} - t_ж}, \quad (8.1)$$

где $t_{макс}$ — максимальная из температур $t(S_н)$; $v_{макс}$ — соответствующий ей потенциал на сходственном участке; $v_ж$ — потенциал, соответствующий температуре $t_ж$.

К участкам внутреннего контура $\Delta S_j^э$ присоединяются сопротивления $R_{\alpha j}^э$, значения которых определяются из соотношения

$$R_{\alpha j}^э = \frac{\lambda}{\alpha_j L} \frac{\rho L^э}{\delta \Delta S_j^э}, \quad (8.2)$$

где L и $L^э$ — характерные (обычно максимальные) размеры областей $G(x, y)$ и $G^э(x, y)$.

Формула (8.2) следует из равенства чисел Био для тепло- и электропроводной областей.

Безразмерные потенциалы $V = (v - v_ж)/(v_{макс} - v_ж)$ равны безразмерным температурам $\Theta = (t - t_ж)/(t_{макс} - t_ж)$ в сходственных точках $X = x/L = x^э/L^э$ и $Y = y/L = y^э/L^э$:

$$V(X, Y) = \Theta(X, Y). \quad (8.3)$$

Значения $V(X, Y)$ определяют из измерений на модели, отсюда искомая температура

$$t(x, y) = t_ж + (t_{макс} - t_ж) V(X, Y). \quad (8.4)$$

При симметрии температурного поля моделируют часть области $G(x, y)$, отделяемой от остальной по линиям симметрии

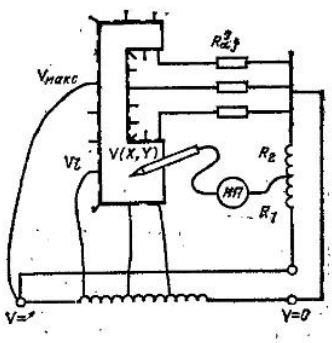


Рис. 8.2. Схема измерений безразмерных потенциалов V.

(как показано на рис. 8.1). Поверхности по линиям симметрии являются адиабатными.

Измерение безразмерных электрических потенциалов $V(X, Y)$ удобно производить по уравновешенной мостовой схеме (рис. 8.2). Отсутствие тока в измерительной диагонали «щуп—реохорд» контролируется нуль-прибором (НП). Безразмерный потенциал, измеряемый щупом, связан с сопротивлением реохорда соотношением $V = R_2/(R_1 + R_2)$. Лимбы реохорда заранее градуируют в долях общего сопротивления $(R_1 + R_2)$, и поэтому показания лимба для уравновешенного моста равны значениям потенциалов V. Это свойство используется при выставлении потенциалов V_i на наружном контуре [см. формулу (8.1)] с помощью делителя напряжения.

Если область $G(x, y)$ выполнена из материалов с различными значениями λ, то область $G^э(x, y)$ изготавливают составной. Части областей с различными λ моделируют либо несколькими слоями (пакетом) из одного и того же проводящего листа с числом слоев, пропорциональным значениям λ, либо слоями из различных материалов с соблюдением пропорциональности между $\gamma\delta$ и λ.

Точность решения во многом зависит от аккуратности изготовления модели. Проводящий листовой материал должен быть однородным и изотропным, между ним и шинами должен быть хороший электрический контакт. При использовании графитизированной бумаги для этого применяют специальные электропроводящие клеи [6].

2-й способ решения задачи. Область $G(x, y)$ заменяют эквивалентной электрической схемой (сеткой), составленной из внутренних сопротивлений между узловыми точками $R_\lambda^э$, и внешних сопротивлений $R_\alpha^э$. Сеточная модель с N узловыми точками соответствует области $G(x, y)$, разбитой на N ячеек. Форма ячейки определяется преобладающей формой области $G(x, y)$. Внутренние тепловые

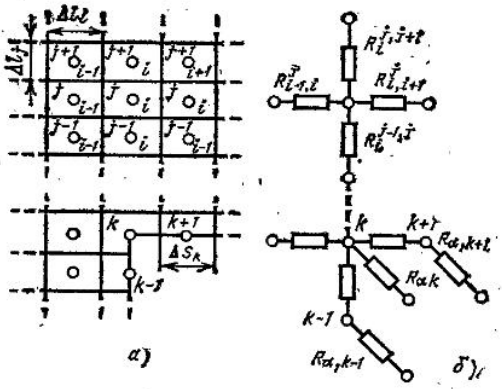


Рис. 8.3. Электромоделирование поля температуры на сеточной модели.

а — тепловые ячейки; *б* — эквивалентная электрическая схема.

сопротивления R_λ для N ячеек прямоугольной формы (рис. 8.3) равны:

$$R^j_{i,i+1} = \frac{1}{\lambda}\frac{\Delta l_i}{\Delta l_j};$$

$$R^{j,j+1}_i = \frac{1}{\lambda}\frac{\Delta l_j}{\Delta l_i}, \qquad (8.5)$$

где нижним индексом i обозначены номера ячеек по горизонтали (столбцы), верхним j — номера по вертикали (строки); Δl_i и Δl_j — размеры ячеек по горизонтали и вертикали.

Если соседние ячейки выполнены из разных материалов с λ_1 и λ_2, то в формулах (8.5) $1/\lambda = 0{,}5(1/\lambda_1 + 1/\lambda_2)$. Для квадратных ячеек $R_\lambda = 1/\lambda$. В более сложных случаях выражение для R_λ находится из уравнения $\Delta Q = \Delta t/R_\lambda$, где ΔQ — тепловой поток; Δt — разность температур между узловыми точками. Граничные ячейки удобно брать половинного размера, так чтобы узловые точки k находились на контурах области $G(x, y)$, при этом увеличиваются вдвое сопротивления между ячейками вдоль контура. Внешние тепловые сопротивления

$$R_{\alpha k} = \frac{1}{\alpha_k \Delta S_k}, \qquad (8.6)$$

где ΔS_k — размер ячейки на внутреннем контуре.

Из равенства чисел Био для тепловой области и эквивалентной электрической схемы следует соотношение для расчета значений $R^э_\alpha$:

$$R^э_\alpha = R_\alpha \left(R^э_\lambda / R_\lambda\right). \qquad (8.7)$$

Обычно минимальное значение $R^э_\lambda$ выбирается равным 1, 10 или 100 Ом.

Сопротивления $R^э_{\alpha k}$ присоединяются к узловым точкам k, имитирующим узловые точки на внутреннем контуре $S_в$, свободные концы присоединяются к шине с потенциалом $V_ж = 0$. В узловые точки, имитирующие граничные ячейки на наружном контуре $S_н$, подаются потенциалы $V_н = \Theta_н$. В сходственных узловых точках тепловой области $G(x, y)$ и электрической схемы выполняется равенство $V_{ij} = \Theta_{ij}$, откуда

$$t_{ij} = t_ж + (t_{макс} - t_ж) V_{ij}. \qquad (8.8)$$

Точность решения увеличивается при увеличении числа узловых точек схемы N, но при этом увеличивается количество контактных соединений, от качества выполнения которых во многом зависит практическая точность решения. Электрическое питание схемы и измерения производятся так же, как и в 1-м способе (рис. 8.2).

Если в области $G(x, y)$ действуют внутренние источники теплоты с объемной плотностью $q_v(x, y)$, то к узловым точкам электрической схемы присоединяются провода, по которым подводится ток:

$$I_{ij} = q_{vij}(\Delta l_i \Delta l_j)\left(\frac{R_\lambda}{R^э_\lambda}\right)\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_м. \qquad (8.9)$$

В данном случае приходится задаваться масштабом, т. е. значением отношения $(\Delta v/\Delta t)_м = (v_{макс} - v_ж)/(t_{макс} - t_ж)$, поскольку значения $v_{макс}$ и $t_{макс}$ и место их расположения заранее неизвестны. В узловых точках схемы, соответствующих граничным ячейкам на контуре, задаются размерные потенциалы $v_i - v_ж = [t(S_н) - t_ж](\Delta v/\Delta t)_м$. В сходственных точках выполняется равенство

$$(v_{ij} - v_ж)/\Delta v = (t_{ij} - t_ж)/\Delta t, \qquad (8.10)$$

откуда

$$t_{ij} = t_ж + (v_{ij} - v_ж)(\Delta t/\Delta v)_м, \qquad (8.11)$$

где $v_{ij} - v_ж$ — разность потенциалов.

При граничных условиях 1-го рода на наружном и внутреннем контурах, $q_v = \text{const}$ и $\lambda = \text{const}$ необходимо предварительно перейти от температуры к новой функции

$$f(x, y) = t + \frac{q_v}{4\lambda}(x^2 + y^2), \qquad (8.12)$$

значения которой определяются на электрической модели. Затем обратным пересчетом по (8.12) находят поле температуры $t(x, y)$.

При граничных условиях 2-го рода на наружном контуре и 3-го рода на внутреннем контуре к узловым точкам, имитирующим ячейки наружного контура, подводится ток

$$I = q_\alpha \Delta S_н \left(\frac{R_\lambda}{R^э_\lambda}\right)\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_м. \qquad (8.13)$$

Пересчет потенциалов на температуру проводят по (8.11).

Решение обратных задач теплопроводности осуществляется приближенно методом подбора. Пусть на контуре $S_н$ заданы распределения $q_c(S_н)$ и $t(S_н)$, полученные, например, из эксперимента, и известна температура $t_ж$. Требуется найти $t(S_в)$, $q_c(S_в)$ и $\alpha(S_в)$. Такая задача относится к некорректно поставленным задачам [56]. Ее приближенное решение ищется с помощью электрической схемы методом подбора. Ищется (подбирается) распределение $R^э_\alpha$, при котором значения безразмерных потенциалов на наружном контуре с минимальным отклонением (невязкой) совпадают с заданными значениями безразмерных температур [12].

Двухмерное нестационарное поле температуры. В основе моделирования нестационарных температурных полей лежат те же идеи и практические приемы, что и при моделировании стационарного состояния. Нестационарность и связанная с ней аккумулирующая способность области $G(x, y)$ учитываются двумя способами.

1. Полная теплоемкость ячеек $C = c\rho(\Delta l_i \Delta l_j)$ в электрической схеме с сосредоточенными параметрами имитируется электрическими емкостями $C^э$, присоединенными к узловым точкам схемы (рис. 8.4 *а*). Значения $C^э$ определяют из условия равенства чисел Фурье для тепловой области и эквивалентной электрической схемы:

$$C^э = C\left(R_\lambda / R^э_\lambda\right)\left(\Delta\tau^э/\Delta\tau\right)_м. \qquad (8.14)$$

Значением отношения $(\Delta\tau^э/\Delta\tau)_м$ задаются как масштабом времени, ориентируясь на имеющиеся в наличии электрические емкости $C^э$. Пересчет потенциалов на температуры производят по приведенным выше формулам для соответствующих типов задач. Найденные значения температур относят к моментам времени $\Delta\tau = \Delta\tau^э(\Delta\tau/\Delta\tau^э)_м$.

2. К узловым точкам присоединяют так называемые «временные сопротивления» $R^э_\tau$, соответствующие термическим сопротивлениям $R_\tau = \Delta\tau/C$ (рис. 8.4, *б*). Значения сопротивлений $R^э_\tau$ рассчитывают по соотношению

$$R^э_\tau = R^э_\lambda \mathrm{Fo}, \qquad (8.15)$$

где $\mathrm{Fo} = a\Delta\tau/(\Delta l_i \Delta l_j)$ — число Фурье; a — коэффициент температуропроводности.

Решение нестационарной задачи ищут в виде последовательности решений стационарных задач с шагом во времени (метод Либмана). Пусть нестационарность создается изменением температуры на границах области. Исходное состояние до внесения изменений принимается за нулевое. В граничные точки подают потенциалы граничных условий для времени $\tau_1 = \Delta\tau$, а на свободные концы сопротивлений $R^э_\tau$ — потенциалы этих узловых точек в предыдущем (исходном) состоянии. Измеряют и записывают потенциалы во всех узловых точках, относящиеся к моменту времени τ_1. Затем в граничные точки подают потенциалы граничных условий для момента $\tau_2 = 2\Delta\tau$, а на свободные концы сопротивлений $R^э_\tau$ — потенциалы этих точек в предыдущий момент времени τ_1. Измеряют и записывают потенциалы во всех узловых точках, относящиеся теперь к моменту времени τ_2. Процедуру повторяют до нужного момента времени $\tau_n = n\Delta\tau$. Для двухмерных температурных полей устойчивые решения получаются при значениях чисел $\mathrm{Fo} \leqslant 1/4$. Этим соотношением определяется связь между шагом во времени и размерами ячейки.

Моделирование трехмерных температурных полей осуществляется на пространственных моделях — электролитических ваннах [7—9]. Недостатком, ограничивающим возможности моделирования, является вероятность появления конвективных токов.

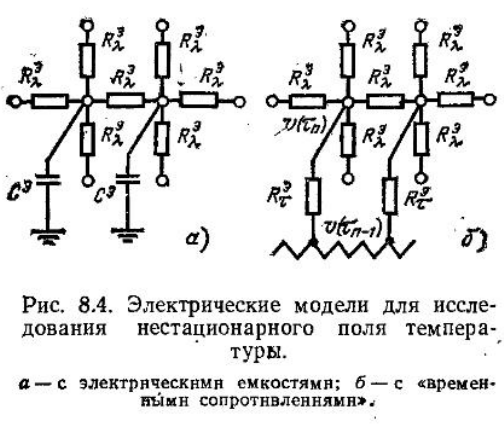


Рис. 8.4. Электрические модели для исследования нестационарного поля температуры.

а — с электрическими емкостями; *б* — с «временными сопротивлениями».

8.1.3. ЭЛЕКТРОТЕПЛОВАЯ АНАЛОГИЯ ДЛЯ ЗАДАЧ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ТРУБАХ

Аналогия основана на математической тождественности уравнения энергии для «стержневого течения» жидкости (с постоянной по сечению трубы скоростью w) с уравнением, описывающим нестационарное поле электрических потенциалов в плоской проводящей области. Развитие процесса теплообмена по продольной координате z имитируется на модели развитием во времени τ процесса электропроводности.

Область теплообмена (пространство, занятое жидкостью в трубе постоянного поперечного сечения) моделируется плоским проводящим листом (толщиной δ и с удельным электрическим сопротивлением ρ), геометрически подобным по форме поперечному сечению трубы (рис. 8.5). Между этим листом *1* и подкладкой из металлической фольги *3* помещают листовой диэлектрик постоянной толщины *2*, благодаря чему образуется плоский конденсатор с емкостью на единицу поверхности C_f. На контуре проводящего листа создают граничные условия

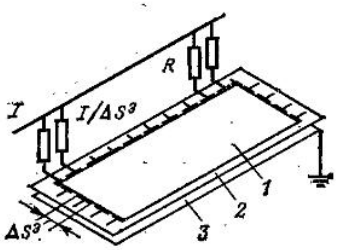


Рис. 8.5. Электрическая модель для исследования теплоотдачи во входном участке трубы прямоугольного поперечного сечения при граничном условии q_c=const. (Модель выполнена для половины поперечного сечения трубы.)

для электрических величин, подобные граничным условиям на стенке трубы. Условию q_c=const по периметру трубы S и вдоль оси z соответствует условие $I/S^э$=const по периметру модели и во времени. Условию $t_{вх}$=const при $z=0$ соответствует условие v_0=const по площади листовой модели в начальный момент времени.

Сходственные точки определяются как

$$X = x/d_{эк} = x^э/d^э_{эк};$$
$$Y = y/d_{эк} = y^э/d^э_{эк}, \qquad (8.16)$$

а продольная координата связана со временем на электрической модели соотношением

$$\frac{1}{\mathrm{Pe}}\frac{z}{d_{эк}} = \frac{\tau\delta}{\rho C_f \left(d^э_{эк}\right)^2}, \qquad (8.17)$$

где $\mathrm{Pe}=wd_{эк}/a$ — число Пекле; $d_{эк}$ — эквивалентный диаметр.

Безразмерная температура $\Theta=(t-t_{вх})/(q_c d_{эк}/\lambda)$ в поперечном сечении трубы на расстоянии от входа $z/d_{эк}=\tau\delta\mathrm{Pe}/[\rho C_f (d^э_{эк})^2]$ равна в сходственных точках (X, Y) безразмерному электрическому потенциалу $V=(v-v_0)/[\rho I d^э_{эк}/\Delta S^э \delta]$ в момент времени τ. Пересчет электрических потенциалов на температуру производится по соотношению

$$t(x, y, z) = t_{вх} + [v(x^э, y^э, \tau) - v_0]\,\frac{q_c d_{эк}/\lambda}{\rho I d^э_{эк}/(\Delta S^э \delta)}. \qquad (8.18)$$

По значению потенциалов на контуре модели $v(x^э, y^э, \tau)_к$ определяют искомую температуру на стенке трубы $t(x, y, z)_к$.

Если в поперечном сечении трубы имеются «адиабатные поверхности», являющиеся линиями симметрии температурного поля, то модель выполняется не для всего поперечного сечения трубы, а для его части, как показано на рис. 8.5. Электрическое питание осуществляется от источника постоянного тока, замер потенциалов производится осциллографом. Значение емкости C_f оценивают по выражению $C_f=\varepsilon/(4\pi a)$, где ε — диэлектрическая проницаемость листового диэлектрика; a — его толщина. Точные значения C_f определяют путем измерений.

Метод может быть распространен на ламинарное течение жидкости с неизменяющимся вдоль трубы полем скорости $w(x, y)$. В этом случае на модели необходимо обеспечить распределение величин $\rho C_f/\delta = f(x^э, y^э)$, пропорциональное распределению скорости $w(x, y)$. Приближенный прием выполнения этого требования состоит в перфорировании проводящего листа таким образом, чтобы его проводимость изменялась пропорционально распределению изотах (линий постоянной скорости) в области течения.

Методы моделирования теплообмена при турбулентном течении жидкого металла в пучках тепловыделяющих стержней и моделирования пространственного поля температуры в активной зоне реактора рассмотрены в [11]. О моделировании других задач тепло- и массообмена см. [10].

8.1.4. ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ (ЭГДА)

Сущность метода. Моделирование по методу ЭГДА применяется для изучения обтекания тел плоским безвихревым (потенциальным) потоком идеальной жидкости. (О методах электромоделировании ламинарных и турбулентных течений в каналах сложной формы см. [11].) По результатам измерений на модели находят поле скорости в области течения и в том числе скорость на поверхности тела, которая соответствует скорости на внешней границе пограничного слоя в реальном течении. По найденному распределению скорости с использованием уравнения Бернулли рассчитывают распределение давления в области течения.

В основе моделирования лежит математическая тождественность уравнений, описывающих стационарное распределение электрических потенциалов в плоской проводящей области, и уравнений, описывающих распределение потенциалов скорости $\varphi(x, y)$ и функций тока $\psi(x, y)$ в области течения (см. § 1.2). При обтекании тел несжимаемой жидкостью область течения имитируют проводящим листовым материалом постоянной толщины δ. Для этой цели обычно используют графитизированную бумагу.

В области течения выбирают направление скорости набегающего потока w_∞ по оси x, а тело устанавливают под заданным углом атаки α (рис. 8.6). Приближенно принимается, что возмущение от тела распространяется в области течении на расстоянии от тела, равном примерно пятикратному размеру тела в рассматриваемом направлении. При обтекании одиночного тела область течения берется прямоугольной формы с размерами L_x по оси x и L_y по оси y. Проводящую область на электрической модели с размерами $L^э_x$ и $L^э_y$ и моделью тела

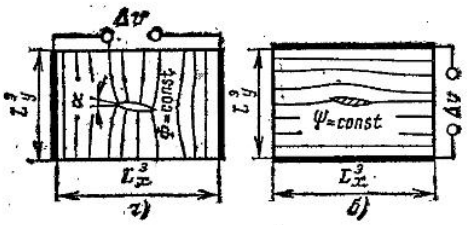


Рис. 8.6. Электрические модели потенциалов скорости φ (*а*) и функций тока Ψ (*б*) при исследовании обтекания тела потенциальным потоком несжимаемой жидкости.

изготавливают геометрически подобной этой области течения. Конкретные размеры на модели выбирают из соображений удобства.

Моделирование распределения потенциалов скорости $\varphi(x, y)$. Модель обтекаемого тела выполняют из изолятора для обеспечения условия непроницаемости поверхности тела $w_n = d\varphi/dn = 0$, где n — нормаль к поверхности тела. Обычно в проводящем листе вырезают форму обтекаемого тела с тем же углом атаки, что и для моделируемой области течения. На левую и правую стороны проводящего листа накладывают электрические шины, к которым прикладывают разность потенциалов $\Delta v = v_1 - v_2$ от источника питания. Измерение поля потенциалов $v(x^э, y^э)$ производят по уравновешенной мостовой схеме, аналогичной схеме на рис. 8.2. В сходственных точках области течения и модели $X = x/L_x = x^э/L_x^э$, $Y = y/L_x = y^э/L_x^э$ устанавливается равенство безразмерных электрических потенциалов V и безразмерных потенциалов скорости $\Phi = \varphi/(w_\infty L_x)$:

$$\Phi(X, Y) = V(X, Y), \qquad (8.19)$$

отсюда в сходственных точках составляющие скорости по осям x и y равны:

$$w_x = w_\infty \frac{\partial \Phi}{\partial X}; \quad w_y = w_\infty \frac{\partial \Phi}{\partial Y}. \qquad (8.20)$$

Скорость рассчитывается как $w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$, а ее направленне составляет с осью x угол γ, определяемый из соотношения $w_y/w_x = \operatorname{tg}\gamma$.

Результаты измеренний представляют графически в виде набора изопотенциальных линий $\Phi = \text{const}$.

Моделирование распределения функций тока $\psi(x, y)$. Для обеспечения условия непроницаемости тела $w_n = -\partial\psi/\partial l = 0$, где l — направление по контуру тела, его модель изготавливают из хорошего проводника (меди, алюминия). На верхнюю и нижнюю границы проводящей области накладывают электрические шины, на которых создают разность потенциалов $\Delta v = v_1 - v_2$.

В сходственных точках области течения и модели $X = x/L_y = x^э/L_y^э$, $Y = y/L_y = y^э/L_y^э$ устанавливается равенство безразмерных электрических потенциалов и безразмерных функций тока $\Psi = \psi/(w_\infty L_y)$ (величины ψ, как и φ, определяют с точностью до постоянной):

$$\Psi(X, Y) = V(X, Y), \qquad (8.21)$$

отсюда в сходственных точках составляющие скорости

$$w_x = w_\infty \frac{\partial \Psi}{\partial Y}; \quad w_y = -w_\infty \frac{\partial \Psi}{\partial X}. \qquad (8.22)$$

Результаты измерений представляют графически в виде набора линий тока $\Psi = \text{const}$.

При моделировании описанным способом обтекания тел с острой задней кромкой может оказаться, что нулевая линия тока (совпадающая с контуром тела) сходит с тела не с острой кромки, а с какой-либо другой точки контура. Такая картина течения противоречит постулату Чаплыгина—Жуковского (см. п. 1.7.2). Следовательно, в рассматриваемом случае при данном угле атаки α имеется течение с наложенной циркуляцией Γ, а полученное распределение $\Psi(X, Y)$ нереально. Для моделирования циркуляционного обтекания тела необходимо с делителя напряжений подать дополнительно потенциал на модель тела. Значение этого потенциала подбирается таким, чтобы обеспечить сход линии тока с тела в его задней острой кромке. В этом состоянии измеряют ток I, поле потенциалов $V(X, Y)$ и определяют составляющие скорости по (8.22). Циркуляцию рассчитывают по выражению

$$\Gamma = \frac{\rho I}{\Delta v \delta} w_\infty L_y^э. \qquad (8.23)$$

По методу ЭГДА возможно моделирование дозвукового обтекания тел сжимаемым газом. В этом случае область течения моделируют проводящей областью в электролитической ванне, в которой можно менять толщину слоя электролита путем изменения формы дна. Решение проводят методом последовательных приближений, подбирая электропроводность пропорционально полю плотности в области течения. Однако возможности моделирования в этом случае меньше, поскольку не исключена вероятность появления конвекции, изготовленне модели сложнее и при увеличении чисел Маха M растет неустойчивость решения. Об электромоделировании с применением вихревых полей см. [13].

8.1.5. ДИФФУЗИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сущность метода. При диффузионном моделировании в экспериментальном участке, выполненном с соблюдением геометрического подобия, создается адиабатный поток модельной жидкости (газа), в котором осуществляется процесс массообмена между содержащей примесь модельной жидкостью и поверхностью тела модели.

При моделировании теплообмена аналогом температурного поля $t(x, y, z)$ является поле концентрации примеси $c(x, y, z)$. Температурные граничные условия на удалении от тела и на его поверхности моделируются путем задания подобных условий для концентрации. Аналогом плотности теплового потока на стенке q_c является плотность диффузионного потока примеси на стенке j_c. Диффузионные потоки j_c могут быть также связаны с гидродинамическими параметрами (скорость набегающего потока, касательное напряжение на стенке).

Диффузионно-тепловая аналогия основана на математической тождественности уравнений конвективного теплообмена для жидкости с постоянными физическими свойствами и уравнений конвективной диффузии для слабого бинарного раствора (смеси) неизменного состава. Моделируются процессы теплообмена при граничном условии на стенке $t_c = \text{const}$. На модели этому условию соответствует условие $c_c = \text{const}$. Практически оно реализуется тогда, когда удается организовать процесс диффузии таким образом, чтобы на стенке $c_c = 0$. При выполнении равенства чисел Рейнольдса $\text{Re}_м = \text{Re}$ и чисел Прандтля $\text{Pr}_д = \text{Pr}(\text{Pr}_д = \nu/D$ — диффузионное число Прандтля, см. § 2.15) в сходственных точках $X = x/L = x^м/L^м$; $Y = y/L = y^м/L^м$; $Z = z/L = z^м/L^м$ ($L^м$ и L — характерные размеры для модели и натурных условий) должны быть равны безразмерные поля температуры $\Theta = (t - t_c)/(t_\infty - t_c)$ и концентрации $C = c/c_\infty$:

$$\Theta(X, Y, Z) = C(X, Y, Z), \quad (8.24)$$

а в сходственных точках поверхности тела и его модели $X_c = x_c/L = x_c^м/L^м$; $Y_c = y_c/L = y_c^м/L^м$; $Z_c = z_c/L = z_c^м/L^м$ — числа Нуссельта:

$$\text{Nu}(X_c, Y_c, Z_c) = \text{Nu}_д(X_c, Y_c, Z_c), \quad (8.25)$$

где $\text{Nu} = \alpha L/\lambda$; $\text{Nu}_д$ — диффузионное число Нуссельта, см. § 2.15; $\text{Nu}_д = \beta L^м/D$, здесь $\beta = j_c/(c_\infty - c_c)$ — коэффициент массоотдачи; D — коэффициент диффузии.

Из (8.25) следует соотношение для определения местных коэффициентов теплоотдачи

$$\alpha = \frac{j_c \lambda L^м}{c_\infty D L}. \quad (8.26)$$

Значения плотности диффузионного потока на стенке j_c определяют по формуле

$$j_c = \Delta J/\Delta F^м, \quad (8.27)$$

где ΔJ — поток массы примеси на участке поверхности модели $\Delta F^м$.

Измерения ΔJ производят различными способами в зависимости от реализуемого на поверхности модели процесса массообмена. В качестве модельной жидкости можно использовать воздух с примесью аммиака NH_3. На поверхности модели наклеивают полоски бумаги, смоченные соляной кислотой HCl. Реакция $NH_3 + HCl \rightarrow NH_4Cl$ идет с

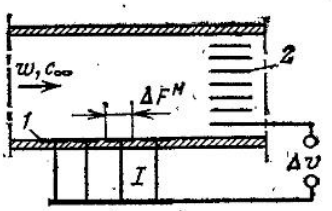


Рис. 8.7. Электродиффузионная модель для исследования теплообмена и касательного напряжения на участке поверхности ΔF.

1 — электроды на поверхности тела; *2* — электрод с развитой поверхностью в потоке.

большой скоростью, что обеспечивает условие для примеси $c_c = 0$. Значения ΔJ определяют методами химического анализа. Можно применять модели, выполненные из легко сублимирующего вещества (например, нафталина). В этом случае ΔJ определяют взвешиванием модели (или вставок на ее поверхности) до и после эксперимента.

Большие возможности дает применение в качестве модельной жидкости слабых электролитов. На поверхности модели (рис. 8.7) устанавливают электроды *1* (площадка $\Delta F^м$), в потоке жидкости — электрод с развитой поверхностью *2*. Между этим электродом и электродами на поверхности создается разность потенциалов, обеспечивающая режим «предельного тока», определяемого конвективной диффузией ионов, при этом

$$I = \Delta J z \text{F}, \quad (8.28)$$

где z — зарядность ионов; $\text{F} = 9{,}65 \times 10^4$ Кл/моль — число Фарадея.

Качество проведения эксперимента зависит от подбора электролита. Хорошие результаты дает применение водного раствора солей $K_3Fe(CN)_6$ и $K_4Fe(CN)_6$ (красная и желтая кровяная соль) с добавкой фона NaOH [14]. Роль фона сводится к снижению подвижности ионов под влиянием электрического поля. У поверхности электродов на модели и в потоке идут реакции замещения с $z = 1$:

$$[Fe(CN)_6]^{3-} + e^- \rightleftarrows [Fe(CN)_6]^{4-}. \quad (8.29)$$

Особенностью данной реакции является то, что состав электролита не изменяется, а на поверхности электродов не происходит отложений и выделения газа.

Определение ΔJ по значениям I позволяет проводить моделирование теплообмена в быстро протекающих нестационарных процессах. Однако возможности этого способа, и диффузионного моделирования вообще, ограничены по значениям чисел Прандтля, так как обычно $\text{Pr}_д \gg 1$ (см. § 2.15).

На диффузионных моделях, в которых в качестве модельной жидкости используются электролиты, можно измерять поля скорости и касательные напряжения на стенке в адиабатных потоках. *Диффузионный анемометр* для измерения скорости выполняется в ви-

де шарикового электрода диаметром d. Ток I между этим электродом и электродом с развитой поверхностью связан с числами $Nu_д$ соотношением

$$I = (4\pi dc_\infty DzF)\,Nu_д. \qquad (8.30)$$

Число $Nu_д$ зависит от значения числа Re, включающего скорость набегающего на шарик потока w. Измеренные значения тока пересчитывают на значения скорости набегающего потока. Связь числа $Nu_д$ с числом Re берется такой же, как и для числа Nu при теплообмене обтекаемого потоком шара.

При продольном обтекании плоской поверхности с вмонтированным в нее электродом длиной l и шириной h по значению тока I можно рассчитать касательное напряжение на стенке $\tau_с$:

$$\tau_с = \frac{1{,}87\mu I^3}{(c_\infty F)^3 (Dlh)^2}, \qquad (8.31)$$

где μ — динамическая вязкость.

Измерение характеристик двухфазных потоков на электродиффузионных моделях описано в [14].

8.1.8. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛООБМЕНА

Теплообмен в замкнутой системе серых тел с заданными оптико-геометрическими характеристиками описывается системой N алгебраических уравнений (2.195). Электрическое моделирование основано на математической тождественности этой системы и системы алгебраических уравнений, описывающей распределение токов в разветвленной электрической цепи с N узловыми точками (рис. 8.8). Каждая узловая точка связана с остальными точками электрическими проводимостями (величинами, обратными электрическим сопротивлениям) Y_{ij}, а с индивидуальным источником питания с потенциалами v_0 — через проводимость Y_{ii}. Проводимости Y_{ij} являются электрическими аналогами взаимных поверхностей излучения H_{ij}, а проводимости Y_{ii} — аналогами оптико-геометрических параметров $H_{ii} = A_iF_i/(1-A_i)$, где A_i — коэффициент поглощения, принимаемый равным коэффициенту теплового излучения ε_i, F_i — площадь поверхности i-го тела. Электрические потенциалы в узловых точках v_i являются аналогами плотности эффективных потоков излучения $E_{эфi}$, а токи в узловых точках I_i — аналогами результирующих тепловых потоков $Q_{рез i}$ для соответствующих тел.

Тепловые и электрические величины связаны соотношениями

$$E_{эфi} = v_i\,(E/v)_м; \qquad (8.32)$$

$$Q_{рез i} = I_i\,(HE/Yv)_м. \qquad (8.33)$$

Величины с индексом «м» принимаются за масштабные. Потенциалы источников питания v_{0i} являются аналогами плотностей

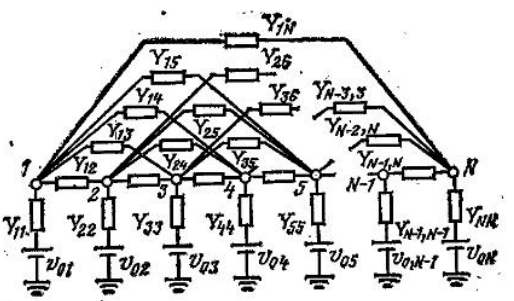


Рис. 8.8. Электрическая модель для расчета теплообмена излучением между N серыми телами, разделенными прозрачной средой.

потоков излучения черного тела $E_{τi} = \sigma T_i^4$. Связь между ними определяется по формуле

$$E_{τi} = v_{0i}\,(E/v)_м. \qquad (8.34)$$

Значения H_{ii} и H_{ij} должны быть заранее известными. Значения H_{ij} определяются либо расчетным путем (см. § 2.13), либо на световых моделях (см. ниже). Параметры электрической схемы определяются, исходя из пропорциональности между H_{ii}, H_{ij} и Y_{ii}, Y_{ij}.

Если заданы температуры поверхностей тел T_i, а искомыми являются значения $Q_{рез i}$, то в электрической схеме задаются потенциалами источников питания v_{0i} в соответствии с (8.34) и измеряют значения токов I_i. Искомые значения $Q_{рез i}$ определяют по (8.33).

Если для некоторых тел заданы значения $Q_{рез i}$ (а для остальных значения температур T_i) и искомыми для них являются температуры, то в электрической схеме подбирают такие потенциалы v_{0i} в соответствующих узловых точках, чтобы значения I_i соответствовали заданным значениям $Q_{рез i}$. По замеренным значениям v_{0i} пересчетом по (8.34) определяют $E_{τi}$, а по ним — искомые температуры T_i.

Моделирование теплообмена между серыми телами, разделенными серой поглощающей и излучающей средой, рассмотрено в [15]. О методах электромоделирования на основе разрешающих функций, а также методах, которыми учитываются селективность и анизотропность оптических свойств поверхностей и сред, см. [16, 17].

Световые модели используют для моделирования теплообмена между серыми телами, а также для определения взаимных поверхностей пары тел H_{ij} (или угловых коэффициентов излучения φ_{ij}). Модель изготавливают геометрически подобной натурному объекту с оптическими характеристиками, одинаковыми с характеристиками натурного объекта. Если пространство между телами заполнено поглощающей средой, то необходимо еще обеспечить равенство оптических толщин слоя среды (см. § 2.14)

натурным. Поверхности диффузионного излучения моделируют светящимися поверхностями с матовым стеклом. Источником излучения являются электролампы, расположенные за стеклом. Световые потоки измеряют с помощью фотоэлементов. Измеряемые потоки падающего излучения у поверхностей моделей относят к масштабному потоку, в качестве которого принимают световой поток от поверхности излучения. Определенные в экспериментах на модели относительные световые потоки переносят на натурные условия.

Для определения угловых коэффициентов излучения φ_{ij} производят измерение потока излучения Q_i от тела i и его долю Q_{ij}, падающую на тело j. По определению $\varphi_{ij}=Q_{ij}/Q_i$. Вопросы, связанные с техникой моделирования, рассмотрены в [15].

8.2. МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ, ДАВЛЕНИЯ, СКОРОСТИ, ПЛОТНОСТИ И КОНЦЕНТРАЦИИ

8.2.1. ИЗМЕРЕНИЕ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОТОКАХ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Измерение температурных полей осуществляется *подвижными зондами* с датчиками температур, которые вводятся в поток. Датчиками служат термопары, термометры сопротивления и термисторы. (Метрологические вопросы измерения температуры рассмотрены в разд. 7; о термисторах — см. п. 9.7.2.) Чувствительный элемент датчика (спай термопары, нить или пленка термометра сопротивления) находится в контакте с исследуемой жидкостью.

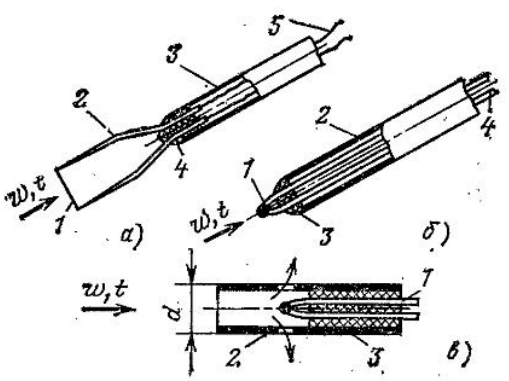


Рис. 8.9. Зонды для измерения полей температуры в потоке жидкости.

а — с термометром сопротивления: *1* — нить; *2* — вилка; *3* — трубка; *4* — эпоксидная смола; *5* — провода; *б* — с термопарой: *1* — спай; *2* — трубка; *3* — эпоксидная смола; *4* — провода; *в* — с экранированием спая: *1* — термопара; *2* — трубка с вентиляционными отверстиями; *3* — изоляция.

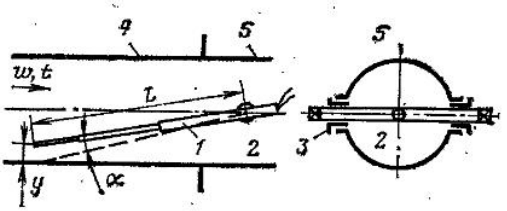


Рис. 8.10. Подвижный зонд для измерения поля температуры в потоке жидкости в трубе.

1 — тело зонда; *2* — поворотный вал; *3* — система уплотнения; *4* — труба; *5* — камера зонда.

Форма и размер чувствительного элемента определяются особенностями исследуемого поля температуры. В двухмерных плоских потоках используют нить термометра сопротивления или же термопару со сваренными встык проводами, располагаемые в изотермических плоскостях перпендикулярно набегающему потоку (рис. 8.9). При высоких скоростях используют пленочные термометры сопротивления с пленкой, вмонтированной в поверхность тонкого клина из прочного теплоизоляционного материала [33]. При измерениях в трехмерных температурных полях применяют термопары с круглым спаем или микротермисторы. В потоке с неоднородным полем температуры размеру чувствительного элемента δl соответствует изменение температуры в области его расположения $\delta t_д$. Поэтому для измерения температуры с погрешностью не выше δt размеры датчика должны удовлетворять соотношению $\delta l \leqslant \delta t/(|\operatorname{grad} t|)$.

Введение зондов в поток осуществляется таким способом, чтобы нарушения в скоростном и температурных полях были минимальными. При измерениях в пограничном слое зонд вводят через стенки рабочей камеры, в которой располагается обтекаемое тело. При измерении температурного поля в поперечном сечении трубы зонд удобно вводить через выходной торец трубы (рис. 8.10). Место ввода зонда уплотняют либо уплотнениями сальникового типа, либо с помощью сильфонов. В неодиородном поле температуры погрешность в определении координаты чувствительного элемента δy вызывает погрешность отнесения в определении температуры $\delta t_y = \delta y \operatorname{grad} t$, отсюда следует, что для измерения температуры с погрешностью $\delta t \leqslant \delta t_y$ погрешность определения места положения датчика в потоке не должна превышать $\delta y \leqslant \delta t/(|\operatorname{grad} t|)$. Точное перемещение и измерение положения датчика в потоке осуществляют с помощью специального устройства — координатника [3]. Координатники имеют микрометрические винты или комплектуются стандартными индикаторами положения. Для устройств типа, показанного на рис. 8.10, координата y определяется пересчетом по углу поворота вала α. Поворот вала определяется ин-

дикатором по смещению рычага, укрепляемого на одном из концов вала. При измерениях в пограничном слое за начальное положение принимают положение чувствительного элемента на поверхности обтекаемого тела. Во избежание поломки чувствительного элемента при контакте со стенкой применяют ограничители хода, рассчитанные на остановку чувствительного элемента около стенки на заданном расстоянии. Момент касания ограничителя о стенку фиксируется сигнальным устройством контактного типа.

Сигнал от чувствительного элемента соответствует его *собственной температуре* $t_д$, которая в общем случае не равна температуре рабочей среды t в месте расположения чувствительного элемента. Разница $\delta t = t_д - t$ обусловлена теплообменом датчика с потоком и ограничивающими его стенками камеры (трубы). К чувствительному элементу (или от него) подводится (или отводится) по проводам и конструктивным элементам тепловой поток $Q_т$. От потока к датчику (или наоборот) конвективным путем передается тепловой поток $Q_к$. Между датчиком и стенками камеры, а также поверхностью обтекаемого тела осуществляется радиационный теплообмен с тепловым потоком $Q_р$, знак которого определяется сочетанием температур тел, участвующих в теплообмене (в общем случае надо учитывать излучательные и поглощательные свойства среды). Значение δt оценивается из условия баланса указанных тепловых потоков применительно к конкретным условиям [21, 22]. Расчет дает только порядок δt, так как термические сопротивления теплообмену в реальной конструкции могут быть оценены лишь приближенно.

Так, для термопары, находящейся в цилиндрическом капилляре длиной l и измеряющей температуру его свободного конца, значение δt вследствие отвода теплоты по капилляру может быть оценено по формуле

$$\delta t = (t - t_0)/\mathrm{ch}\,(ml), \qquad (8.35)$$

где t_0 — температура закрепленного конца капилляра; $m = \sqrt{\alpha/(\lambda\delta)}$, здесь α — коэффициент теплоотдачи между жидкостью и капилляром; λ — коэффициент теплопроводности капилляра; δ — толщина стенки капилляра.

Значения δt, обусловленные теплообменом излучением со стенками трубы с температурой $t_с$ (без учета отвода теплоты по капилляру), могут быть оценены по формуле

$$\delta t = \frac{\varepsilon C_0}{\alpha}\left[\left(\frac{T_д}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_с}{100}\right)^4\right], \qquad (8.36)$$

где ε — приведенный коэффициент теплового излучения (см. § 2.13); $C_0 = 5{,}67$ Вт/(м^2××К^4).

Требуемая точность измерения температуры обеспечивается путем создания условий, при которых разность δt уменьшается до допустимых значений. Для снижения потоков $Q_т$ применяют провода малого диаметра из материалов с низкой теплопроводностью. Конструктивные элементы зонда стараются располагать в изотермических плоскостях. Снижение значений $Q_р$ достигается путем уменьшения размеров чувствительного элемента и покрытия чувствительных элементов материалами с малыми значениями ε.

В скоростных газовых потоках ($M > 0{,}3$) датчик приобретает температуру $t_т = t + r w^2/(2c_p)$, где r — коэффициент восстановления температуры для датчика данной конструкции; w и c_p — скорость и удельная теплоемкость газа в набегающем потоке. Реально его температура отличается от этого значения на δt, обусловленную теплообменом датчика с потоком и стенками трубы. При больших скоростях значения $Q_р$ могут быть значительными и вследствие этого могут приводить к большим значениям δt. Для снижения $Q_р$ применяют экранирование чувствительного элемента (рис. 8.9, *в*). В экране (трубке) имеются небольшие вентиляционные отверстия. Для такой конструкции $r \approx 1$.

Бесконтактные (оптические) методы измерения температуры применимы в тех случаях, когда возможно оптическое наблюдение за потоком без нарушения происходящих в нем процессов. Наблюдение ведется через смотровые окна с оптическими стеклами. Для наблюдения можно воспользоваться световодами с регулярной укладкой волокон [18]. Если поток обладает достаточной светимостью, а пространственный масштаб неоднородности температуры существенно больше площадки визирования пирометра, то измерения температуры производят с помощью оптических пирометров. Такие измерения проводятся обычно на крупномасштабных объектах (например, в топках паровых котлов).

В аэродинамических и теплофизических исследованиях поля температуры можно определять по полям плотности путем обработки снимков областей течения, полученных на теневых оптических приборах (см. п. 8.2.6). Если давление в области течения известно, то пересчет плотности на температуру производят с использованием уравнения состояния. Метод дает хорошие результаты для высокоскоростных разреженных потоков, для которых применение зондовых методов затруднительно. На снимках, полученных при настройке интерферометра на полосы бесконечной ширины, темные и светлые полосы выделяют области с постоянной температурой (изотермы). На снимках, полученных на теневых приборах с оптической решеткой в фокальной плоскости, светлые и темные линии соответствуют областям течения с постоянными градиентами температуры.

О методах измерения температуры разреженного газа см. [51].

8.2.2. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

В телах *без внутренних источников* теплоты измерения производят с помощью термопар или термометров сопротивления, устанавливаемых внутри тела. С помощью термометров сопротивления измеряют среднюю температуру на участке его расположения, а с помощью термопар — распределение температуры в теле. В результате размещения датчика температуры в теле искажается поле температуры в месте его расположения из-за нарушения однородности тела и из-за отвода (или подвода) теплоты по проводам и конструктивным элементам датчика.

Искажение температурного поля при выполнении паза (сверления) для размещения датчика показано на рис. 8.11 [19]. Как видно, температура на поверхностях паза неодинакова и может сильно отличаться от температуры в тех же точках тела без паза. Расчет поля температуры при заполнении цилиндрического паза однородным материалом, отличающимся от материала тела, приведен в [20]. С целью уменьшения искажающего влияния паза его выполняют небольшим. Определить точно место касания чувствительного элемента и поверхности паза практически невозможно. Поэтому возникает неопределенность в измерении температуры в интервале $\delta t = t_А - t_Б$. Порядок значений δt может быть оценен приближенно методами электромоделирования. Приближенность связана с невозможностью точного задания термического сопротивления паза с заложенным в него датчиком прежде всего из-за существования неконтролируемых зазоров.

Отвод теплоты по проводам термопары приводит к различию между температурой спая $t_д$ и температурой в данной точке тела, не искаженной присутствием термопары t_0. Для термопары на поверхности массивного тела, обменивающегося теплотой с жидкостью, величину $\delta t = t_0 - t_д$ можно оценить по формуле [22]

$$\delta t = \frac{\eta - \omega}{1 + \eta}(t_0 - t_ж), \qquad (8.37)$$

где $\eta = \Lambda/\Lambda_0$; $\Lambda = \left(\pi R_1 \sqrt{2\alpha_1\lambda_1 R} + \pi R_2 \sqrt{2\alpha_2\lambda_2 R_2}\right)_д$ — проводимость термопары из двух проводов; $\Lambda_0 = \frac{3\pi^2}{8}\lambda_0 R_c$; $\omega = \pi R_c^2 \alpha_0/\Lambda_0$; $\alpha_д$, α_0 и $\lambda_д$, λ_0 — соответствующие коэффициенты теплоотдачи и теплопроводности для проводов термопар и для массива; $t_ж$ — температура жидкости; R_c — радиус спая.

Индексом «д» обозначены величины для термопары (датчика), индексом 0 — для массива.

Для пластины толщиной δ, омываемой со стороны расположения проводов термопары жидкостью с температурой $t_{ж1}$, а с другой — с температурой $t_{ж2} < t_{ж1}$, величина $\delta t = t_д - t_0$ может быть оценена по формуле [23]

$$\delta t = \frac{\Lambda_1(t_{ж1} - t_0) - \Lambda_2(t_0 - t_{ж2})}{(\Lambda_1 + \Lambda_2) + 2\pi\lambda_0\varepsilon\delta R_c K_1(\varepsilon R_c)/K_0(\varepsilon R_c)}, \qquad (8.38)$$

где $\Lambda_1 = \Lambda$ — проводимость проводов термопары; $\Lambda_2 = \pi R_c^2 \alpha_{02}$; $\varepsilon = \sqrt{(\alpha_{01} + \alpha_{02})/(\lambda_0\delta)}$; α_{01} и α_{02} — коэффициенты теплоотдачи на поверхностях пластины; K_0 и K_1 — модифицированные функции Бесселя 2-го рода нулевого и первого порядка.

Снижение погрешностей измерения температуры достигается следующими приемами. Спай термопары должен находиться в хорошем тепловом контакте с телом. Для этого его приваривают, припаивают или зачеканивают в месте закладки спая. Приварку спаев удобно производить конденсаторной сваркой [24—26]. Провода в электроизоляции помещают в металлические капилляры, которые затем вместе с ним протягивают через фильеры с отверстиями, соответствующими по форме и размерам пазу. Обработанные таким путем капилляры впрессовывают в пазы. Существует также способ, при котором пазы с заложенными в изоляции проводами заполняют металлом путем напыления. Погрешности уменьшаются для тел из металлов с большой теплопроводностью. Термопары в изоляции могут заплавляться серебром или медью в кольцевом зазоре между товкостенными трубками из нержавеющей стали [25, 61]. Отводимые провода размещают в плоскостях, близких к изотермическим. Следует избегать вывода проводов через рабочую жидкость. При необходимости такого вывода провода должны быть хорошо теплоизолированы. В натурных экспериментах (например, при измерениях температуры стенок парогенерирующих труб) при выводе проводов через высокотемпературную и агрессивную среду провода помещают в защитные кожухи с

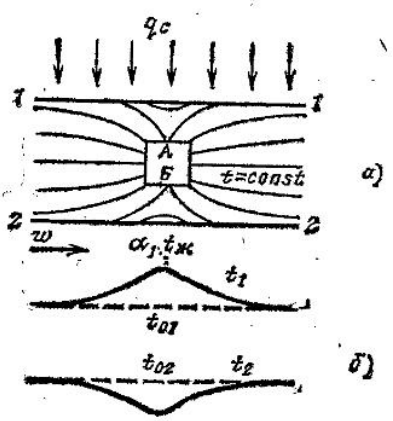


Рис. 8.11. Искажение поля температуры в теле с пазом.

а — изотермы; *б* — температура на поверхностях *1-1* и *2-2*.

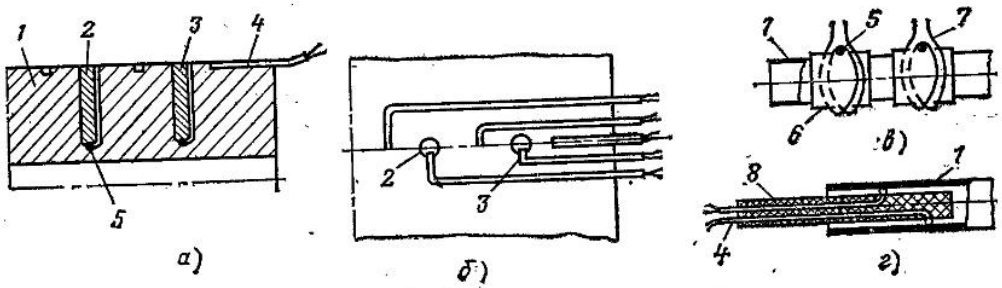


Рис. 8.12. Способы заделки термопар для измерения температуры в твердом теле.

а, б — заделка термопар в толстостенной трубе; *в* — заделка термопар на стенке трубы, обогреваемой переменным электрическим током; *г* — зонд для измерения температуры на внутренней поверхности трубы, обогреваемой переменным электрическим током; *1* — труба; *2* — металлические пробки; *3* — канавки; *4* — капилляры; *5* — спай термопары; *6* — слой слюды; *7* — провода; *8* — тело зонда.

охлаждением [27]. Типичные приемы заделки термопар показаны на рис. 8.12. Вопросы технологии изготовления и закладки термопар рассмотрены в [24, 25].

Измеряемая температура относится к месту расположения геометрического центра чувствительного элемента. Температуру на поверхности теплообмена находят путем пересчета по формулам теплопроводности (см. разд. 2). Наиболее прост пересчет в случае одномерного температурного поля. В сложных температурных полях производится анализ поля температуры методами электротепловой аналогии.

Температуру тел с *внутренними источниками теплоты* измеряют с помощью термопар, спай которых укрепляют вблизи поверхности с минимальным нарушением однородности тела. Для тонкостенных пластин или труб спаи укрепляют на их поверхности. Если внутренние источники обусловлены прохождением по телу электрического тока, способ крепления спаев может быть различным для постоянного и переменного тока. На показания термопары, спай которой находится в электрическом контакте с поверхностью тела, накладывается «шаговое напряжение» $\Delta U = I\Delta R$, где I — сила тока; ΔR — сопротивление участка пластины или трубы Δl, равного размеру спая.

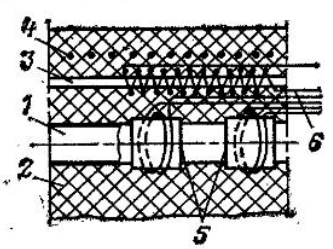


Рис. 8.13. Закладка термопар для измерения температуры стенки трубы, обогреваемой постоянным электрическим током.

1 — труба; *2* — теплоизоляция; *3* — тепломер; *4* — охранный нагреватель; *5* — слой слюды, отделяющий спай от трубы; *6* — провода.

При переменном токе эта составляющая выходного сигнала термопары может быть исключена электрическими фильтрами. Простейшим фильтром является рамка гальванометра в схеме измерения термо-ЭДС с помощью потенциометра постоянного тока. При теплообмене внутри трубки спаи термопар приваривают к ее наружной поверхности, а провода несколько раз плотно обматывают через слой слюды вокруг трубки (рис. 8.12, *в*). При теплообмене на наружной поверхности трубки малого диаметра, когда приварка спаев к внутренней поверхности трубки затруднена, внутрь трубки вводят подвижный зонд с одной или несколькими термопарами, спаи которых плотно прижимаются к внутренней поверхности трубки (рис. 8.12, *г*).

При обогреве постоянным током необходимо избежать наложения шагового напряжения на сигнал термопары. Спай термопары прижимается к поверхности трубки или пластины через тонкий слой изолятора, например слюды (рис. 8.13). Снаружи помещается слой теплоизоляции с размещенным в нем тепломером (см. п. 8.3.5) с дифференциальными термопарами и охранным электрическим нагревателем. Мощность нагревателя регулируется так, чтобы тепломер показывал отсутствие потерь теплоты через изоляцию.

Пересчет измеренных температур на температуру поверхности теплообмена t_c производят по формулам при наличии внутренних источников теплоты (см. п. 2.3.6). Метод пересчета при больших перепадах температуры в стенке трубы, когда теплопроводность и электрическое сопротивление переменны по толщине стенки вследствие их зависимости от температуры, описан в [28]. Среднюю на участке трубки или пластины температуру можно определить по электрическому сопротивлению этого участка, используя нагревательный элемент в качестве термометра сопротивления. Такой способ применим, если температурный коэффициент сопротивления трубки или пластины стабилен и имеет достаточно большое значение. Измеряемое сопротивле-

ние соответствует некоторой средней по толщине стенки температуре, пересчет которой на температуру поверхности при больших перепадах температуры в стенке затруднителеи [29]. Поэтому такой способ используют лишь для тонкостенных пластин, трубок и проволочек [26].

При измерении *нестационарных температур* необходимо учитывать тепловую инерцию проводов термопары. Это влияние может быть существенным при толщинах стенок трубок или пластин, сонзмеримых с диаметром проводов. Отклонение измеряемых значений от значений, не искаженных присутствием термопары, можно оценить по формулам, приведенным в [22]. В экспериментах на ударных трубах в качестве датчиков температуры применяются пленочные термометры сопротивления, впекаемые в поверхность обтекаемого тела (подложку) из теплоизоляционного материала [30].

Истинность показаний датчиков, применяемых для измерения температуры, влияние отвода теплоты по проводам, отклонения в измеряемых значениях температуры, вызванные нарушением однородности материала тела, и т. д., проверяются в градуировочных опытах по теплообмену для хорошо изученных условий. Например, влияние отвода теплоты по проводам исследуют в адиабатных условиях путем сопоставления показаний заложенных в стенку датчиков с показаниями датчиков температуры, находящихся вне тела. Проверку правильности закладки датчиков температур в тело проводят путем сопоставления температур поверхности теплообмена, рассчитанных по формуле $t_c = t_ж + q_c/\alpha$ (где $t_ж$ — температура жидкости; q_c — плотность теплового потока; α — коэффициент теплоотдачи) и измеренных датчиками. Совпадение значений температуры стенки свидетельствует об удачной закладке датчиков температуры. При отклонениях выше допустимых значений закладка осуществляется заново.

Если в условиях эксперимента возможно визуальное наблюдение за поверхностью тела, его температуру можно определить с помощью оптических пирометров (см. разд. 7). В натурных экспериментах можно пользоваться индикаторными красками разового употребления [31].

8.2.3. ЗОНДОВЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ В ПОТОКАХ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Для измерения давления применяются специальные приемники с отборами давления, от которых через импульсные трубки давление передается на чувствительный элемент измерителя давления.

Измерение статического давления. Для измерения используют продольно обтекаемые трубки, клинья или шайбы с отборами давления на боковой поверхности. В потоках с однородным полем давления отборы выполняют в стенках труб или рабочих камер (рис. 8.14). Ось отбора давления должна быть перпендикулярна поверхности тела приемника.

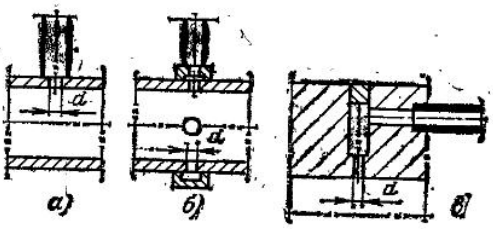


Рис. 8.14. Отборы в стенке трубы для измерения статического давления с импульсными трубками, приваренными к тонкостенной трубе (*а*), к кольцевой камере (б) и толстостенной трубе (*в*).

Радиусы отверстий отборов статического давления должны быть не более 0,1 радиусов кривизны поверхности тела в данной точке. Минимальные размеры отверстий ограничены ростом гидравлического сопротивления отборов и соответственно увеличением времени установления равновесия в системе «отбор — измеритель давления», что особенно существенно при измерениях в нестационарных (пульсирующих) потоках [32]. Точность измерений во многом определяется тщательностью изготовления отборов; незаметные на глаз заусенцы и отклонение оси сверления от требуемого направления могут привести к существенным погрешностям.

Измерение полного давления p_0. В этом случае приемное отверстие устанавливают навстречу потоку. Обычно используют продольно обтекаемые трубки круглого поперечного сечения — трубки Пито (рис. 8.15). Для таких трубок допустимо отклонение оси от направления течения в пределах $\pm 10°$. На трубке, имеющей форму затупленного тела, образуется пограничный слой с неизоэнтропным течением, вследствие чего измеряемое в плоскости отверстия приемника давление $p_{изм}$ не равно давлению p_0. Для круглой трубки в несжимае-

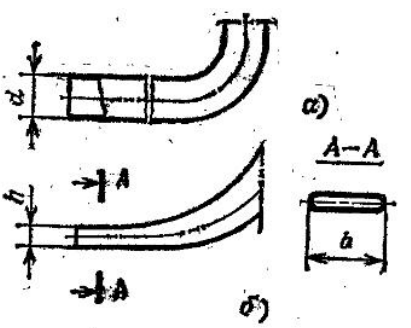


Рис. 8.15. Трубки для измерения полного давления.

а — круглая трубка; *б* — трубка со сплющенным концом.

мой жидкости различие между $p_{изм}$ и p_0 может быть оценено по эмпирической формуле [3]

$$\frac{p_{изм}-p_0}{(\rho w^2/2)}=1+\frac{5{,}6}{\mathrm{Re}}, \qquad (8.39)$$

где $\mathrm{Re}=wd/\nu$ — число Рейнольдса; w, ρ, ν — скорость, плотность и коэффициент кинематической вязкости набегающего потока; d — наружный диаметр трубки.

Измеренное значение давления p_0 для потоков с небольшими градиентами скорости относят к координате геометрического центра приемного отверстия. Перемещение трубок в потоке и определение координат положения приемного отверстия производят с помощью координатных устройств типа, приведенного на рис. 8.10.

Размеры трубок полного давления выбирают такими, чтобы не вносить искажений в поле скорости исследуемого потока. При измерениях в пограничном слое с большими градиентами скорости размер трубки h в направлении изменения скорости должен соответствовать соотношению $h\leqslant\delta p_0/|\mathrm{grad}\,p_0|$. Здесь δp_0 — допустимая погрешность измерения p_0, принимаемая равной изменению p_0 на расстоянии h. Измеренное давление относится не к координате геометрического центра приемного отверстия, а к координате «эффективного центра», смещенного от геометрического в сторону большей скорости на величину δ (рис. 8.16). Для несжимаемой жидкости значения δ можно оценить по эмпирической формуле [3]

$$\delta/D=0{,}131+0{,}082d/D, \qquad (8.40)$$

где D и d — наружный и внутренний диаметры трубки полного давления.

Уменьшение гидравлического сопротивления трубки при малых значениях h достигается увеличением проходного сечения, вследствие чего в плоских пограничных слоях применяют трубки со сплющенным приемным отверстием. Для повышения точности измерений трубки давления предварительно градуируют [33].

Измерение давления в потоках влажного пара рассмотрено в [34].

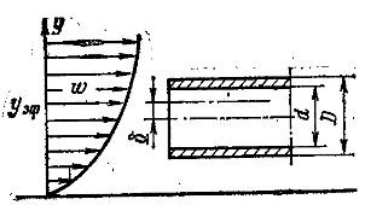


Рис. 8.16. Смещение «эффективного центра» трубки при измерении полного давления в пограничном слое.

8.2.4. ЗОНДОВЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЕЙ СКОРОСТИ

Зондовыми методами скорость потока определяют косвенно по результатам динамического или теплового взаимодействия потока с чувствительным элементом зонда. (Методы измерения расходов жидкости и газа рассмотрены в § 7.4.)

Определение скорости по показаниям трубок полного и статического давления. Для несжимаемой жидкости скорость рассчитывают по выражению

$$w=\sqrt{2\xi(p_0-p)/\rho}, \qquad (8.41)$$

где ξ — поправочный коэффициент, определяемый в градуировочных опытах.

Разность давлений p_0-p измеряют с помощью дифференциальных манометров. В потоках сжимаемого газа по измеренным давлениям p_0 и p рассчитывают числа Маха М. Для идеальных (в термодинамическом смысле) газов при $\mathrm{M}<1$

$$\frac{p_0}{p}=\left(1+\frac{\varkappa-1}{2}\,\mathrm{M}^2\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}, \qquad (8.42)$$

где $\varkappa$ — показатель адиабаты.

В сверхзвуковых потоках ($\mathrm{M}>1$) перед трубкой образуется отошедшая ударная волна, фронт которой перед приемным отверстием можно рассматривать как прямой скачок уплотнения (см. п. 1.10.4). Значения М рассчитывают по формуле

$$\frac{p_0'}{p}=\left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}\mathrm{M}^{\frac{2\varkappa}{\varkappa-1}}\Big/\left(\varkappa\mathrm{M}^2-\frac{\varkappa-1}{2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}, \qquad (8.43)$$

где p_0' — измеряемое трубкой полное давление за скачком уплотнения; p — статическое давление.

Скорость потока $w=\mathrm{M}\sqrt{\varkappa RT}$, где R — газовая постоянная; T — абсолютная температура. Поэтому для определения скорости необходимо измерение температуры в месте ее определения. Трубки полного давления часто комбинируют с термопарами, располагая их на одной державке зонда.

Вычисленные значения скорости относят к координате «эффективного центра» приемного отверстия трубки полного давления. Смещение «эффективного центра» от геометрического находят в градуировочных опытах.

Измерение скорости потока с помощью термоанемометров. Метод основан на зависимости теплообмена между набегающим потоком и нагретым телом от скорости потока. Для измерений в пограничных слоях [33, 35, 36] применяют термоанемометры с нагретой нитью. Нить диаметром d и длиной l устанавливают перпендикулярно набегающему потоку с температурой t и по ней пропускают греющий электрический ток (рис. 8.17). В стацио-

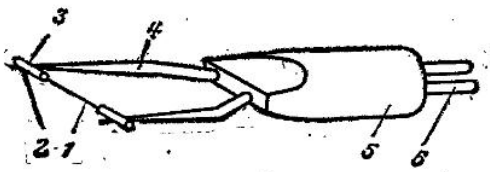


Рис. 8.17. Зонд термоанемометра с нагретой нитью.

1 — нить; *2* — утолщение на концах нити; *3* — пайка или сварка; *4* — вилка; *5* — тело зонда; *6* — провода.

нарных условиях температура нити $t_н$ связана с током I соотношением

$$I^2R_н = IU = \alpha\pi dl\,(t_н - t) + Q_р + Q_т, \quad (8.44)$$

где $R_н$ — электрическое сопротивление нити; U — падение напряжения на концах нити; α — коэффициент теплоотдачи.

Выделяемая теплота передается жидкости конвективным путем и частично рассеивается путем излучения $Q_р$ и теплопроводности $Q_т$ по конструктивным элементам. При $l/d > 200$ величиной $Q_т$ можно пренебречь. При малых скоростях течения ($w \approx 0{,}1$ м/с и менее) значения $Q_р$ становятся соизмеримыми со значениями конвективного теплового потока.

В схеме измерений с постоянной температурой нити $t_н = \text{const}$ устанавливают некоторое значение $t_н$ (и соответствующее ей значение сопротивления нити $R_н$), которое далее поддерживают неизменным. При изменении скорости потока w изменяется теплоотдача, что ведет к изменению температуры нити. Постоянство $t_н$ достигается регулировкой силы греющего тока I, по которой определяют искомую скорость w. Градуировочная характеристика термоанемометра в схеме с $t_н = \text{const}$ имеет вид, показанный на рис. 8.18, *а*. Значение I_0 соответствует мощности, отводимой в жидкость при $w = 0$. В схеме измерений с постоянным значением силы греющего тока $I = \text{const}$ градуировочная характеристика термоанемометра имеет вид, показанный на рис. 8.18, *б*. Выходным сигналом является значение падения напряжения на нити U, по которому определяется скорость w.

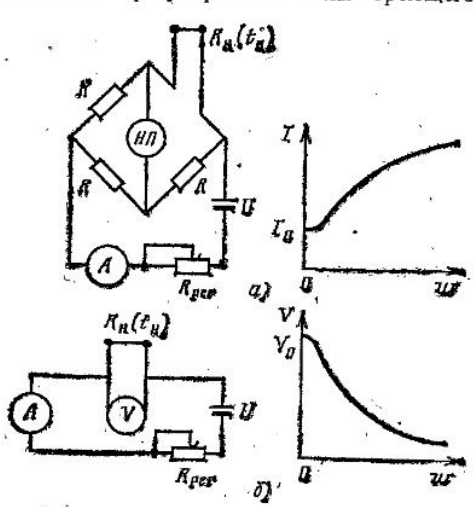


Рис. 8.18. Измерительные схемы и градуировочные кривые для термоанемометра с нагретой нитью.

а — по методу $t_н = \text{const}$; *б* — по методу $I = \text{const}$.

Градуировочные характеристики термоанемометров определяют опытным путем для конкретной жидкости (газа) при наборе значений $t_н$ и t в определенном интервале давлений. По существу, определение характеристики означает экспериментальное исследование закономерностей теплообмена при поперечном обтекании нити. Для воздуха при небольшом давлении

$$I^2R_н = IU = B\sqrt{w} + C, \quad (8.45)$$

где B и C — функции температуры и свойств потока и нити.

При измерениях в газовых потоках температуру нити поддерживают на уровне $t_н \gg t$ для устранения влияния небольших колебаний температуры потока t.

Нити термоанемометров изготавливают из платиновых сплавов или из вольфрама с диаметрами от сотых долей миллиметра до нескольких микрометров. Длина нити при этом составляет доли миллиметра, и ее тепловая инерция невелика. Вследствие этого термоанемометры с нагретой нитью удобны для исследований характеристик турбулентных потоков [35, 36]. При измерениях вблизи поверхности тела условия теплообмена отличны от условий градуировочных опытов, и к показаниям термоанемометра надо вводить поправку на «влияние стенки». Поправка, учитывающая влияние расстояния от стенки, вводится либо по результатам градуировочных опытов в потоках с известным распределением скорости, либо расчетным путем (так называемая «поправка Вилса») [37]. Для нитей с $d \approx 3$ мкм влияние стенки сказывается на расстоянии от нее около 0,01 мм.

Вместо нити могут использоваться пленки на поверхности клина (в сверхзвуковых и запыленных потоках) или шариковые микротермисторы. В натурных промышленных экспериментах можно использовать термоанемометры, в которых нагретым телом является поперечно обтекаемый цилиндр ($d \approx 10$ мм) с расположенным внутри электронагревателем. При этом необходимо дополнительно установить термопары для измерения температуры поверхности цилиндра. Градуировочные характеристики качественно аналогичны характеристикам для термоанемометра с нагретой нитью.

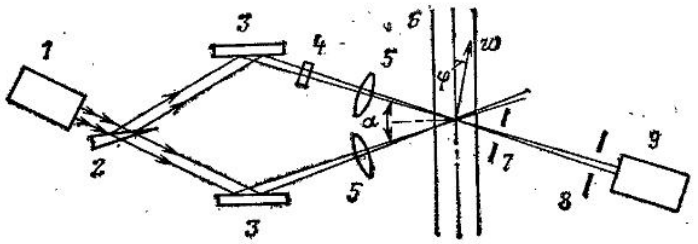


Рис. 8.19. Принципиальная схема измерения скорости лазерным анемометром.

1 — лазер; *2* — расщепляющая призма; *3* — зеркало; *4* — нейтральный фильтр; *5* — фокусирующие линзы; *6* — исследуемое течение; *7*, *8* — диафрагмы; *9* — фотоприемник.

8.2.5. БЕСКОНТАКТНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЕЙ СКОРОСТИ

Кинематические методы. Этими методами проводится прямое измерение скорости w как пути, пройденного элементом жидкости за некоторое время: $w=\Delta S/\Delta\tau$. Наблюдения ведутся за перемещением «меток», в отношении которых предполагается, что их скорость совпадает со скоростью окружающей жидкости (газа). Кинематические методы применяются как для исследования осредненных во времени скоростей, так и, главным образом, для измерения мгновенных скоростей в потоке. В качестве меток обычно используют взвешенные частицы (например, дым для газовых потоков, порошок из алюминиевой пудры для водных потоков и т. п.). Метками могут быть различного рода неоднородности в движущейся среде, отличающиеся от среды температурой, плотностью, светимостью, коэффициентом преломления, коэффициентом поглощения, радиоактивностью, зарядом, степенью ионизации и т. п. Метки могут вноситься искусственно или же содержаться в потоке как его естественные примеси (подробнее см. в [38]).

Регистрацию перемещения метки в поле течения осуществляют путем фотографирования при стробоскопическом освещении. По размерам и направлению треков, зафиксированных за время экспозиции, определяют значение и направления скорости. В турбулентных потоках определение скорости по снимкам оказывается трудоемкой задачей, так как требуется измерять множество отдельных траекторий частиц. Практически обработка выполнима лишь с применением автоматов или полуавтоматов для анализа негативов с последующей обработкой на ЭВМ [35, 40]. Картину течения можно записать на видеоленту с помощью телевизионной камеры. В этом случае анализ сигналов производится также с помощью ЭВМ [35]. Описанные кинематические методы пригодны для прозрачных сред, когда возможно оптическое наблюдение за течением. Применение радиоактивных меток дает возможность измерять скорости в потоках, ограниченных непрозрачными стенками.

Времяпролетный метод [39]. Исследуемый поток облучают внешним источником света, например лазером, и регистрируют излучение, рассеиваемое находящимися в потоке взвешенными частицами, для двух областей, разделенных некоторым расстоянием (базой наблюдения). От частицы, прошедшей обе области наблюдения, на два канала фотоумножителя поступают импульсы, имеющие временной сдвиг, который определяется скоростью частицы на отрезке пути, равном базе наблюдения. Значение скорости находится путем статистической обработки выходного сигнала фотоумножителя.

Для измерений скорости в потоках разреженного газа применяется метод флуоресцентного трассирования. В заданной области исследуемого потока проводят его облучение тонким интенсивным пучком быстрых электронов, в результате чего образуется светящаяся флуоресцентная метка, скорость движения которой регистрируется фотоэлектрической системой.

Лазерные анемометры. Метод основан на эффекте Допплера [35, 41]. Поток с естественными или искусственными метками облучают пучком света от лазера. В схеме, изображенной на рис. 8.19, использованы два расщепленных луча, которые сфокусированы в исследуемую точку потока. Рассеянное на метках излучение наблюдается вдоль одного из пучков прямого излучения. Рассеянное и прямое излучения направляются в фотоприемник. Частота рассеянного на движущейся метке излучения изменяется на величину допплеровского сдвига частот:

$$\omega_{\text{д}} = \frac{2\omega\,|w|}{c}\sin\frac{\alpha}{2}\cos\varphi, \quad (8.46)$$

где ω — круговая частота падающей волны; w — измеряемая скорость; α — угол между расщепленными лучами; c — скорость света; φ — угол между направлением скорости w и перпендикуляром к биссектрисе угла α.

Формула (8.46) используется для определения проекции скорости на это направление. В схемах с направлением в фотоприемник рассеянного излучения от обоих лучей [41] скорость в проекции на то же направление определяется по формуле

$$w = \Delta\nu_{\text{д}}\,\lambda\Big/\left(2\sin\frac{\alpha}{2}\right), \quad (8.47)$$

где $\Delta\nu_{\text{д}}$ — разность допплеровских частот; λ — длина волны [41].

По диапазону измеряемых скоростей лазерные анемометры (или ОДИС — оптические допплеровские измерители скорости) подразделяются на группы: 10^{-6}—10^{-2}; 10^{-2}—10^{2} и 10^{2}—10^{6} м/с. Пространственное разрешение схем ОДИС, предназначенных для измерения скорости в потоках жидкости, составляет около 10^{8} 1/мм³. Погрешность измерения находится в интервале от 3 до 0,2%.

Во всех бесконтактных методах существенным вопросом является определение координат метки в потоке относительно обтекаемых тел. Обычно принимают, что свет распространяется линейно. Однако в потоках с переменной плотностью распространение света нелинейно (см. п. 8.2.6), и необходимо производить пересчет координат изображения метки на её действительные координаты.

Методы измерения скорости в дисперсных потоках рассмотрены в [69].

8.2.6. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛЕЙ ПЛОТНОСТИ И КОНЦЕНТРАЦИИ В ПОТОКАХ ЖИДКОСТИ И ГАЗА И СТРУКТУРЫ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ

Оптические методы. Метод основан на зависимости между плотностью ρ исследуемой среды и абсолютным показателем преломления $n = c_{\text{вак}}/c$ (c — скорость света в исследуемой среде; $c_{\text{вак}}$ — скорость света в вакууме). Зависимость $\rho(n)$ для общего случая дается формулой Лоренца:

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} = \rho\frac{N}{M}, \qquad (8.48)$$

где N — постоянная для данного вещества величина, называемая молекулярной рефракцией; M — молекулярная масса.

При $n \approx 1$ справедливо приближенное соотношение Гладстона — Дейла

$$(n-1)/\rho = (n_0-1)/\rho_0 = \text{const} = K, \qquad (8.49)$$

где n_0, ρ_0 — величины при фиксированных, обычно нормальных условиях.

Значения n_0 для газов или паров при 0° С и 0,101 МПа для длины световой волны 5893 Å следующие:

Гелий	1,000035
Водород	1,000138
Водяной пар	1,000257
Кислород	1,000272
Аргон	1,000284
Воздух	1,000292
Азот	1,000297
Окись углерода	1,000334
Метан	1,000442
Двуокись углерода	1,000450
Метиловый спирт	1,000550
Ацетилен	1,000606
Этилен	1,000720
Хлор	1,000768
Этан	1,000770
Этиловый спирт	1,000874
Пропан	1,001081

Продолжение

Ацетон	1,001100
Бутан	1,001390
Хлороформ	1,001455
Эфир	1,001550
Четыреххлористый углерод	1,001768

Значения N и K зависят от природы вещества, его параметров состояния и длины волны света. Их можно рассчитать по известным значениям n_0 и ρ_0.

Изучаемую область течения просвечивают пучком света, который после прохождения области с помощью оптической системы направляется на экран или фотопластинку. На экране образуется оптическое изображение области течения, по которому определяют поле значений n, а по нему путем пересчета по (8.48) или (8.49) — поле плотности ρ. Изображение на экране получается с помощью оптических систем [42—44].

Теневые методы (или шлирен-методы). При прохождении света через среду с разной плотностью лучи света отклоняются в сторону большей плотности. Радиус кривизны R светового луча связан с градиентом показателя преломления n соотношением [42]

$$\frac{1}{R} = \frac{|\operatorname{grad} n|}{n}\sin\alpha, \qquad (8.50)$$

где α — угол между направлением луча и направлением градиента показателя преломления (рис. 8.20).

В одномерных полях (например, в плоском пограничном слое), когда n изменяется только в направлении y, а луч входит в область по направлению x, перпендикулярном y, выражение (8.50) преобразуется к виду

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{n}\frac{dn}{dy}\sin\alpha = \frac{1}{n}\frac{dn}{dy}\cos\varepsilon. \qquad (8.51)$$

При малых значениях dn/dy углы отклонения лучей от первоначального направления ε малы, и из (8.51) следует

$$d\varepsilon = \frac{1}{n}\frac{dn}{dy}dx. \qquad (8.52)$$



Рис. 8.20. Отклонение луча света в плоском потоке с переменным показателем преломления.

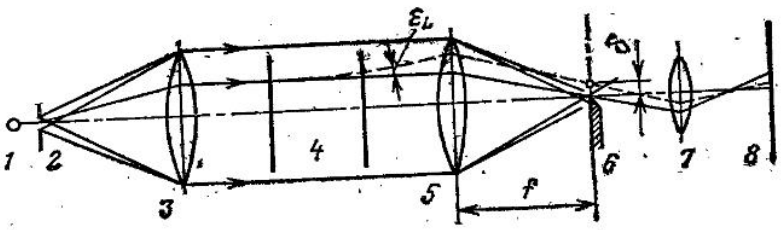


Рис. 8.21. Принципиальная схема теневого прибора.

1 — источник света; *2* — диафрагма; *3* — линза; *4* — исследуемая область; *5* — длиннофокусная линза; *6* — оптический нож; *7* — фокусирующая линза; *8* — экран.

Величина ε_L на выходе луча из области размером L в направлении оси x определяется как

$$\varepsilon_L = \int_0^L \frac{1}{n}\frac{dn}{dy}\,dx = \frac{1}{n}\left(\frac{\overline{dn}}{dy}\right)L, \quad (8.53)$$

где $\overline{dn}/dy$ — средняя по ходу луча скорость изменения n.

Значения ε_L определяют экспериментально с помощью оптических приспособлений. По значениям ε_L с использованием (8.49) рассчитывают значения градиентов плотности по формуле

$$\frac{\overline{d\rho}}{dy} = \frac{1+K\overline{\rho}}{KL}\varepsilon_L. \quad (8.54)$$

В общем случае, когда $n=f(x, y)$, расчет ведется на основе уравнения (8.51) методом последовательных приближений [42].

Принципиальная схема исследования оптически неоднородной области теневым методом (рис. 8.21). В оптической системе (коллиматоре) образуется параллельный пучок света, который направляется в исследуемую область. Вышедший из области пучок света через длиннофокусную линзу с фокусным расстоянием f и через фокусирующую линзу направляется на экран или фотопластинку. Для образования оптической (теневой) картины на экране в фокальной плоскости линзы устанавливают либо оптический нож, либо одиночную нить или же оптическую решетку. Существуют методы с применением наклонных расфокусированных нитей [44].

Оптический нож применяют в тех случаях, когда целью исследования является получение качественной картины для всей области течения. В фокальной плоскости длиннофокусной линзы создается изображение щелевого источника света. Нож устанавливают так, чтобы его острая кромка почти полностью перекрывала это изображение и экран был слабо освещен. Проходя область с изменяющейся плотностью, лучи отклоняются в зависимости от значений и знаков dn/dy на различные углы. Области течения, в которых лучи отклоняются так, что они проходят над кромкой ножа, на экране становятся более светлыми, а области, пройдя через которые, лучи отсекаются ножом, на экране становятся затемненными. По изменению освещенности судят о степени изменения плотности. Этот метод широко применяется для исследования сверхзвуковых потоков. Существуют способы количественного определения поля плотности по теневым картинам этого типа, но практическая реализация их затруднительна.

Для количественных исследований в фокальной плоскости располагают тонкую одиночную нить диаметром d. Нить перемещается в фокальной плоскости с помощью микрометрического винта, и ее расстояние относительно оптической оси может быть измерено. Лучи, отклонившиеся на малый угол, проходят через фокальную плоскость на расстоянии от оптической оси

$$\delta = f\,\mathrm{tg}\,\varepsilon_L \approx f\varepsilon_L. \quad (8.55)$$

Если же на этом расстоянии поместить нить, она перекроет ход лучам, и на экране образуется затемненная область, для которой одинаковы значения ε_L (точнее, $\varepsilon_L+\Delta\varepsilon$, где $\Delta\varepsilon=d/f$), а следовательно, одинаковы градиенты плотности $d\rho/dy$. Каждому положению нити δ_i соответствуют свои затененные области (совокупность значений x_i, y_i). Поэтому для каждого исследуемого случая течения можно установить зависимость $\delta=\delta(x, y)$. Затемненным областям соотнетствуют градиенты плотности

$$\frac{\overline{d\rho}}{dy} = \frac{1+K\overline{\rho}}{KLf}\,\delta(x, y) \approx \frac{\delta(x, y)}{KLf} \quad (8.56)$$

с плотностью

$$\rho(x, y) = \rho_0 + \frac{1}{KLf}\int_y^y \delta(x, y)\,dy, \quad (8.57)$$

где ρ_0 — плотность в точке с координатами (x_0, y_0).

Вместо нити в фокальной плоскости можно располагать оптическую решетку или пластинку с тонкими цветными полосками. На экране возникает картина с че-

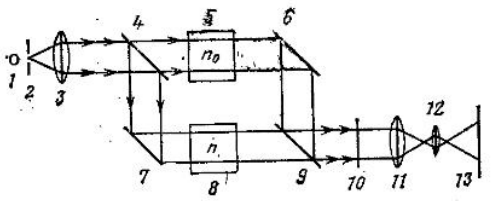


Рис. 8.22. Принципиальная схема интерферометра Маха — Цендера.

1 — источник света; *2* — диафрагма; *3* — линза; *4* — полупрозрачное зеркало; *5* — компенсационная камера; *6*, *7* — непрозрачные зеркала; *8* — исследуемая область; *9* — полупрозрачное зеркало; *10* — светофильтр; *11*, *12* — фокусирующие линзы; *13* — экран.

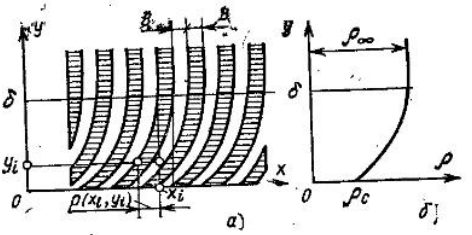


Рис. 8.23. Оптическое изображение на экране при настройке интерферометра на полосы конечной ширины.

а — смещение полос; *б* — поле плотности в пограничном слое.

редованием темных и светлых полос или же цветное изображение. Каждая полоса выделяет область с постоянным значением градиента плотности.

Области течения с резким изменением плотности выявляют без дополнительных оптических устройств путем просвечивания расходящимся пучком от сильного точечного источника света.

Между когерентными лучами, прошедшими через области размерами l_1 (с показателями преломления n_1) и l_2 (с показателем преломления n_2), возникает оптическая разность хода $\Delta l = n_1 l_1 - n_2 l_2$. Если такие лучи соединить на экране или фотопластинке, то образуется интерференционная картина. Условие когерентности наиболее просто выполняется путем расщепления луча от одного источника на два с помощью полупрозрачного зеркала. Оптические системы, основанные на этом принципе действия, называются интерферометрами. В газодинамических исследованиях применяют *интерферометр* Маха—Цендера, принципиальная схема которого показана на рис. 8.22. В приборе имеется четыре зеркала, из которых зеркала *6* и *7* непрозрачны, а *4* и *9* — полупрозрачны. Непрозрачные зеркала могут поворачиваться на некоторый угол. Один из расщепленных лучей проходит через исследуемую область *8*, а другой — через компенсационную камеру *5*, заполненную средой с известным показателем преломления n_0. Затем лучи объединяются полупрозрачным зеркалом *9* и через фокусирующие линзы *11* и *12* направляются на экран. По ходу лучей устанавливается светофильтр *10*, с помощью которого на экран направляются лучи с заданной длиной волны λ.

Перед работой производят настройку интерферометра. При настройке в компенсационной камере должна быть та же среда, что и в исследуемой области, причем плотность должна быть постоянной в обеих областях. Первый способ настройки состоит в том, что непрозрачные зеркала поворачивают на малый угол, в результате чего рабочий луч и опорный луч, проходящий через компенсационную камеру, проходят на экран под малым углом α. При $n = n_0$ оптическая разность хода $\Delta l = n_0 \Delta z$, где Δz — геометрическая разность хода. На экране возникают интерференционные полосы с шириной и расстоянием между ними $B = \lambda / \operatorname{tg} \alpha \approx \lambda / \alpha$. В связи с этим такой способ настройки называется настройкой на полосы конечной ширины. Картину фотографируют и производят нумерацию полос.

В рабочих условиях, когда по ходу рабочих лучей $n \neq n_0$, между фронтом рабочего луча и его положением при настройке возникает оптическая разность хода $\Delta l = (n - n_0)\Delta z$, в результате чего полосы интерференции образуются в других местах экрана, т. е. происходит смещение полос относительно их положения при настройке (рис. 8.23). Смещение полос $P(x, y)$ связано с разностью показателей преломления соотношением

$$P(x, y) = \frac{B}{\lambda} \int_0^L [\bar{n}(x, y) - n_0]\, dz, \quad (8.58)$$

откуда

$$\bar{n}(x, y) = n_0 + P(x, y)\lambda / BL, \quad (8.59)$$

где $\bar{n}$ — средний по ходу луча показатель преломления для области размером L с плотностью

$$\bar{\rho}(x, y) = \rho_0 + P(x, y)\lambda / (BKL). \quad (8.60)$$

Смещение полос $P(x, y)$ определяют путем сравнения снимков исследуемой области при настройке и при работе.

При втором способе настройки зеркала устанавливают строго под углом 45°, экран должен быть слабо освещен. Этому случаю соответствуют значения $\alpha = 0$ и $B \to \infty$. Поэтому такой способ настройки называется настройкой на полосы бесконечной ширины. При $n \neq n_0$ возникает оптическая разность хода между лучами, проходящими через исследуемую область, и опорным лучом

$$\Delta l = \int_0^L (n - n_0)\, dz = (\bar{n} - n_0) L. \quad (8.61)$$

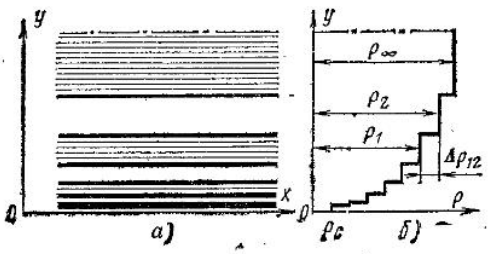


Рис. 8.24. Оптическое изображение на экране при настройке интерферометра на полосы бесконечной толщины.

а — интерференционные полосы; *б* — определенное по полосам поле плотности в пограничном слое.

В тех местах экрана, куда рабочий и опорный лучи проходят с разностью $\Delta l = i\lambda$ ($i=1, 2...$), возникает усиление освещенности, а в местах, для которых $\Delta l = (i-0{,}5)\lambda$, — ослабление освещенности. Таким образом на экране возникает интерференционная картина (рис. 8.24). Для каждой полосы характерно $n=\text{const}$ и соответственно $\rho=\text{const}$. Плотность в потоке для двух соседних полос отличается на величину

$$\Delta\rho_{12} = \rho_1 - \rho_2 = \lambda/(KL). \qquad (8.62)$$

В областях с резким изменением плотности полосы на экране сгущаются, а для областей со слабым изменением плотности характерны широкие полосы (для воздуха при $\lambda = 5{,}5\cdot10^{-4}$ мм, $K = 2{,}4\cdot10^{-4}$ м³/кг и для области размером $L=0{,}5$ м $\Delta\rho_{12} = 4{,}6\cdot10^{-3}$ кг/м³).

В многокомпонентной смеси неодиородность поля плотности вызывается не только влиянием температуры, но и неоднородностью поля концентрации c компонентов. Для этого случая в правой части выражения (8.48) производится замена

$$N_{\text{см}}/M_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{k} c_i N_i/M_{\text{см}}. \qquad (8.63)$$

Для смеси воздуха с посторонним газом в [45] получены выражения для определения температуры и молярной концентрации по теневым картинам, образующимся при настройке интерферометра на полосы конечной ширины:

$$\frac{T(x, y)}{T_\infty} = \frac{1}{1 \pm \dfrac{\lambda P(x, y)}{L(n_\infty - 1)}} \times \left(c\,\frac{N_\text{г} - N_\text{в}}{N_\text{в}} + 1\right); \qquad (8.64)$$

$$c(x, y) = \frac{N_{\text{в}1} - N_{\text{в}2}\dfrac{L(n_{\infty_1}-1) \pm \lambda_1 P_1(x, y)}{L(n_{\infty_2}-1) \pm \lambda_2 P_2(x, y)}}{N_{\text{г}2} - N_{\text{в}2}\dfrac{L(n_{\infty_1}-1) \pm \lambda_1 P_1(x, y)}{L(n_{\infty_2}-1) \pm \lambda_2 P_2(x, y)} - (N_{\text{г}1} - N_{\text{в}1})}. \qquad (8.65)$$

Индексом ∞ обозначены величины для невозмущенного потока на удалении от обтекаемого тела. Знак плюс относится к случаю $n > n_\infty$, знак минус — к случаю $n < n_\infty$. Съемку интерференционной картины производят одновременно при двух длинах волн света λ_1 и λ_2. Индексы 1 и 2 соответствуют длинам волн λ_1 и λ_2, индексы «в» — воздуху, «г» — газу.

При прохождении лучей около поверхности тела возникает дифракция, и на экране на интерференционные полосы накладываются полосы от дифракции. Вследствие этого интерференционные методы применимы тогда, когда толщина пограничного слоя во много раз больше ширины дифракционной зоны (так, при $\lambda = 0{,}5$ мкм и расстояниях от точечного источника до кромки тела и от кромки тела до экрана, равных 0,5 м, координата первого максимума полосы дифракции равна 0,45 мм [42]).

Вопросы техники проведения оптических исследований и методы расшифровки теневых картин в сложных полях рассмотрены в [42—44].

Голографические методы [46, 49, 50]. Эти методы предназначены для получения объемных изображений. Голограмма представляет собой заснятую на фотопластинке картину интерференции между опорным лучом и лучами, рассеянными объектом (или оптической неоднородностью). Когеретность опорного и рассеянных лучей обеспечивается использованием в качестве источника света, лазера. В результате освещения пластинки с голограммой опорным (восстанавливающим) лучом с таким же расположением, как и при съемке, восстанавливается световая волна, рассеивающаяся объектом при экспозиции, что дает объемное (мнимое) изображение предмета (оптической неоднородности) в месте его расположения. Методами голографии исследуются пространственная структура двухфазных потоков, скачки уплотнения и волны разрежения в сверхзвуковых газовых потоках [47, 48]. Восстановленный пучок света можно объединить с пучком рассеянного света, идущим от объекта в другой момент времени. Если за время после первой экспозиции с объектом произошли изменения, на экране (или фотопластинке) возникнут полосы интерференции типа полос, получаемых на интерферометре Маха — Цендера при настройке его на полосы бесконечной ширины. Практически экспозиция голограмм производится дважды на одну пластинку в разные моменты времени. Достоинством таких интерферограмм является устранение влияния несовершенства оптических систем, так как искажения остаются теми же для первого и второго снимков. Это позволяет исследовать среды, заключенные в объемах с окнами из обычных стекол [49, 50].

Радиоизотопные методы. Методы основаны на ослаблении интенсивности радиоактивного излучения при прохождении

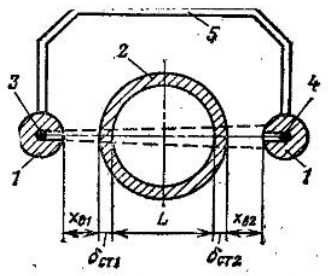


Рис. 8.25. Исследование поля плотности радиоизотопным методом.

1 — контейнер; *2* — труба с исследуемым потоком; *3* — источник излучения; *4* — счетчик; *5* — рама.

через исследуемую среду. Для потока излучения, проходящего нормально через площадку единичной поверхности в направлении оси x, изменение интенсивности излучения подчиняется зависимости [52]

$$dI = -\mu I dx, \qquad (8.66)$$

где I — интенсивность излучения; μ — линейный коэффициент ослабления для данной среды:

$$\mu = \rho\mu_m = (\rho/\rho_0)\,\mu_0; \qquad (8.67)$$

здесь μ_m — массовый коэффициент ослабления; μ_0 и ρ_0 — линейный коэффициент ослабления и плотность исследуемого вещества при нормальных условиях.

Исследуемая среда находится в металлическом сосуде (трубе) и просвечивается пучком от источника гамма- или бета-излучения, расположенного в свинцовом контейнере (рис. 8.25). По другую сторону сосуда находится счетчик излучения, также расположенный в свинцовом контейнере. Отверстия в контейнерах излучателя (коллиматор) и приемника (диафрагма) находятся на одной оси. Счетчик регистрирует количество отсчетов в минуту [53]:

$$n = n_ф + CI \exp\{-[\mu_в(x_{в1} + x_{в2}) + \mu_с(\delta_{с1} + \delta_{с2}) + \mu L]\}, \qquad (8.68)$$

где $n_ф$ — фоновое излучение; C — коэффициент пропорциональности.

Индексом «в» обозначены величины, относящиеся к воздуху, «с» — к стенкам сосуда. Остальные величины показаны на рисунке.

Для того чтобы исключить неизвестные величины, относящиеся к стенкам сосуда, проводят градуировочные опыты, при которых сосуд заполняется средой с известными свойствами ($\mu_т$) и регистрируются показания счетчика $n_т$. Средние по ходу луча плотность и истинное объемное паросодержание φ определяют по выражениям

$$\rho = \rho_0\left(\frac{\mu_т}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_0 L}\ln\frac{n - n_ф}{n_т - n_ф}\right); \qquad (8.69)$$

$$\varphi = \frac{1}{(\mu_2 - \mu_1)L}\ln\frac{n - n_ф}{n_т - n_ф} - \frac{\mu_2 - \mu_т}{\mu_2 - \mu_1}, \qquad (8.70)$$

где n — показания счетчика при просвечивании исследуемой среды; μ_1 и μ_2 — линейные коэффициенты ослабления для первой и второй фаз.

В тех случаях, когда внутренние размеры исследуемой области известны неточно, градуировочные опыты проводят дважды и регистрируют показания $n_{т1}$ и $n_{т2}$. При наладке удобно заполнять сосуд сначала одной, а затем другой фазой, при этом истинное объемное паросодержание

$$\varphi = \left(\ln\frac{n - n_ф}{n_{т1} - n_ф}\right)\Big/\left(\ln\frac{n_{т1} - n_ф}{n_{т2} - n_ф}\right). \qquad (8.71)$$

Перемещая источник излучения и приемник относительно сосуда, можно найти распределение плотности в исследуемой области. Для определения средней плотности среды применяют широкие пучки [53]. Компенсационный метод, позволяющий устранить влияние нестабильности работы радиометрической аппаратуры, рассмотрен в [26].

Для просвечивания тонкостенных сосудов применяются источники бета-излучения ^{90}Sr, для толстостенных сосудов — источники гамма-излучения ^{60}Co. При больших толщинах стенок сосудов чувствительность радиоизотопного метода снижается из-за большого поглощения излучения в стенках. В таких случаях возможно применение источников нейтронного излучения, если исследуемая среда обладает большими сечениями захвата по сравнению с материалом стенок сосуда [26]. В качестве источников применяют источники быстрых нейтронов Po—Be или Pu—Be. Работа с радиоактивными источниками требует соблюдения правил радиационной безопасности [52].

Высокочастотный волновой метод [26]. С помощью этого метода можно измерить среднее по сечению двухфазного потока истинное объемное паросодержание.

В основе лежит зависимость диэлектрической проницаемости ε исследуемой среды от соотношения между объемным содержанием паровой и жидкой фаз. Для измерения ε (или отклонений ε от значений в градуировочных опытах) применяют два способа:

1. В исследуемую среду (трубу с проходящим по ней двухфазным потоком) вводится волновод (стержень) от генератора высокой частоты. Между падающими и отраженными волнами возникает интерференция, и на волноводе образуются узловые точки стоячих волн с нулевым напряжением. Скорость распространения волн в рабочей среде зависит от значений ε. Изменение паросодержания ведет к изменению ε, в результате чего узловые точки смещаются вдоль волновода как на участках, расположенных в исследуемой среде, так и вне ее. Смещение узловых точек на волноводе вне рабочей среды определяется по схеме либо со следящей электромеханической системой, либо с восстановлением узловых точек в прежнем (градуировочном) положении. В обоих случаях прибор заранее градуиру-

ется, для чего в трубу помещается среда с известным паросодержанием.

2. Поток пропускается через кольцевой зазор, который рассматривается как электрический конденсатор. Для измерения его емкости, связанной с паросодержанием потока, используется колебательный контур [26].

Метод отсечки. Метод предназначен для определения среднего на участке трубы значения плотности и соответственно значения истинного паросодержания φ. Участок трубы с потоком отсекается от контура быстродействующими клапанами и затем взвешивается. Для увеличения точности измерения требуется брать участки достаточно большой длины (порядка нескольких метров [26, 27]).

Фотографические методы исследования процесса кипения структур потока. Описание фотографических методов исследования кипении приведено в [54]. Методы исследования структуры дисперсных потоков (концентрации, формы, скоростей и температур частиц) описаны в [69]. Оптический зонд для измерения размеров капель влаги в паровом потоке описан в [74]. В зонде использованы световоды для вывода наружу рассеянного на каплях излучения от лазера. Регистрируются капли размером 0,01—1 мкм. Там же описан метод измерения размеров капель от 5 до 200 мкм.

8.3. МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

8.3.1. СОЗДАНИЕ И ИЗМЕРЕНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ ПРИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ОБОГРЕВЕ

Прямой нагрев. При исследовании теплообмена в условиях нагревания рабочей жидкости наиболее удобным является *электрический способ* создания теплового потока на поверхности теплообмена. Если жидкость неэлектропроводна, то электрический ток пропускают либо по телу модели (пластина, труба, конус и т. п.), либо по электрическому нагревателю, вмонтированному в поверхность тела и находящемуся в контакте с рабочей жидкостью (рис. 8.26). О других способах обогрева см. разд. 6.

Внешнее обтекание тел. Нагреватель может быть выполнен из металлической ленты постоянной толщины и ширины, полностью покрывающей поверхность тела. Ленту приклеивают или цементируют так, чтобы поверхность, обращенная к жидкости, была гладкой. Между витками создают небольшой зазор (доли миллиметра) во избежание закорачивания витков. Напряжение подводят к концам ленты.

Граничное условие $q_c = \text{const}$ создают путем выбора сопротивления ленты, мало

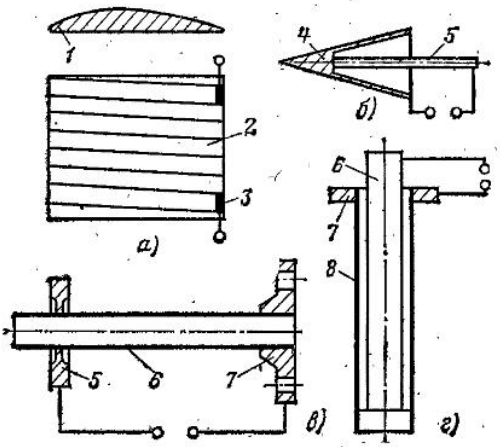


Рис. 8.26. Способы обогрева тел электрическим током.

а — ленточный нагреватель на поверхности крылового профиля; *б* — обогрев конуса; *в* — обогреваемая труба с теплообменом на внутренней поверхности; *г* — обогреваемая труба с теплообменом на наружной поверхности; *1* — модель крыла из теплоизоляционного материала; *2* — лента нагревателя; *3* — электрические шины; *4* — конус; *5* — токопровод; *6, 7* — токоподводящие стержень и фланец; *8* — труба.

зависящего от температуры. Для создания распределения q по заданному закону напряжение подводят раздельно к секционированным участкам нагревателя.

Средние для участка поверхности ΔF плотности теплового потока $\bar{q}_c$ равны:

$$\bar{q}_c = (I\Delta U - Q_{пот})/\Delta F, \qquad (8.72)$$

где $Q_{пот}$ — потери теплоты по конструктивным элементам, токоподводам и проводам термопар, располагаемым под лентой для измерения ее температуры.

Потери теплоты определяют в градуировочных опытах при наложении на поверхность теплообмена тепловой изоляции. По результатам градуировки строят зависимости $Q_{пот} = f(\bar{t}_c)$, где $\bar{t}_c$ — средняя температура поверхности тела.

Круглые трубы. При исследовании теплообмена в круглых трубах в качестве нагревателя используют саму трубу, к концам которой подводят напряжение. От контура установки трубу отделяют электрической изоляцией. При обогреве переменным током можно использовать трехточечную схему подвода тока, когда нулевое напряжение подводится к концам обогреваемого участка трубы, а фазовое — к средней точке. В этом случае трубу от остального контура изолировать не требуется. При высоких давлениях рабочей жидкости толщина стенки трубы оказывается большой, и для ее обогрева требуются большие токи (около сотен и тысяч ампер). В стенках трубы возникают большие перепады температуры, вследствие чего снижается точность опреде-

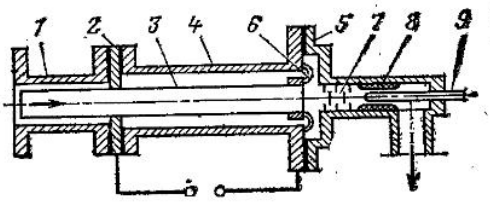


Рис. 8.27. Разгрузка от давления тонкостенной трубы, обогреваемой электрическим током.

1 — кожух входного участка; *2* — токоподвод; *3* — обогреваемая труба; *4* — кожух обогреваемой трубы; *5* — выходная камера; *6* — гибкие токоподводы; *7* — смеситель; *8* — теплоизоляция; *9* — чехол термопары.

ления температуры стенки на поверхности теплообмена. Кроме того, в стенках трубы развиваются большие температурные напряжения [68]. Силу тока можно существенно уменьшить, если использовать разгруженную от давления тонкостенную трубу, помещаемую в охранный кожух (рис. 8.27). В конструкции необходимо предусмотреть возможность свободного расширения опытной трубы и вывод из-под давления проводов термопар. Пространство между трубой и кожухом заполняется тепловой изоляцией и сообщается с рабочей жидкостью на выходе из трубы. Возможна разгрузка от давления при помещении трубы в толстостенном изоляторе типа асбоцемента.

Для трубы с постоянной толщиной стенки и малой зависимостью электрического сопротивления от температуры реализуется граничное условие $q_c = \text{const}$ по длине трубы. Заданный закон распределения q_c можно реализовать, применяя профилирование толщины стенки путем обточки на станке наружной поверхности трубы. Важным моментом является проведение предварительных измерений равномерности сопротивления трубы по ее длине. Для тонкостенных труб существенное осложнение может вызвать разностенность трубы по окружности, в результате чего температура в местах с малой толщиной оказывается ниже, чем в местах с большей толщиной, из-за неравномерности тепловыделения. Методика определения разностенности труб по периметру разработана в [55].

Местные по длине трубы и средние по периметру значения плотности теплового потока на поверхности теплообмена определяют по выражению

$$q_c = [I^2 R_l(t_c) - Q_{пот}/L]/\pi d, \quad (8.73)$$

где $R_l(t_c)$ — электрическое сопротивление трубы на единицу длины, зависящее от температуры стенки в месте определения величии q_c; $Q_{пот}/L$ — отнесенные к единице длины тепловые потери.

Значения $R_l(t)$ находят в предварительных градуировочных опытах, используя отрезок трубы, из которой выполнена рабочая труба. При высоком уровне температур t_c, когда эксперименты по определению $R_l(t)$ затруднительны, средние на участке значения q_c находят по формуле

$$\bar{q}_c = (I\Delta U - Q_{пот})/(\pi d \Delta L), \quad (8.74)$$

где ΔU — падение напряжения на участке трубы ΔL (для его измерения либо к трубе приварнваются специальные провода, либо используются провода заложенных термопар).

Потери теплоты $Q_{пот}$ складываются из двух составляющих: отвода теплоты по токоподводящим шинам $Q_ш$ и потерь от поверхности трубы в окружающую среду. Суммарные потери могут быть найдены в градуировочных опытах при отсутствии движения жидкости в трубе. В этом случае мощность, идущая на обогрев трубы и создание некоторого уровня температуры стенки $\bar{t}_c(L)$, равна суммарным потерям. Потери теплоты $Q_ш$ можно рассчитать по формулам теплопроводности (см. п. 2.3.4), рассматривая трубу как стержень с заделкой в массив (токоподвод или фланец). Для проведения расчетов необходимо измерять температуру стенки трубы в месте присоединения токоподвода. Расчеты носят оценочный характер, так как значения термических сопротивлений в условиях сложной конфигурации присоединения токоподводов можно оценить лишь приближенно. Если эти потери велики, то применяют методы их компенсации. На токоподвод накладывают охранный нагреватель, мощность которого регулируют так, чтобы на участке между ним и местом присоединения токоподвода отсутствовали потери теплоты. Для контроля за отсутствием потерь на участке измеряют разность температур, которая должна быть равна нулю. При больших значениях силы тока в обогреваемой трубе может происходить разогрев токоподводящих шин, и от них к трубе может подводиться теплота. В этих условиях на участке шины (или во фланце трубы) делают теплообменник, охлаждаемый какой-либо жидкостью. К разгруженным от давления трубам, находящимся в охранном кожухе, ток можно подводить по капиллярам, охлаждаемым рабочей жидкостью, которая далее направляется в точку контура с более низким давлением.

При обогреве переменным током объемное тепловыделение q_v пульсирует в соответствии с частотой тока. Через поверхность теплообмена выходит тепловой поток q_c с меньшими пульсациями из-за тепловой инерции стенки. Неравномерность q_c во времени снижается с ростом толщины стенки. При частоте тока 50 Гц, толщине стенки больше 0,6 мм и $q_c \approx 20 \cdot 10^6$ Вт/м² неравномерность составляет менее 5%.

Косвенный нагрев. Для создания тепловых потоков применяют также электрические нагреватели, изолированные от тела модели (рис. 8.28). Изменяя плотность навивки нагревателей на трубе, можно задавать желаемый закон теплоподвода. Реализуе-

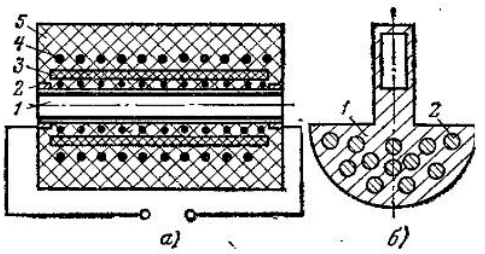


Рис. 8.28. Обогрев с помощью электрических нагревателей.

а — обогрев круглой трубы: *1* — труба; *2* — проволочный нагреватель; *3* — тепломер; *4* — охранный нагреватель; *5* — теплоизоляция; *б* — обогрев по способу концентрирования теплового потока: *1* — тело концентратора; *2* — электрические стержневые нагреватели.

мые значения плотностей теплового потока в этом случае обычно меньше, чем при непосредственном обогреве тела током, так как из-за падения температуры в слое изоляции с ростом мощности растет температура нагревателя и предельные потоки ограничиваются допустимыми температурами для нагревателей. Значения q_c на поверхности теплообмена можно повысить, применяя способы концентрирования тепловых потоков. Для круглой трубы роль концентратора играет стенка трубы при намотке нагревателя на ее наружной поверхности. В периферийных областях концентратора плотности теплового потока ниже, чем на поверхности теплообмена меньшего размера. Поэтому в качестве нагревателей можно применять силлитовые стержни или металлические трубки, вцементированные в тело концентратора.

Способы определения значений q_c на исследуемой поверхности теплообмена различны в зависимости от характера температурного поля в стенках модели. Для тонкостенных труб среднее на участке значение $\bar{q}_c$ определяют по формуле (8.74), в которой для этого случая $IΔU$ — мощность, выделяемая в нагревателе на участке $ΔL$. Для уменьшения потерь теплоты $Q_{пот}$ применяют охранные нагреватели, контроль за отсутствием потерь производят с помощью тепломеров. Тепловые потери на концах определяют в градуировочных опытах.

Для толстостенных труб осевые потоки теплоты по стенкам могут быть соизмеримыми с радиальными и изменение осевых потоков может существенно влиять на радиальные потоки. Расчет значений q_0 на внутренней поверхности трубы диаметром d по тепловому потоку $q_c^н$, подведенному на ее наружной поверхности, с диаметром D по соотношению $q_c = q_c^н (D/d)$ возможен только для одномерного температурного поля в радиальном направлении и для квазиодномерного поля, когда температура по длине трубы изменяется по линейному закону. В общем случае расчет q_0 по измеренным значениям $q_c^н$ может привести к большим погрешностям, если искомыми являются местные значения q_c. Такие задачи называются некорректно поставленными. Для их решения разработаны специальные методы [56]. Определение q_c на основе решения уравнения теплопроводности в корректной постановке производится по методу толстостенной трубы (см. п. 8.3.4).

8.3.2. СОЗДАНИЕ И ИЗМЕРЕНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ ПРИ ЖИДКОСТНОМ ОБОГРЕВЕ

Тепловые потоки на поверхности теплообмена могут создаваться с помощью *вспомогательной* (греющей или охлаждающей) *жидкости* (рис. 8.29). Труба окружается кожухом, в котором движется вспомогательная жидкость. Тип граничных условий на поверхности теплообмена определяется условиями теплообмена на обеих сторонах стенок трубы. Если коэффициенты теплоотдачи со стороны вспомогательной жидкости $α_{всп}$ гораздо больше $α$ для рабочей жидкости, то $t_c \approx t_{всп}$. При кипении (или конденсации) вспомогательной жидкости обеспечивается граничное условие $t_c \approx t_s = \text{const}$. Для противоточной схемы можно приблизиться к граничному условию $q_c \approx \text{const}$. В большинстве же случаев тип граничных условий оказывается произвольным и выясняется в процессе проведения экспериментов. Средние значения плотности теплового потока на участке трубы

$$\bar{q}_c = (GΔh - Q_{пот})/(πdΔL), \quad (8.75)$$

где G и $Δh$ — расход и изменение энтальпии вспомогательной жидкости на участке $ΔL$.

При секционировании трубы с целью приближения к местным характеристикам теплообмена возникают сложности с измерением $Δh$. Для конденсирующегося насыщенного пара эту задачу можно свести к определению расходов конденсата $G_к$ [1]. Тепловые потоки в этом случае

$$\bar{q}_c = (G_к r - Q_{пот})/(πdΔL), \quad (8.76)$$

где r — теплота парообразования.

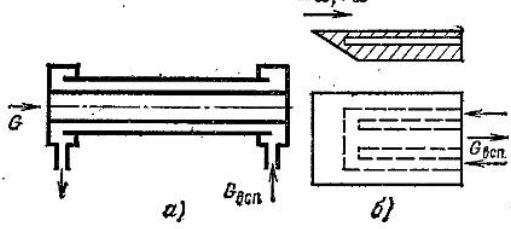


Рис. 8.29. Создание теплового потока с использованием вспомогательной жидкости.

а — исследование теплообмена внутри трубы; *б* — исследование теплообмена при внешнем обтекании тела.

При исследовании теплообмена в трубах в условиях охлаждения рабочей жидкости наиболее удобным оказывается метод толстостенной трубы (см. п. 8.3.4), так как по этому методу можно измерять местные тепловые потоки q_c при их больших значениях.

Создание и измерение тепловых потоков для тел с внешним обтеканием производится на основе тех же приемов, что и при течении в трубах.

Обогрев или охлаждение можно проводить также с помощью *тепловых труб* [57, 58]. Тепловая труба имеет герметичный корпус, на внутренней поверхности которого расположен капиллярно-пористый материал — фитиль, пропитанный жидкой фазой теплоносителя. Корпус выполняют обычно из круглой трубы (но имеются и плоские тепловые трубы). Тепловой поток подводят к участку корпуса на одном из концов тепловой трубы. Внутри трубы на этом участке теплоноситель испаряется, и его пары движутся по центральной части трубы к охлаждаемому участку, где они конденсируются. Жидкая фаза по фитилю возвращается в зону испарения. Плотность теплового потока на участке поверхности корпуса трубы зависит от размеров обогреваемого и охлаждаемого участков, и поэтому имеется возможность концентрировать тепловой поток на одном из участков трубы. Уровень рабочих температур зависит от выбранного для тепловой трубы теплоносителя. Имеются трубы для различных диапазонов температур: 0—200, 200—550, 550—750 и выше 750 К. В качестве теплоносителей для высокотемпературных труб используются щелочные металлы. Для этих труб реализуются плотности теплового потока (в расчете на поперечное сечение трубы) до 15 кВт/см². Конструктивные особенности тепловых труб и области их применения рассмотрены в [58].

8.3.3. ЭЛЕКТРОННЫЙ ОБОГРЕВ

Большие тепловые потоки, характерные для теплообмена при кипении жидких металлов, могут быть созданы с помощью *электронного обогрева* [60, 61] (рис. 8.30). Вблизи обогреваемой поверхности создают вакуумную полость, в которую помещают электрический нагреватель — катод. Между поверхностью теплообмена — анодом и катодом накладывают высокое напряжение (около нескольких киловольт). Электроны эмиссии от нагретого катода под влиянием электрического поля приобретают кинетическую энергию, которая при их торможении в тонком поверхностном слое анода преобразуется в тепловой поток. Тепловой поток регулируется изменением анодного напряжения U_a и током накала катода $I_н$. От нагретого катода дополнительно передается тепловой поток радиационным путем. Средняя на поверхности F_a плотность теплового потока без учета потерь на торцах

$$\bar{q}_c = (I_a U_a + I_н U_н)/F_a, \qquad (8.77)$$

где I_a — анодный ток; $U_н$ — напряжение накала.

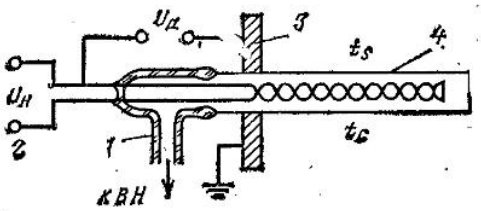


Рис. 8.30. Создание теплового потока при электронном обогреве.

1 — токовводы и откачка воздуха вакуумным насосом (ВН); *2* — нагревательный катод; *3* — фланец; *4* — обогреваемая труба.

Недостатком метода, ограничивающим возможности его применения, является необходимость работы с высоковольтным напряжением. При увеличении температуры обогреваемой поверхности, например при возникновении кризиса кипения, возможен электрический пробой.

8.3.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ ПО ИЗМЕРЕННЫМ ТЕМПЕРАТУРАМ В СТЕНКЕ ТРУБЫ

Метод толстостенной трубы. По этому методу в опытах должны быть измерены распределения температуры на внутренней (t_c) и наружной ($t_c^н$) поверхностях трубы, а также должны быть известны условия на ее торцах (обычно торцы бывают теплоизолированными). Для осесимметричного поля температуры достаточно измерений t_c и $t_c^н$ в одной диаметральной плоскости.

По известному из опытов распределению температуры на границах теплопроводной области находят решение уравнения $\nabla^2 t = 0$ и тем самым значения $q_c = \lambda(\partial t/\partial r)_c$. Наиболее просто решение можно получить методом электротепловой аналогии (см. п. 8.1.1). Аналогично может быть решена задача о распределении температуры в поперечном сечении трубы при несимметричных граничных условиях по периметру, известных из опыта. В процессе электромоделирования выясняется возможность принятия с известной точностью поля температуры в поперечных сечениях трубы за одномерное, т. е. с изменением температуры только по радиусу без влияния осевых потоков теплоты. Для одномерного поля температуры

$$q_c = \left(t_c^н - t_c\right) \Big/ \left[\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{D}{d}\right]. \qquad (8.78)$$

В реальных условиях координаты закладки спаев термопар известны неточно, и, кроме того, в измеренных значениях температуры особенно вблизи внутренней поверх-

ности, содержатся погрешности, связанные с нарушением однородности материала стенки трубы (см. п. 8.2.2). Поэтому значения q_c рассчитывают по формуле

$$q_c = A(x;\ \bar{t})\,\Delta t, \qquad (8.79)$$

где $A(x,\ \bar{t})$ — теплопроводность стенки в рассматриваемых сечениях трубы при температуре $\bar{t}=(t_c^н + t_c)/2$; Δt — измеряемая разность температуры в этих сечениях.

Значения $A(x,\ \bar{t})$ находят и специальных опытах с известными значениями q_c и в таких условиях, когда поле температуры в стеике одномерно. Для этого через трубу пропускают жидкость с хорошо изученными закономерностями теплообмена (обычно используют воду при нормальных условиях). При $\alpha=\text{const}$ и $q_c^н=\text{const}$ поле температуры в стенках трубы практически линейно вдоль трубы и осевыми растечками теплоты можно пренебречь. Поэтому значения q_c можно вычислить по $q_c^н$ с учетом тепловых потерь. Значения $A(x,\ \bar{t})$ находят по формуле (8.79).

В случаях со сложными температурными полями метод может оказаться неприменимым. Так, например, измеренные температуры вблизи внутренней поверхности односторонне обогреваемого канала (рис. 8.31) могут содержать неконтролируемые погрешности, связанные с нарушением однородности поля температуры при закладке термопар. Провести предварительные измерения термических сопротивлений стенки в этих условиях невозможно. В таких случаях приходится прибегать к определению значений q_c на внутреннем периметре канала по значениям теплового потока и температуры стеики на наружном периметре. Приближенный метод решения этой некорректно поставленной задачи разработан и [12]. Решение ищут методом подбора с использованием сеточного электроинтегратора. Задаются вариантами распределения коэффициентов теплоотдачи на внутреннем периметре и сопоставляют значения температур, получаемые в решениях и измеренные в опытах. Вариант с наименьшим расхождением принимают за решение задачи. По полю температуры в стенке канала или же по полученным коэффициентам теплоотдачи и температурам на внутреннем периметре вычисляют значения плотности теплового потока.

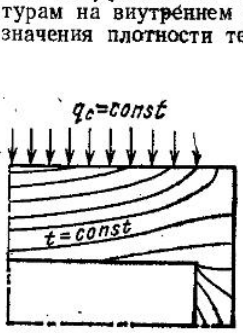


Рис. 8.31. Распределение температуры в стенках односторонне обогреваемого канала.

8.3.5. ТЕПЛОМЕРЫ И ДАТЧИКИ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ

Если заранее известно, что поле температуры одномерное, то для измерения теплового потока можно использовать *тепломеры*, которые представляют собой слой (обычно плоский) из теплоизоляционного материала с заложенными в нем многоспайными дифференциальными термопарами. Выходной сигнал термопары пропорционален плотности теплового потока q_c (или значениям Q_c). Характеристику тепломера находят в градуировочных опытах. Разновидностью тепломеров являются *датчики теплового потока* [59]. Эти датчики могут применяться как для измерения q в теле или на его поверхности, так и для измерения значений падающих тепловых потоков при радиационном теплообмене.

При совместном радиационно-конвективном теплообмене для определения конвективной $q_к$ и радиационной $q_р$ составляющих плотности теплового потока прибегают к покрытию равных по площади участков поверхности датчиков пленками с различными коэффициентами поглощения (например, позолота и графитовая чернь). Плотности тепловых потоков определяют по соотношениям

$$q_к = (\varepsilon_2 q_1 - \varepsilon_1 q_2)/(\varepsilon_2 - \varepsilon_1); \qquad (8.80)$$

$$q_р = (q_2 - q_1)/(\varepsilon_2 - \varepsilon_1), \qquad (8.81)$$

где q_1 и q_2 — плотности теплового потока, измеренные на разных участках датчиков; ε_1 и ε_2 — интегральные коэффициенты теплового излучения.

8.3.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ ПО ИЗМЕРЕННЫМ ПОЛЯМ ТЕМПЕРАТУРЫ И СКОРОСТИ

Тепловой поток на стенке может быть определен на основе измерений поля температуры в жидкости (или газе) по выражению

$$q_c = \lambda\,(\partial t/\partial n)_c, \qquad (8.82)$$

где λ — коэффициент теплопроводности жидкости; n — внешняя нормаль к поверхности.

Применение метода возможно лишь при измерении полей t с высокой точностью (см. п. 8.2.1).

При внешнем обтекании тел и при течении в начальном участке трубы определение теплового потока на поверхности теплообмена можно производить на основе измерений полей температуры и скорости, используя интегральные соотношения для пограничного слоя. Так, при течении газа с постоянной теплоемкостью

$$\frac{q_c}{\rho_1 u_1 c_p (t_{a.c} - t_c)} = \frac{d\delta_т}{dx} + \left[\frac{1}{u_1}\frac{du_1}{dx} + \frac{1}{(t_{a.c} - t_c)}\frac{d}{dx}\right] \times$$

$$\times (t_{a.c} - t_c) + \frac{1}{\rho_1}\frac{d\rho_1}{dx}\Big]\delta_т, \quad (8.83)$$

где $\delta_т$ — толщина потери энергии:

$$\delta_т(x) = \int_0^{\Delta} \frac{\rho w}{\rho_1 u_1}\left(\frac{t_{0\infty} - t_0}{t_{a.c} - t_c}\right) dy; \quad (8.84)$$

t_0 — переменная по толщине пограничного слоя температура торможения; $t_{a.c}$ — адиабатная температура стенки; w и u_1 — скорости.

Индексом 1 обозначены величины при $y=\Delta$, где Δ — толщина теплового пограничного слоя, индексом ∞ — величины для внешнего потока. Применение метода оправдано в условиях охлаждения рабочей жидкости, если определение q_c иными способами оказывается затруднительным.

8.3.7. МЕТОДЫ РЕГУЛЯРНОГО ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА

По методам, основанным на теории *регулярного теплового режима* (см. п. 2.4.2), обтекаемое тело сначала изолируют от потока жидкости и газа и перегревают (или переохлаждают) по отношению к температуре жидкости. В момент времени, принимаемый за начало отсчета, тело приводят в контакт с потоком. Тепловой поток через поверхность теплообмена создается за счет аккумулированной в теле теплоты. Предполагается, что вся теплота передается исследуемой жидкости. Производят запись изменения во времени температуры тела по показаниям термопар. Определяют темп охлаждения $m = d[\ln(t - t_ж)]/d\tau$ (для регулярного теплового режима характерно $m = \text{const}$, причем значения m одинаковы как для тела, так и для заложенного в него измерителя температуры, обладающего в общем случае другой тепловой инерцией). При значениях модифицированного числа Био $\mathrm{Bi} = \alpha L/\lambda < 0{,}04$, в котором в качестве масштаба длины используется параметр $L = KF/V$ (где K — коэффициент формы тела, для тел простейших форм значения K приведены в п. 2.4.3, методы экспериментального определения описаны в [62]) неравномерностью температуры в теле по сравнению с температурным напором $t_c - t_ж$ можно пренебречь и можно записать [62]

$$\bar{q}_c = \frac{c\rho V}{F} m (\bar{t}_c - t_ж), \quad (8.85)$$

где c и ρ — удельная теплоемкость и плотность тела; V и F — его объем и площадь поверхности, на которой происходит теплообмен.

Условие $\mathrm{Bi} < 0{,}04$ используется для выбора материала тела с коэффициентом теплопроводности $\lambda \lesssim 25\alpha KF/V$, где α — ожидаемые коэффициенты теплоотдачи.

Для определения местных тепловых потоков в модели из изолятора делают металлические вставки (рис 8.32). Перетоки теплоты между вставками можно существенно снизить, если помимо применения изоляции размеры вставок выполнить пропорционально ожидаемым значениям местных коэффициентов теплоотдачи. При этом темпы охлаждения для всех вставок будут одинаковы и соответственно будут равны их температуры $t(\tau)$. Полученные значения тепловых потоков относят к начальной разности температур.

По методу регулярного теплового режима исследуются процессы стационарного теплообмена. Нестационарность в граничных условиях представляет собой прием для измерения стационарных значений q_c.

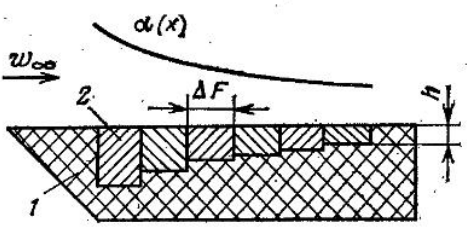


Рис. 8.32. Калориметрические вставки для исследования местной теплоотдачи по методу регулярного теплового режима.

1 — модель; *2* — вставки.

8.3.8. ИЗМЕРЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ

Нестационарные тепловые потоки на поверхности обтекаемого тела определяют с помощью различного рода температурных или калориметрических вставок, устанавливаемых в теле [63, 64]. Предполагается, что за время проведения опыта вся теплота, поступающая в тело через вставку, воспринимается только вставкой и поле температуры вставки является одномерным. Производят измерение нестационарных температур $t(\tau)$ в одной или двух точках вставки. Значение плотности теплового потока на поверхности теплообмена рассчитывают на основе этих измерений по формулам нестационарной теплопроводности. Так, по методу двух точек

$$q_c(\tau) = -\frac{\lambda}{\delta}[t_2(\tau) - t_1(\tau)] - \frac{2\lambda}{\delta}\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[-\left(\frac{\pi n}{\delta}\right)^2 a\tau\right]\times \int_0^{\tau}\exp\left[\left(\frac{\pi n}{\delta}\right)^2 \times a\xi\right]\left[(-1)^n\frac{dt_2(\xi)}{d\xi} - \frac{dt_1(\xi)}{d\xi}\right]d\xi, \quad (8.86)$$

где t_1 и t_2 — температуры, измеряемые во вставке на расстоянии δ; ξ — переменная

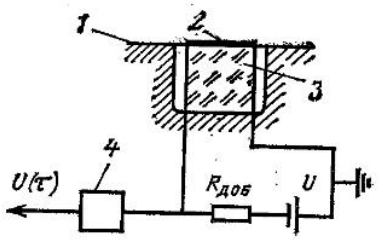


Рис. 8.33. Тонкопленочные датчики теплового потока для исследований на ударных трубах.

1 — поверхность тела; *2* — пленка датчика; *3* — подложка; *4* — усилитель.

интегрирования (время); λ и a — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности вставки.

В экспериментах на *ударных трубах* применяют тонкопленочные датчики теплового потока из платиновых сплавов, впекаемых в теплоизоляционный материал (подложку) [30]. Выходным сигналом служит падение напряжения $U(\tau)$ на пленке с электрическим сопротивлением R (рис. 8.33). Если толщина пленки δ такова, что за время эксперимента, исчисляемое долями секунды, теплота усваивается только пленкой и не растекается в подложку, то пленку можно рассматривать как калориметрический датчик. В этом случае

$$q_c(\tau) = \frac{1}{IR_0}\left(\frac{\rho c \delta}{\alpha}\right)\frac{dU(\tau)}{d\tau}, \quad (8.87)$$

где I — сила тока в пленке; ρ и c — плотность и удельная теплоемкость пленки; α — температурный коэффициент в выражении $R = R_0(1+\alpha t)$.

Если же толщина пленки настолько мала, что ее термическим сопротивлением можно пренебречь, то подложку можно рассматривать как полуограниченный массив и

$$q_c(\tau) = \sqrt{\frac{\rho c \delta}{\pi}} \int_0^\tau \frac{dt/d\xi}{\sqrt{\tau - \xi}}\, d\xi. \quad (8.88)$$

Значение $\sqrt{\rho c \delta/\pi}$ определяют в градуировочных опытах, подавая на изоляционную пленку прямоугольный импульс тока заданного значения. Саму пленку можно рассматривать как термометр сопротивления для определения температуры поверхности t.

При исследовании *нестационарного теплообмена в трубах* при расчете q_c необходимо учитывать тепловую инерцию стенок. Способ расчета зависит от толщины стенки δ. Для труб, обогреваемых электрическим током, при $\mathrm{Bi} = \alpha\delta/\lambda \ll 1$ неравномерностью температуры по толщине стенки можно пренебречь и

$$q_c(\tau) = q_v(\tau)\,\delta - (\rho c \delta)\, d\left[t_c^н(\tau)\right]/d\tau \pm \pm q_c^н(\tau)\,(D/d). \quad (8.89)$$

В опытах определяют значения $q_v = I^2(\tau) R_l(t)/(\pi d \delta)$ и температуру наружной поверхности $t_c^н(\tau)$. Здесь $R_l(t)$ — электрическое сопротивление трубки на единицу длины. Тепловые потери $q_c^н(\tau)$ со знаком — или притоки теплоты $q_c^н(\tau)$ со знаком + находят расчетным путем. Часто $q_c^н \ll q_c$ и расчет можно проводить без учета $q_c^н$.

При значениях чисел $\mathrm{Bi} \geqslant 1$, характерных для интенсивных процессов теплообмена, перепады температуры в стенке велики, и темп изменения температуры во времени различен для разных слоев по толщине стенки. Для этого случая имеются точные решения для определения q_c по измеренным в опытах значениям $q_v(\tau)$ и $t_c^н(\tau)$ [65]. Однако задача в такой постановке оказывается некорректной. Небольшие отклонения в измерениях могут привести к весьма большим погрешностям в значениях q_c. Для решения некорректно поставленных задач разработаны специальные методы [56]. Применение метода регуляризации решения таких задач для обогреваемой электрическим током круглой трубы рассмотрено в [66].

8.3.9. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СРЕДНЕМАССОВЫХ ЭНТАЛЬПИЙ, ТЕМПЕРАТУРЫ И ПАРОСОДЕРЖАНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ

Для *стационарных режимов* (без учета осевых потоков теплоты) среднемассовая энтальпия жидкости на расстоянии z от входа в трубу определяется расчетным путем по выражению

$$h_ж = h_{вх} \pm \int_0^z (q_c \Pi/G)\, dz, \quad (8.90)$$

где Π — периметр сечения трубы; G — массовый расход жидкости.

Для круглой трубы постоянного поперечного сечения

$$h_ж = h_{вх} \pm \pi d \int_0^z q_c\, dz/G \quad (8.91)$$

или

$$h_ж = h_{вх} \pm (h_{вых} - h_{вх})\,(z/L) \times \times [\overline{q}_c(z)/\overline{q}_c(L)], \quad (8.92)$$

где L — длина трубы; z — расстояние вдоль трубы; $\overline{q}_c(z)$ и $\overline{q}_c(L)$ — средние на участках $(0, z)$ и $(0, L)$ плотности теплового потока q_c; $h_{вх}$ и $h_{вых}$ — энтальпии на входе и на выходе из трубы.

При $q_c = \text{const}$ энтальпия вдоль трубы постоянного сечения изменяется по линейному закону.

Рассчитанным значениям $h_ж$ при известном давлении p соответствуют среднемассовые значения температуры жидкости $t_ж$, определяемые зависимостью $h = h(p, t)$. При течении жидких металлов в обогреваемых трубах происходит переток теплоты навстречу течению по самой жидкости и по стенкам трубы. Расчет $t_ж$ для средней части трубы при $q_c = \text{const}$ производят по формуле

$$t_ж = t_{вх} + (t_{вых} - t_{вх})(z/L) + \delta t, \quad (8.93)$$

где

$$\delta t = [1 + \lambda_{ст} f_{ст}/(\lambda_ж f_ж)]\, 4q_c d/(\lambda_ж \mathrm{Pe}^2); \quad (8.94)$$

f — площадь поперечного сечения; индексом «ж» обозначены величины для жидкого металла, индексом «с» — для стенок трубы.

Величинами δt можно пренебречь при значениях чисел Пекле $\mathrm{Pe} > 160$.

Значения $t_{вх}$ и $t_{вых}$ определяют экспериментально. По ним при известном давлении на входе и на выходе из трубы находят значения $h_{вх}$ и $h_{вых}$. Для измерения $t_{вых}$ применяют смесительные устройства, теплоизолированные от окружающей среды. Наиболее эффективны смесители, состоящие из набора чередующихся по ходу потока дисков с центральными и периферийными отверстиями. Количество дисков, обеспечивающих полное перемешивание жидкости и выравнивание температуры, подбирают опытным путем. Для турбулентных течений обычно достаточно четырех-пяти дисков (см. рис. 8.27). Для ламинарных течений степень перемешивания может зависеть от числа Re перед смесителем. Для жидкостей с переменной теплоемкостью, например, при сверхкритическом давлении необходимо учитывать падение давления в смесителе (для адиабатных условий можно считать, что в смесителе происходит дросселирование при $h = \text{const}$). По измеренной температуре и давлению за смесителем находят энтальпию, которую принимают за энтальпию на выходе из трубы $h_{вых}$. Температуру за смесителем измеряют термопарами, помещаемыми в металлические гильзы (капилляры). Спай термопары должен иметь хороший тепловой контакт с гильзой (часто их приваривают к гильзе). Для уменьшения погрешностей измерения, связанных с отводом теплоты по гильзе, принимают меры, улучшающие теплообмен потока с гильзой: сужают проходное сечение для увеличения скорости потока, развивают поверхность контакта гильзы с потоком в месте расположения спая, помещая на конце гильзы «звездочки» из металлов с большой теплопроводностью.

Энтальпию двухфазных парожидкостных потоков определяют по (8.90) — (8.92). Расходное массовое паросодержание при течении в круглой трубе постоянного диаметра d

$$x = \frac{h_{вх} - h'}{r} + \frac{4}{\overline{\rho w} d} \int_0^z \frac{q_c}{r}\, dz. \quad (8.95)$$

Если зависимостью $r(z)$ вследствие изменения давления можно пренебречь, то при $q_c = \text{const}$

$$x = \frac{h_{вх} - h'}{r} + \frac{4q_c}{\overline{\rho w} r}\left(\frac{z}{d}\right), \quad (8.96)$$

где h' — энтальпия жидкой фазы; r — теплота парообразования; $\overline{\rho w}$ — массовая скорость.

Для *нестационарных режимов* $h_ж$ находят из решения системы уравнений

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial h_ж}{\partial \tau} + w\frac{\partial h_ж}{\partial z} &= \frac{4q_c}{\rho_ж d}; \\ \frac{\partial w}{\partial z} &= 4\frac{q_c}{d}\left(\frac{\beta}{\rho c_p}\right)_ж, \end{aligned}\right\} \quad (8.97)$$

где $w = \overline{\rho w}/\rho_ж$; $\beta = \dfrac{1}{v}\left(\dfrac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ — коэффициент объемного расширения.

Методы решения системы уравнений рассмотрены в [65].

8.3.10. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТЕПЛООТДАЧИ

Местные коэффициенты теплоотдачи α вводятся по определению как коэффициенты пропорциональности в соотношении

$$dQ_c = \alpha (t_c - t_ж)\, dF, \quad (8.98)$$

где t_c — температура элемента поверхности dF; $t_ж$ — расчетная температура жидкости.

При течении в трубах обычно используют среднемассовую температуру $t_ж$, однако в качестве $t_ж$ может быть принята и температура на входе в трубу. При внешнем обтекании тел используют адиабатную температуру стенки $t_{а.с}$ (сходную по смыслу величину используют также при течении в трубах жидкости с внутренними источниками теплоты). При фазовых превращениях (кипении и конденсации) в качестве $t_ж$ обычно принимают температуру насыщения t_s.

Экспериментальное определение коэффициентов теплоотдачи сводится к измерению плотностей теплового потока q_c, температуры стенки t_c и величин, принимаемых в качестве $t_ж$. В каналах с поперечным сечением сложной геометрической формы может оказаться, что местные значения t_c на части периметра будут ниже значений среднемассовой температуры $t_ж$, а на остальных — выше ее. В таком случае коэффициенты теплоотдачи следует рассматривать как условные расчетные величины или же использовать вместо $t_ж$ значения температуры на входе в трубу $t_{вх}$.

Точность получаемых значений коэффициентов теплоотдачи определяется точностью измерения величин q_c, t_c и $t_ж$, причем основным источником погрешностей являются погрешности в определении $\Delta t = t_c - t_ж$.

8.3.11. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ КРИТИЧЕСКИХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТИ

Методы исследования критических тепловых потоков различны в зависимости от способа обогрева.

При создании теплового потока с помощью вспомогательной жидкости, от которой теплота к кипящей жидкости передается через стенку (пластину или стержень, теплоизолированный с боковой поверхности), регулируемой величиной является температурный напор $\Delta t = t_c - t_s$. Для измерения q_c на поверхности кипения в стенке закладывают термопары, т. е. стенку используют как тепломер. Для обогрева удобно использовать конденсирующийся пар; путем изменения давления конденсирующегося пара регулируют значение Δt. В опытах определяют зависимость $q_c(\Delta t)$ или $\alpha(\Delta t)$ (так называемые «кривые кипения»). По графическим зависимостям (обычно в логарифмических координатах) определяют $q_{кр1}$ и $q_{кр2}$ и соответствующие им значения температурных напоров.

При электрическом обогреве регулируемой (задаваемой) величиной является плотность теплового потока q_c. При кипении в условиях большого объема поверхностями теплообмена служат либо пластинки, проволочки, трубки, по которым пропускается электрический ток, либо торец стержня, на другом конце которого размещается изолированный от него электрический нагреватель. В первом случае тепловой поток определяется по выделяемой мощности, во втором стержень может использоваться как тепломер. Критический тепловой поток $q_{кр1}$ определяют как то значение q_c, при котором резко возрастает температура поверхности теплообмена. Кризису кипения предшествует изменение характера шума, генерирующегося в объеме. Акустические методы исследования кризиса кипения описаны в [54].

Измеряемые значения $q_{кр}$ зависят от материалов и состояния поверхности. В процессе кипения происходит так называемая приработка поверхности, поэтому при представлении результатов необходимо указывать условия проведения опытов. При исследовании кризиса кипения на поверхностях, покрытых отложениями, необходимы опытные данные по составу отложений, их структуре и толщине.

При кипении жидкости в трубах кризис теплообмена возникает на выходном конце трубы. Критическому тепловому потоку $q_{кр}$ соответствует массовое паросодержание (или относительная энтальпия потока) $x_{кр}$. Опыты по определению $q_{кр}$ проводят двумя способами: либо наращивая значения q_c, либо изменяя другие режимные параметры (например, увеличивая энтальпию потока на входе в трубу). О наступлении кризиса теплообмена судят по различным признакам: внезапному пережогу стенки, резкому увеличению температуры стенки, появлению на стенке трубы красного пятна [26, 67]. Удобным является определение $q_{кр}$ с помощью мостовой электрической схемы. К средней части трубы приваривают измерительный провод, который образует вершину измерительной диагонали моста. Повышение температуры стенки при кризисе приводит к разбалансу моста. Сочетание режимных параметров в момент разбаланса принимается за критическое. Кризису теплообмена предшествует появление пульсаций температуры стенки и давления, которые записываются осциллографом.

8.3.12. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТНЫХ И СРЕДНИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРЕНИЯ

При *внешнем обтекании тел* местные c_f и средние $\bar{c}_f$ коэффициенты сопротивления трения определяются в соответствии с соотношениями

$$c_f = 2\tau_c / \left(\rho_\infty w_\infty^2\right); \qquad (8.99)$$

$$\bar{c}_f = 2\bar{\tau}_c / \left(\rho_\infty w_\infty^2\right), \qquad (8.100)$$

где ρ_∞ и w_∞ — плотность и скорость набегающего потока.

Наиболее точным является определение касательного напряжения на стенке $\bar{\tau}_c$ весовым способом (метод «плавающего элемента», рис. 8.34):

$$\bar{\tau}_c = N_{тр}/\Delta F, \qquad (8.101)$$

где $N_{тр}$ — сила трения; ΔF — площадь поверхности элемента.

Измерение $N_{тр}$ производится либо с помощью аэродинамических весов, либо методами тензометрирования [3, 33]. Любой перекос элемента относительно поверхности тела вызывает дополнительное силовое воздействие со стороны потока. Связанные с этим погрешности измерения устраняют следующим приемом. Фиксируют начальное положение элемента при $N_{тр}=0$ (в отсутствие течения). Затем к элементу прикладывают силу от аэродинамических весов $N_в$, направленную навстречу силе $N_{тр}$. Значение $N_в$ регулируют так, чтобы элемент находился в первоначальном состоянии. Значение $N_{тр}$ определяют из равенства $N_{тр}=N_в$.

Определение τ_c можно производить, используя поверхностные насадки (трубки) (рис. 8.35, *а*). По показаниям трубки определяют скорость w, которую относят к «эффективному центру» приемного отверстия трубки $y_{эф}$ (см. п. 8.2.3). Значения τ_c рассчитывают по формуле

$$\tau_c = \mu w / y_{эф}, \qquad (8.102)$$

где μ — динамическая вязкость.

Предполагается, что трубка находится в слое жидкости с линейным распределением

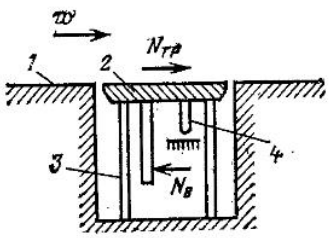


Рис. 8.34. Измерение касательного напряжения по методу «плавающего элемента».

1 — поверхность тела; *2* — «плавающий элемент» (диск); *3* — пружины; *4* — устройство контроля за перемещением.

скорости. В турбулентных потоках это предположение может не выполняться. В этих случаях применяют трубки круглого поперечного сечения, лежащие на поверхности тела (рис. 8.35, *б*). Градуировочная характеристика такой трубки представляется в виде зависимости для безразмерных комплексов. Например, для трубок с $d/D=0{,}6$ и при $\lg\widetilde{P}>5$, где $\widetilde{P}=(P_0-P)d^2/(4\rho\nu^2)$, зависимость имеет вид [3]:

$$\lg[\tau_c d^2/(4\rho\nu^2)] = \overline{2},604 + \frac{7}{8}\lg\widetilde{P}, \quad (8.103)$$

где d — внутренний диаметр трубки; ρ и ν — плотность и кинематическая вязкость жидкости.

Значения τ_c могут быть также вычислены на основании измеренных полей скорости и плотности по интегральному соотношению для пограничного слоя:

$$\frac{\tau_c}{\rho_1 u_1^2} = \frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{1}{u_1}\frac{du_1}{dx}(2\delta^{**}+\delta^*) + \frac{1}{\rho_1}\frac{d\rho_1}{dx}\delta^{**}, \quad (8.104)$$

где δ^* и δ^{**} — толщины вытеснения и потери импульса (см. п. 1.8.2); ρ_1 и u_1 — плотность и скорость на внешней границе пограничного слоя.

При *движении жидкости в трубах* измеряют распределение по длине трубы ста-

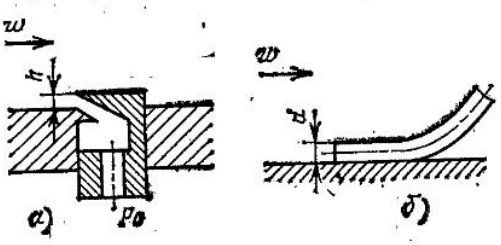


Рис. 8.35. Поверхностные трубки для измерения касательного напряжения.

а — перемещаемая трубка; *б* — круглая трубка, лежащая на поверхности тела.

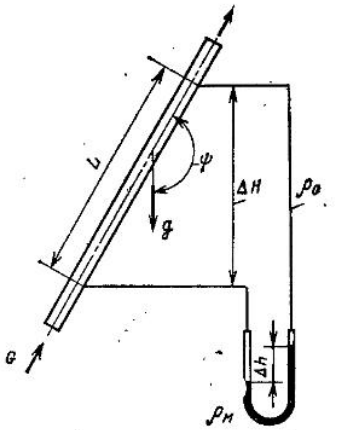


Рис. 8.36. Схема измерения перепада давления при течении жидкости в трубе.

тического давления, для чего в стенках трубы выполняют отборы давления, которые импульсными трубками сообщаются с измерителями давления или перепадов давления (рис. 8.36). Средний на участке L коэффициент сопротивления трения

$$\xi = (\Delta p - \Delta p_y - \Delta p_г)\Big/\left[\frac{(\overline{\rho w})^2}{2d}\int_0^L \frac{dz}{\rho}\right], \quad (8.105)$$

где Δp — измеряемая разность давления; $\Delta p_y = \overline{\rho w}(\widetilde{w}_2 - \widetilde{w}_1)$ — изменение давления вследствие ускорения (или замедления) потока; $\Delta p_г = -\int_0^L g_z\bar{\rho}dz$ — гидростатическое давление; $\widetilde{w} = \int_f \rho w_z^2 df/G$ — скорость, осредненная по сечению трубы f; $\bar{\rho} = \int_f \rho df/f$ — средняя по сечению трубы плотность; g_z — проекция вектора ускорения.

Величины $\widetilde{w}$ обычно заменяют на $w = G/(f\rho_ж)$, а $\bar{\rho}$ на $\rho_ж$, что вносит условность в определяемые значения ξ. Для газовых потоков формула (8.105) записывается с использованием газодинамических функций.

Измерение перепадов давления Δp часто производят с помощью U-образного (или П-образного) дифференциального манометра, заполненного измерительной жидкостью с плотностью $\rho_м$. Для этого случая в формуле (8.105) производится подстановка

$$\Delta p - \Delta p_г = g(\rho_м - \rho_0)\Delta h \pm g(\rho_0 - \bar{\rho}_ж)\Delta H, \quad (8.106)$$

где Δh — разность уровней в манометре; ΔH — проекция участка L трубы на верти-

кальную ось; $\bar{\rho}_{ж}$ — средняя на участке L плотность рабочей жидкости; ρ_0 — средняя по высоте плотность рабочей жидкости в вертикальном участке импульсной трубки.

Знак плюс относится к подъемному течению, знак минус — к опускному. Предполагается, что плотность в обеих импульсных трубках одинакова. Несоблюдение этого условия может вызвать существенные погрешности в измеряемых значениях ξ. Для устранения этих погрешностей необходимо участки импульсных трубок с различной температурой прокладывать горизонтально или же их термостатировать.

На точность определения ξ больше влияние оказывает точность определения внутреннего диаметра трубы d, так как $\xi \sim d^5$. Значения d определяют в специальных опытах с заливкой вертикально расположенной трубы водой (воду слегка подсаливают). Количество залитой воды определяют либо взвешиванием на аналитических весах, либо объемным методом по откалиброванной емкости. Разность уровней воды на участке трубы определяют щупами-электродами.

8.3.13. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК МАССООБМЕНА

Коэффициенты массообмена β вводятся по определению как коэффициенты пропорциональности в соотношении

$$J = \beta (c_\infty - c_c) \Delta F, \qquad (8.107)$$

где J — поток массы примеси в основном потоке, приходящийся на площадку ΔF поверхности массообмена; c_∞ и c_c — концентрации переносимого компонента на удалении от поверхности массообмена и на самой поверхности.

Если на поверхности F идут реакции поглощения, диссоциации или рекомбинации со скоростями, значительно превышающими скорости диффузии к поверхности, или же происходит полное выпадение частиц примесей, то значения $c_c = 0$. Если имеются встречные потоки массы, то $c_c \neq 0$. Если принять для этих случаев в соотношении (8.107) $c_c = 0$, то β принимает смысл условной (эффективной) величины.

При сублимации поток массы с площадки ΔF может быть определен по изменению массы обтекаемого тела (или его элемента) ΔM за время $\Delta\tau$:

$$J = \Delta M / \Delta\tau. \qquad (8.108)$$

При исследовании отложений взвешенных частиц примесей на поверхности трубы (или же выпадающих на стенку из растворенного состояния) количество отложений за время $\Delta\tau$ также можно определить по изменению массы, для чего труба после экспериментов разрезается на участки в поперечном и продольном направлениях и отложения снимаются с поверхности механическим путем. Количество отложений можно определить по разности концентраций c_∞ в потоке до и после экспериментального участка, а также радиоизотопными методами, добавляя к примесям радиоактивные изотопы. Косвенно об образовании отложений и об их толщине можно судить по изменению гидравлического сопротивления трубы, принимая во внимание сильную зависимость Δp (или ξ) от размера внутреннего диаметра трубы. В обогреваемых трубах начало образования отложений определяют по изменению во времени температуры стенки трубы. Отложения из растворимых соединений определяются отмывкой с последующим химическим анализом [26].

Солевой метод применяют для определения кратности циркуляции жидкости в кипящем пристенном слое жидкости [26, 70]:

$$K_ц = G_ж / G_п, \qquad (8.109)$$

где $G_ж$ — массовая скорость притока жидкости к поверхности кипения; $G_п$ — массовая скорость парообразования на этой поверхности.

Концентрация растворенного вещества в пристенном слое $c_{п.с}$ связана с концентрацией в ядре потока $c_{яд}$ соотношением

$$c_{п.с} = c_{яд} K_ц / (K_ц - 1). \qquad (8.110)$$

По этому соотношению можно определить кратность циркуляции $K_ц$, если известна величина $c_{п.с}$. Для вещества с отрицательным температурным коэффициентом растворимости при некоторых значениях температуры стенки трубы t_c концентрация $c_{п.с}$ становится равной концентрации насыщения $c_{нас}$. На стенке начинается отложение солей растворенного вещества, что приводит к росту температуры t_c. В экспериментах фиксируется эта температура, и по ней находят $c_{нас}$. Найденное значение $c_{п.с} = c_{нас}$ и известное из условия постановки опыта значение $c_{яд}$ подставляют в (8.110) для расчета искомых значений $K_ц$.

При работе с водой применяют слабые растворы сернокислого натрия или кальция. Присутствие солей не должно существенно влиять на свойства воды и пара, поэтому применяются концентрации на уровне нескольких десятков мг/кг. Существуют варианты метода, когда применяются примеси, растворимые в паровой фазе [71]. Солевой метод применяется также для исследования закономерностей кипения на поверхностях, покрытых отложениями [72, 73].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Петухов Б. С.** Опытное изучение процессов теплопередачи. — М.: Госэнергоиздат, 1952.—344 с.

2. **Осипова В. А.** Экспериментальное исследование процессов теплообмена. — 3-е изд. — М.: Энергия, 1979.—319 с.

3. **Горлин С. М., Слезингер И. И.** Аэродинамическая измерения. Методы и приборы. — М.: Наука, 1964.—720 с.

4. **Гухман А. А.** Введение в теорию подобия. — 2-е изд. — М.: Высшая школа, 1973.—296 с.

5. **Гухман А. А.** Применение теории подобия к исследованию процессов тепло- и массообмена (процессы переноса в движущейся среде). — 2-е изд. — М.: Высшая школа, 1974.—328 с.

6. **Расчет** физических полей методами моделирования/Под ред. Л. А. Люстерника и Б. А. Волынского. — М.: Машиностроение, 1968.—428 с.

7. **Коздоба Л. А.** Применение электрических моделей для решения задач тепло- и массопереноса (обзор). — ИФЖ, 1966, т. XI, № 6, с. 809—831.

8. **Тетельбаум И. М.** Электрическое моделирование. — М.: Физматгиз, 1959.— 319 с.

9. **Карплюс У.** Моделирующие устройства для решения задач теории поля: Пер. с англ. — Изд-во иностр. лит., 1962.— 461 с.

10. **Мацевитый Ю. М.** Электрическое моделирование нелинейных задач технической теплофизики. — Киев: Наукова думка, 1977.—256 с.

11. **Миашии В. Е., Шолохов А. А., Грибаиов Ю. И.** Теплофизика ядерных реакторов с жидкометаллическим охлаждением и методы электромоделирования.— М.: Атомиздат, 1971.—312 с.

12. **Приближенный** метод экспериментального определения местных коэффициентов теплоотдачи/Е. А. Краснощеков, В. С. Протопопов, А. Т. Игамбердыев, В. С. Григорьев. — ТВТ, 1969, т. 7, № 6, с. 1141—1145.

13. **Рязанов Г. А.** Электрическое моделирование с применением вихревых полей. — М.: Наука, 1969. — 336 с.

14. **Исследование** турбулентных течений двухфазных сред/Под ред. С. С. Кутателадзе. — Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, ин-т теплофизики, 1973.—315 с.

15. **Адрианов В. Н.** Основы радиационного и сложного теплообмена. — М.: Энергия, 1972. — 464 с.

16. **Агеев Ю. М.** Электромоделирование температурных полей в элементах конструкций при сложном теплообмене. — Научные труды Кубанского ун-та, 1977, № 245, с. 119—128.

17. **Koch K., Woelk G.** Die elektrische Simulation des Energieaustausches durch Strahlung in Verbindung mit Konvection und Wärmeleitung. — Elektrowärme Int., Ed B. Essen, 1978, Bd 36, № 1, s. 29—34.

18. **Кучняи Л. М.** Световоды. — М.: Энергия, 1973. — 176 с.

19. **Об ошибке** измерения, связанной с искажением изотерм в районе расположения термопар/В. И. Субботин, П. А. Ушаков, А. А. Шолохов, В. К. Минашин. — В кн.: Конвективный и лучистый теплообмен — М.: Изд-во АН СССР, ЭНИН, 1960, с. 205.

20. **Попов В. Н.** Об искажении температурного поля в области закладки термопары. — ТВТ, 1966, т. 6, № 2, с. 261—266.

21. **Гордов А. Н.** Основы пирометрии. — М.: Металлургия, 1964. — 472 с.

22. **Ярышев Н. А.** Теоретические основы измерения нестационарных температур. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1967. — 300 с.

23. **Шнейдер П.** Инженерные проблемы теплопроводности: Пер. с англ./Под ред. А. В. Лыкова. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960.—478 с.

24. **Применение** микротермопар в исследовании теплоотдачи/В. Е. Минашин, В. И. Субботин, П. А. Ушаков, А. А. Шолохов. — Вопросы теплообмена — М.: Изд-во АН СССР, ЭНИН, 1959, с. 193—199.

25. **Теплообмен** при кипении металлов в условиях естественной конвекции/В. И. Субботин, Д. Н. Сорокин, Д. М. Овечкин, А. П. Кудрявцев. — М.: Наука, 1969. — 209 с.

26. **Стырикович М. А., Резников М. И.** Методы экспериментального изучения процессов генерации пара. — М.: Энергия, 1977. — 208 с.

27. **Кемельман Д. Н., Эскин Н. Б., Давидов А. А.** Наладка котлоагрегатов (справочник). — М.: Энергия, 1976. — 344 с.

28. **Турилина Е. С., Воскресенский К. Д.** Два метода расчета температуры стенки трубы, обогреваемой электрическим током при высоких тепловых нагрузках — В кн.: Теплопередача. — М.: Изд-во АН СССР, 1962, с. 3—14.

29. **Леонтьев А. К.** Простой метод определения температуры теплообменной поверхности. — ИФЖ, 1962, т. V, № 7, с. 78—82.

30. **Ударные волны** в реальных газах/ Т. В. Баженова, Л. Г. Гвоздева, Ю. С. Лобастов и др.; Под ред. А. С. Предводителева. — М.: Наука, 1968.—198 с.

31. **Абрамович Б. Г.** Термоиндикаторы и их применение. — М.: Энергия, 1972.— 224 с.

32. **Петунин А. Н.** Методы и техника измерений параметров газового потока (приемники давления и скоростного напора). — М.: Машиностроение, 1972. — 332 с.

33. **Прикладная** аэродинамика/Н. Ф. Краснов, В. Н. Кошевой, А. Н. Данилов и др.; Под ред. Н. Ф. Краснова. — М.: Высшая школа, 1974. — 732 с.

34. **Дейч М. Е., Филиппов Г. А.** Газодинамика двухфазных сред. — М.: Энергия, 1968. — 424 с.

35. **Бредшоу П.** Введение в турбулентность и ее измерение: Пер. с англ. — М.: Мир, 1974.—278 с.

36. **Коит-Белло Ж.** Турбулентное течение в канале с параллельными стенками: Пер. с франц./Под ред. Г. Н. Абрамовича. — М.: Мир, 1968. — 176 с.

37. **Wills J. A. B.** The correction of hot-wire readings for proximity to a solid boundary. — Fluid Mech., 1962, vol. 12, № 3, p. 338—396.

38. **Трохан А. М.** Измерение скорости в потоке газа кинематическими методами. — ПМТФ, 1962, № 2, с. 112—121.

39. **Оптический** визуальный метод исследования течений жидкости/Ю. Н. Вла-

сов, В. М. Латышев, В. И. Савагии, А. М. Трохаи. — Теплофизика высокнх температур, 1972, № 5, с. 1135—1137.

40. **Хабахпашева Е. М., Перепелица Б. В., Орлов В. В.** Методики и результаты исследования пристенной турбулентности в условиях теплообмена и повышенного уровня пульсаций. — В кн.: Тепло- и массоперенос. Т. 1. Тепло- н массоперенос при взаимодействии тел с потокамн жидкостей и газов. — М.: Энергия, 1968, с. 166—172.

41. **Ринкевичус Б. С.** Лазерная анемометрия. — М.: Энергия, 1978. — 159 с.

42. **Хауф В., Григуль У.** Оптические методы в теплопередаче: Пер. с англ./Под ред. В. Я. Лихушина — М.: Мир, 1973.— 240 с.

43. **Холдер Д., Норт Р.** Теневые методы в аэродннамнке: Пер. с англ. — М.: 1966. — 179 с.

44. **Васильев Л. А.** Теневые методы. — М.: Наука, 1968. — 400 с.

45. **Садовников Г. В., Смольский Б. М., Шитников В. К.** Исследование совместного процесса тепло- и массообмена с помощью интерферометра. — В кн.: Тепло- и массоперенос. Т. 1. Тепло- и массоперенос при взаимодействии тел с потоками жидкостей и газов. — М.: Энергия, 1968, с. 520—530.

46. **Ландсберг Г. С.** Оптика.—5-е изд.— М.: Наука, 1976. — 926 с.

47. **Исследоваиие** возможности примеиения голографии к изучеиню двухфазных течеиий/И. Т. Аладьев, В. М. Гинзбург, Н. Д. Гаврилов и др. — Теплоэнергетика, 1973, № 8, с. 66—68.

48. **Оптическая** голография: Практические примеиения/Е. А. Антоиов, А. М. Гинзбург, Е. Н. Лехцнер и др.; Под ред. А. М. Гинзбурга, Б. М. Степанова. — М.: Сов. радио, 1978. — 240 с.

49. **Островский Ю. И.** Голография и ее примеиение. — Л.: Наука, Ленингр. отдние, 1973.—178 с.

50. **Вьено Ж.-Ш., Смигильский П., Руайе А.** Оптическая голография. Развитие и применеиие: Пер. с франц. — М.: Мир, 1973. — 212 с.

51. **Экспериментальные** методы в дииамике разреженных газов/Под ред. С. С. Кутателадзе. — Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, Ин-т теплофизики, 1974.—218 с.

52. **Голубев Б. П.** Дозиметрия и защита от ионизирующих излучеиий. — М.: Атомиздат, 1976. — 504 с.

53. **Резников М. И., Миропольский З. Л.** Радиоизотопные методы исследования внутрикотловых процессов.—М.: Энергия, 1964.—216 с.

54. **Несис Е. И.** Кипеиие жидкостей.— М.: Наука, 1973.—280 с.

55. **Неразрушающий** контроль качества изделий электромагнитными методами/ В. Г. Герасимов, Ю. Я. Останин, А. Д. Покровский и др. — М.: Энергия. 1978.—216 с.

56. **Тихонов А. Н., Арсеиин В. Я.** Методы решеиия некорректных задач. — М.: Наука, 1974. — 223 с.

57. **Ивановский М. Н., Сорокин В. П., Ягодкии И. В.** Физические основы тепловых труб. — М.: Атомиздат, 1978. — 256 с.

58. **Дан П., Рей Д.** Тепловые трубы: Пер. с англ. — М.: Энергия, 1979. — 272 с.

59. **Геращенко О. А.** Основы теплометрии. — Киев: Наукова думка, 1971.—191 с.

60. **Кулаков И. Г., Поварнин П. И.** Нагрев электронной бомбардировкой для изучения кризиса кипения.—ИФЖ, 1958, № 3, с. 52—55.

61. **Petukhov B. S., Kovalev S. A., Zhukov V. M.** Study of sodium boiling heat transfer. — Proc. 3rd Internat. Heat Transfer Conf., Chicagofi, Aug., 1966, vol. 5, p. 80—91.

62. **Кондратьев Г. М.** Тепловые измерения. — М.: Машгиз, 1957. — 244 с.

63. **Физическая** газодннамнка, теплообмен и термодинамика газов высокнх температур/Под ред. А. С. Предводителева. — М.: Изд-во АН СССР, ЭНИН, 1962.—312 с.

64. **Роуз, Станкевич.** Измерения теплопередачи в крнтической точке тела, обтекаемого частично ионизнрованным воздухом. — Ракетная техника и космонавтика, 1963, № 12, с. 43—57.

65. **Кошкин В. В., Дрейцер Г. А., Ярхо С. А.** Нестационарный теплообмен. — М.: Машиностроение, 1973. — 328 с.

66. **Пашков Л. Т., Смирнов О. К., Красиов С. Н.** Расчет нестационарного теплового режима стенки каиала методом регуляризации.—Тр. МЭИ, 1975, вып. 239, с. 86—99.

67. **Дорощук В. Е.** Кризисы теплообмеиа прн кипеннн воды в трубах. — М.: Энергия, 1970. — 167 с.

68. **Гейтвуд Б. Е.** Температурные напряженнн: Пер. с англ. — М.: Изд-во иностр. лнт., 1959. — 350 с.

69. **Леончик Б. И., Маякин В. П.** Измерения в дисперсных потоках.—М.: Энергия, 1971.—248 с.

70. **Кутателадзе С. С., Стырикович М. А.** Гидродинамика газожидкостных систем. — М.: Энергия, 1976. — 296 с.

71. **Методика** экспериментального исследования дисперсного режима пленочного кипеннн водорода и азота при вынужденном движении в трубах/А. П. Иньков, В. Н. Уткин, Н. В. Филин, С. А. Ярхо. — Научные труды ВЗМИ, М., 1974, т. 10, вып. 3, с. 76—88.

72. **Влияние** отложений окислов железа на массообмен в парогенерирующих каналах/М. А. Стырикович, О. И. Мартынова, З. Л. Миропольский и др. — Тр. МЭИ, 1972, вып. 128, с. 25—32.

73. **Стырикович М. А., Полоиский В. С., Безруков Е. К.** Исследование массообмеиа в иарогенерирующих каналах «солевым методом». — ТВТ, 1971, т. 9, № 3, с. 583—590.

74. **Филиппов Г. А., Поваров О. А.** Сепарация влаги в турбинах АЭС. — М.: Энергия, 1979. — 320 с.

РАЗДЕЛ ДЕВЯТЫЙ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ

9.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

Теплофизические свойства принято делить на несколько групп. Первую группу составляют равновесные теплофизические свойства веществ, являющиеся функциями состояния. К этой группе принято относить так называемые *термодинамические свойства*, которые в свою очередь подразделяются на термические и калорические.

К термическим свойствам относится плотность вещества ρ (или удельный объем v), выраженная как функция термодинамических параметров — давления p и температуры T. Наиболее общим выражением этой зависимости является термическое уравнение состояния

$$F(p, v, T) = 0.$$

К термическим свойствам относят также и любые частные производные, составленные из этих трех величин. С некоторой условностью к термическим свойствам относят поверхностное натяжение σ.

К *калорическим* свойствам относят внутреннюю энергию, энтальпию, энтропию, энергии Гиббса и Гельмгольца, теплоемкость.

В отличие от термических величин некоторые калорические величины, например энтропия, внутренняя энергия и т. п., не могут быть непосредственно измерены в эксперименте. Это связано с тем, что абсолютные значения этих величин в термодинамике не определены. Термодинамика в большинстве случаев оперирует лишь разностями этих величин или производными от них по параметрам состояния, которые можно определять экспериментально.

Поэтому задача экспериментальной термодинамики применительно к калорическим величинам в большинстве случаев состоит в исследовании зависимости от параметров состояния теплоемкости или изменения энтальпии, поддающихся непосредственному измерению.

Ко второй группе теплофизических свойств веществ относят *транспортные*, или *переносные*, свойства (теплопроводность, вязкость, диффузия и так называемые перекрестные эффекты — термодиффузия и концентрационная теплопроводность). Эти свойства характеризуют неравновесные процессы в физических средах.

В рамках допущений феноменологических теорий коэффициенты переноса однозначно определяются физической природой вещества и параметрами состояния. С этой точки зрения они являются свойствами веществ.

К теплофизическим свойствам относят также некоторые *оптические* свойства, связанные с поглощением и испусканием теплового излучения (коэффициенты излучения, поглощения и пропускания). Различают два типа коэффициентов — интегральные и спектральные. Первые характеризуют оптические свойства физических тел в широкой области спектра излучения — от инфракрасной до ультрафиолетовой, вторые — на заданной частоте излучения.

Физические тела могут существовать в трех агрегатных состояниях: твердом, жидком и газообразном. Характерные особенности этих агрегатных состояний оказывают существенное влияние на выбор экспериментального метода исследования теплофизических свойств. Особенности метода исследования тех или иных свойств определяются также областью параметров состояния.

Практически невозможно однозначно указать метод исследования, пригодный для решения той или иной поставленной задачи. Как правило, есть несколько вариантов, пригодных для этой цели. Выбор метода исследования также может определяться техническими возможностями, экономической целесообразностью, требуемой точностью и рядом других обстоятельств.

Температурный интервал исследований условно принято подразделять на криогенные температуры (ниже 120 К), низкие (от 120 до 300 К), средние (от 300 до 1500 К) и высокие (выше 1500 К).

Давление сильнее всего сказывается на свойствах газов, в меньшей степени оно влияет на свойства жидких и твердых веществ.

Условно области давления делят на низкие (менее 0,1 МПа), средние (от 0,1 до 100 МПа) и высокие (выше 100 МПа).

9.2. МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕРМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ

9.2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Метод гидростатического взвешивания. Метод основан на использовании формулы, определяющей плотность вещества:

$$\rho = m/V, \qquad (9.1)$$

где m — масса твердого тела; V — объем.

В соответствии с методом проводят три взвешивания [1]. При первом взвешивании определяют массу исследуемого образца в воздухе m_1, при втором — массу исследуемого образца m_2 в жидкости (обычно в воде) (образец подвешивается на весах на тонкой проволочке), при третьем — массу проволочки m_3, погруженной в ту же жидкость, откуда плотность образца

$$\rho_{обр} = \frac{m_1}{m_1 + m_3 - m_2}(\rho_ж - \rho_{возд}) + \rho_{возд}. \quad (9.2)$$

Метод является относительным и оказывается весьма точным, если используется при комнатных температурах, при которых плотность воды тщательно изучена. Погрешность при тщательных измерениях не превышает 0,001—0,0001%. Реализация метода при повышенных давлениях и температурах связана с большими трудностями, определяемыми трудностями подбора эталонной жидкости и проведением точных взвешиваний при повышенных параметрах.

Для исследования плотности сыпучих материалов, не растворимых в жидкости, применяют метод пикнометра [1], а для твердых материалов, растворимых в воде — метод Лермонтова [1].

Метод определения зависимости плотности от температуры. Поскольку влияние давления на плотность твердых материалов оказывается значительным только при высоких давлениях, то обычно исследуют плотность в зависимости от температуры. Это достигается следующим образом. Удельный объем v_T при температуре T выражается через объем v_0 при температуре T_0 формулой

$$v_T = v_0\left[1 + \bar{\alpha}\left(T - T_0\right)\right]^3, \quad (9.3)$$

где $\bar{\alpha}$ — средний коэффициент линейного расширения вещества в интервале температур T_0—T:

$$\bar{\alpha} = (l_T - l_0)/[\,l_0\,(T - T_0)]; \quad (9.4)$$

l_T, l_0 — длины исследуемого образца при температуре T и T_0 (часто $T_0 = 273{,}15$ К или $T_0 = 298{,}15$ К).

В эксперименте измеряют приращение длины $l_T - l_0$ при изменении температуры от T_0 до T и первоначальную длину l_0.

Коэффициент линейного расширения $\bar{\alpha}$ является функцией температуры и обычно выражается эмпирической зависимостью вида

$$\bar{\alpha} = a_0 + a_1(T - T_0) + a_2(T - T_0)^2, \quad (9.5)$$

где a_0, a_1, a_2 — эмпирические коэффициенты.

Совокупность приемов исследования термических расширений твердых материалов называют *дилатометрией*, а приборы, применяемые для исследования, — *дилатометрами*.

Методы определения коэффициента линейного расширения различаются главным образом, способами измерения удлинений образца.

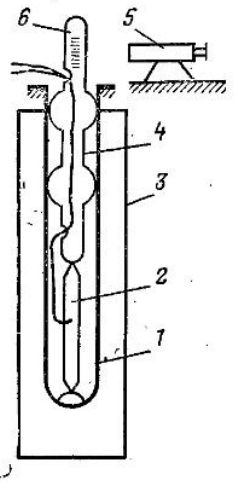


Рис. 9.1. Схема кварцевого дилатометра.

Относительный метод кварцевого дилатометра (метод Генинга) [2]. Исследуемый образец *2* (рис. 9.1) помещен в кварцевую трубку *1*. Относительные расширения образца при изменении температуры, создаваемой печью *3*, измеряют при помощи микроскопа *5* и регистрируют по шкале *6*, соединенной с кварцевым толкателем *4*. В качестве измерителя удлинений образца удобно использовать длинномеры, например ИЗВ-1, ИЗВ-2. Дилатометр, выполненный по этому методу, может работать при температурах до 1300 К. Обычно используют образцы длиной от 100 до 200 мм. Погрешность при измерении коэффициента линейного расширения не превышает 1% [3]. Некоторые конструкции дилатометров, использующих этот метод, приведены в [4].

Интерферометрический метод [2]. При этом методе, являющемся абсолютным, для измерения удлинений используется явление интерференции.

Исследуемый образец *2* (изображен в разрезе) (рис. 9.2) покоится на кварцевой опоре *1*, верхняя поверхность которой оптически плоская. На образце сверху располагается клиновидная кварцевая пластина *3*. Нижняя поверхность клиновидной пластинки и верхняя поверхность опоры *1* расположены строго параллельно и образуют интерференционный зазор δ. Источником света является монохроматор *7*, *8* или лазерный луч. Интерферометрическая картина, возникшая в зазоре δ, а затем отраженная призмой *5* и полупрозрачным зеркалом *6*, наблюдается в микроскопе *9*. При изменении длины образца *2* (изменение зазора δ) в поле зрения микроскопа наблюдается смещение интерферометрических полос. Смещение картины на одну полосу соответствует изменению длины образца на $\lambda/2$, где λ — длина волны монохроматического излучения.

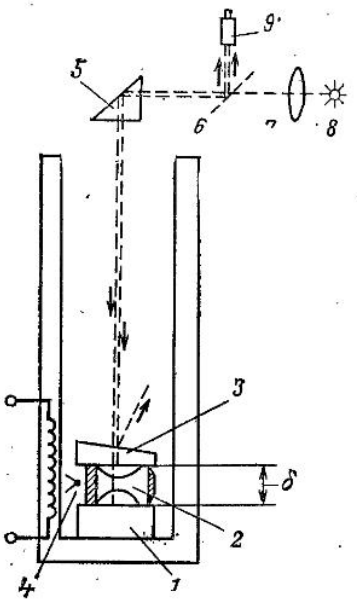


Рис. 9.2. Схема интерферометрического дилатометра.

Средний коэффициент линейного расширения вычисляется по формуле

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{l_0} \frac{n(\lambda/2)}{T - T_0}, \qquad (9.6)$$

где n — число полос, переместившихся в поле зрения микроскопа, при изменении температуры от T_0 до T, измеряемой термопарой *4*.

Высокая чувствительность интерферометра позволяет исследовать образцы размером порядка нескольких миллиметров с погрешностью менее 1%. Применение этого метода ограничено температурами около 1000 К. При более высоких температурах собственное излучение полости печи делает невозможным наблюдение интерференционной картины.

Метод компаратора. Образец *1* (рис. 9.3) помещают в высокотемпературную печь *2*. Изменение длины образца регистрируют специальным микроскопом — компаратором *4*. Наблюдение за образцом осуществляют через смотровые окна *3*, размещенные в корпусе печи. Микроскоп позволяет измерять смещение обоих концов образца, т. е. непосредственно удлинение образца, что повышает точность эксперимента. В поле зрения микроскопа наблюдается картина, изображенная на рис. 9.3. Пунктиром *5* показано положение концов образца при исходной температуре T_0, сплошной контур *6* — положение концов при температуре опыта T.

В качестве измерителя начальной длины образца может быть использован катетометр КМ-6. Дилатометр, выполненный по методу компаратора, применяют при температурах до 3000 К. Погрешность измерения не превышает 1% при максимальных температурах.

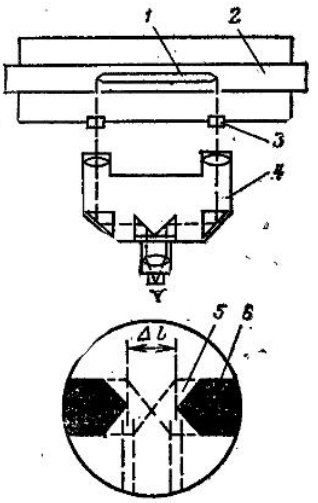


Рис. 9.3. Схема дилатометра-компаратора.
Δl — удлинение образца.

9.2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Плотность жидкостей обычно исследуют как функцию температуры и давления.

Метод гидростатического взвешивания. В случае жидкостей этот метод несколько отличается от применяемого для исследования плотности твердых тел. Плотность исследуемой жидкости определяют по выталкивающей силе, действующей на твердое тело, погруженное в нее. Объем погружаемого в жидкость твердого тела определяют путем взвешивания его в воздухе и воде, после чего

$$V_{тв} = \frac{m'_{тв} - m''_{тв} + m_{пров}}{\rho_{воды} - \rho_{возд}}, \qquad (9.7)$$

где $m'_{тв}$, $m''_{тв}$ — массы твердого тела в воздухе и с подвесом из проволоки в воде; $m_{пров}$ — масса подвеса из проволоки, погруженного в воду, как и при определении $m''_{тв}$; $\rho_{воды}$, $\rho_{возд}$ — плотность воды и воздуха при температуре опыта и атмосферном давлении.

Взвешивая твердое тело с известным объемом $V_{тв}$ в исследуемой жидкости и в воздухе и вводя обычные поправки, определяют плотность исследуемой жидкости.

Погрешность определения плотности с помощью этой методики при комнатных температурах может быть доведена до 0,0001% [1]. Примеры исследований плотности жидкости с использованием метода гидростатического взвешивания при высоких

давлениях можно найти в работах [5, 6]. Относительный вариант метода изложен в [7]. Оригинальный способ определения плотности по изменению выталкивающей силы, действующей на погруженный в исследуемую жидкость поплавок, с использованием геизометрических весов описан в [8] (см. также п. 9.4.4).

Метод пикнометра. Пикнометр — сосуд (стеклянный, кварцевый или металлический) с тонкой трубкой для заполнения его жидкостью. На трубке наносится риска, фиксирующая некоторый объем пикнометра. В случае непрозрачного пикнометра объем фиксируется электрическим контактом. В основе метода лежат три взвешивания [1]. При первом взвешивании определяются масса пустого пикнометра $m'_{пик}$. Далее заполняют пикнометр водой до риски и при втором взвешивании определяют массу заполненного водой пикнометра $m''_{пик}$. Пикнометр тщательно освобождают от воды и до риски заполняют исследуемой жидкостью. После этого при третьем взвешивании определяют массу пикнометра $m'''_{пик}$, заполненного исследуемой жидкостью. По результатам этих взвешиваний с учетом необходимых поправок плотность исследуемой жидкости можно определить по следующей формуле:

$$\rho_{ж} = \frac{m'''_{пик} - m'_{пик}}{m''_{пик} - m'_{пик}} (\rho_{воды} - \rho_{возд}) + \rho_{возд}. \qquad (9.8)$$

Метод пикнометра относится к точным методам. Погрешность при умеренных температурах не превышает 0,001—0,0001%. Применение метода при повышенных и высоких давлениях можно найти в [9]. Схема установки применительно к высоким давлениям изображена на рис. 9.4. При создании давления в камере *5* жидкость в пикнометре *1* сжимается и ртуть *4* по капилляру *2* втекает внутрь пикнометра, что регистрируется через смотровые окна *3*. Зная массу ртути, проникшей в пикнометр при каждом давлении, сжимаемость ртути и стекла, можно вычислить сжимаемость исследуемой жидкости в зависимости от давления.

Метод пьезометра переменного объема. Метод относится к хорошо разработанным и широко используемым в исследовательской практике. Пьезометр — сосуд, обычно с точно измеренным объемом, способный выдерживать полное давление в опыте. Наиболее совершенный варнант этого метода был разработан для исследования сжимаемости газов [1]; однако он пригоден и для исследования плотности жидкости. Суть метода сводится к следующему. Определенная масса жидкости m изотермически сжимается в пьезометре до точно известного объема $V_{ж}$. Плотность жидкости

$$\rho = m/V_{ж}. \qquad (9.9)$$

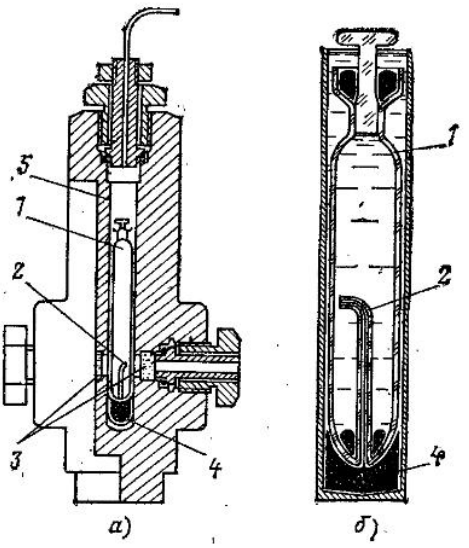


Рис. 9.4. Схема пикнометра.

а — пикнометр в сосуде давления; *б* — пикнометр в сборе.

Количество жидкости в пьезометре во время опыта остается постоянным, объем, занимаемый жидкостью, изменяется с изменением давления. В пьезометре *2* (рис. 9.5, *а*) заключено исследуемое вещество. По каналу *4* создаваемое прессом давление передается на ртуть *10*, которая сжимает вещество в пьезометре. Уровень ртути фиксируется по изменению показания вольтметра

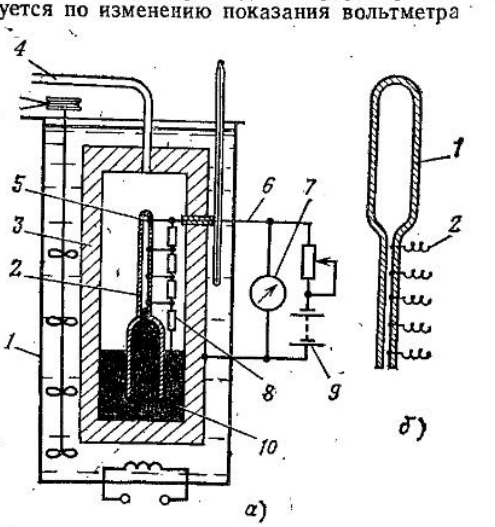


Рис. 9.5. Схема пьезометра переменного объема.

а — принципиальная схема установки: *1* — термостат; *2* — пьезометр; *3* — корпус; *4* — линия давления; *5* — контакты; *6* — электроцепь; *7* — вольтметр; *8* — сопротивления; *9* — батарея; *10* — ртуть; *б* — пьезометр для измерения плотности мало сжимаемых жидкостей; *1* — сосуд пьезометра; *2* — контакты.

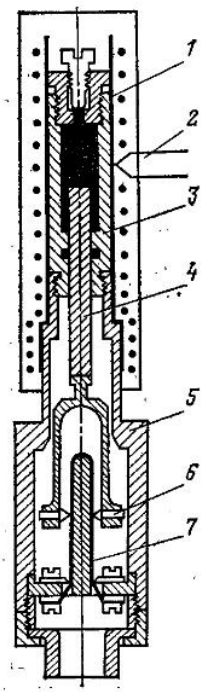


Рис. 9.6. Поршневой пьезометр переменного объема.

7 в момент замыкания одного из контактов 5 ртутью. Объем пьезометра до каждого из контактов точно измерен. При исследовании жидкости вдали от критической точки лучше применять пьезометр, изображенный на рис. 9.5, *б*. Жидкость в этом случае имеет малую сжимаемость и для заметного изменения объема необходимо брать бо́льшую начальную ее массу.

В [10—12] были использованы установки, в которых поршень, передающий давление на жидкость, изменял объем пьезометра. Пьезометр *3, 5* (рис. 9.6) окружен нагревателем *1*. Температуру пьезометра контролируют с помощью термопары *2*. Поршень *4*, тщательно притертый к стенкам пьезометра, сжимает в нем жидкость. О перемещении поршня судят по изменению сопротивления константовой проволочки *7*, часть которой шунтируется подвижными контактами *6*.

Пьезометр переменного объема, выполненный из сильфона, показан на рис. 9.7 [13]. Внутрь сильфона *2* вводится известное количество жидкости. Изменение длины сильфона при воздействии на него внешнего давления однозначно связано с изменением его внутреннего объема. Предварительную градуировку изменений объема в зависимости от его длины производят в отдельных опытах. Изменение длины сильфона измеряют индукционным методом. Измерения плотности на этом пьезометре проводились при давлениях до 200 МПа с погрешностью примерно 0,08%. Варианты применения сильфонного пьезометра переменного объема описаны в [18, 9].

Метод пьезометра постоянного объема. В сосуд известного постоянного объема $V_п$ вводят известное количество жидкости $m_ж$ при заданных давлении p и температуре T. Эти измерения позволяют определить плотность как $\rho = m_ж/V_п$ и отнести полученный результат к давлению и температуре опыта. Переход к новому состоянию вещества осуществляют путем последовательных выпусков части его массы $\Delta m_{i\text{вып}}$. В новом равновесном состоянии масса вещества

$$m_{i\text{ж}} = m_ж - \sum_{i=1}^{i=n} \Delta m_{i\text{вып}} \qquad (9.10)$$

и его плотность $\rho_{i\text{ж}} = m_{i\text{ж}}/V_п$.

Часто начальное количество вещества $m_ж$ неизвестно. Его находят как сумму масс всех выпусков плюс остаточное количество вещества в пьезометре. Метод требует внесения поправок на изменение объема пьезометра с температурой и давлением (если пьезометр не разгружен от давления). Существенной особенностью метода является внесение поправки на выпуск части жидкости не только из пьезометра, но и из соединительных коммуникаций (поправка на балластный объем). На рис. 9.8 показана экспериментальная установка, выполненная по методу В. А. Кириллина, — разновидность пьезометра постоянного объема [1, 14, 15]. Исследуемое вещество находится в толстостенном пьезометре *1*, который соединен с внутренней полостью пружинного дифференциального манометра разделителя *4* при помощи толстостенного стального капилляра. Наполнение пьезометра исследуемым веществом перед опытом и выпуск части вещества в опытах производятся через вентиль *B1*. В корпусе дифференциального манометра *4*, который предназначен для разделения исследуемого

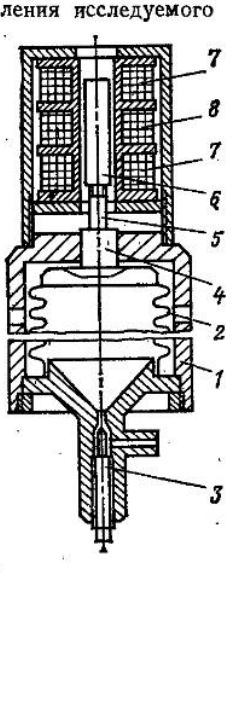


Рис. 9.7. Сильфонный пьезометр переменного объема.

1 — стакан; *2* — сильфон; *3* — вентиль; *4* — направляющая гильза; *5* — стержень; *6* — сердечник; *7* — вторичная обмотка датчика; *8* — первичная обмотка датчика.

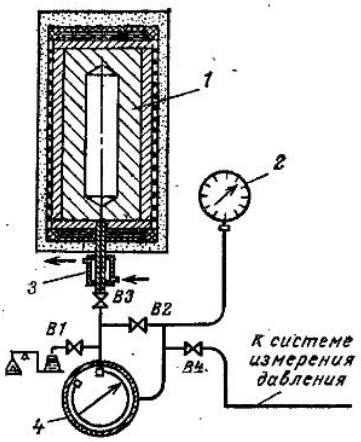


Рис. 9.8. Схема установки для определения удельных объемов жидкостей и паров при высоких давлениях и температурах.

1 — пьезометр; *2* — манометр; *3* — холодильник; *4* — дифференциальный манометр-разделитель; *B1*, *B2*, *B3*, *B4* — вентили.

вещества и вещества системы создания и измерения давления (масла), поддерживается давление на несколько бар меньше, чем в пьезометре. Разность давлений фиксируется по показаниям стрелки манометра. Точное измерение давления исследуемого вещества осуществляется поршневым манометром.

Температура опыта поддерживается нагревателями, расположенными на пьезометре *1*. На установке были исследованы обыкновенная вода и тяжелая вода при давлении до 90 МПа и температуре до 920 К. Погрешность опытов не превосходит 0,2%.

По методу пьезометра постоянного объема выполнена также установка, описание которой дано в [16]. Погрешность опыта составляет 0,05—0,1%.

Метод пьезометра постоянного объема был использован при исследовании плотности жидкого кислорода при низких температурах [17]. Количество вещества, выпускаемого из пьезометра, измерялось в специальном термостатированном устройстве (газометре) следующим образом. Предварительно точно устанавливался объем газометра. Измерялось давление кислорода, заполнившего газометр. После установления равновесия массу вещества в газометре определяли по известной плотности кислорода при низком давлении и температуре термостата.

Исследования плотности жидкости при высоких температурах и давлениях (1500 К и 1000 МПа) методом пьезометра постоянного объема описаны в [1, 9].

Для исследований плотности газов при весьма высоких давлениях и температурах может быть применен метод адиабатного сжатия. Быстро движущийся поршень *5* (рис. 9.9) сжимает вещество в стволе *1*, при этом развиваются высокие давления и температуры. После сжатия поршень возвращается в исходное состояние, выталкивая разгонявший его газ в атмосферу. Давление газа измеряют манганиновым манометром, размещенном в корпусе *4*. Температура в опытах, определяемая по уравнению адиабаты расчетным путем, достигает 7000 К. Подробное описание этого метода можно найти в [20, 21].

Метод последовательных расширений (*Барнета*) применяют для определения термических свойств газов [22]. Два пьезометра *1* и *2* (рис. 9.10) с объемами V_1 и V_2 соединены между собой вентилем *B1*. Сосуды термостатированы. В исходном состоянии пьезометр *1* находится под давлением p_0, а сосуд *2* вакуумируется через вентиль *B2*. Для исходного состояния газа в пьезометре *1* коэффициент сжимаемости

$$Z_0 = \frac{p_0 V_1}{m_0 RT}, \qquad (9.11)$$

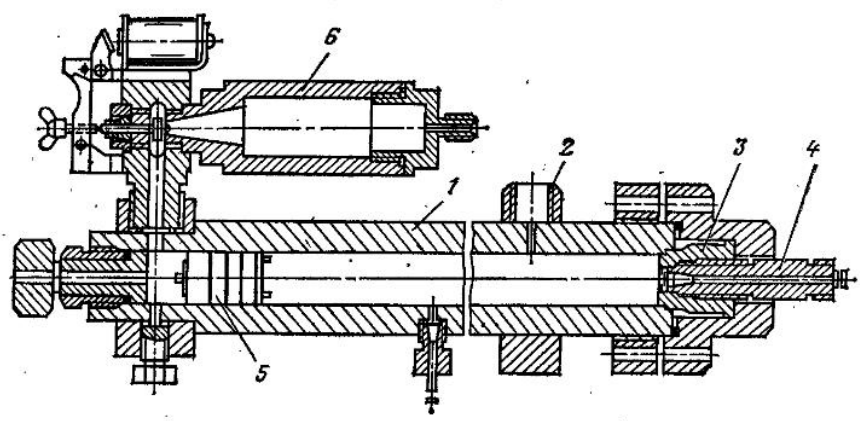


Рис. 9.9. Схема установки для изучения сжимаемости методом адиабатного сжатия.

1 — ствол; *2* — бандаж; *3* — гильза; *4* — корпус манганинового манометра; *5* — поршень; *6* — цилиндр разгоняющего газа.

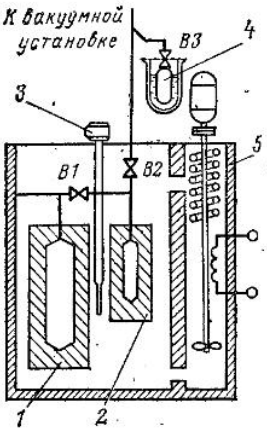


Рис. 9.10. Схема установки, выполненной по методу Бариета.

1, 2 — пьезометры объемом V_1, V_2; *3* — термометр; *4* — емкость для измерения массы газа; *5* — термостат; *B1*, *B2*, *B3* — вентили.

где p_0 — начальное давление газа в сосуде *1*; m_0 — масса вещества; R — индивидуальная газовая постоянная.

Открывая вентиль *B1*, осуществляют первое изотермическое расширение газа в сосуд *2*.

После первого расширения

$$Z_1 = \frac{p_1 (V_1 - V_2)}{m_0 RT}. \qquad (9.12)$$

Комбинируя (9.11) и (9.12) и вводя обозначение $(V_1 + V_2)/V_1 = N$, получаем:

$$Z_1 = Z_0 \frac{p_1}{p_0} N. \qquad (9.13)$$

Далее вентиль *B1* запирают и сосуд *2* вакуумируют. Аппарат готов к следующему расширению.

Осуществляя последовательные расширения газа вплоть до минимальных давлений, можно получить связь между Z_0 и Z_i в любом i-м расширении:

$$Z_i = \frac{Z_0}{p_0} p_i N^i. \qquad (9.14)$$

Значения Z_0/p_0 рассчитывают по формуле

$$p_0/Z_0 = \lim_{\substack{p \to 0 \\ i \to \infty}} p_i N^i, \qquad (9.15)$$

а отношение N — по формуле

$$N = \lim_{\substack{p \to 0 \\ i \to \infty}} (p_{i-1}/p_i). \qquad (9.16)$$

Практически эти пределы находят графической экстраполяцией. В результате опытов получают ряд значений $Z_i = f(p_i)$ при $T = \text{const}$. Для отыскания абсолютных значений плотности необходимо знать хотя бы одно значение плотности при одном из давлений.

Вариант этого метода, рассмотренный в [22], отличается тем, что в схему добавлена емкость *4* для определения массы газа, которую находят путем вымораживания и взвешивания емкости. Кроме того, тщательно измеряют объем V_2 пьезометра *2*. Во-первых, это позволяет определить плотность:

$$\rho = \frac{m_{i2}}{V_2}, \qquad (9.17)$$

где m_{i2} — масса газа, заполняющего пьезометр *2*; V_2 — объем пьезометра *2* с учетом поправок на барические и температурные расширения.

Во-вторых, становится возможным в любом опыте получить значение N, вычислив его по формуле

$$N = \frac{m_{i-1,2}}{m_{i2}}. \qquad (9.18)$$

Тем самым в опыте могут быть получены как коэффициенты сжимаемости, так и абсолютные значения плотности.

9.2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ

Основной методической трудностью при определении поверхностного натяжения является обеспечение чистоты твердых поверхностей, находящихся в контакте с жидкостью, а также самой жидкости и газовой среды. Ничтожные примеси инородных веществ могут существенно повлиять на результаты исследования.

Метод максимального давления в газовых пузырьках (рис. 9.11). В жидкость, имеющую плотность ρ', выдавливается через капилляр радиусом $R_{кап}$ пузырек (капля) другой жидкости с плотностью ρ''. В некоторый момент времени при выдавливании капли в приборе будет зарегистрировано

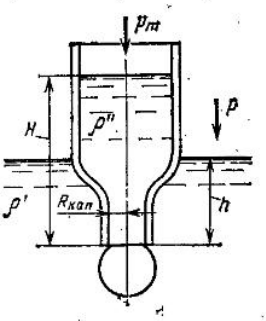


Рис. 9.11. Схема измерений по методу максимального давления в пузырьке.

p_m — давление газа; H — высота жидкости в капилляре; p — давление паров жидкости; h — глубина погружения капилляра.

максимальное давление p_m. Из теории метода [45, 42] следует, что

$$\sigma = \frac{1}{2} R_{\text{кап}} p_m \left[1 - \frac{2}{3} \frac{g(\rho' - \rho'') R_{\text{кап}}}{p_m} - \frac{1}{3} \frac{g^2 (\rho' - \rho'') R_{\text{кап}}^2}{p_m^2} \right]. \quad (9.19)$$

Если капля выдавливается в газ, то плотностью газа ρ'' по сравнению с плотностью жидкости ρ' в (9.19) можно пренебречь. При малом радиусе капилляра $R_{\text{кап}}$ члены в квадратной скобке, пропорциональные $R_{\text{кап}}$ и $R_{\text{кап}}^2$, малы по сравнению с единицей и формула (9.19) упрощается:

$$\sigma = R_{\text{кап}} p_m / 2. \quad (9.20)$$

Подробности экспериментальной техники можно найти в [23, 24].

Метод капиллярного поднятия [24]. Этим методом определяется произведение $\sigma\cos\vartheta$, где ϑ — краевой угол смачивания. Трубка *1* (рис. 9.12) небольшого диаметра, равного $2r$, погружена в исследуемую жидкость, заполняющую сосуд *2*. Диаметр сосуда должен быть больше диаметра трубки. За счет сил поверхностного натяжения жидкость (в случае смачивания поверхности краевой угол меньше 90°) поднимается в трубке на высоту h_0. По этой величине, а также по плотности жидкости при температуре опыта и геометрическим размерам трубки можно найти поверхностное натяжение:

$$\sigma \cos\vartheta = (\rho' - \rho'') g h_0 r / 2. \quad (9.21)$$

Если краевой угол $\vartheta = 0$ и плотность ρ'' пренебрежимо мала по сравнению с ρ', то

$$\sigma = \rho' g h_0 r / 2. \quad (9.22)$$

Метод отрыва кольца [25]. Поверхностное натяжение определяется по силе, необходимой для отрыва кольца (кольцо чаще всего изготавливается из металлической проволоки) от поверхности исследуемой жидкости. В статических условиях удерживающая сила f определяется кривизной внешней и внутренней поверхностей кольца. Установлено, что при отрыве кольца в момент достижения действующей на него силой максимального значения краевой угол равен нулю. В этих условиях

$$f = 4\pi\sigma (R + r), \quad (9.23)$$

где R — внутренний радиус кольца; r — радиус проволоки кольца.

Более строгая теория метода [24] показывает, что форма поверхности жидкости, поднятой кольцом, зависит от безразмерных величин: R^3/V и R/r, где V — объем поднятой жидкости в момент отрыва кольца. Это уточнение требует внесения в расчетную формулу (9.23) поправки (до 10%) в виде сомножителя, значение которого заранее табулировано [24].

При практической реализации метода необходимо, чтобы: проволока кольца лежала в горизонтальной плоскости; поверхность жидкости была значительно больше площади, занятой кольцом; на поверхности жидкости не было волновых движений; отрыв кольца осуществлялся медленно; поверхность была термостатирована; сечения кольца и проволоки представляли собой окружности.

При исследовании поверхностного натяжения находят применение также методы взвешивания капель, метод висячей капли, метод лежачего пузырька или капли [24].

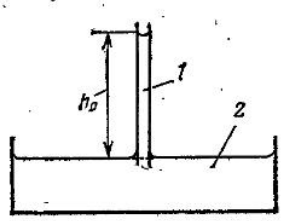


Рис. 9.12 Схема измерений по методу капиллярного поднятия.

1 — трубка; *2* — сосуд с исследуемой жидкостью; h_0 — высота подъема жидкости в трубке.

9.3. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КАЛОРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ

9.3.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАЛОРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Исследования калорических свойств веществ сводятся к определению тепловых эффектов, сопровождающих изменения состояния вещества. Такие изменения могут быть связаны с фазовыми переходами, с изменением температуры, давления, химического состава, объема.

Теплоемкость твердых тел обычно исследуют как функцию температуры при давлении, равном атмосферному. Влияние давления на теплоемкость становится заметным при очень больших давлениях.

Метод непосредственного нагрева [1, 26]. Чаще применяют для исследования теплоемкости при низких температурах. Принципиальная схема калориметра изображена на рис. 9.13. На исследуемом образце *1* намотан электрический нагреватель *2*. Образец помещен в цилиндр *3* из того же материала. Нагреватель одновременно служит термометром сопротивления. Образец подвешивается внутри сосуда *4*, соединенного с вакуумной системой линией *5*. Калориметр помещается в криостат, где создается стационарная температура опыта.

Определение теплоемкости производится следующим образом. До включения нагревателя в течение некоторого времени измеряют температуру образца (первый период калориметрического опыта). Затем включают нагреватель, при этом температура повышается на величину ΔT (второй или

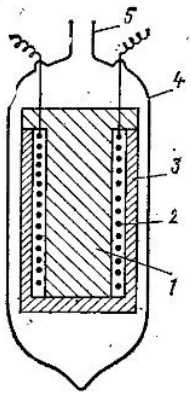


Рис. 9.13. Схема калориметра непосредственного нагрева.

главный период). После выключения нагревателя снова записывают температуру (третий период).

Измерив повышение температуры ΔT, внеся поправки на теплообмен с оболочкой *4* и определив количество теплоты Q, подведенное собственно к исследуемому образцу, можно вычислить теплоемкость образца:

$$c_p = \left(\frac{Q}{\Delta T} - \sum_{i=1}^{n} m_i c_{pi} \right) \Big/ m, \quad (9.24)$$

где m_i и c_{pi} — масса и теплоемкость элементов калориметра (проволока, изоляция и т. п.); m — масса исследуемого образца.

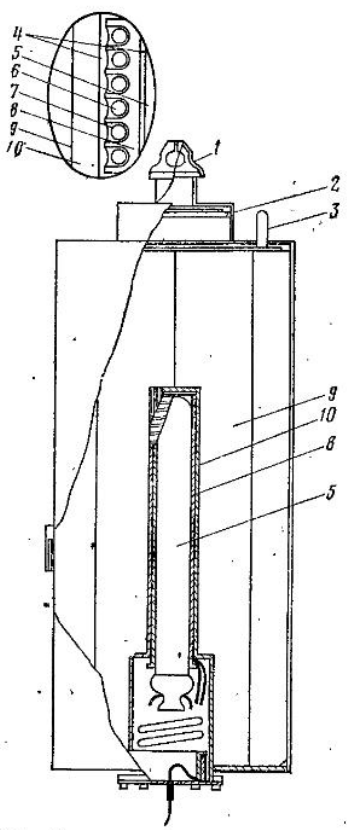


Рис. 9.14. Конструктивная схема калориметра непосредственного нагрева.

1 — коннчёский контакт; *2* — крышка; *3* — трубка для заполнения калориметра гелием; *4* — теплопроводящая смазка; *5* — термометр сопротивления; *6* — нагреватель; *7* — изоляция; *8* — гильза; *9* — медные ребра; *10* — гильза нагревателя.

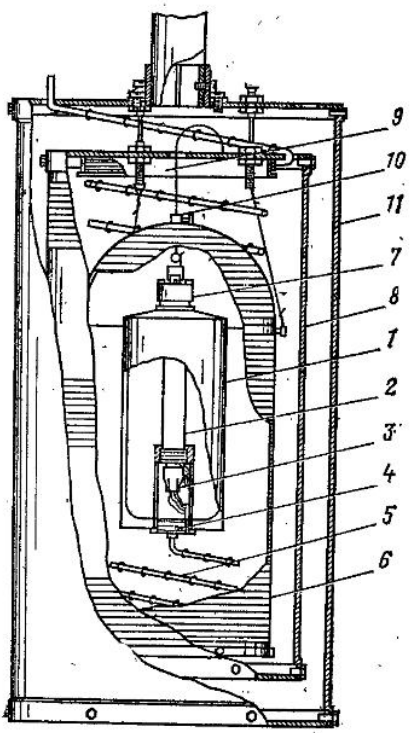


Рис. 9.15. Схема установки с высокотемпературным адиабатным калориметром.

1 — калориметр; *2* — нагреватель; *3* — термометр; *4* — экраны; *5* — спираль из подводящих проводов; *6* — адиабатная оболочка; *7* — пробка калориметра; *8* — корпус-нагреватель; *9* — экраны; *10* — подвеска калориметра; *11* — наружный корпус.

Типичная конструктивная схема калориметра изображена на рис. 9.14 [27]. Внутри калориметрического сосуда размещен платиновый термометр сопротивления *5*. На поверхности термометра расположена гильза *8* с электрическим нагревателем *6* в виде медной проволоки в изоляции *7*. Между гильзой и поверхностью термометра расположен слой теплопроводящей смазки *4*. В свою очередь гильза нагревателя вставлена внутрь золоченой гильзы *10*, причем зазор между нагревателем и гильзой также заполнен смазкой *4*. Снаружи к гильзе *10* прикреплены тонкие медные ребра *9* (при исследовании сыпучих материалов), способствующие распространению теплоты от нагревателя. С этой же целью внутренняя полость калориметра через запаиваемую трубку *3* заполнена гелием. В подобном ка-

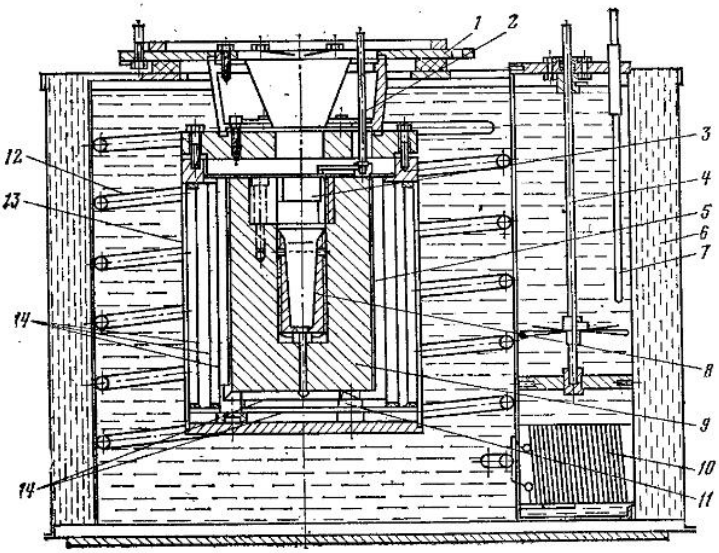


Рис. 9.16. Конструкция массивного калориметра.

1 — фланец, соединяющий калориметр с печью; *2* — шток управления шторкой; *3* — шторка; *4* — мешалка термостата; *5* — наружный термометр сопротивления; *6* — изоляция; *7* — термометр; *8* — градуировочный нагреватель; *9* — массивный блок калориметра; *10* — нагреватель термостата; *11* — опора блока; *12* — холодильник; *13* — оболочка калориметра; *14* — экраны.

лориметре величина $\sum_{i=1}^{n} m_i c_{pi} = A$, обычно называемая *тепловым значением калориметра*, может быть определена в опытах с полностью собранным калориметром, но без исследуемого образца.

Метод непосредственного нагрева используют также при повышенных и высоких температурах. Однако увеличение интенсивности радиационного теплообмена создает трудности в его реализации. Вместе с тем метод может успешно применяться при высоких температурах, если калориметр окружить адиабатной оболочкой. В этом случае автоматический регулятор поддерживает температуру оболочки калориметра равной температуре поверхности образца. Это сводит к минимуму тепловые потери образца и снижает погрешность измерения теплоемкости.

Тепловое значение калориметра определяют либо расчетным путем (что менее точно), либо экспериментально [29].

Типичная конструкция калориметра, работающего при температурах до 600 К, показана на рис. 9.15. Подробное описание техники калориметрического эксперимента и различных типов калориметров можно найти в [27, 30].

Метод смешения [1]. Находит широкое применение для исследования калорических свойств твердых тел при высоких температурах. Этот метод относится к числу наиболее совершенных и разработанных.

Идея метода в том, что в печи образец нагревается до нужной температуры T, после чего сбрасывается в расположенный под печью калориметр, в котором остывает до температуры, близкой к комнатной $T_к$. В калориметре измеряется теплота, отданная образцом при его остывании от температуры T до T_0, т. е. по существу разность энтальпий образца между этими температурами.

В качестве калориметрического устройства (рис. 9.16) используют массивный, обычно медный блок *9*, окруженный несколькими экранами *14* для уменьшения теплообмена с калориметрической оболочкой *13* и термостатирующей жидкостью термостата. Внутри калориметра смонтирован нагреватель *8*, который используется для определения теплового значения калориметра. Приемная полость блока, в которую падает образец, закрыта массивными шторками *3*, которые открываются только на время пролета образца из печи в калориметр. Повышение температуры блока во время опыта определяют платиновым термометром сопротивления *5*, расположенным в пазах на его внешней поверхности. Количество теплоты $Q_к$, внесенное с исследуемым образцом в калориметр, вычисляют по тепловому значению калориметра A, определяемому в специальных опытах, и повышению температуры калориметра в опыте $\Delta T = T_к - T_0$:

$$Q_к = A\Delta T. \qquad (9.25)$$

Разность энтальпий образца при температуре опыта $h(T)$ и при температуре калориметра $h(T_к)$ равна:

$$h(T) - h(T_к) = (Q_к - Q_{ам} + q_{пот})/m, \qquad (9.26)$$

где $Q_{ам}$ — теплота, внесенная в калориметр с ампулой, если образец заключен в ампулу; $q_{пот}$ — потери теплоты образцом за время падения из печи в калориметр, определяемые в специальных опытах; m — масса исследуемого образца.

Теплоемкость образца

$$c_p(T) = [\partial h(T)/\partial T]_p. \qquad (9.27)$$

9.3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАЛОРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТЕЙ

Для исследования теплоемкости и энтальпии жидкостей пригодны методы, описанные для твердых тел. Вместе с тем для исследования теплоемкостей жидкостей широко применяют специфический метод — метод протока (см. п. 9.3.3.).

Теплоемкости жидкостей исследуют в зависимости от давления и температуры. Чаще всего исследуют изобарную теплоемкость c_p, реже — изохорную c_v.

В ряде случаев для исследования теплоемкости и энтальпии жидкостей (жидких металлов, расплавов солей и др.) оказывается удобным метод смешения. Главное отличие в применении метода к жидкостям состоит в обязательном использовании ампулы. Тепловое значение ампулы $A_{ам}$ должно быть хорошо изучено в отдельных опытах. Материал ампулы не должен реагировать с исследуемым веществом во всей температурной области исследования. Во многих случаях требуется герметичность ампулы во избежание потерь вещества за счет испарения. Перед опытом определяют количество вещества, содержащееся в ампуле. Ампулу с исследуемым веществом нагревают в печи до температуры опыта T. Затем сбрасывают ее в калориметр, температура которого в общем случае повышается от T_0 до $T_к$, хотя в ряде случаев используются изотермические калориметры. Температура ампулы с содержимым в конце опыта также становится равной $T_к$, при этом энтальпию исследуемой жидкости определяют по (9.26), а теплоемкость — по (9.27). Теплота, внесенная к калориметр ампулой,

$$Q_{ам} = A_{ам}(T - T_к). \qquad (9.28)$$

Метод смешения получил весьма широкое применение в исследованиях при высоких температурах. Пример такого исследования при температурах до 1200 К можно найти в [30]. Особенность этой работы состоит еще и в том, что в ней использован калориметр постоянной температуры — так называемый *ледяной калориметр* (рис. 9.17).

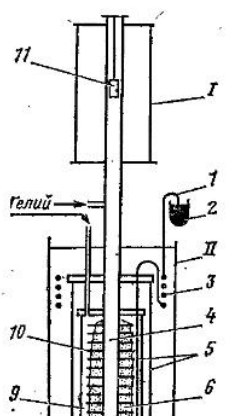


Рис. 9.17. Схема установки с ледяным калориметром.

I — электропечь; *II* — ледяной калориметр; *1* — капилляр для подачи ртути; *2* — чашка с ртутью; *3* — термостатирующая спираль; *4* — приемный канал калориметра; *5* — корпус и оболочка калориметра; *6* — намороженный лед; *7* — ртуть; *8* — ледяной термостат; *9* — вода; *10* — металлические ребра; *11* — образец.

Нагретую в печи *I* до температуры опыта T ампулу с исследуемым веществом сбрасывают в ледяной калориметр *II*. Количество теплоты $Q_к$, введенное с ампулой в калориметр, определяются по массе $m_л$ расплавившегося льда *6* и теплоте плавления льда $L_л$. Массу $m_л$ определяют по уменьшению объема системы лед *6* — вода *9* в калориметрическом сосуде *5*, а это изменение объема в свою очередь определяют по количеству ртути, втянутой внутрь калориметра по капилляру *3* при плавлении льда. Количество ртути находят весовым методом по убыли массы ртути $m_{рт}$ в сосуде *2*. Сосуд *5* окружен тающим льдом *8* для исключения притока теплоты извне.

Температура калориметра во время опыта остается постоянной и равной $T_0 = 273{,}15$ К. Количество теплоты, внесенное в калориметр исследуемым образцом,

$$Q_к = \frac{m_{рт} L_{пл}}{\rho (v_л - v_в)}, \qquad (9.29)$$

где ρ — плотность ртути; $v_л$, $v_в$ — удельные объемы льда и воды соответственно.

Ледяной калориметр позволяет определять количества теплоты с высокой точностью, однако он требует длительного времени для намораживания льда на ребра *10*, что не всегда удобно.

Интересной разновидностью калориметра постоянной температуры является так называемый *кипящий калориметр*, который используется при исследовании энтальпии и теплоемкости щелочных металлов и их растворов [1]. Количество теплоты в этом калориметре определяют по количеству испарившейся из калориметра воды, находящейся в состоянии насыщения, за счет теплоты $Q_к$, введенной в калорнметр с образцом. Образующийся пар конденсируют в специальном конденсаторе и конденсат взвешивают.

Количество теплоты, внесенное в калориметр, в первом приближении равно:

$$Q_к = m_{конд} r, \qquad (9.30)$$

где $m_{конд}$ — масса образовавшегося конденсата; r — теплота парообразования воды.

Схема калориметра изображена на рис. 9.18. Он состоит из калориметрического сосуда с кипящей жидкостью *5*. Образующийся пар по паропроводу *2* направляется в конденсатор *8*. Конденсат собирается в емкость *9*. Приемная гильза калориметра *3* заканчивается аккумулирующей насадкой *6*, снижающей интенсивность кипения жидкости *5*. Калориметрический сосуд окружен термостатом *4*, в котором нагревателем *7* создается режим кипения. Термостат сводит к минимуму теплообмен калориметра с окружающей средой. Нагреватель *1* поддерживает в калориметре режим развитого пузырькового кипения. В таких условиях

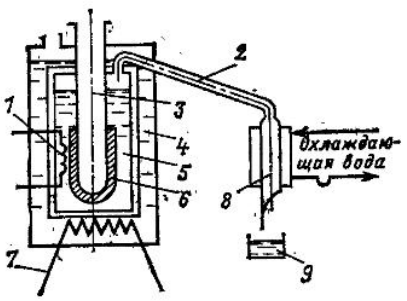


Рис. 9.18 Схема кипящего калориметра.

вся введенная в калориметр теплота расходуется на испарение жидкости и применение формулы (9.30) требует введения лишь небольших поправок, рассмотренных в [1].

9.3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАЛОРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГАЗОВ И ПАРОВ

Калорические свойства газов зависят от давления и температуры. Для исследования теплоемкости c_p применяют, главным образом, метод смешения и метод протока.

Метод смешения. Предварительно нагретый исследуемый газ направляется в калориметр. Протекая через калориметрическое устройство, газ охлаждается, нагревая калориметр. Искомую теплоемкость находят из уравнения теплового баланса, как при обычном методе смешения. Схема установки, работающей по методу смешения, на которой можно измерять теплоемкость до $T = 1800$ К, изображена на рис. 9.19.

Исследуемый газ предварительно подогревается в печи *1*. Затем он поступает по трубке *2* в основной платиновый нагреватель *3*, состоящий из двух концентрично расположенных платиновых трубок, по которым пропускается электрический ток через токопроводы Z_1, Z_2. Температура газа, покидающего печь и поступающего в калориметр *5*, измеряется термопарой *4*, расположенной внутри основного нагревателя. Калориметр *5* окружен калориметрической жидкостью термостата *6*, которая непрерывно перемешивается. Повышение температуры калориметра измеряется термометрами. Исследуемый газ, покидающий калориметр, охлаждается до температуры калориметра. Масса газа m, протекшего через калориметр, измеряется вне калориметра.

Метод постоянного притока. В стационарном потоке исследуемого газа или жидкости устанавливают нагреватель, мощность которого измеряют. До нагревателя и после него устанавливают термометры сопротивления. В опыте измеряют расход исследуемого газа m', температуры T_1 и T_2 до и после нагревателя, тепловую мощность, вы-

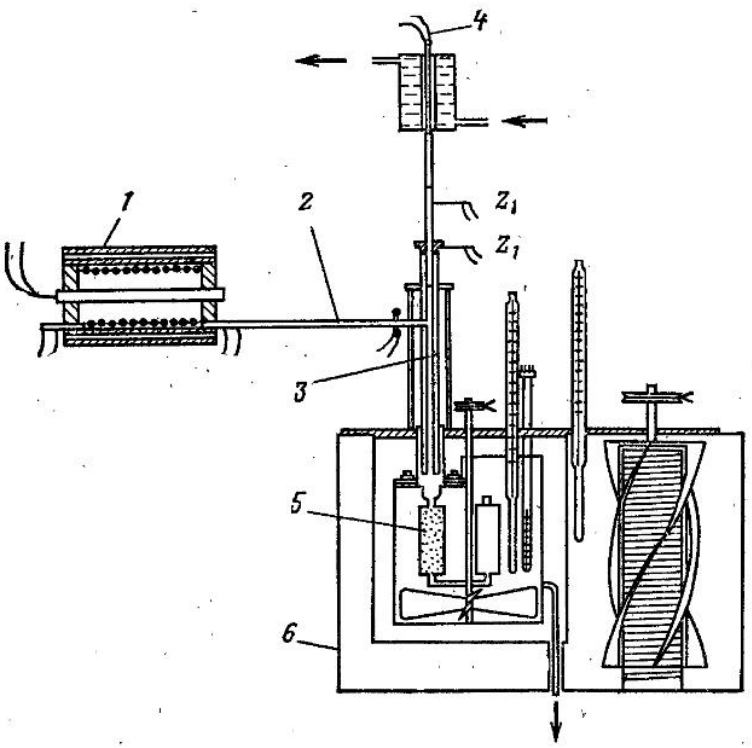


Рис. 9.19. Схема калориметра смешения для измерения теплоемкости газов.

деляемую на нагревателе $Q_н$. Теплоемкость рассчитывают по формуле

$$c_p = \frac{Q_н - q_{пот}}{m'(T_2 - T_1)}, \qquad (9.31)$$

где $q_{пот}$ — тепловые потери, которые можно исключить путем проведения опытов при двух расходах m_1' и m_2', при этом устанавливают такие мощности $Q_{н1}$ и $Q_{н2}$, при которых T_1 и T_2 остаются неизменными. Если принять, что потери теплоты калориметров в обоих случаях остаются постоянными, то

$$c_p = \frac{Q_{н2} - Q_{н1}}{(m_2' - m_1')(T_2 - T_1)}. \qquad (9.32)$$

Схема установки, работающей по методу протока, изображена на рис. 9.20 [1]. В термостате *II* находится испаритель *1*. Исследуемая жидкость испаряется с помощью нагревателя *2*. Пар поступает по змеевику *3*, в котором он принимает температуру T_1 термостата *1*, в калориметр *4*.

Нагревателем *5* к пару подводится некоторое количество теплоты. Температуру пара после нагревателя измеряют платиновым термометром *6*. Пройдя калориметр, пар поступает в холодильник *7*, где конденсируется и собирается в мерной колбе *8*.

В опытах измеряют истинную теплоемкость c_p, так как подогрев газа нагревателем *5* составляет всего несколько градусов. Расчет теплоемкости выполняют по (9.31) или (9.32).

Интересным вариантом установки для исследования теплоемкости воды и водяного пара при давлениях до 30 МПа и температурах до 650 К является установка, описанная в [31], в которой использован замкнутый циркуляционный контур. Оригинальным является вращающийся калориметр со специальным ртутным циркуляционным насосом, не имеющим каких бы то ни было уплотнений.

В установке применен *калориметрический метод* определения расхода жидкости, сущность которого состоит в том, что один и тот же поток исследуемой жидкости протекает через основной калориметр и через специальный калориметр-расходомер, находящийся при комнатной температуре. Теплоемкость исследуемой жидкости $c_{pв}$ при этой температуре должна быть известна. В калориметре жидкость нагревается от $T_{1в}$ до $T_{2в}$ за счет подведенной мощности w_1. Массовый расход рассчитывают по формуле

$$m_в^* = \frac{w_1}{c_{pв}(T_{2в} - T_{1в})}.$$

В основном калориметре, как отмечалось, устанавливается тот же расход жидкости, что и в расходомере, при практически том же давлении, но нагретой до некоторой температуры T_1. Нагреватель калориметра повышает температуру от T_1 до T_2 за счет выделяемой мощности w_2. Неизвестная теплоемкость c_p в интервале температур (T_1—T_2)

$$c_p = c_{pв}\frac{w_2}{w_1}\frac{T_{2в} - T_{1в}}{T_2 - T_1}. \qquad (9.33)$$

Методы исследования теплоемкости при постоянном объеме менее разработаны. Основная трудность состоит в том, что с увеличением давления газа масса калориметрического сосуда, а следовательно, и его тепловое значение увеличиваются и становятся сравнимыми или даже превосходят теплоемкость газа, что снижает точность результатов.

Пример определения теплоемкости c_v можно найти в [32]. Здесь использован стальной сферический калориметр, рассчи-

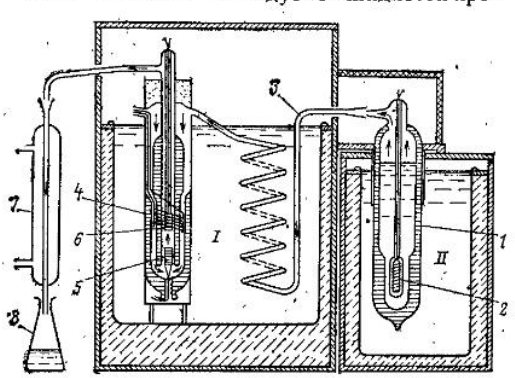


Рис. 9.20. Схема установки для измерения теплоемкости c_p паров.

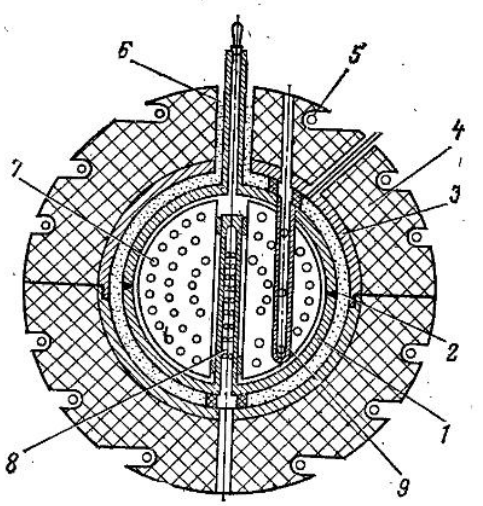


Рис. 9.21. Шаровой адиабатный калориметр для измерения теплоемкости.

1 — калориметрический сосуд; *2* — засыпка из закиси меди; *3* — прочная адиабатная оболочка; *4* — силуминовая оболочка; *5* — наружный нагреватель; *6* — канал для засыпки закиси меди; *7* — мешалка для перемешивания исследуемого газа; *8* — гильза нагревателя; *9* — гильза термопар.

танный на температуры до 770 К и давления до 80 МПа. Схема калориметра изображена на рис. 9.21.

Калориметрический сосуд *1* окружен прочной оболочкой *3*. В зазоре между ними засыпан слой закиси медн *2*. Калориметрический сосуд, слой закиси меди и оболочка образуют дифференциальную термопару, по показаниям которой поддерживают одинаковыми средние температуры оболочки и калориметра, что сводит к минимуму тепловые потери и повышает точность калориметрирования. Калориметр пригоден для исследования как жидкостей, так и газов, причем процедура калориметрических измерений не отличается от описанной выше при методе непосредственного нагрева.

Подведенная к калориметру теплота $Q_к$ расходуется на нагрев жидкости или пара массой m при постоянном объеме и элементов калориметра, при этом температура изменяется от T_1 до T_2, тогда

$$c_v = \frac{Q_к - q_{пот}}{m(T_2 - T_1)} - \frac{A}{m}, \quad (9.34)$$

где A — тепловое значение калориметра.

Метод взрыва [33]. Применяется для исследования при высоких температурах. Калориметр представляет собой прочный сосуд (рис. 9.22), внутрь которого вводится взрывчатая смесь из водорода и кислорода и подмешивается исследуемый газ. Необходимо, чтобы газ не вступал в реакцию с продуктами взрыва.

Температуру газа после взрыва (максимальную) определяют с использованием уравнения состояния по измеряемому значению максимального давления и массе смеси веществ.

Теплоемкость вычисляют по формуле

$$c_v = \frac{Q_{взр}}{m(T_2 - T_1)} - c_{v\,пр.сг}\frac{m_{пр.сг}}{m}, \quad (9.35)$$

где $Q_{взр}$ — теплота взрыва; m — масса исследуемого газа; $c_{v\,пр.сг}$, $m_{пр.сг}$ — теплоемкость и масса продуктов сгорания; T_1 — начальная и T_2 — максимальная температуры продуктов сгорания после взрыва.

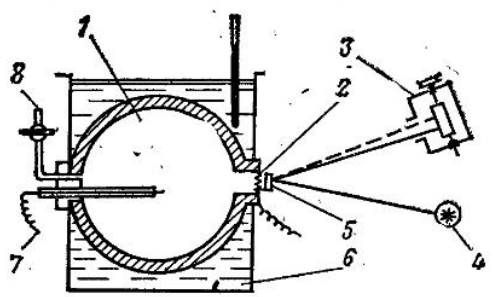


Рис. 9.22. Схема калориметра для определения теплоемкости методом взрыва.

1 — калориметрический сосуд (бомба); *2* — мембрана для регистрации изменения давления; *3* — регистрирующий прибор; *4* — источник света; *5* — зеркальце; *6* — водяной термостат; *7* — запальная свеча; *8* — трубка для заполнения калориметра.

9.4. МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПРИ ФАЗОВОМ РАВНОВЕСИИ

9.4.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ НАСЫЩЕННЫХ ПАРОВ

Метод точек кипения. Метод относится к динамическим. Он основан на том, что жидкость закипает, когда давление насыщенных паров становится равным внешнему давлению на жидкость. Однако чтобы избежать влияния перегрева жидкости при кипении, измеряют не температуру кипящей жидкости, а температуру конденсации паров кипящей жидкости на специально сконструированном устройстве. При этом температура конденсации с большой точностью равна температуре насыщения при давлении, под которым находится кипящая жидкость.

Схема установки, выполненной по методу точек кипения [1], изображена на рис. 9.23.

Исследуемое вещество кипит в нижней части сосуда *4*. Пары вещества конденсируются на гильзе измерителя температуры *2*, на козырьках *1* и стенке конденсатора *8*. Конденсат стекает в сосуд *4* через сепаратор *3* по патрубку *5*. Температура измеряется термопарой *7* или термометром. Давление насыщения измеряется по давлению инертного газа, подаваемого из системы из-

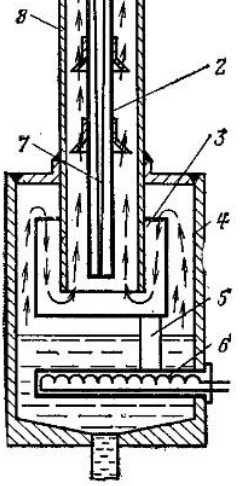


Рис. 9.23. Схема метода точек кипения для измерения давления насыщения.

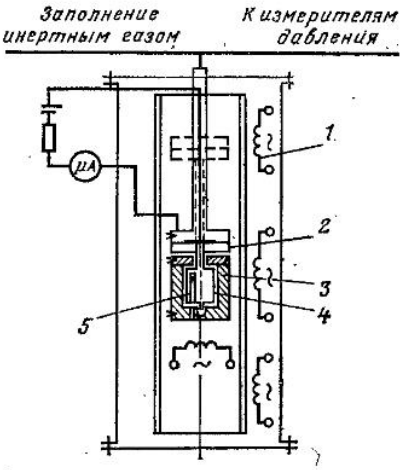


Рис. 9.24. Схема статического метода измерения давления насыщенных паров.

мерения давления в верхнюю часть трубки *9*.

С помощью нагревателя *6* можно менять режим кипения в широких пределах. Постоянство температуры конденсации при неизменном давлении инертного газа и при изменении интенсивности кипения жидкости свидетельствует о том, что температура насыщения измеряется верно.

Пример применения метода точек кипения для исследования давления насыщенных паров щелочных металлов в интервале температур 800—1600 К можно найти в [34]. В [35] обстоятельно изучены методические вопросы постановки эксперимента по методу точек кипения.

Статический метод. Этот метод исследования давления насыщенных паров является наиболее совершенным и разработанным. Он может успешно применяться как для исследования чистых веществ, так и растворов [36].

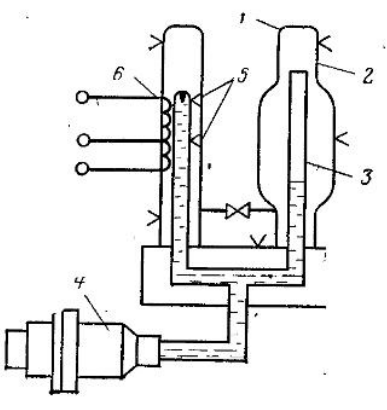


Рис. 9.25. Схема метода вскипания для измерения давления насыщения.

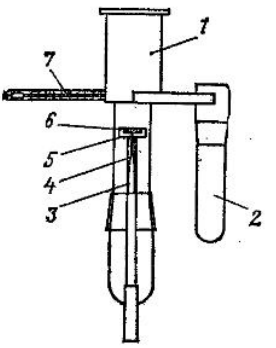


Рис. 9.26. Схема метода Лэнгмюра для измерения малых давлений насыщения.

1 — камера мишеней; *2* — приемник мишеней; *3* — опорная трубка; *4* — термопара; *5* — корундовая чашка; *6* — образец; *7* — толкатель мишеней.

Принципиальная схема метода изображена на рис. 9.24. Исследуемое вещество заключено в пьезометре *4*, расположеином в многосекционной электрической печи *1*. Пьезометр окружен термостатирующим блоком *3*. Температура блока и пьезометра в опытах измеряется термопарами *5*. Давление пара над жидкостью уравновешивается через мембрану давлением инертного газа. В корпусе мембраны *2* имеется специальный электрод, который при перемещении мембраны может ее касаться и замыкать электрическую цепь.

О равенстве давлений инертного газа и насыщеиого пара свидетельствует исчезновение или появление контакта при незначительном измеиении давлении инертного газа с помощью сильфонного пресса. Давление инертного газа измеряется тем или иным прецизионным манометром.

Статический метод пригоден для исследования давления иасыщеиных паров и над твердой фазой. Однако при давлениях менее 1,3 кПа его точность недостаточна.

В зависимости от типа исследуемого вещества схема статического метода имеет различные варианты. Например, для определения давления насыщенного пара щелочных металлов [1] применялась схема, изображеииая на рис. 9.25. Исследуемое вещество подается в предварительно эвакуированный U-образный сосуд *3* из дозатора *4*. В сосуде *1* создается давление инертного газа, заведомо превышающее давление насыщення вещества при температуре опыта.

Давленне газа через открытое правое колено сосуда *3* передается на жидкость. Левое колено сосуда *3* замкнуто и печью *6* поддерживается при температуре опыта. Во время опыта давление инертного газа медленно понижается. В момент достижения давления насыщения в левом колене образуется пар, что вызывает резкое смещение уровня в правом колене. Температура, зарегистрированная термопарами *5*, и давление,

измеренное по давлению инертного газа, подаваемого по линии 2, с учетом поправки на разность столбов жидкости в обоих коленах, являются равновесными. Для исключения перегрева жидкости в левом колене его внутренней поверхности придается форма острия.

При исследовании давления паров лития описанный метод был применен при температуре до 2300 К.

Метод Ленгмюра [37]. Применяется для исследования малых давлений пара над конденсированной фазой примерно $10—10^{-3}$ Па. Основан на соотношении кинетической теории газов:

$$m = p\alpha\sqrt{M/(2\pi\mu RT)}, \qquad (9.36)$$

где m — масса вещества, испаряющегося в вакуум за 1 с с единицы поверхности (скорость испарения); p — давление паров; α — коэффициент Ленгмюра, определяемый в отдельном эксперименте; M — молекулярная масса вещества; μR — универсальная газовая постоянная; T — температура, при которой определяется давление.

Непременное условие при использовании метода Ленгмюра — испарение в вакуум и низкое (не выше 10 Па) давление паров исследуемого вещества. В противном случае формула (9.36) окажется неверной [38].

На рис. 9.26 изображена принципиальная схема установки, выполненной по методу Ленгмюра [37]. Исследуемый образец *6*, нагреваемый индукционными токами, расположен в корундовой чашке *5*. Температуру образца измеряют термопарой *4*. Внутри аппарата создают вакуум примерно $10^{-4}—10^{-5}$ Па. Пары образца попадают на специальную мишень, расположенную в камере *1* строго параллельно образцу и охлаждаемую жидким азотом. Скорость испарения вычисляют по массе вещества, сконденсированного на мишени за время экспозиции. Так как на мишень попадает только часть вещества, то в расчетную формулу следует ввести угловой коэффициент, равный отношению телесного угла, под которым видна мишень из центра образца, к 2π.

Метод Кнудсена. Часто применяют для измерения низких давлений пара. Основан на выражении для массовой скорости истечения пара через очень малое отверстие [46]:

$$m' = (p_1 - p_2)\sqrt{M/2\pi\mu RT},$$

где p_1 — давление внутри сосуда, из которого происходит истечение (ячейка Кнудсена), принимаемое равным давлению насыщенного пара; p_2 — внешнее давление.

При истечении в вакуум $p_2 \approx 0$ и формула принимает вид:

$$m' = p\sqrt{M/(2\pi\mu RT)}, \qquad (9.37)$$

где p — искомое давление насыщенного пара.

Схема ячейки Кнудсена показана на рис. 9.27. Определив количество сконденсированного вещества в время экспозиции, можно вычислить массовую скорость истечения m', а затем и искомое давление. Формула (9.37) оказывается справедливой лишь при условии, что отверстие камеры мало и истечение не нарушает равновесия внутри камеры, а кромка отверстия столь тонка, что гидравлическое сопротивление отверстия равно нулю. Поэтому метод Кнудсена неприменим при давлениях пара выше 10 Па.

Если эффузионное отверстие не удовлетворяет указанным требованиям, то в (9.37) вводят поправочный множитель k и давление пара вычисляют по формуле

$$p = \frac{m'}{k}\sqrt{2\pi\mu RT/M}, \qquad (9.38)$$

где

$$k = \frac{1}{1 + 0{,}5e/r}, \text{ если } e/r = 0 \div 1{,}5,$$

и

$$k = \frac{1{,}4}{1 + 0{,}95e/r + 0{,}15(e/r)^2}, \text{ если } e/r > 1{,}5;$$

здесь e толщина стенок отверстия; r — радиус эффузионного отверстия.

9.4.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУР И ТЕПЛОТ ПЛАВЛЕНИЯ

Метод определения давления плавления. Температура плавления слабо зависит от давления. При изменении давления на десятки и сотни мегапаскалей температура изменяется на несколько градусов. Поэтому изучение такой зависимости представляет интерес только в широкой области давлений.

На рис. 9.28 в качестве примера приведена схема установки для определения давления плавления при заданной температуре [1]. Она рассчитана на работу от атмосферного давления до 2000 МПа.

Метод измерения состоит в следующем. В термостате *2*, в котором размещен пьезометр *1* с исследуемой жидкостью, поддерживается температура опыта. С помощью системы, включающей в себя ручные прессы для создания давления около 100 МПа (на рис. 9.28 не показаны), мультипликатор первой ступени *5* для создания давления до

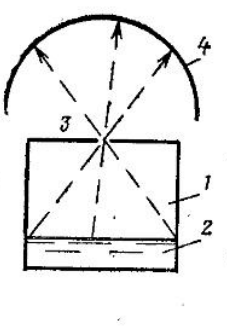


Рис. 9.27 Схема ячейки Кнудсена.

1 — эффузионная камера; *2* — исследуемое вещество; *3* — эффузионное отверстие; *4* — конденсатор (мишень).

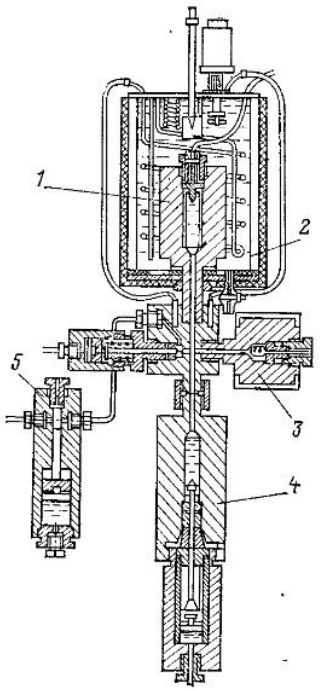


Рис. 9.28. Схема установки для изучения температуры плавления при высоких давлениях.

500 МПа, мультипликатор второй ступени *4* для создания максимального давления, давление в пьезометре медленно повышается. При достижении условий фазового равновесия давление после некоторого его повышения уменьшается до определенного значения вследствие образования твердой фазы. Равновесная температура и давление фиксируются. Давление измеряют манганиновым манометром *3*.

Метод термографирования. Является распространенным методом исследования *температуры плавления* при атмосферном давлении и заключается в изучении зависимости температуры образца от времени при монотонном нагреве или охлаждении [1]. На термограмме фазовый переход обнаруживают по постоянству температуры в течение некоторого времени.

Методы определения теплот плавления. Определение теплот плавления возможно методами смещения и методами непосредственно нагрева (см. § 9.3).

Методические различия состоят в способе обработки полученных результатов [1]. Ампулу с исследуемым веществом нагревают до температуры T, превышающей температуру плавления $T_{пл}$, и вносят в калориметр с начальной температурой T_0, в результате чего температура калориметра повышается до $T_к$. Поскольку $T_к < T_{пл}$, теплота, переданная ампулой с веществом калориметру, содержит и теплоту плавления (затвердевания).

Теплоту фазового перехода при плавлении вычисляют по формуле

$$L_{пл} = \frac{A}{m}(T_к - T_0) - \frac{A_{амп}}{m}(T - T_к) - c_{рж}(T - T_{пл}) - c_{ртв}(T_{пл} - T_к), \quad (9.39)$$

где A, $A_{амп}$ — тепловые значения калориметра и ампулы; $c_{рж}$, $c_{ртв}$ — теплоемкость образца в жидком и твердом состояниях; m — масса образца.

Аналогично может быть использован метод непосредственного нагрева.

9.4.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОТЫ ПАРООБРАЗОВАНИЯ

Наиболее распространенными методами определения теплот парообразования веществ являются методы непосредственного измерения теплоты парообразования и методы конденсации пара в калориметре [1, 2]. Используются также косвенные методы, основанные на использовании уравнения Клапейрона—Клаузиуса.

Метод непосредственного измерения. Удельную теплоту парообразования r отыскивают как отношение теплоты Q, затраченной на испарение, к массе испарившейся жидкости $m_ж$ [1]:

$$r = Q/m_ж. \quad (9.40)$$

Метод конденсации [1]. Поток сухого насыщенного пара направляется в калориметр (удобнее всего — в калориметр смешения). Теплота парообразования

$$r = \frac{A}{m_ж}(T_к - T_0) - c_{рж}(T_s - T_к), \quad (9.41)$$

где A — тепловое значение калориметра; $T_к$, T_0, T_s — соответственно конечная, начальная температуры калориметра и температура насыщения; $c_{рж}$ — теплоемкость исследуемой жидкости; $m_ж$ — масса сконденсировавшейся жидкости.

Косвенный метод. Основан на использовании уравнения Клапейрона—Клаузиуса

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r}{T(v_п - v_ж)}, \quad (9.42)$$

где T — температура; dp/dT — производная вдоль линии равновесия жидкость—пар; $v_п$, $v_ж$ — удельные объемы пара и жидкости на линии насыщения при температуре насыщения T.

Измеряя значения этих величин в эксперименте, можно по (9.42) вычислить r.

9.4.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ НА ЛИНИИ НАСЫЩЕНИЯ

Плотность на линии насыщения может быть определена либо на основе измерения плотности в однофазном состоянии (см. п. 9.2.1) с последующей аналитической или

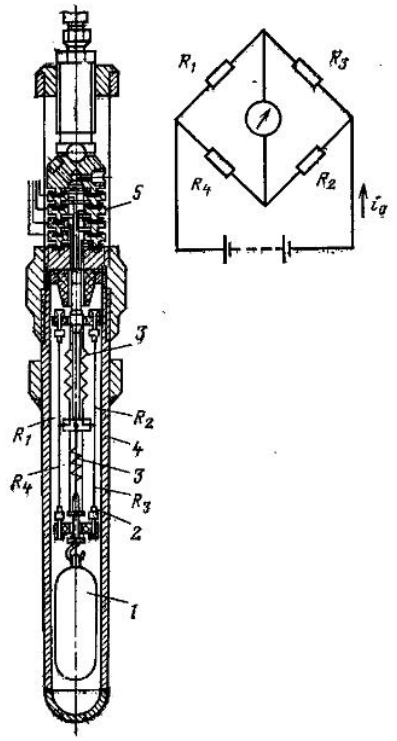


Рис. 9.29. Схема установки для исследования плотности жидкости и пара.

1 — поплавок; *2* — тензометрические весы; *3* — потенциальные выводы моста; *4* — сосуд с исследуемым веществом; *5* — выводные кольца; R_1, R_2, R_3, R_4 — плечи мостовой схемы весов.

графической экстраполяцией на линию насыщения, либо непосредственно путем измерения плотности равновесно сосуществующих фаз.

Метод гидростатического взвешивания поплавка (см. п. 9.2.2.), погруженного в каждую из изучаемых фаз. Пример схемы такого метода с использованием для взвешивания тензометрических весов показан на рис. 9.29 [8]. Поплавок взвешивают либо погруженным в насыщенную жидкость, либо в сухой насыщенный пар, заполняющие сосуд *4*. Тензометры весов (сопротивления R_1—R_4) соединены в мостовую схему и включены так, что при изменении выталкивающей силы, действующей на поплавок, два сопротивления возрастают, а два других уменьшаются, вызывая разбаланс моста, пропорциональный изменению плотности исследуемой жидкости.

Для определения плотности на линии насыщения и критической плотности может быть применен метод [1], при котором используется свободно качающаяся на призменной опоре трубка. Если трубка заполнена веществом в однофазном состоянии, то она занимает равновесное горизонтальное положение. При изменении температуры в момент возникновения второй фазы трубка выходит из состояния равновесия.

Поскольку трубка запаяна, изменение состояния вещества в ней практически является изохорным. Трубка имеет объем V и заполнена некоторым меняющимся от опыта к опыту количеством вещества m. Следовательно, плотность вещества в трубке в опыте задана и известна: $\rho = m/V$. При повышении температуры трубки обязательно достигается состояние насыщения, когда трубка вновь приходит в равновесное горизонтальное положение. Температура T, при которой это происходит, отвечает условию

$$\rho'(T) = \rho \text{ или } \rho''(T) = \rho,$$

где одним и двумя штрихами обозначены плотности соответственно насыщенной жидкости и сухого насыщенного пара.

Критической плотностью является такая плотность, при которой температура перехода трубки в горизонтальное положение максимальна. Эта температура является критической.

Для определения критических параметров распространен метод визуального наблюдения за исчезновением мениска жидкости в момент достижения критического состояния [1]. Главная трудность в опытах состоит в том, что вблизи критической точки равновесие устанавливается очень медленно, а всякая неравновесность сильно искажает результаты. Поэтому в этом методе требуется поддерживать скорость нагрева не больше 0,001 К/ч и термостатировать объем с точностью не менее $\pm 0{,}001$ К.

Для определения критической плотности может быть использован оптический метод Теплера [40]. Метод позволяет изучать градиент плотности по высоте сосуда и определять плотность, соответствующую критическому состоянию.

9.5. МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ

9.5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Классификация методов. Исследования теплопроводности веществ выполняются в широком диапазоне температур. Для исследования используют две группы методов: стационарные и нестационарные. В нестационарных методах в отличие от стационарных применяют изменяющиеся по определенному закону во времени температурные поля.

Теория стационарных методов более проста и, следовательно, более совершенна. Сами стационарные методы разработаны также более полно.

Главная трудность в применении нестационарных методов состоит в том, что в эксперименте сложно реализовать условия, заложенные в теории метода. Однако нестационарные методы в принципе позволяют получить больше информации о свойствах

материалов: помимо теплопроводности возможно получение данных о температуропроводности и теплоемкости. Это обстоятельство в последнее время все больше привлекает внимание исследователей к нестационарным методам. Этому же способствуют достижения в измерительной и регистрирующей технике.

Нестационарные методы, основанные на регулярном режиме, изложены в [41, 42], методы комплексного исследования теплофизических свойств — в [43], а линейного источника теплоты — в [44]. Импульсные методы, используемые для исследования твердых тел в широком диапазоне температур, рассмотрены в [45, 46]. Импульсный метод нагретой проволоки разработан в [47]. Обзор нестационарных методов приведен в [48, 49].

Теплопроводность твердых тел. При исследовании теплопроводности находит применение методы плоского слоя, Егера и Диссельхорста, продольного теплового потока и ряд других.

Метод плоского слоя [50]. При одномерном тепловом потоке через плоский слой коэффициент теплопроводности

$$\lambda = Q\delta/[F(T_1 - T_2)], \qquad (9.43)$$

где Q — тепловой поток; δ — толщина образца; F — площадь поверхности; T_1, T_2 — температуры «горячей» и «холодной» поверхностей образца.

Поэтому для исследования теплопроводности этим методом необходимо создать и измерить близкий к одномерному тепловой поток сквозь слой исследуемого вещества, измерить разность температур, возникающую между границами слоя, определить геометрические размеры слоя вещества. Схема установки показана на рис. 9.30. Образец *3* в виде диска толщиной δ расположен между нагревателем *1* и холодильником *6*. Снаружи расположены изоляционные кольца *4*, *5*, обычно содержащие дополнительные охранные нагреватели *2*, обеспечивающие одномерность теплового потока. С этой же целью отношение δ/D (D — диаметр диска) выбирается малым. Для измерения разности температур используют термопары *7*.

Так как обычно температуры измеряют не на поверхностях образца, а на некотором расстоянии от них внутри нагревателя и холодильника, то в измеренную разность температур $\Delta T_{изм}$ необходимо внести поправки на перепад температуры в слое нагревателя ΔT_1 и холодильника ΔT_2. Одновременно необходимо свести к минимуму термические сопротивления контактов поверхностей образца с холодильником и нагревателем. Поправки определяются по формулам

$$\Delta T_1 = Q\delta_1/(F\lambda_1);$$
$$\Delta T_2 = Q\delta_2/(F\lambda_2),$$

где δ_1, δ_2 — расстояния от спая термопары до поверхности образца в нагревателе и холодильнике соответственно (рис. 9.30); λ_1, λ_2 — теплопроводности материалов нагревателя и холодильника.

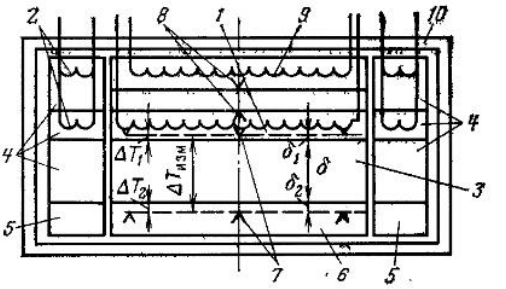


Рис. 9.30. Схема метода плоского слоя для измерения теплопроводности.

1 — нагреватель; *2* — термопара; *3* — исследуемый образец; *4* — охранный нагреватель; *5* — охранное кольцо холодильника; *6* — холодильник; *7*, *8* — дифференциальные термопары; *9* — верхний охранный нагреватель; *10* — корпус измерительной ячейки.

С учетом этих поправок расчетная формула примет вид:

$$\lambda = \frac{Q\delta}{F\left[\Delta T_{изм} - \frac{Q}{F}\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}\right)\right]}. \qquad (9.44)$$

Термические сопротивления контактов поверхностей могут быть исключены экспериментально при проведении опытов на образцах, отличающихся только толщиной.

Метод плоского слоя не рекомендуется применять при исследовании металлов и материалов, обладающих большой теплопроводностью из-за больших погрешностей при измерении малой разности температур в исследуемом слое материала.

Метод Егера и Диссельхорста. Применяют при исследовании теплопроводности металлов и других электропроводящих материалов.

Метод основан на решении одномерного уравнения теплопроводности описывающего распространение теплоты вдоль стержня, нагреваемого электрическим током. Трудность использования этого метода состоит в невозможности создания строгих адиабатных условий на внешней поверхности образца, что нарушает одномерность теплового потока.

В предположении адиабатности боковой поверхности расчетная формула [58] имеет вид:

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \frac{1}{8}\frac{V}{\Delta T}, \qquad (9.45)$$

где σ — электропроводность исследуемого образца; V — падение напряжения между крайними точками на концах стержня, где измеряется температура; ΔT — разность температур между серединой стержня и точкой на конце стержня при условии, что

распределение температуры вдоль стержня симметрично относительно его середины.

В опыте определяют отношение λ/σ, что при известной электропроводности позволяет определить λ. Результаты относят к средней температуре стержня.

При наличии теплообмена с боковой поверхности

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \frac{1}{8}\frac{V}{\theta}, \qquad (9.46)$$

где θ, имеющая смысл разности температур, сложным образом зависит от размеров стержня, условий теплообмена с окружающей средой, температур стержня и окружающей среды (пространства печи).

При наиболее распространенном параболическом распределении температур вдоль печи и стержня (рис. 9.31) и при условии, что боковые потери линейно зависят от разности температур между печью и стержнем,

$$0 = \Delta - \varepsilon N + \frac{\Delta}{60}\varepsilon^2 + \ldots, \qquad (9.47)$$

где

$$\Delta = T_2 - (T_1 + T_3)/2;$$

$$N = T_0 - T_2 + \frac{\Delta}{6} - \frac{1}{6}\left(T_{02} - \frac{T_{01} + T_{03}}{2}\right);$$

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{\lambda}\frac{l^2}{r};$$

α — коэффициент теплоотдачи от образца; l, r — половина длины стержня и его радиус.

Смысл температур T_{01}, T_{02}, T_{03}, T_1, T_2, T_3 ясен из рис. 9.31.

В этом варианте метод применим при условии, что излучение между стержнем и печью не играет заметной роли (до 1200—1500 К).

Метод продольного теплового потока. Находит широкое применение при исследовании теплопроводности металлов. Вдоль длинного образца с площадью поперечного

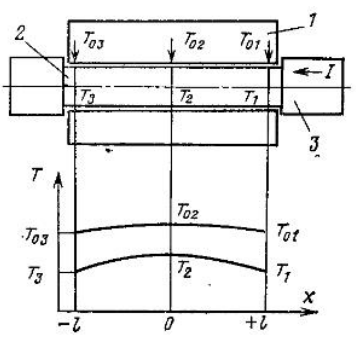


Рис. 9.31. Схема метода Егера и Диссельхорста.

1 — электропечь; *2* — образец; *3* — цапфы крепления образца; T_{01}, T_{02}, T_{03}, T_1, T_2, T_3 — места заделки термопар и измеряемые ими температуры.

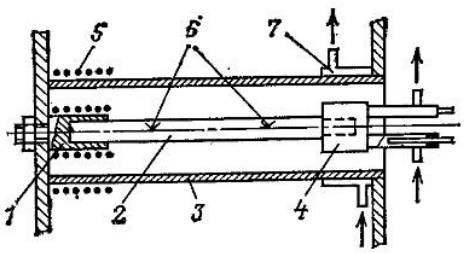


Рис. 9.32. Схема метода продольного теплового потока.

1 — блок нагревателя; *2* — образец; *3* — охранный цилиндр; *4, 7* — холодильники; *5* — нагреватель охранного цилиндра; *6* — термопары.

сечения F создается равномерный тепловой поток Q. Между двумя сечениями образца, расположенными на расстоянии l друг от друга, измеряют разность температур $\Delta T = T_2 - T_1$.

Если боковые тепловые потери отсутствуют, то теплопроводность вычисляют по той же формуле, что и при методе плоского слоя:

$$\lambda = Ql/[F(T_2 - T_1)]. \qquad (9.48)$$

При такой конфигурации образца становится возможным создать одномерное температурное поле и достаточно точно измерить разности температур, а также точно измерить расстояние между изотермическими плоскостями l. Основные недостатки метода — создание одномерного осевого теплового потока и его измерение.

Защита цилиндрического образца от боковых тепловых потерь может быть осуществлена с помощью охранного цилиндра, в котором создается температурное поле, по-

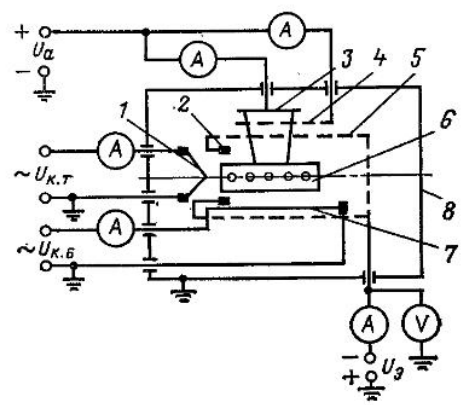


Рис. 9.33. Принципиальная схема установки с использованием электронного обогрева.

1 — торцевой катод; *2* — экранирующее кольцо; *3* — система подвеса образца; *4* — защитный экран системы подвеса; *5* — антидинатронный экран; *6* — образец; *7* — катод бокового нагрева; *8* — корпус установки.

вторяющее поле образца [52]. На рис. 9.32 изображена схема установки, основанная на этом принципе. Несмотря на защиту образца полностью исключить потери не удается и в расчетную формулу необходимо внести поправки [51].

В [52] этот метод был применен при температурах до 1300 К, а в [51] — до 3300 К.

В последнем случае вместо традиционного нагрева за счет джоулева тепловыделения использовался *электронный нагрев* [51]. Схема установки для этого случая изображена на рис. 9.33. Температуру в нескольких сечениях образца измеряют оптическим пирометром, визируемым в отверстия, показанные на образце *6*. Образец представляет собой цилиндр диаметром 8—12 мм и длиной 50—70 мм. Погрешность эксперимента составляет 10—15% при 2500—3000 К.

Теплопроводность жидкостей. Для исследования теплопроводности жидкостей используют некоторые методы, применимые для твердых тел, и ряд специфических методов. В литературе имеется ряд обзоров, посвященных исследованию теплопроводности жидкостей [43, 53].

Метод плоского слоя. Аналогичен методу исследования твердых тел. Основная сложность в применении его к жидкостям состоит в возможности появления конвективного переноса теплоты при создании разности температур в слое исследуемой жидкости. Для устранения этого явления градиент температур должен быть направлен вдоль поля гравитации (нагретая поверхность расположена сверху), а изотермические поверхности должны быть горизонтальны. То же относится и к методу продольного теплового потока. В случае жидкостей тепловой поток создается вдоль трубки, заполненной исследуемой жидкостью. При определении теплового потока следует учитывать часть, текущую по трубке.

Метод коаксиальных цилиндров. Исследуемая жидкость заполняет цилиндрический слой, образованный двумя расположенными коаксиально цилиндрами. Один из цилиндров, чаще всего внутренний, является нагревателем (рис. 9.34).

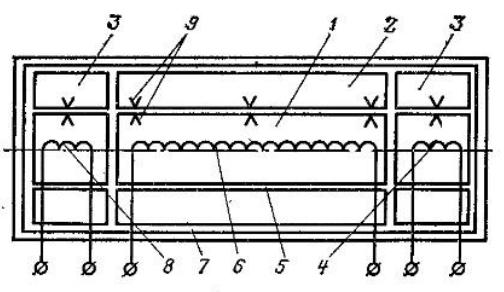


Рис. 9.34. Схема измерительной ячейки, выполненной по методу коаксиальных цилиндров.

Во внутреннем цилиндре *1* расположен основной нагреватель *6*, создающий тепловой поток Q. Слой исследуемого вещества *5* ограничивается цилиндром *1* с наружным диаметром d_1, цилиндром *2* с внутренним диаметром d_2 и корпусом *7*.

Разность температур измеряется термопарами *9*. Для устранения тепловых потерь с торцов измерительных цилиндров они защищены цилиндрами *3* с охранными нагревателями *4* и *8*. Вся измерительная ячейка помещается в корпус *7*, выдерживающий полное давление исследуемого вещества в опыте. Температура опыта поддерживается отдельным термостатом, в который помещается ячейка. С целью подавления конвекции цилиндрический слой должен иметь малую толщину, обычно доли миллиметра.

Коэффициент теплопроводности по результатам опыта рассчитывают по формуле

$$\lambda = \frac{\ln (d_2/d_1)}{2\pi l} \frac{Q}{T_2 - T_1}, \qquad (9.49)$$

где l — длина образующей внутреннего цилиндра; T_2, T_1 — температуры внутренней и наружной поверхностей слоя исследуемой жидкости.

Дополнительные подробности, относящиеся к методу коаксиальных цилиндров, можно найти в [55].

Уменьшение торцевых потерь в методе коаксиальных цилиндров достигается за счет увеличения отношения l/d, где l — длина цилиндра, d — его диаметр.

Метод нагретой проволоки. В этом методе отношение l/d увеличивается за счет уменьшения d. Внутренний цилиндр заменяется тонкой проволокой, являющейся одновременно нагревателем и термометром сопротивления, причем легко достигаются отношения порядка сотен и тысяч, в то время как при методе коаксиальных цилиндров это отношение составляет несколько единиц.

В результате относительной простоты конструкции и детальной разработки теории метода он стал одним из наиболее совершенных и точных. В практике экспериментальных исследований теплопроводности жидкостей и газов он занимает ведущее место.

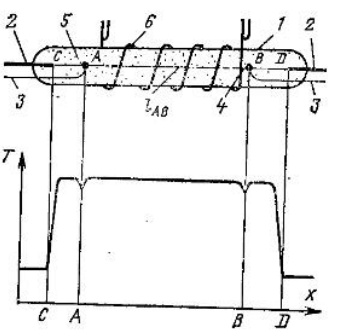


Рис 9.35. Схема измерительной ячейки, выполненной по методу нагретой проволоки.

На рис. 9.35 приведены принципиальная схема измерительной ячейки и распределение температуры вдоль проволоки.

В трубке *1* диаметром d_1 расположены исследуемое вещество *5* и измерительная проволока *4* диаметром d_2, нагреваемая электрическим током *I*, подводимым через токовводы *2*. Тепловую мощность, выделяемую в проволоке на длине l_{AB}, измеряют по току и падению напряжения U_{AB} с использованием потенциальных отводов *3*. Температуру проволоки определяют по ее сопротивлению. Температуру наружной стенки T_1 измеряют термометром сопротивления *6*.

При условии, что весь тепловой поток от участка *AB* распространяется радиально и разность температур $T_2 - T_1$ невелика, так что в этих пределах можно считать $\lambda = \text{const}$, коэффициент теплопроводности изучаемого вещества

$$\lambda = \frac{\ln(d_2/d_1)}{2\pi l_{AB}} \frac{IU_{AB}}{T_2 - T_1}. \qquad (9.50)$$

Одним из источников погрешностей в описываемом методе являются утечки теплоты через токовводы. Поправки на эти утечки определяют либо расчетным путем [56], либо экспериментально путем проведения опытов на двух одинаковых измерительных ячейках, отличающихся только длиной рабочего участка проволоки.

На коэффициент теплопроводности, измеренный в трубках малого диаметра, может оказать заметное влияние эксцентричное расположение измерительной проволоки. Если эксцентриситет ε поддается измерению, то соответствующую поправку можно внести расчетным путем. Если же ε неизвестно, то метод следует использовать как относительный, проводя предварительно опыты с жидкостями, теплопроводность которых хорошо известна.

Если наружная трубка изготовлена из материалов с малой теплопроводностью, то в стенках трубки может возникнуть заметный перепад температуры, что потребует внесения соответствующей поправки, так как температура трубки обычно измеряется на ее наружной поверхности. С целью устранения этой поправки наружную трубку иногда делают металлической и используют как термометр сопротивления [57]; во время опытов необходимо принимать меры, исключающие появление заметной конвекции. Эти меры сводятся к уменьшению диаметра трубки d_1 и снижению разности температур ΔT, однако и то и другое ведет к увеличению погрешности. В тщательно поставленных опытах погрешность измерения не превосходит 1%.

При расчете параметров установки обычно стремятся для устранения ощутимой конвекции обеспечить выполнение условия $\mathrm{GrPr} < 1000$ (см. разд. 2), но полной гарантии выполнение этого условия не дает. Экспериментально отсутствие влияния конвекции определяют путем некоторого варьирования перепада температур ΔT. Если увеличение ΔT не приводит к увеличению вычисляемой теплопроводности, можно считать, что конвекция пренебрежимо мала.

Метод шара. Находит применение в практике исследований теплопроводности жидкостей и сыпучих твердых тел. Исследуемому веществу придают форму сферического слоя, что позволяет, в принципе, исключить неконтролируемые утечки теплоты. В техническом отношении этот метод сложен [58].

Особенности исследования теплопроводности газов. Некоторые из рассмотренных выше методов, в частности метод нагретой проволоки, применимы при исследовании теплопроводности газов как в сжатом, так и в разреженном состоянии.

При исследовании теплопроводности газов становится актуальной еще один вид поправки — поправка на передачу теплоты излучением от нагретой поверхности. Следует отметить, что эта поправка необходима и при исследовании прозрачных и полупрозрачных твердых и жидких тел. В этом случае в среде наряду с кондуктивной существует передача теплоты излучением и переизлучением в самой среде. Внесение поправки на переизлучение достаточно сложно. Для простейшего случая «серого» переизлучения количественные соотношения для внесения поправок приведены в [51, 67]. В слоях газа небольшой оптической толщины поглощение излучения практически не происходит. В этом случае поправка на излучение сводится только к учету лучистого теплообмена между твердыми стенками, ограничивающими слой газа. Тепловой поток, теряемый нагретой поверхностью,

$$Q = Q_\lambda + Q_{изл},$$

где Q_λ — тепловой поток, передаваемый теплопроводностью; $Q_{изл}$ — тепловой поток, теряемый излучением:

$$Q_{изл} = \sigma_0 \varepsilon_{пр} F [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4]; \qquad (9.51)$$

здесь σ_0 — постоянная Стефана—Больцмана; $\varepsilon_{пр}$ — приведенный коэффициент теплового излучения, являющийся функцией коэффициентов теплового излучения излучающей (ε_1) и поглощающей (ε_2) поверхностей и их геометрии.

Наиболее точно поправка на излучение может быть определена, если $\varepsilon_{пр}$ найден экспериментально непосредственно в измерительной ячейке. Во избежание ошибок не следует пользоваться табличными значениями.

При исследовании теплопроводности разреженных газов (давление менее 0,1 МПа), когда средняя длина свободного пробега молекул становится соизмеримой с толщиной слоя исследуемого газа, возникает явление температурного скачка вблизи поверхностей. Особенно ощутим температурный скачок при измерении с помощью метода нагретой проволоки.

При наличии температурного скачка перепад температуры в слое исследуемого газа $\Delta T_г$ нельзя отождествлять с разностью между температурами ограничивающих его твердых поверхностей $\Delta T_{изм}$.

Из теории переноса теплоты в разреженных газах [56] следует, что

$$T_2 - T_1 = \Delta T_{изм} = \Delta T_г + B/p, \quad (9.52)$$

где B — некоторая величина, зависящая от геометрии ячейки, природы газа и стенки и не зависящая от давления.

Соотношение (9.52) позволяет найти $\Delta T_г$. Для этого $\Delta T_{изм}$ определяют в нескольких опытах при различных значениях давления p, поддерживая тепловыделение на проволоке постоянным. Графическая зависимость $\Delta T_{изм}=f(1/p)$, экстраполированная в область $p\to\infty$, дает искомое значение $\Delta T_г$ [56], которое подставляют в формулу (9.50) для подсчета теплопроводности по методу нагретой проволоки.

Модифицированный метод нагретой проволоки [60]. Применяется для исследований теплопроводности газов при высоких температурах и небольших давлениях. Суть этого метода состоит в следующем. Каждому значению теплового потока, выделяемого измерительной проволокой при прохождении по ней электрического тока, соответствует определенное значение температуры измерительной проволоки $T_{пр}$. В предположении, что температура внутренней стенки $T_{ст}$ рабочей трубки остается постоянной,

$$\lambda(T) = \frac{\ln(d_2/d_1)}{2\pi l_{пр}(T)} \frac{dQ_\lambda(T_{пр})}{dT_{пр}}, \quad (9.53)$$

где Q_λ — тепловой поток, теряемый рабочей проволокой, за вычетом лучистого теплового потока.

В опытах поддерживать $T_{ст}$ строго постоянной не удается, так как контролируется температура наружной поверхности трубки. В этом случае выражение для λ несколько усложняется [61].

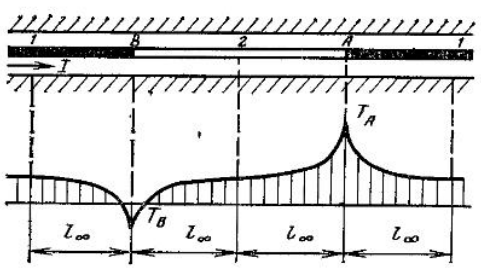


Рис. 9.36. Схема термоэлектрического метода.

A, B — спаи проводника типа 1 с проводником типа 2; T_A, T_B — температуры горячего и холодного спаев; l_∞ — отрезок проволоки, на котором выделяемая в спае теплота полностью рассеивается.

Модифицированный метод может быть использован для исследований при температурах 400—3000 К [61, 62]. Погрешность результатов достигает 5—10%.

Метод, основанный на термоэлектрических эффектах [63]. Является разновидностью метода нагретой проволоки. Электрическая цепь составлена из отрезков разнородных проводников *1* и *2* (рис. 9.36). Проходящий по проводникам электрический ток в местах соединения A, B разнородных материалов вызовет либо выделение, либо поглощение теплоты за счет эффекта Пельтье.

В результате вдоль проводников устанавится распределение температуры, подобное изображенному на рис. 9.36.

Если окружающая термоэлектрическую цепь среда неподвижна и термическое сопротивление однородного участка l_∞ цепи AB в осевом направлении значительно превосходит сопротивление среды в радиальном направлении, то представляется возможным аналитически связать разность температур спаев A и B $T_A - T_B$, а следовательно, и пропорциональную ей термо-ЭДС ΔE с теплопроводностью среды:

$$T_A - T_B = \frac{2\Pi I}{\left(\sqrt{\lambda_1 S_1} + \sqrt{\lambda_2 S_2}\right)} \times \times \sqrt{\frac{\ln\frac{d_1}{d_2}}{2\pi}} \sqrt{\frac{1}{\lambda}}, \quad (9.54)$$

где Π — коэффициент Пельтье для проводников *1*, *2*; I — ток, протекающий в цепи; λ_1, λ_2, S_1, S_2 — теплопроводность и сечение соответственно проводников *1* и *2*; λ — исследуемая теплопроводность среды.

Множитель, стоящий перед $\lambda^{-0,5}$, включает много физических величин, которые не всегда известны с необходимой точностью. Поэтому метод следует использовать как относительный. Учитывая, что $\Delta T \sim \Delta E$, формулу для вычисления коэффициента теплопроводности представляют в виде

$$\Delta E/I = A(T)\,\lambda^{-0,5}. \quad (9.55)$$

Функцию $A(T)$ определяют по известной теплопроводности образцового вещества для нескольких значений температур. Непосредственное измерение ΔE осуществляют по мостовой схеме [73].

Метод нагретой проволоки с цельнометаллической ячейкой [74]. Применяется для исследования теплопроводности агрессивных паров при высоких температурах. При исследования с помощью этого метода не требуется электрическая изоляция проволоки от стенок трубы. Схема метода показана на рис. 9.37. Используют два источника напряжения E_1 и E_2, подобранные так, что потенциал точек A и B относительно точки D одинаков. Тогда по участку рабочей трубки ACB ток не течет, ток в рабочей проволоке *1* равен току в цепи источника

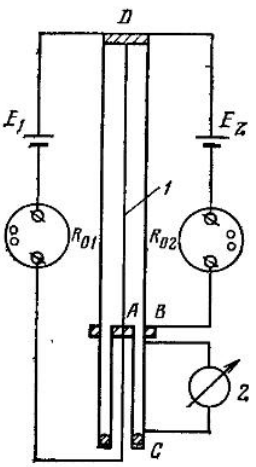


Рис. 9.37. Принципиальная схема метода нагретой проволоки с цельнометаллической измерительной ячейкой.

E_1, E_2 — электрические батареи; R_{01}, R_{02} — образцовые сопротивления; *1* — рабочая проволока; *2* — гальваиометр.

E_1, а ток в наружной трубке равен току в цепи источника E_2. Разделение токов контролируют гальванометром *2*. Нулевое показание гальванометра означает полное разделение токов. Измерительную ячейку заполняют парами исследуемых веществ. В остальном этот метод не отличается от обычного метода нагретой проволоки. Погрешность опыта не превосходит 5%.

9.5.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ

Вязкость — внутреннее трение — свойство газов и жидкостей, характеризующее сопротивление их течению под действием внешних сил. Количественной характеристикой вязкости [65] является коэффициент динамической вязкости.

В практике экспериментального исследования коэффициента вязкости применяют ряд хорошо разработанных методов, наиболее распространенные из которых описаны ниже.

Метод капилляра [66]. Применяется для жидкостей и газов при температурах до 2000 К. Метод осиован на уравнении Гагена—Пуазейля для стационарного ламинарного течения газов и жидкостей в капилляре бесконечной длины. В соответствии с этим уравнением коэффициент динамической вязкости

$$\mu = \frac{\pi (p_1 - p_2) r^4 \tau}{8vL}, \qquad (9.56)$$

где p_1—p_2 — перепад давления иа концах капилляра; r — радиус капилляра; v — объем газа или жидкости, протекающей через капилляр за время τ; L — длнна капилляра.

В реальном случае необходимо вносить ряд поправок: на сжимаемость исследуемой среды, на «скольжение» на стенке канала при протекании газа при низком давлении, на перестройку потока на входе и выходе из капилляра, на отличие формы поперечного сечения капилляра от круговой и искривление капилляра (спиральный капилляр). Геометрические размеры капилляра могут зависеть от давления и температуры, что также требует внесения поправки. С учетом основных поправок расчетная формула метода имеет вид [67]:

$$\mu = \frac{\pi r_1^4 \tau}{8Lv_1} \frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_1} (1 + a) - \frac{\rho v_1}{8\pi L\tau} \left(m + \ln \frac{p_1}{p_2} \right), \qquad (9.57)$$

где v_1 — объем газа, измереииый при давлении p_1; a, m — эмпирические константы; ρ — плотность газа при давлении p_1.

Множитель $1+a$ учитывает поправку на скольжение, второе слагаемое в формуле учитывает поправку на перестройку потока на входе и выходе. Поправка на сжимаемость среды заложена в первом слагаемом в виде множителя $(p_1^2-p_2^2)/(2p_1)$.

Пример исследования вязкости ряда газов при высоких температурах и атмосферном давлении можно найти в [66]. На рис. 9.38 приведена схема определения вязкости, в которой расход газа через капилляр *1*, помещенный в печь *2*, создается перетоком ртути из верхнего сосуда *3* в нижний *4*. Время отмечается в моменты прохождения ртутью меток m_1 и m_2. За это время через капилляр протекает точно известный объем газа.

Левая часть схемы на рис. 9.38 служит для манипуляций по заполнению вискозиметра исследуемым газом и по созданию начальной разности уровней в сосудах *3* и *4*.

Большой набор *вискозиметров* различных типов описан в [65, 66]. Некоторые из них предназначены для работы при давлениях до 100 МПа. На рис. 9.39 изображена схема установки для исследований при высоких давлениях [67].

Исследуемый газ через вентиль *1*, подогреваясь в змеевике *7* при открытом вентиле *2*, заполняет через штуцеры *9* вискозиметр, помещенный в корпус *5*. Во время опыта вентиль *2* закрыт и газ вентилем *3* дросселируется до атмосферного давления. Количество протекающего через капилляр *8* газа измеряют по времени наполнения емкости *4*, объем которой известен. Перепад давления на капилляре определяют устройством *6* по сопротивлению проволоки, находящейся в трубке, в которую во время опыта поднимается до некоторого уровня ртуть.

Метод с использованием «кольцевых весов» [67]. Представляет собой разновидность капиллярного метода. На этом внско-

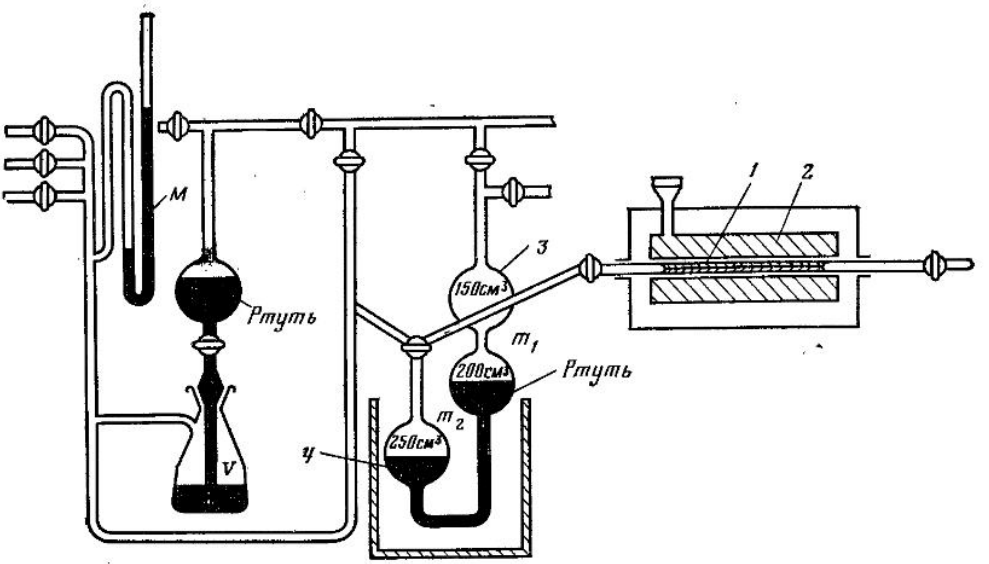


Рис. 9.38. Схема капиллярного метода измерения теплопроводности.
M — манометр; *V* — вспомогательная емкость.

зиметре выполнялись исследования при температурах 390—656 К при давлениях 2,5—27 МПа. С дальнейшим развитием метода можно познакомиться в [68].

Вискозиметр представляет собой замкнутую конструкцию, образующую кольцевые

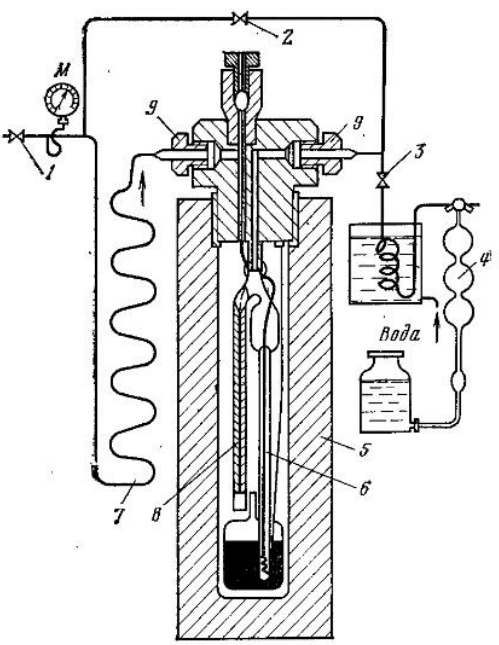


Рис. 9.39. Схема установки для определения вязкости газов при высоких давлениях.

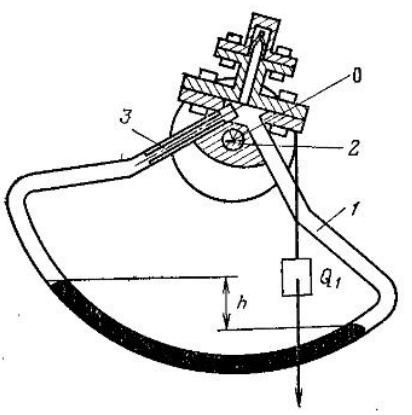


Рис. 9.40. Схема кольцевых весов для измерения вязкости.

весы (рис. 9.40). Трубка *1* может поворачиваться на призменной опоре *2* относительно точки 0. Капилляр *3* делит трубку на две полости. Под действием груза Q_1 весы выводятся из равновесия и приходят в равномерное вращательное движение, при этом за счет разности уровней ртути в нижней кольцевой части возникает перепад давлений h. Под действием этого перепада газ из правой части будет через капилляр перетекать в левую. Объем протекшего газа определяют по времени поворота весов на некоторый угол, поперечному сечению кольцевой трубки и ее радиусу.

Более совершенная конструкция кольцевых весов, в которой капилляр располо-

жен вдоль оси вращения, описана в [69].

Оригинальный метод исследования вязкости газов предложен и развит в [70]. В качестве капилляра используется пористая среда (стекло, керамика), через нее протекает газ, вязкость которого определяется. В опытах достигнута температура 2000 К.

Методы крутильных колебаний. Применяются для исследования вязкости жидкостей в широком интервале температур (до 2000 К). В соответствии с методом во время эксперимента измеряют логарифмический декремент затухания и период крутильных колебаний либо твердого тела, погруженного в жидкость, либо ампулы, заполненной исследуемой жидкостью. Для агрессивных жидкостей предпочтительно использовать варианты метода крутильных колебаний сферических или цилиндрических сосудов, заполненных исследуемой жидкостью [71, 72].

Детальное представление о методе можно получить из работы [73], в которой была исследована вязкость всех щелочных металлов при температурах до 1250 К. Схема установки изображена на рис. 9.41. Цилиндрическая ампула *3* с исследуемой жидкостью подвешена на проволоке *7* внутри печи *4*. Стержень *5*, помещенный внутрь холодильника *2*, жестко соединяет ампулу с зеркальцем *6*. Амплитуду и период колебаний измеряют по отклонению луча света, отраженного от зеркала через смотровое окно *1*. Устройство *8* позволяет придать ампуле необходимые крутильные колебания.

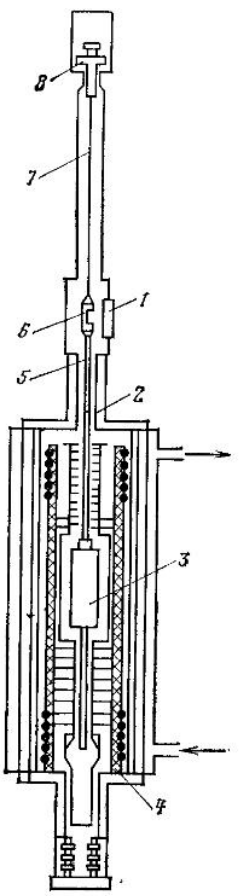


Рис. 9.41. Схема метода крутильных колебаний для измерения вязкости.

Логарифмический декремент вычисляют по формуле

$$\delta = \frac{1}{n} \ln (A_1/A_n), \qquad (9.58)$$

где n — число колебаний; A_1, A_n — амплитуды соответственно первого и n-го колебаний.

Период колебаний τ непосредственно отсчитывают по секундомеру. По измеренным δ и τ рассчитывают коэффициент кинематической вязкости по уравнению Е. Г. Швидковского [86]:

$$\nu = \frac{1}{\pi}\left(\frac{k}{mR}\right)^2 \frac{[\delta - (\delta_0/\tau_0)\,\tau]}{\tau\sigma^2}, \qquad (9.59)$$

где k, m, R — момент инерции подвесной системы, масса жидкости в ампуле и внутренний радиус ампулы при температуре опыта; δ, δ_0 — логарифмические декременты крутильных колебаний соответственно заполненной и пустой ампулы; τ, τ_0 — периоды колебаний соответственно заполненной и пустой ампулы;

$$\sigma = 1 - 1{,}5x - 0{,}375x^2 - $$

$$- a + 2\frac{R}{H}(b - cx);$$

H — высота жидкости в ампуле; a, b, c — функции y [86]:

$$y = (R)^2 \frac{2\pi}{\nu\tau}; \quad x = \delta/(2\pi).$$

Метод применим при $y \geqslant 100$. Вычисления коэффициента кинематической вязкости ведут методом последовательных приближений: задавая $\sigma_0 = 1$ по (9.59), находят ν_1 и далее y_1, по нему — a_1, b_1, c_1 и, наконец, σ_1. По найденному значению σ_1 находят ν_2 и т. д. до совпадения с желаемой точностью ν_{n-1} и ν_n. Некоторые подробности этого метода можно найти в [74, 75].

Метод колеблющегося диска. Является разновидностью метода крутильных колебаний. Он нашел широкое применение несмотря на то, что его теория еще недостаточно развита. Суть метода состоит в следующем. Плоский диск *1* подвешен на тонкой длинной нити в исследуемой среде между двумя параллельно расположенными неподвижными дисками *2* (рис. 9.42).

Если диску *1* придать крутильные колебания, то за счет сил внутреннего трения в зазорах D амплитуда колебаний будет затухать. Коэффициент динамической вязкости можно выразить через логарифмические

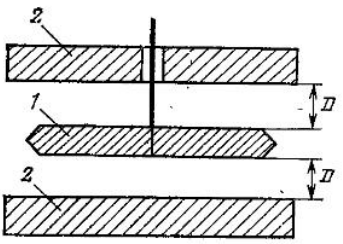


Рис. 9.42. Схема метода колеблющихся дисков.

декременты колебаний в исследуемой среде δ и в вакууме δ_0:

$$\mu = (\delta - \delta_0)/(c\tau), \qquad (9.60)$$

где c — константа прибора, зависящая от температуры и определяемая в опытах с газом, вязкость которого хорошо изучена; τ — период колебаний.

Применимость разработанной теории метода определяется условием

$$D\sqrt{\pi\rho/(\tau\mu)} < 0{,}3,$$

где ρ — плотность исследуемого вещества.

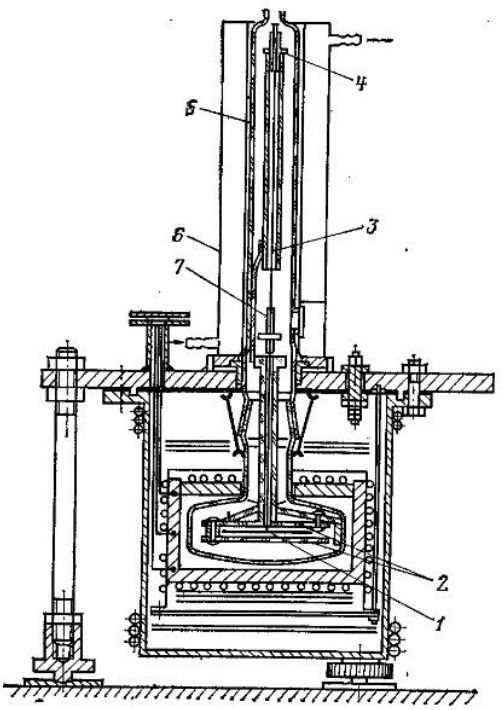


Рис. 9.43. Конструктивная схема кварцевого вискозиметра с колеблющимся диском.
1 — колеблющийся диск; *2* — неподвижные диски; *3* — нить подвеса; *4* — держатель нити; *5* — кварцевый кожух; *6* — термостатирующая рубашка; *7* — зеркало.

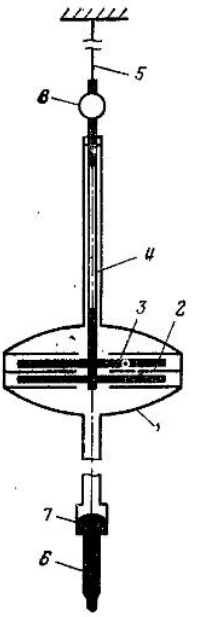


Рис. 9.44. Схема двойного крутильного маятника для измерения вязкости агрессивных паров.

Подробности этого метода можно найти в [76, 77, 78]. Последние две работы интересны тем, что вискозиметр (рис. 9.43) был целиком выполнен из кварца, что, с одной стороны, снижает влияние температуры на константу прибора, а с другой стороны, позволяет работать с агрессивными веществами.

Метод колеблющегося диска с двойным крутильным маятником [79]. Может быть рекомендован для высоких температур (выше 1200 К) и агрессивных паров.

Диски *3* (рис. 9.44) подвешены на мультифиларном подвесе *4* между дисками *2*. Вся система подвешена на внешнем подвесе *5*. Зеркальце *8* укреплено на корпусе *1*. Исследуемое вещество через трубку *6* подается в испарительный бачок *7*. Вискозиметр подвешивают в вакуумной среде.

В опыте маятнику придаются сложные колебания: внутренние диски совершают крутильные колебания на подвеске *4*, наружные диски вместе с корпусом — на подвеске *5*. За счет вязкостного трения колебания затухают.

Декремент колебаний регистрируют с помощью оптической системы. С помощью специального электронного устройства маятникам сообщаются импульсы, причем так, что импульс внутреннего маятника равен импульсу внешнего маятника, но они противоположны по знаку. В этом случае суммарный момент количества движения двойного связанного маятника равен нулю и вязкость может быть вычислена по декременту колебаний внешнего маятника, измеренному с помощью зеркальца *8*.

Особое внимание необходимо уделять снижению трения во внутреннем подвесе. С этой целью в [79] был использован муль-

тифилярный подвес, состоящий из 8 вольфрамовых проволок диаметром 30 мкм каждая.

Метод падающего груза. Является достаточно простым, но менее точным (погрешность составляет 5—10%). Этот метод используется в вискозиметрах, выпускаемых промышленностью для исследования вязкости нефтей и нефтепродуктов. Схема метода для исследования паров жидкостей изображена на рис. 9.45. В цилиндре 2, заполненном исследуемым веществом, под действием гравитационной силы падает поршень 4 массой m и длиной L. Средний радиус кольцевого зазора между поршнем и цилиндром равен r, а его толщина δ. Искомая вязкость связана со скоростью падения поршня W_0 соотношением

$$\mu = \frac{mg\delta^3}{6\pi r^3 L W_0}. \qquad (9.61)$$

Скорость падения поршня фиксируют с помощью радиоактивного источника 3, встроенного в поршень.

Если поршень движется относительно оси трубы эксцентрично, то скорость

$$W = W_0\left(1 + \frac{3}{2}\varepsilon^2\right), \qquad (9.62)$$

где $\varepsilon = c/\delta$ — эксцентриситет; c — смещение оси поршня от оси цилиндра.

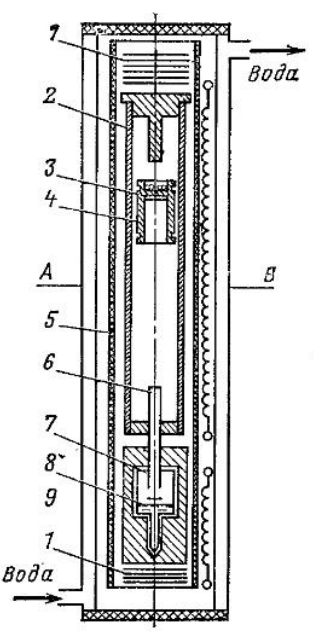


Рис. 9.45. Схема метода падающего груза.

1 — экраны; *2* — рабочий цилиндр; *3* — радиоактивный источник; *4* — поршень; *5* — электрическая печь; *6* — трубка для подачи пара в цилиндр; *7* — испарительный бачок; *8* — исследуемое вещество; *9* — трубка для заполнения; *A—B* — ось поворота печи.

Метод вращающихся цилиндров. Находит достаточно широкое распространение при исследовании высоковязких жидкостей. Суть метода состоит в следующем. Два коаксиально расположенных цилиндра образуют кольцевое пространство, заполняемое исследуемой жидкостью. Внешний цилиндр приводится в равномерное вращение. За счет вязкостного трения крутящий момент передается на внутренний цилиндр, закрепленный на упругой подвеске. Под действием этого момента внутренний цилиндр поворачивается на некоторый угол и удерживается в этом положении за счет упругих сил подвеса. Чем выше вязкость среды, тем больше угол поворота.

Коэффициент динамической вязкости по результатам измерений определяют по формуле [67]

$$\mu = \frac{f\alpha\left(R_2^2 - R_1^2\right)}{4\pi\omega R_1^2 R_2^2}, \qquad (9.63)$$

где f — константа, определяемая модулем упругости материала нити подвеса и ее размерами и отыскиваемая в градуировочных опытах по известной вязкости какого-либо вещества; α — угол поворота внутреннего цилиндра; R_2, R_1 — радиусы внешнего и внутреннего цилиндров соответственно; ω — частота вращения внешнего цилиндра.

9.6. МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ

9.6.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Радиационный метод [80, 81]. Состоит в сравнении измеренной специальным термоприемником лучистой энергии, испускаемой поверхностью исследуемого образца, $E(T)$ с энергией, $E_0(T)$, испускаемой абсолютно черным телом, находящимся при той же температуре T:

$$\varepsilon(T) = E(T)/E_0(T), \qquad (9.64)$$

где ε — коэффициент теплового излучения.

Плотность теплового потока, передаваемого излучением от тела с температурой T_1 к телу с температурой T_2, определяется следующей формулой при условии, что из любой точки излучающей поверхности поток попадает только на воспринимающую поверхность:

$$q_{изл} = \sigma_0\,\varepsilon_{пр}\,\Phi_{12}\left(T_1^4 - T_2^4\right), \qquad (9.65)$$

где σ_0 — постоянная Больцмана; $\varepsilon_{пр}$ — приведенный коэффициент теплового излучения, определяемый коэффициентами излучающего ε_1 и воспринимающего ε_2 тел и угловым коэффициентом φ_{12}, учитывающим их взаимную геометрию.

Проводят два измерения потока излучения при помощи приемника излучения, имеющего температуру T_2. При первом измерении определяют поток от исследуемого

тела с температурой T_1, при втором — от абсолютно черного тела с той же температурой. Эти измерения позволяют найти отношение потоков, которое при сохранеиии φ_{12} иеизменным будет равно отношению величин $\varepsilon_{пр}$ для обоих случаев. В свою очередь, это отношение с точиостью до поправочного множителя [93, 94] будет равно искомому коэффициенту теплового излучения:

$$\frac{q_{изл}}{q_{изл.абс.ч.тела}} = \varepsilon_1. \qquad (9.66)$$

Более точная формула содержит поправочный множитель, зависящий от ε_2 и φ_{12}. При $\varepsilon_2 = 1$ поправочный множитель обращается в единицу.

Используя данную методику, следует специально определить, какому интервалу длин волн соответствуют полученные значения ε_1. Дело в том, что и сам термоприемник, и оптические стекла, устанавливаемые на пути теплового потока, ограничивают спектральную область чувствительиости термоприемника. Поэтому часто ε_1 не является в строгом смысле слова коэффициентом полного теплового излучения поверхности [80].

Калориметрический метод (метод излучателя). Основан на непосредственном измерении количества теплоты, излученного телом. Исследуемый образец с поверхностью излучения F_1 в форме сферы, куба или цилиндра располагают внутри термоприемника, коэффициент теплового излучения которого ε_2 известен. Поверхность термоприемника F_2 охватывает излучающую поверхность и имеет температуру T_2. Температура образца с помощью встроенного виутрь электрического нагревателя доводится до температуры T_1.

Коэффициент теплового излучения исследуемого образца

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{\dfrac{\sigma_0\left(T_1^4 - T_2^4\right)F_1}{Q_{изл}} - \dfrac{F_1}{F_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}, \qquad (9.67)$$

где $Q_{изл}$ определиют по мощностн электрического нагревателя.

Метод проволоки. Метод удобен для исследования коэффициентов теплового излучения металлов. Образец, изготовлеиный в внде проволоки, имеющей поверхиость F_1, располагают внутри вакуумной камеры, поверхность которой $F_2 \gg F_1$, так что отношеиие $F_1/F_2 \approx 0$. В этом случае формула (9.67) упрощается:

$$\varepsilon_1 = Q_{изл} / \left[\sigma_0\left(T_1^4 - T_2^4\right)F_1\right]. \qquad (9.68)$$

Температура проволоки может быть вычислена по ее электрическому сопротивлению. Это требует предварительной градуировки сопротивления проволоки в зависимости от температуры.

9.6.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Метод, основанный на измерении истинной и яркостной температуры. Этот метод особенно широко используется в видимой части спектра.

В соответствии с методом с помощью пирометра измеряют две температуры поверхности — яркостную $T_{ярк}$ (см. разд. 7) и истинную $T_{ист}$ — в монохроматическом свете с длиной волны λ_e.

Спектральный коэффициент теплового излучения ε_λ определяют по формуле

$$\ln \varepsilon_\lambda = \frac{c}{\lambda_e}\left(\frac{1}{T_{ист}} - \frac{1}{T_{ярк}}\right), \qquad (9.69)$$

где $c = 1{,}438 \cdot 10^{-2}$ м·К — вторая постоянная Планка; λ_e — длина волны пропускания пирометрического фильтра, определяемая экспериментальио.

В [81] ε_λ вольфрама измерялся на трубчатом образце диаметром 0,1 мм. Температура внутренией поверхности прииималась за температуру абсолютно черного тела $T_{ист}$, температура внешней поверхности — за $T_{ярк}$.

Метод сравнения. Коэффициент теплового излучения определяют путем сравнеиия энергии излучения исследуемого тела и эталонного, коэффициент теплового излучения которого при данной температуре хорошо известен. Метод справедлив при условиях идентичиости температур поверхностей сравниваемых образцов и достовериости данных о коэффициенте теплового излучения эталона. Во всем остальиом он подобен радиациониому методу, описанному выше [79].

Метод отражения. Предназиачен для определения спектрального коэффициента направленного теплового излучения зеркальио отражающих поверхностей. На основе закона Кирхгофа для непрозрачных тел

$$\varepsilon_\lambda = 1 - R_\lambda, \qquad (9.70)$$

где R_λ — коэффициеит отражения, который определяют путем сравнения монохроматических яркостей падающего и отраженного от поверхности лучистых потоков (если измереиия выполняются при высоких температурах, то из отраженного потока нужно исключить собственное излучение образца при данной длине волны):

$$R_\lambda = (B_{\lambda 3} - B_{\lambda 1})/B_{\lambda 2}; \qquad (9.71)$$

здесь $B_{\lambda 3}$ — спектральная монохроматическая яркость источника в отраженном свете; $B_{\lambda 2}$ — спектральная яркость источника света; $B_{\lambda 1}$ — собствеиная спектральная яркость образца, связаиная с его тепловым излучением (значения B_λ можно

определить с помощью оптического пирометра).

Для определения спектрального коэффициента теплового излучения необходимо коэффициент направленного теплового излучения ε_λ, полученный при различных углах падения φ, проинтегрировать по всем углам полусферы.

Использование этого метода затруднено при высоких температурах. Значение B_λ становится большим, и резко возрастает погрешность определения разности $B_{\lambda 3} - B_{\lambda 1}$.

9.7. ОСОБЕННОСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ[1]

9.7.1. СОЗДАНИЕ И ПОДДЕРЖАНИЕ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР

Метод смешения льда с различными солями. Является одним из простейших методов создания и поддержания умеренно низких температур (до —50° С). Так, при смешении 100 г льда с 30 г хлористого калия достигается температура 263 К, при смешении с 33 г хлористого натрия — температура 252 К, при смешении с 200 г хлористого кальция — 238 К. Уменьшая указанные количества, можно получить более высокие температуры.

Смеси льда с солями помещают в сосуд Дьюара, в который одновременно может быть помещен исследуемый объект. Обычно необходимая отрицательная температура поддерживается за счет помещения рабочего участка в сосуд с охлаждающей смесью и использования электрического нагревателя малой мощности с регулятором температуры.

Метод фазовых переходов. Фазовые переходы — плавление, парообразование, сублимация — протекают при неизменной температуре, если давление остается постоянным. Реализуя в криостате тот или иной процесс, можно получить неизменные во времени низкие температуры.

Сублимация твердой углекислоты при атмосферном давлении позволяет получить температуру 194,55 К. Нормальные температуры кипения равны, К: азота 77,35, нормального водорода 20,28, гелия 4,21. Более низкие температуры с помощью этих веществ можно получить, понизив давление парообразования и откачав пар из парового объема над жидкостью. Эти способы понижения температур широко используют в лабораторной практике. Возможно получение низких температур с использованием криогидратов — водных растворов некоторых солей, щелочей или кислот. Растворы предварительно замораживают. Таяние такого раствора происходит при примерно постоянной температуре. В случае эвтектического состава криогидрата температуры при плавлении остаются строго постоянными [1]. Так, например, раствор хлористого цинка в воде с массовой концентрацией 51% имеет температуру плавления 211 К.

Аппараты, с помощью которых термостатируются объекты исследования при низких температурах (ниже 273 К), называются криостатами.

Криостат для поддержания гелиевых температур (4—5 К) сооружается из нескольких сосудов Дьюара, вставленных один в другой. Во внутреннем сосуде Дьюара находится жидкий гелий, который за счет теплопритоков испаряется. Гелиевый сосуд размещен внутри сосуда Дьюара с жидким азотом, который в свою очередь тщательно изолирован. Экспериментальная установка, погружаемая в такой криостат, должна обеспечивать минимальные теплопритоки в сосуд с жидким гелием. Для этого все коммуникации, соединяющие холодную часть установки с внешними системами, и все элементы креплений должны быть выполнены из малотеплопроводящих материалов с минимальным поперечным сечением. Для увеличения термического сопротивления все силовые и измерительные токовводы скручивают в спирали. Принимаются меры для подавления конвекции и уменьшения лучистых теплопритоков.

9.7.2. ИЗМЕРЕНИЕ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР

Платиновые термометры сопротивления [83]. Обычно используются при температурах не ниже 77 К. Особые требования предъявляются к чистоте платины. Показателем чистоты платины является отношение R_{100}/R_0, где R_{100} и R_0 — сопротивления проволоки при температуре 373,15 К и 273,15 К соответственно. Для изготовления термометров применяют платину, у которой это отношение не менее 1,3920. Широко распространены термометры с отношением 1,3925. Предельное значение отношения 1,3929.

Иногда платиновые термометры сопротивления применяют для измерения температуры в интервале 10—90 К. Такие термометры обычно запаяны в ампулу из кварца, внутрь которой введен гелий для улучшения теплообмена. Сопротивление таких термометров составляет около 100 Ом. Платиновые термометры сопротивления являются наилучшими из термометров такого типа (см. также п. 7.2.3).

Полупроводниковые термометры. Получили распространение в последние годы. Зависимость сопротивления полупроводника от температуры описывается с некоторым приближением выражением

$$R_T = R_\infty e^{\frac{B}{T}}, \qquad (9.72)$$

[1] Способы создания и поддержания средних и высоких температур см. в разд. 6. Методы измерения высоких температур — см. п. 7.2.4, 7.2.5.

Таблица 9.1

Основные данные наиболее распространенных терморезисторов [84]

Тип терморезистора	Номинальное сопротивление, кОм	Температурный коэффициент сопротивления, 1/К	Допустимая мощность рассеяния, мВт		Размеры (без выводов), мм	Рабочий диапазон температур, К
			при T=300, К	при $T=T_{макс}$, К		
СТ1-17	0,3—22	—(0,042—0,07)	500	0,1	⌀6×2,5	213—373
СТ1-18	1,5—2200	—(0,022—0,05)	45*	0,03	⌀6×2,5	213—573
СТ1-19	3,3—2200	—(0,024—0,04)	60*	0,05	—	213—573
СТ3-17	0,033—0,33	—(0,03—0,045)	500	0,2	⌀5×2	213—373
СТ3-25	1,5—3,3	—(0,03—0,04)	8	0,01	⌀49×38	173—398
СТ5-1	0,02—0,15	+0,02	1600	—	⌀5×2,5	253—473
СТ6-3Б	1—10	+0,015	200	—	⌀2×2	213—393

* При T=423 К.

где R_T — сопротивление полупроводника при температуре T; R_∞ — условное сопротивление полупроводника при $1/T \to 0$; B — константа.

Значения R_∞ и B определяют при градуировке термометра.

Полупроводниковые термометры обладают высокой чувствительностью, но точность их меньше, чем у платиновых термометров сопротивления.

В качестве чувствительных элементов полупроводниковых термометров сопротивления используют так называемые терморезисторы, которые выпускаются двух типов: термисторы, имеющие отрицательный термический коэффициент электросопротивления, и позисторы, имеющие положительный коэффициент.

Некоторые типы терморезисторов приведены в табл. 9.1.

Терморезисторы, изготовленные из смеси окислов металлов, спеченных в тщательно контролируемой атмосфере, обладают большой чувствительностью и используются в узком интервале температур. Их большое сопротивление исключает практически влияние сопротивления подводящих проводов.

Наилучшая область применения терморезисторов лежит вблизи комнатных температур. Особенно ценны они в том случае, когда необходимо зарегистрировать очень малые изменения температур. Абсолютные измерения температур такими термометрами затруднительны из-за сравнительно невысокой стабильности.

Германиевый термометр сопротивления используется в интервале от 1 до 35 К. Термометр представляет собой монокристалл германия, легированный несколькими миллионными частями мышьяка или галлия. Как и другие полупроводниковые термометры, они имеют отрицательную температурную зависимость электросопротивления. Термометр обладает стабильностью лучше чем 0,001 К при температуре 4,2 К даже после многократных циклов нагрева до комнатной температуры. Размеры термометра в ампуле примерно 5×15 мм (см также п. 7.2.3).

Угольные термометры[1] рекомендуется использовать при температуре ниже 20 К вплоть до 0,1 К. Стабильность может достигать 0,1% при температуре жидкого гелия. Сопротивление углерода изменяется с температурой подобно сопротивлению полупроводников. Для пересчета сопротивления угольного термометра на температуру рекомендуются либо трехпараметрическое уравнение

$$\lg R + k/\lg R = A + BT, \qquad (9.73)$$

либо двухпараметрическое уравнение

$$\lg (R/T) = (a + b \lg R)^2. \qquad (9.74)$$

Совместно с зависимостью $T_{изм} - T_{выч} = f(T_{выч})$, где $T_{изм}$ — измеренная по термометру температура; $T_{выч}$ — табличное значение температуры, уравнение (9.73) используют при градуировке термометров от самых низких гелиевых температур до 20 К. Используя уравнение (9.74) можно проградуировать термометры от 4 до 12 К.

Термопары. При температурах выше 80 К используется термопара железо—константан. Константан имеет состав 57 Cu—43 Ni; чувствительность термопары примерно 63 мкВ/К при температуре около 300 К.

Выше температуры 73 К можно использовать термопары медь—константан и хромель—алюмель. Состав хромеля примерно 90 Ni—10 Cr. Алюмель имеет состав 94 Ni—3 Mn—2 Al—1 Si. Чувствительность термопары 15 мкВ/К при 73 К, 30 мкВ/К при 173 К, 40 мкВ/К при 273 К.

[1] В качестве термометров можно использовать выпускаемые радиопромышленностью резисторы типа ВС (влагостойкие углеродистые), УЛМ (углеродистые лакированные малогабаритные), УЛИ (углеродистые лакированные измерительные) [84].

9.8. ОСОБЕННОСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПРИ ВЫСОКИХ ДАВЛЕНИЯХ

9.8.1. УСТРОЙСТВА ДЛЯ СОЗДАНИЯ ВЫСОКИХ ДАВЛЕНИЙ

Газовый компрессор (рис. 9.46) представляет собой одноступенчатую поршневую машину, имеющую большой коэффициент сжатия [85]. При ходе поршня *4* вниз в камеру над поршнем засасывается газ через золотниковый клапан *5*. Во время обратного хода поршень выталкивает сжатый газ через клапан *6*. Компрессор рассчитан на создание давления до 600 МПа.

Машины подобного типа позволяют создавать давления до 1600 МПа [86].

Мембранный компрессор [67] является разновидностью поршневого компрессора. Особенность его состоит в том, что сжимаемая и сжимающая среды разделены мембраной, что позволяет обеспечить чистоту сжимаемой среды. Конструкция компрессора изображена на рис. 9.47. Разделительная мембрана *4* расположена в линзообразной полости в блоке *5*, которая при смещении мембраны в процессе сжатия обеспечивает полную поддержку мембран и предохраняет ее от разрушения. Поршень сжимает жидкость под мембраной, которая, перемещая мембрану, выталкивает сжатый газ через шариковый клапан *7*.

Мембраны могут быть стальными и резиновыми. Производительность такого компрессора невелика, но это окупается высокой чистотой сжатого газа.

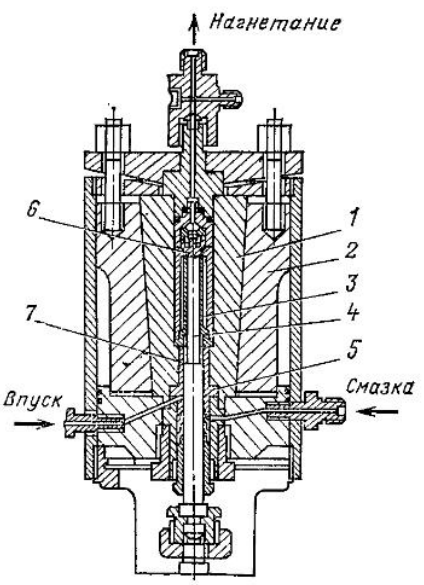


Рис. 9.46. Газовый поршневой компрессор.

1 — конический цилиндр; *2* — оправка; *3* — шлифовое уплотнение; *4* — поршень; *5*, *6* — клапаны; *7* — подпоршневое пространство.

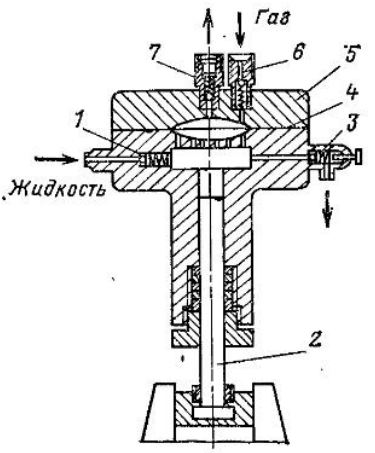


Рис. 9.47. Мембранный компрессор.

1, *3*, *6*, *7* — клапаны; *2* — поршень; *4* — стальная мембрана; *5* — стальной блок.

Термокомпрессоры. Применяются для получения высокого давления. Они состоят из одного или нескольких сосудов высокого давления, разделенных вентилями или обратными клапанами [88]. Вначале нагревается газ в первом сосуде, при этом давление во всей системе возрастает. Первый нагреватель выключается, и включается нагреватель во втором сосуде. Давление повышается во всех сосудах, кроме первого. Последовательно производится нагрев газа в остальных сосудах. Цикл может быть повторен после вторичного наполнения газом первого сосуда. Обратные клапаны не позволяют газу перетекать из области высокого давления в область более низкого давления. В газовом термокомпрессоре можно получить давления до 10^3 МПа.

Метод замораживания. Метод аналогичен методу термокомпрессора. Если, например, этиловый спирт заморозить в полностью заполненном сосуде при атмосферном давлении, а затем температуру повысить до 293 К, то давление в сосуде достигнет 600 МПа. Если спирт замораживать при давлении порядка 500 МПа, то давление после плавления спирта достигает 1000 МПа. Система может быть изготовлена в виде нескольких последовательно соединенных сосудов (рис. 9.48).

Сосуд *1* заполняют исследуемой жидкостью, сосуды *2* и *3* — спиртом или иной жидкостью с низкой температурой затвердевания. Сосуд *3* заполняют отдельно от сосудов *1* и *2* и постепенно замораживают при непрерывной пропитке, пока он не окажется полностью заполненным замороженной жидкостью. Затем сосуд присоединяют к системе и нагревают до температуры 373 К. Давление во всей системе растет. При этом давлении замораживают жидкость в сосуде *2* и, закончив процесс, замораживают капилляр *4* (запорный вен-

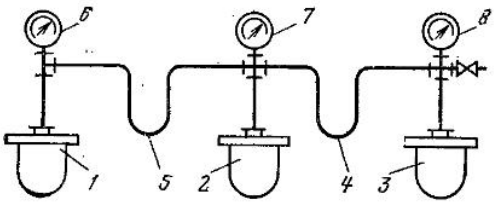


Рис. 9.48. Схема установки для сжатия жидкостей методом замораживания.

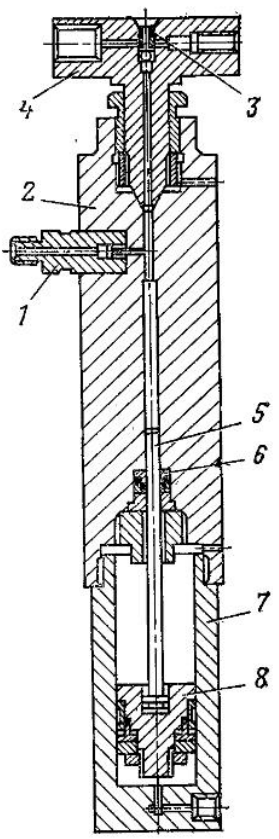


Рис. 9.49. Мультипликатор.

1 — всасывающий клапан; *2* — цилиндр высокого давления; *3* — нагнетательный клапан; *4* — клапанная коробка; *5* — поршень; *6* — уплотнения; *7* — цилиндр низкого давления; *8* — поршень низкого давления.

тиль). Затем сосуд *2* разогревают, создавая давление в сосуде *1*. Заморозив капилляр *5* и повторив операции заполнения сосудов *2* и *3*, можно снова повышать давление в системе. Измеряют давление манометрами *6*—*8*.

Мультипликатор. Устройство представляет собой гидравлический пресс, состоящий из двух жестко соединенных поршней разного диаметра, перемещающихся в двух цилиндрах (рис. 9.49). Площадь сечения большого поршня в десятки раз больше площади сечения малого поршня, поэтому примерно во столько же раз давление под ним больше давления над большим поршнем. Схема действия мультипликатора следующая. Поршень низкого давления *8*, имеющий большой диаметр, воздействует на поршень *5*, который создает высокое давление и проталкивает сжатую среду через клапан *3*. Во время обратного хода сжимаемая среда заполняет полость под малым поршнем через клапан *1*. С помощью мультипликатора могут быть достигнуты давления до 3000 [9], и 4000 МПа [89]. В мультипликаторах, погруженных в предварительно сжатую до 3000 МПа среду, можно достичь давления 10 000 МПа [90]. Разработаны методы, позволяющие развивать в камерах небольшого объема давления до 250 000 МПа [91].

9.8.2. ИЗМЕРЕНИЕ ВЫСОКИХ ДАВЛЕНИЙ

Методы и приборы для измерения давления в технике приведены в п. 7.7.3. Ниже рассматриваются некоторые наиболее важные методы, характерные для измерения высоких давлений при научных исследованиях [9].

Поршневой манометр (рис. 9.50). Является наиболее точным абсолютным прибором. Измеряемое давление p_1 действует на поршень *1*, свободно перемещающийся в цилиндре *2*. Давление на поршень уравновешивается силой G, создаваемой грузами. Зная площадь поршня, можно определить давление p_1. Поршень тщательно притерт к цилиндру, и жидкость, заполняющая цилиндр, медленно протекает через тончайший зазор между цилиндром и поршнем. В результате поршень медленно опускается в цилиндр. Чтобы избежать возникновения сухого трения поршня, его приводят во вращение либо вручную, либо от электродвигателя. Поршневые манометры снабжаются калиброванными грузами.

Теория поршневых манометров изложена в [92]. В настоящее время разработана серия поршневых манометров с пре-

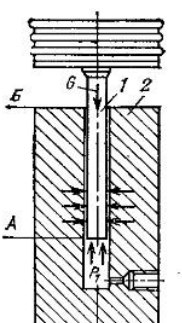


Рис. 9.50. Схема поршневого манометра.

А-Б—глубина погружения поршня.

делами измерений 0,25; 0,6; 6,0; 60; 250 МПа. Класс точности приборов 0,02—0,05.

Электрические манометры. Находят применение два типа: а) основанные на изменении электрических свойств материалов под действием давления; б) основанные на принципе упругоэлектрических свойств специальных элементов установки, деформации которых измеряются тем или иным электрическим датчиком, например тензометрическим. Оба типа не являются абсолютными и требуют предварительной градуировки.

Манганиновый манометр. Основан на зависимости электрического сопротивления металлической проволоки от давления.

В качестве чувствительного элемента используется манганиновая проволока, подвергаемая всестороннему сжатию среды, давление которой измеряется. Манганин — сплав меди с 11% марганца и 25% никеля — имеет объемно-центрированную структуру, при которой не возникает остаточных деформаций. Сопротивление проволоки почти линейно зависит от давления вплоть до 3000 МПа. Барический коэффициент электросопротивления манганина $\alpha = \Delta R/(R_0 \Delta p)$ лежит в пределах $2 \cdot 10^{-5}$—$2{,}5 \times 10^{-5}$ 1/МПа, где ΔR — изменение сопротивления манометра; R_0 — начальное сопротивление; Δp — повышение давления в манометре. Манганин является лучшим манометрическим материалом.

Упругоэлектрический или *тензометрический манометр* (рис. 9.51). Принцип измерения давления состоит в следующем [93, 94]. Под действием давления мембрана *3* изгибается. В тензометрическом датчике *4*, скрепленном с мембраной *3*, возникают упругие напряжения, которые позволяют определить давление по изменению электросопротивления датчика [93, 94]. Влияние давления на проволоку тензометра компенсируется с помощью дополнительного датчика *5*.

Упругоэлектрические манометры могут быть построены с использованием *емкостного датчика* [95], мембраны которого являются одной из обкладок конденсатора. Прогиб мембраны под действием давления приводит к изменению емкости конденсатора. В манометре может быть также применен *пьезоэлектрический датчик* [96].

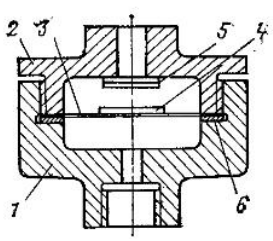


Рис. 9.51. Схема тензометрического манометра.

1 — корпус; *2* — крышка; *3* — мембрана; *4*, *5* — датчики; *6* — прокладка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кириллин В. А., Шейндлин А. Е.** Исследование термодинамических свойств веществ. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1963.— 560 с.

2. **Робертс Дж.** Теплота и термодинамика: Пер. с англ. — М. — Л.: Гостехиздат, 1950. — 592 с.

3. **Тоцкий Е. Е.** Опытное определение коэффициента линейного расширения металлов и сплавов. — ТВТ, 1964, т. 2, № 2, с. 205—214.

4. **Стрелков П. Г.** О дилатометрии твердого тела и некоторых ее применениях. — ЖНХ, 1956, т. 1, вып. 6, с. 1350—1357.

5. **Миринский Д. С.** Определение термодинамических свойств жидкостей при высоких температурах. — В кн.: 125 лет МВТУ. Термодинамические вопросы теплотехники. — М.: Машгиз, 1955, с. 67.

6. **Разумихин В. Н.** Гидростатический метод определения плотности жидкостей при давлениях до 5000 кгс/см². — Тр. ин-тов Комитета стандартов, мер и измерительных приборов, 1960, т. 46 (106), с. 96—106.

7. **Борзунов В. А., Разумихин В. Н.** Установка для измерения плотности жидкостей гидростатическим методом при давлениях до 10 000 кгс/см². — Тр. ин-тов Комитета стандартов, мер и измерительных приборов, 1964, т. 75 (135), с. 134—142.

8. **Павлович Н. В., Тимрот Д. Л.** Экспериментальное исследование зависимости p, v, T газообразного и жидкого метана. — Теплоэнергетика, 1958, № 4, с. 69—72.

9. **Циклис Д. С.** Техника физико-химических исследований при высоких и сверхвысоких давлениях. — М.: Химия, 1976. — 432 с.

10. **Верещагин Л. Ф., Галактионов В. А.** — Аппаратура для измерения изотермической сжимаемости жидкостей. — ПТЭ, № 1, 1957, с. 98—101.

11. **Стишков С. М., Иванов В. А., Макаренко И. Н.** Сжимаемость натрия при высоких давлениях и температурах и критерий плавления Линдемана. — ЖЭТФ, 1971, т. 60, № 2, с. 665—668.

12. **Макаренко И. Н., Иванов В. А., Стишов С. М.** Измерение объема жидкостей в камере высокого гидростатического давления с внутренними нагревателями. — ДАН СССР, 1969, т. 188, № 3, с. 564—566.

13. **Шаховский Г. П.** Установка для определения сжимаемости жидкости. — ПТЭ, 1962, № 1, с. 181—183.

14. **Кириллин В. А., Зубарев В. Н.** Экспериментальное исследование удельных объемов воды и водяного пара при сверхвысоких давлениях — Теплоэнергетика, 1955, № 11, с. 11—19.

15. **Кириллин В. А., Улыбин С. А.**

Экспериментальное исследование сжимаемости воды и водяного пара при температурах, близких к критической. — Теплоэнергетика, 1958, № 4, с. 53—54.

16. **Ривкин С. Л., Ахундов Т. С.** Экспериментальное исследование удельных объемов воды. — Теплоэнергетика, 1962, № 1, с. 57—62.

17. **Тимрот Д. Л., Борисоглебский В. П.** Экспериментальное исследование плотности жидкого кислорода при температурах от —190 до —120° С и давлениях до 200 кг/см², включая кривую насыщения. — ИФЖ, 1961, т. IV, № 1, с. 3—13.

18. **Babb S. E., Scott G. J., Robertson S. L.** Apparatus for PVT measurements of gases to 10 kilobars. — Review Sci. Instr., 1969, vol. 40, № 5, p. 670—675.

19. **Стишов С. М., Федосимов В. И., Макаренко И. Н.** Уравнение состояния и кристаллизации аргона. Препринт. — М.: Изд-во Ин-та кристаллографии АН СССР, 1972. — 56 с.

20. **Рябинин Ю. Н.** Газы при больших плотностях и высоких температурах. — М.: Физматгиз, 1959. — 72 с.

21. **Циклис Д. С., Родина М. Д.** Электромагнитный метод измерения скорости движения поршня в адиабатической установке. — ПТЭ, 1968, № 1, с. 190—191.

22. **Исследование** p, v, T-зависимости двуокиси углерода в интервале температур 248—303 К и давлений 0,5—6,0 МПа/Д. С. Рассказов, Е. К. Петров, Э. Р. Ушмайкин, Г. А. Спиридонов. — Теплоэнергетика, 1974, № 1, с. 56—59.

23. **Семенченко В. К.** Поверхностные явления в металлах и сплавах. — М.: Гостехиздат, 1957. — 491 с.

24. **Вайсбергер А.** Физические методы органической химии. Т. 1. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1950. — 582 с.

25. **Таубан А. Б.** Руководство к лабораторным занятиям по физикохимии коллоидов и теории флотации. — М. — Л.: Цветметиздат, 1932.—68 с.

26. **Experimental** thermodynamics. Vol, I. Calorimetry of non-reacting systems/Ed. J. P. McCullough, D. W. Scott. — London: Butterworths, 1968. — 606 p.

27. **Westrum E. F.** Application of cryogenic calorimetry to solid—state chemistry. — In: Advances in Cryogenic Engineering, vol. 7. — New York: Plenum Press, 1962. — 582 p.

28. **Термодинамические** исследования при низких температурах. II Измерение теплоемкости твердых тел и жидкостей между 12 и 300 К/П. Г. Стрелков, Е. С. Ищкевич, В. Н. Кострюков и др. — ЖФХ, 1954, т. 28, вып. 3, с. 459—472.

29. **Попов М. М.** Термометрия и калориметрия. — М.: Изд-во МГУ, 1954.—942 с.

30. **Thermal** properties of aluminium oxide from 0 to 1200 K/G. T. Tu Rukawa, T. B. Douglas, R. E. McCoskey, D. C. Ginnings. — J. Res. NBS, 1956, vol. 57, № 2, p. 67—82.

31. **Тимрот Д. Л., Варгафтик Н. Б., Ривкин С. Л.** Экспериментальное изучение теплоемкости водяного пара при высоких давлениях и температурах. — Изв. ВТИ, 1948, № 4, с. 23—31.

32. **Амирханов Х. А., Керимов А. М.** Исследование теплоемкости воды и водяного пара вблизи пограничной кривой, включая критическую область. — Теплоэнергетика, 1957, № 9, с. 68—72.

33. **Гурвич А. М., Шаулов Ю. Х.** Термодинамические исследования методом взрыва и расчеты процессов горения. — М.: Изд-во МГУ, 1955.—165 с.

34. **Грачев Н. С., Кириллов П. Л.** Экспериментальное определение упругости паров калия при температурах 550—1280° С.— ИФЖ, 1960, т. III, № 6, с. 62—65.

35. **Шпильрайн Э. Э., Никаноров Э. В.** Экспериментальное исследование давления насыщенного пара щелочных металлов. — ТВТ, 1971, т. 9, с. 434—436.

36. **Кармышин Ю. В., Тоцкий Е. Е., Шпильрайн Э. Э.** Экспериментальное исследование давления насыщенных паров бария. — ТВТ, 1974, т. 12, № 3, с. 519—522.

37. **Иванов Л. И., Матвеева М. П.** Метод и установка для измерения теплоты сублимации металлов по скорости испарения с открытой поверхности. — М.: Изд-во АН СССР, 1956.—11 с.

38. **Несмеянов А. Н.** Давление пара химических элементов. — М.: Изд-во АН СССР, 1961.—396 с.

39. **Тимрот Д. Л., Павлович Н. В., Войнов Ю. Н.** Тензометрический метод измерения плотности равновесных фаз на линии насыщения. — Химическая промышленность Украины, 1967, № 3, с. 17—21.

40. **Надеждин А. В.** Критические явления и флуктуации в растворах. — М.: Изд-во АН СССР, 1960. — 171 с.

41. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. — М.: Гостехиздат, 1952.—392 с.

42. **Кондратьев Г. М.** Регулярный тепловой режим. — М.: Гостехиздат, 1953.— 254 с.

43. **Филиппов Л. П.** Исследование теплопроводности жидкостей. — М.: Изд-во МГУ, 1970.—240 с.

44. **De Grot J. J., Kestin J., Sookiazian H.** Instrument to measure the thermal conductivity of gases. — Physica, 1974, vol. 75, p. 454—482.

45. **Moser J. B., Kruger O. L.** Thermal conductivity and heat capacity of the monocarbide, monophosphide and monosulfide of uranium. — J. Appl. Phys., 1967, vol. 38, № 8, p. 3215—3222.

46. **Watt D. A.** Theory of thermal diffusivity by pulse technique. — Brit. J. Appl. Phys., 1966, vol. 17, p. 231—240.

47. **Горшков Ю. А., Уманский А. С.** Исследование теплопроводности аргона импульсным методом. — Теплоэнергетика, 1972, № 10, с. 83—85.

48. **Методы** определения теплопроводности и температуропроводности/А. Г. Шашков, Г. М. Волохов, Т. Н. Абраменко,

В. П. Козлов. — М.: Энергия, 1973.—336 с.

49. **Осипова В. А.** Экспериментальное исследование процессов теплообмена. — 2-е изд. — М.: Энергия, 1969. — 392 с.

50. **Тимрот Д. Л.** Определение теплопроводности и теплоемкости сталей. — ЖТФ, 1945, т. 5, № 6, с. 1011—1036.

51. **Пелецкий В. Э., Тимрот Д. Л., Воскресенский В. Д.** Высокотемпературные исследования тепло- и электропроводности твердых тел. — М.: Энергия, 1971.—192 с.

52. **Иванчихин Г. Е.** Экспериментальное исследование теплопроводности и электропроводности стали Х18Н9Т (ЭЯ1Т). — ИЖФ, 1961, т. 4, № 6, с. 128—131.

53. **Цедерберг Н. В.** Теплопроводность газов и жидкостей. — М.—Л.: Госэнергоиздат. — 470 с.

54. **Сирота А. М., Латунин В. И.** Экспериментальное исследование максимумов теплопроводности воды в критической области. — Теплоэнергетика, 1974, № 10, с. 52—54.

55. **Ziebland H., Burton J. T. A.** The thermal conductivity of liquid and gaseous oxygen. — Brit. J. Appl. Phys., 1955, № 6, p. 416—420.

56. **Петухов Б. С.** Опытное изучение процесса теплопередачи. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1952.—344 с.

57. **Бакулин С. С., Улыбин С. А., Жердев Е. П.** Экспериментальное исследоваяе теплопроводности двуокиси углерода при температурах ниже 300 К. — Тр. МЭИ, вып. 234, 1975, с. 96—102.

58. **Riedel L.** Neue Wärmeleitfähigkeitsmessungen an organischen Flüssigkeiten. — Chem. Ing. Techn., 1951, № 13, S. 321—324.

59. **Теплопроводность** жидкостей и газов/Н. Б. Варгафтик, Л. П. Филиппов, А. Н. Тарзиманов, Е. Е. Тоцкий. — М.: Стандарты, 1978.—472 с.

60. **Blais N., Mann J.** Thermal conductivity of helium and hydrogen at high temperatures. — J. Chem. Phys., 1960, vol. 32, № 5, p. 1459—1465.

61. **Стефанов Б., Заркова Л., Оливер Д.** Измерение коэффициента теплопроводности газов и паров до 2500 К. Дифференциальная методика. Инертные газы.—ТВТ, 1976, т. 14, № 1, с. 56—66.

62. **Faubert F., Springer G.** Measurement of the thermal conductivity of helium up to 2100 K by column method. — J. Chem. Phys., 1973, vol. 58, № 10, p. 4080—4083.

63. **Тимрот Д. Л., Махров В. В.** Термоэлектрический метод определения теплопроводности газов и жидкостей. Исследование теплопроводности паров уксусной кислоты. — ИЖФ, 1976, т. XXXI, № 6, с. 965—971.

64. **Тимрот Д. Л., Махров В. В., Свириденко В. И.** Метод нагретой нити с нулевым участком для агрессивных веществ и определение теплопроводности паров натрия. — ТВТ, 1976, т. 14, № 1, с. 67—74.

65. **Физический** энциклопедический словарь. Т. 1—М.: Советская энциклопедия, 1960.—355 с.

66. **Голубев И. Ф., Гнездилов Н. Е.** Вязкость газовых смесей. — М.: Изд-во стандартов, 1971.—328 с.

67. **Голубев И. Ф.** Вязкость газов и газовых смесей (справочное руководство).— М.: Физматгиз, 1959. — 376 с.

68. **Шугаев В. С., Сорокин С. И.** Вязкость водяного пара при высоких давлениях. — ЖТФ, 1939, т. 9, вып. 10, с. 930—941.

69. **Тимрот Д. Л.** Определение вязкости пара и воды при высоких температурах и давлениях. — Изв. ВТИ, 1940, № 3, с. 16—23.

70. **Люстерник В. Е., Левущев А. В.** Исследование вязкости аргона до 2000 К методом протока через пористую среду. ТВТ, 1976, т. 14, № 5, с. 970—978.

71. **Andrade E., Dabbs E.** The viscosities of liquid lithium, rubidium and caesium. — Proc. Roy. Soc., 1952, vol. 211A, № 1104, p. 12—19.

72. **Калакуцкая М. А.** Вязкость жидких щелочных металлов калия, натрия и лития при высоких температурах (до 1500° С). — ТВТ, 1968, т. 6, № 3, с. 455—460.

73. **Теплофизические** свойства щелочных металлов/Э. Э. Шпильрайн, К. А. Якимович, Е. Е. Тоцкий и др. — М.: Стандарты, 1970.—488 с.

74. **Швидковский Е. Г.** Некоторые вопросы вязкости расплавленных металлов.— М.: Гостехиздат, 1955.—207 с.

75. **Герф С. Ф., Галков Г. И.** Вязкость сжиженных чистых газов и их смесей. — ЖТФ, 1941, т. XI, вып. 9, с. 801—808.

76. **Iwasaki H., Kestin J., Nagashima A.** Viscosity of argon—ammonia mixtures. — Chem. Phys., 1964, vol. 40, № 10, p. 2988—2995.

77. **Тимрот Д. Л., Середницкая М. А., Трактуева С. А.** Исследование вязкости воздуха при температурах 300—570 К и давлениях 10^5—$1{,}2 \cdot 10^7$ Па методом колеблющегося диска. — Теплоэнергетика, 1969, № 1, с. 84—87.

78. **Тимрот Д. Л., Середницкая М. А., Трактуева С. А.** Исследование вязкости диссоциирующей четырехокиси азота методом колеблющегося диска. — ТВТ, 1969, т. 7, № 5, с. 885—892.

70. **Тимрот Д. Л., Варава А. Н.** Экспериментальное исследование вязкости паров натрия. — ТВТ, 1977, т. 15, № 4, с. 750—757.

80. **Петров В. А.** Излучательная способность высокотемпературных материалов. — М.: Наука, 1969. — 80 с.

81. **Излучательные** свойства твердых материалов. Справочник/Под ред. А. Е. Шейндлина. — М.: Энергия, 1974. — 472 с.

82. **Свет Д. Я.** Новые методы определения коэффициентов лучеиспускательной (отражательной) способности и истинной температуры самоизлучающей поверхно-

сти. — ДАН СССР, 1959, т. 129, № 6, с. 1290—1292.

83. **Орлова М. П.** Низкотемпературная термометрия. — М.: Изд-во стандартов, 1975.—160 с.

84. **Бодиловский В. Г., Смирнова М. А.** Справочник молодого радиста. — М.: Высшая школа, 1975. — 352 с.

85. **Верещагин Л. Ф., Иванов В. Е.** Газовый компрессор для исследований при сверхвысоких давлениях. — ПТЭ, 1957, № 4, с. 73—77.

86. Верещагин Л. Ф., Коняев Ю. С., Поляков Е. В. High—pressure fluid compressor. — High Temp. — High Pressure, 1970, vol. 2, № 3, p. 355—358.

87. **Wolf R. S., Bowen J. C.** Compressing of gases in the pure state to high pressures. — Ind. Eng. Chem., 1957, vol. 49, № 12, p. 1962—1964.

88. **Бокша С. С.** Новая методика создания сверхвысоких газовых давлений. — Кристаллография, 1957, т. 2, № 1, с. 198—200.

89. **Еремеев А. Е.** Мультипликатор на давление 2500 кгс/см². — Тр. метрологических ин-тов СССР, 1969, т. 104 (164), с. 148—149.

90. **Bridgman P. W.** Bakerian Lecture. Physics above 20000 kg/cm². — Proc. Roy. Soc., 1950, vol. 203A, № 1072, p. 190—193.

91. **Верещагин Л. Ф., Яковлев Е. Н., Тимофеев Ю. А.** Возможность перехода водорода в металлическое состояние. — Письма ЖЭТФ, 1975, т. 21, № 3, с. 190—193.

92. **Жоховский М. К.** Теория и расчет приборов с неуплотненным поршнем. — М.: Изд-во стандартов, 1966.—331 с.

93. **Зеляев А. Ф., Шумов К. М., Алексеев Е. Н.** Диафрагменный тензометрический манометр. — Заводская лаборатория, 1956, т. 22, с. 1368—1369.

94. **Леонидова Г. Г., Поландов И. Н.** Измерение высоких давлений с помощью проволочных преобразователей. — ПТЭ, 1960, № 2, с. 159.

95. **Атанов Ю. А., Борзунов В. А.** Диэлектрический датчик высоких давлений.— Тр. метрологических ин-тов СССР, 1969, т. 104 (164), с. 53—55.

96. **Минаев И. Г., Трофимов А. И.** Применение пьезоэлектрических преобразователей для измерения статических давлений. — Изв. вузов. Приборостроение, 1972, № 6, с. 32—34.

РАЗДЕЛ ДЕСЯТЫЙ

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

10.1. ТИПОВЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ

10.1.1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Принято различать три типа погрешностей, возникающих при эксперименте: систематические, случайные и грубые. Понятия об этих погрешностях, а также определения абсолютной Δx и относительной δx погрешностей даны в § 7.1.

Анализ случайных величин, полученных в результате эксперимента, производится с помощью теории вероятности и математической статистики.

Используемые в данном разделе понятия — математическое ожидание случайной величины $M(x)$, дисперсия $D(x)$ (или σ_x^2), интегральная функция распределения вероятностей $F(x)$, дифференциальная функция распределения вероятностей $f(x)$ — определены в п. 4.9.2 и 4.9.3 [13].

Там же перечислены основные типы распределения вероятностей, встречающиеся на практике, из которых наибольшее распространение имеет нормальное (Гаусса) распределение вероятностей. В табл. 10.1 приведены значения функции Лапласа $\Phi(a)$, которая определяет вероятность того, что случайная величина, подчиняющаяся нормальному распределению с $M(x)=0$ и $\sigma_x^2=1$, меньше заданного числа a.

Все описанные выше функции и связанные с ними параметры являются теоретическими, характеризующими определенные свойства изучаемого объекта. На практике почти всегда эти характеристики не-

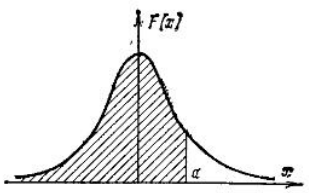


Таблица 10.1

Нормированная функция Лапласа $\Phi(a)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{a} e^{-\frac{x^2}{2}}dx$

a	$\Phi(a)$	a	$\Phi(a)$	a	$\Phi(a)$	a	$\Phi(a)$	a	$\Phi(a)$	a	$\Phi(a)$
—0	0,5000	—1,00	0,1587	—2,00	0,0228	0	0,5000	1,00	0,8413	2,00	0,9772
—0,05	0,4801	—1,05	0,1469	—2,10	0,0179	0,05	0,5199	1,05	0,8531	2,10	0,9821
—0,10	0,4602	—1,10	0,1357	—2,20	0,0139	0,10	0,5398	1,10	0,8643	2,20	0,9861
—0,15	0,4404	—1,15	0,1251	—2,30	0,0107	0,15	0,5596	1,15	0,8749	2,30	0,9893
—0,20	0,4207	—1,20	0,1151	—2,40	0,0082	0,20	0,5793	1,20	0,8849	2,40	0,9918
—0,25	0,4013	—1,25	0,1056	—2,50	0,0062	0,25	0,5987	1,25	0,8944	2,50	0,9938
—0,30	0,3821	—1,30	0,0958	—2,60	0,0047	0,30	0,6179	1,30	0,9032	2,60	0,9953
—0,35	0,3631	—1,35	0,0885	—2,70	0,0035	0,35	0,6368	1,35	0,9115	2,70	0,9965
—0,40	0,3446	—1,40	0,0808	—2,80	0,0026	0,40	0,6554	1,40	0,9192	2,80	0,9974
—0,45	0,3264	—1,45	0,0735	—2,90	0,0019	0,45	0,6736	1,45	0,9265	2,90	0,9981
—0,50	0,3085	—1,50	0,0668	—3,00	0,0014	0,50	0,6915	1,50	0,9332	3,00	0,9986
—0,55	0,2912	—1,55	0,0606	—3,10	0,0010	0,55	0,7088	1,55	0,9394	3,10	0,9990
—0,60	0,2743	—1,60	0,0548	—3,20	0,0007	0,60	0,7257	1,60	0,9452	3,20	0,9993
—0,65	0,2578	—1,65	0,0495	—3,30	0,0005	0,65	0,7422	1,65	0,9505	3,30	0,9995
—0,70	0,2426	—1,70	0,0446	—3,40	0,0003	0,70	0,7580	1,70	0,9554	3,40	0,9997
—0,75	0,2266	—1,75	0,0401	—3,50	0,0002	0,75	0,7734	1,75	0,9599	3,50	0,9998
—0,80	0,2119	—1,80	0,0359	—3,60	0,0002	0,80	0,7881	1,80	0,9641	3,60	0,9998
—0,85	0,1977	—1,85	0,0322	—3,70	0,0001	0,85	0,8023	1,85	0,9678	3,70	0,9999
—0,90	0,1841	—1,90	0,0288	—3,80	0,0001	0,90	0,8159	1,90	0,9713		
—0,95	0,1711	—1,95	0,0256	—3,90	0,0000	0,95	0,8289	1,95	0,97744		

известны и встает задача экспериментального, эмпирического определения оценок тех или иных характеристик случайных величин на основе наблюдений.

Оценка характеристик одномерной случайной величины. Пусть имеется набор (*выборка*) экспериментальных данных $x_1, x_2, \ldots, x_n$. При обработке этих данных для получения эмпирических характеристик одномерной случайной величины обычно производят:

1. Построение *вариационного ряда* $z_1, z_2, \ldots, z_n$ из исходных данных путем размещения x_m в порядке возрастания от $x_{\text{мин}}$ до $x_{\text{макс}}$ так, чтобы

$$x_{\text{мин}} = z_1 \leqslant z_2 \leqslant \ldots \leqslant z_n = x_{\text{макс}}.$$

Пример. Имеются пять наблюдений: $x_1=5$; $x_2=2$; $x_3=4$; $x_4=5$; $x_5=7$, тогда вариационный ряд имеет вид

$$z_1 = 0; \quad z_2 = 4; \quad z_3 = 5; \quad z_4 = 5; \quad z_5 = 7,$$

2. Построение *диаграммы накопленных частот* [эмпирического аналога интегрального закона распределения $F(x)$] (рис. 10.1) в соответствии с формулой

$$F_n(x) = \sum_{i=n}^{\mu_n(x)} \frac{1}{n}, \qquad (10.1)$$

где $\mu_n(x)$ — число элементов в выборке, для которых значение $x_i < x$.

На оси абсцисс указываются значения наблюдений x (или z_i). Значение по оси ординат равно нулю левее точки $x_{\text{мин}}$; в точке $x_{\text{мин}}$ и далее во всех других точках x_m диаграмма имеет скачок, равный $1/n$. Если имеется λ совпадающих значений x_m, то в этом месте на диаграмме будет скачок, равный λ/n.

Для величин $x > x_{\text{макс}}$ значение диаграммы накопленных частот равно 1.

Соответствующая диаграмма изображена на рис. 10.1. Отметим, что при $n \to \infty$

$$F_n(x) \to F(x). \qquad (10.2)$$

3. Построение *гистограммы* выборки [эмпирического аналога функции плотности распределения $f(x)$]. Гистограмма представляет собой ступенчатую кривую, значение которой на интервале $(x_m, x_m + \Delta x)$, $m = 1, \ldots, k$, постоянно и равно

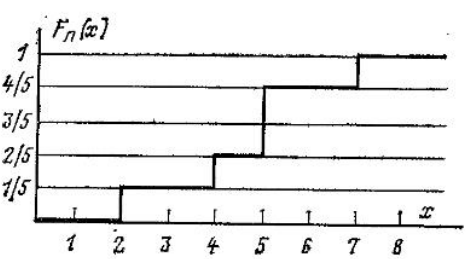


Рис. 10.1. Диаграмма накопленных частот.

$f_n(x) = n_m/n$. Для построения гистограммы необходимо:

а) найти предварительное количество квантов (интервалов), на которое должна быть разбита ось x. Это количество k определяется с помощью полуэмпирической формулы

$$k = 1 + 3{,}2 \lg n, \qquad (10.3)$$

причем полученное значение округляется до ближайшего большего целого числа;

б) определить длину интервала:

$$\Delta_m = \Delta x = \frac{x_{\text{макс}} - x_{\text{мин}}}{k}. \qquad (10.4)$$

Значение Δ_m может быть округлено для удобства вычислений;

в) выбрать середину размаха (области изменения) выборки $(x_{\text{макс}} + x_{\text{мин}})/2$ за центр одного из интервалов, после чего уточнить границы и окончательное количество указанных интервалов так, чтобы в совокупности они перекрывали всю область от $x_{\text{мин}}$ до $x_{\text{макс}}$;

г) подсчитать количество наблюдений n_m, попавших в каждый квант: n_m равно числу членов вариационного ряда, для которых справедливо

$$x_m \leqslant z_i < x_m + \Delta x, \qquad (10.5)$$

где x_m, $x_m + \Delta x$ — границы m-го интервала.

Отметим, что при использовании формулы (10.5) значения z_i, попавшие на границу между интервалами x_{m-1}, x_m, необходимо отнести к интервалу с номером m;

д) подсчитать относительное количество наблюдений, попавших в данный интервал: n_m/n.

Пример. Имеется выборка из 40 наблюдений. Соответствующий ей вариационный ряд имеет вид:

$$x_{\text{мин}} = z_1 = 0{,}3; \quad z_2 = 0{,}6; \quad \ldots;$$

$$z_{40} = x_{\text{макс}} = 7{,}1.$$

По формуле (10.3) получаем:

$$k = 1 + 3{,}2 \lg 40 = 1 + 3{,}2 \cdot 1{,}602 = 6{,}13 \to 7,$$

тогда

$$\Delta x = \frac{7{,}1 - 0{,}3}{7} = 0{,}971.$$

Округляем значение Δx до 1. Находим:

$$\frac{x_{\text{макс}} + x_{\text{мин}}}{2} = \frac{7{,}1 + 0{,}3}{2} = 3{,}7,$$

после чего легко определить границы интервалов (рис. 10.2).

Пусть после такой разбивки выяснилось, что в первый интервал попало два значения x_m: $n_1=2$; во второй — четыре: $n_2=4$; $n_3=9$; $n_4=13$; $n_5=8$; $n_6=3$; $n_7=1$. Соответствующая гистограмма изображена на рис. 10.2.

Заметим, что при

$$n \to \infty \quad f_n(x) \to f(x), \text{ если } \Delta x \to 0.$$

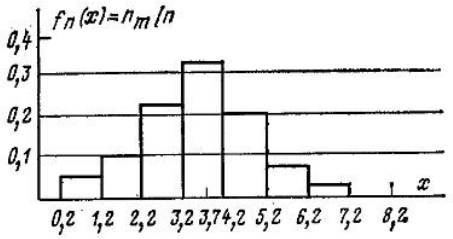


Рис. 10.2. Гистограмма, построенная по экспериментальным данным.

4. Определение оценок среднего значения $\bar{x}$, дисперсии s^2 и среднего квадратичного отклонения s по формулам

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i; \qquad (10.6)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2; \qquad (10.7)$$

$$s = \sqrt{s^2}. \qquad (10.8)$$

Оценка характеристик двухмерной совокупности случайных величин x **и** y. Обработка результатов наблюдений осуществляется по следующей схеме:

1. Строят *поле рассеяния*. На плоскости с координатами x, y отмечают экспериментальные точки. Возможный вид такого поля изображен на рис. 10.3.

2. Вычисляют *коэффициент корреляции*:

$$\hat{\rho}_{xy} = \frac{1}{s_x s_y (n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), \qquad (10.9)$$

где s_x, s_y подсчитывают аналогично s по формуле (10.8).

Между значением и знаком коэффициента корреляции, с одной стороны, и видом диаграммы рассеяния, с другой стороны, существует определенная связь. Если оси координат совместить с $\bar{x}$, $\bar{y}$, то при $\rho_{xy}>0$ точки на диаграмме рассеяния группируются в основном в первом и третьем квадрантах, а при $\rho_{xy}<0$ — во втором и четвертом; при $\rho_{xy}\approx 0$ точки беспорядочно разбросаны во всех четырех квадрантах; при $\rho_{xy}=\pm 1$ точки группируются на прямых (находящихся либо в первом и третьем, либо во втором и четвертом квадрантах).

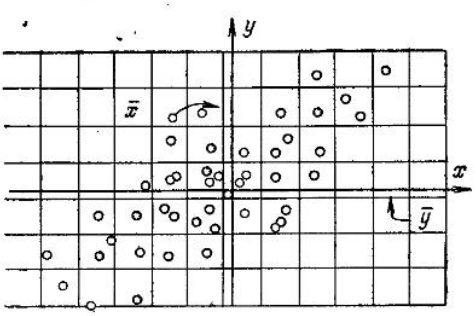


Рис. 10.3. Поле рассеяния результатов наблюдений двух случайных величин.

10.1.2. СВОЙСТВА СТАТИСТИЧЕСКИХ ОЦЕНОК

Смысл статистических методов заключается в том, чтобы по выборке ограниченного объема N, т. е. по некоторой части генеральной совокупности, высказать обоснованное суждение о ее свойствах в целом. Иначе говоря, по вычисленным так называемым *точечным оценкам* $\bar{x}$, s^2, которые сами будут являться случайными величинами, необходимо высказать определенные суждения о величинах $M(\bar{x})$ и σ_x^2.

Для оценивания одного и того же параметра θ можно использовать разные *статистики* (*оценки*). Поскольку оценки вводятся до некоторой степени произвольно, сами по себе они не являются правильными или неправильными. Тем не менее некоторые оценки можно считать «хорошими» или «лучшими» по сравнению с другими, если только указать некоторые требования к свойствам оценок, желательные с точки зрения практики. Такие требования характеризуются понятиями *состоятельности*, *несмещенности* и *эффективности* оценок.

Оценка $\hat{\theta}$ параметра θ называется *состоятельной*, если при неограниченном увеличении объема выборки N ее значение с полной мерой достоверности (с вероятностью единица) стремится к своему теоретическому действительному значению θ, т. е. $\hat{\theta}\to\theta$, когда $N\to\infty$.

Оценка $\hat{\theta}$ называется *несмещенной*, если для любого объема выборки N математическое ожидание $\hat{\theta}$ равно оцениваемому параметру θ.

Несмещенная оценка $\hat{\theta}$ называется *эффективной*, если среди всех оценок параметра θ она обладает наименьшей дисперсией. В общем случае эффективная оценка определяется как оценка, для которой значение $M((\hat{\theta}-\theta)^2)$ минимально среди всех оценок с заданным смещением.

Выборочное среднее $\bar{x}$ есть *состоятельная несмещенная* оценка математического ожидания $M(\bar{x})$. Для выборки из нормальной генеральной совокупности эта оценка является также эффективной.

Оценка дисперсии s^2 в формуле (10.7) является несмещенной, состоятельной и для

нормальной совокупности она не является эффективной. Точечные оценки $\bar{x}$ и s^2 как случайные величины характеризуются плотностью вероятности $f(\bar{x})$ и $f(s^2)$ с определенными математическими ожиданиями и дисперсиями.

В частности, известно, что $\bar{x}$ подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием M_x и дисперсией $\sigma_x^2 = \sigma_x^2/n$ (среднеквадратичная ошибка среднего арифметического в $\sqrt{n}$ раз меньше среднеквадратичной ошибки единичного измерения). Можно сказать, что $\bar{x}$ является в $\sqrt{n}$ раз более точной оценкой $M(x)$, чем единичное измерение x_i. Этот факт служит обоснованием необходимости проведения многократных измерений.

В математической статистике погрешность определения $\bar{x}$ и s^2 задается в виде *доверительного интервала* для заданной *доверительной вероятности.*

Пусть найдено значение $\bar{x}$, которое является точечной оценкой неизвестного истинного значения x_0. Зададим достаточно большую вероятность α и определим такие два числа γ_1 и γ_2, что

$$P\{\bar{x} - \gamma_1 \leqslant x_0 < \bar{x} + \gamma_2\} = \alpha, \quad (10.10)$$

тогда α называется *доверительной вероятностью,* а интервал $[\bar{x}-\gamma_1;\ \bar{x}+\gamma_2]$ — *доверительным интервалом* или, иногда, интервальной оценкой истинного значения x_0. Величина $q=(1-\alpha)\cdot 100$, %, называется *уровнем значимости.*

В практике инженерных исследований величина q обычно задается равной 5 или 1%, что соответствует доверительной вероятности $\alpha=0{,}95$ и $\alpha=0{,}99$.

Построение доверительного интервала для $M(x)$ при неизвестной генеральной дисперсии σ_x^2 основано на том, что величина

$$t = \sqrt{n}\left(\frac{\bar{x} - M\{x\}}{s}\right) \quad (10.11)$$

распределена по закону Стьюдента с $\nu = n-1$ степенями свободы, если X распределено нормально.

Под числом *степеней свободы* ν понимается разность между числом имеющихся статистических данных n и числом наложенных связей r:

$$\nu = n - r. \quad (10.12)$$

В данном случае наложена лишь одна связь, обусловленная тем, что оценка дисперсии вычисляется с использованием оценки математического ожидания $\bar{x}$, которая

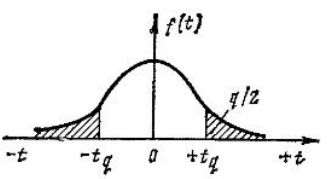


Таблица 10.2

Зависимость $t_{q\nu}$ для распределения Стьюдента от числа степеней свободы ν и пределов вероятности q

ν	q, %												
	80	60	50	40	30	20	10	5	2	1	0,5	0,2	0,1
1	0,326	0,727	1,000	1,376	1,963	3,077	6,313	12,706	31,820	63,656	127,356	318,308	636,619
2	0,289	0,617	0,816	1,061	1,386	1,885	2,920	4,302	6,964	9,924	14,089	22,327	31,599
3	0,277	0,584	0,756	0,978	1,250	1,6377	2,3534	3,182	4,540	5,840	7,453	10,214	12,941
4	0,271	0,569	0,741	0,941	1,190	1,5332	2,1318	2,776	3,746	4,604	5,597	7,173	8,610
5	0,267	0,559	0,727	0,920	1,156	1,4759	2,0150	2,5706	3,649	0321	4,773	5,893	6,859
6	0,265	0,553	0,718	0,906	1,134	1,439	1,943	2,446	3,142	3,707	4,316	5,207	5,958
7	0,263	0,549	0,711	0,896	1,119	1,4149	1,8946	2,3646	2,998	4995	0293	4,785	4049
8	0,262	0,546	0,706	0,889	1,108	1,3968	1,8595	2,3060	8965	3554	3,832	5008	0413
9	0,261	0,543	0,703	0,883	1,100	1,3820	1,8331	2,2622	8214	2498	6897	2968	4,780
10	0,260	0,542	0,700	0,879	1,093	1,3720	1,8125	2,2281	7638	1693	5814	1437	5779
11	0,260	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,795	2,201	2,718	3,105	3,496	4,024	4,437
12	0,259	0,539	0,695	0,873	1,083	1,3562	1,7823	2,1788	6810	0545	4284	3,929	3178
13	0,259	0,538	0,694	0,870	1,079	1,3502	1,7709	2,1604	6503	0123	3725	8520	2208
14	0,258	0,537	0,692	0,868	1,076	1,3450	1,7613	2,1448	6245	2,976	3257	7874	1405
15	0,258	0,536	0,691	0,866	1,074	1,3406	1,7530	2,1314	6025	9467	2860	7328	0723
16	0,258	0,535	0,690	0,865	1,071	1,336	1,745	2,119	2,583	2,920	3,252	3,686	4,015
17	0,257	0,534	0,689	0,863	1,069	1,3334	1,7396	2,1098	5668	8982	2224	6458	3,965
18	0,257	0,534	0,688	0,862	1,067	1,3304	1,7341	2,1009	5514	8784	1936	6105	9216
19	0,257	0,533	0,688	0,861	1,066	1,3277	1,7291	2,0930	5395	8609	1737	5794	8834
20	0,257	0,533	0,687	0,860	1,064	1,3253	1,7247	0860	5280	8453	1534	5518	8495
25	0,256	0,531	0,684	0,856	1,058	1,3163	1,7081	0595	4851	7874	0782	4502	7251
30	0,256	0,530	0,683	0,854	1,055	1,3104	1,6973	0423	4573	7500	0298	3852	6460
40	0,255	0,529	0,681	0,851	1,050	1,3031	1,6839	0211	4233	7045	9712	3069	5510
60	0,254	0,527	0,679	0,848	1,046	1,2958	1,6706	0003	3901	6603	9146	2317	4602
120	0,254	0,526	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,36	2,62	2,860	3,159	3,37
∞	0,253	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,33	2,58	2,807	3,09	3,29

может быть представлена как линейная комбинация x_i.

По таблицам распределения Стьюдента для количества степеней свободы $\nu=n-1$ и уровня значимости q можно найти такое число $t_{q\nu}$, что интервал

$$\left(\bar{x}-t_{q\nu}\frac{s}{\sqrt{n}};\ \bar{x}+t_{q\nu}\frac{s}{\sqrt{n}}\right) \qquad (10.13)$$

будет доверительным интервалом, соответствующим доверительной вероятности

$$p=1-\frac{q}{100},$$

т. е.

$$P\left\{|\bar{x}-M(x)|<t_{q\nu}\frac{s}{\sqrt{n}}\right\}=1-\frac{q}{100}. \qquad (10.14)$$

Значения $t_{q\nu}$ для различных q и ν приведены в табл. 10.2.

Пример. Пусть по выборке, состоящей из $n=10$ элементов, определены оценки математического ожидания и дисперсии: $\bar{x}=2$; $s^2=5{,}88$; $s=2{,}41$. Требуется построить 98%-ный доверительный интервал для $M(x)$.

По табл. 10.2 находим значение $t_{q\nu}$, соответствующее $\nu=10-1=9$ и $q=100-98=2\%$. Это значение равно $t_{q\nu}=2{,}82$. Подставляя значения $\bar{x}$, s, n и t в выражение (10, 13), получаем, что искомый доверительный интервал равен $(-0{,}15;\ 4{,}15)$.

Доверительный интервал для σ_x^2 строится с учетом того, что величина $(n-1)s^2/\sigma_x^2$ распределена по закону χ^2 — распределение Пирсона с $\nu=n-1$ степенями свободы, если случайная переменная x распределена нормально. В этом случае найдутся такие два числа χ_1^2 и χ_2^2, что

$$P\left\{\frac{(n-1)s^2}{\sigma_x^2}<\chi_1^2\right\}=\frac{1}{2}\,\frac{q}{100} \qquad (10.15)$$

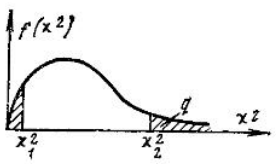


Таблица 10.3

Зависимость χ^2 для распределения Пирсона от числа степеней свободы ν и пределов вероятности q

ν	q, %					
	99,5	97,5	95	5	2,5	0,5
1	$0{,}39\cdot10^{-4}$	$0{,}98\cdot10^{-3}$	$0{,}39\cdot10^{-2}$	3,841	5,024	7,879
2	0,010	0,051	0,103	5,991	7,378	10,597
3	0,072	0,215	0,352	7,815	9,348	12,838
4	0,207	0,484	0,711	9,488	11,143	14,860
5	0,412	0,831	1,145	11,070	12,832	16,750
6	0,676	1,237	1,635	12,592	14,449	18,548
7	0,989	1,690	2,167	14,067	16,013	20,278
8	1,344	2,180	2,733	15,507	17,535	21,955
9	1,735	2,700	3,325	16,919	19,023	23,589
10	2,156	3,247	3,940	18,307	20,483	25,188
11	2,603	3,816	4,575	19,575	21,920	26,757
12	3,074	4,404	5,226	21,026	23,336	28,300
13	3,565	5,009	5,892	22,362	24,736	29,819
14	4,075	5,629	6,571	23,685	26,119	31,319
15	4,601	6,262	7,262	24,996	27,488	32,804
16	5,142	6,908	7,962	26,296	28,845	34,267
17	5,697	7,564	8,672	27,587	30,191	35,719
18	6,265	8,231	9,390	28,869	31,526	37,156
19	6,844	8,907	10,117	30,144	32,852	38,582
20	7,434	9,591	10,851	31,410	34,170	39,997
21	8,034	10,238	11,591	32,671	35,479	41,401
22	8,643	10,982	12,338	33,924	36,781	42,796
23	9,260	11,688	13,091	35,172	38,076	44,181
24	9,886	12,401	13,848	36,145	39,364	45,558
25	10,520	13,120	14,611	37,652	40,646	46,928
26	11,160	13,844	15,379	38,885	41,923	48,290
27	11,808	14,573	16,151	40,113	43,194	49,645

и

$$P\left\{\frac{(n-1)s^2}{\sigma_x^2} > \chi_2^2\right\} = \frac{1}{2}\frac{q}{100}, \qquad (10.16)$$

а следовательно,

$$P\left\{\chi_1^2 < \frac{(n-1)s^2}{\sigma_x^2} < \chi_2^2\right\} =$$

$$= 1 - \frac{q}{100} = p. \qquad (10.17)$$

При этом доверительный интервал для σ_x^2 будет:

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi_2^2};\ \frac{(n-1)s^2}{\chi_1^2}\right]. \qquad (10.18)$$

Значения χ_1^2 и χ_2^2 находят из табл. 10.3 по известному числу степеней свободы $\nu = n-1$ и вычисленным уровням значимости

$$q_1 = P\left\{\frac{(n-1)s^2}{\sigma_x^2} > \chi^2\right\} =$$

$$= 1 - P\left\{\frac{(n-1)s^2}{\sigma_x^2} < \chi^2\right\} =$$

$$= 1 - \frac{1}{2}\frac{q}{100}; \qquad (10.19)$$

$$q_2 = P\left\{\frac{(n-1)s^2}{\sigma_x^2} > \chi^2\right\} = \frac{1}{2}\frac{q}{100}.$$

Пример. Найти в условиях предыдущего примера 90%-ный доверительный интервал для σ_x^2. По табл. 10.3 находим χ_1^2 и χ_2^2 для значений уровней значимости: $q = 1-0{,}5\cdot 0{,}10 = 0{,}95$; $q_2 = 0{,}5\cdot 0{,}10 = 0{,}05$ и $\nu = 10-1 = 9$.

Используя найденные значения χ_1^2 и χ_2^2, а также $s^2 = 5{,}88$ и $n-1 = 9$, по формуле (10.18) определяем концы доверительного интервала: $\eta_1 = 3{,}1$; $\eta_2 = 15{,}9$.

10.1.3. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Статистическая гипотеза — это некоторое предположение относительно свойств генеральной совокупности, из которой извлекается выборка.

Критерием проверки статистической гипотезы является правило, позволяющее отвергнуть или принять данную гипотезу. При построении такого правила вычисляются некоторые функции результатов наблюдений, составляющих выборку (статистики), которые сравниваются со значениями этих показателей, определенными теоретически в предположении, что проверяемая гипотеза верна. Для критериев проверки выбираются надлежащие уровни значимости ($q = 10$, 5, 1%), отвечающие событиям, которые считаются практически невозможными (маловероятными). Все возможные значения вычисленных статистик для проверки той или другой гипотезы делятся на две части: на область принятия гипотезы и критическую область, вероятность попадания в которую в случае, если гипотеза верна, в точности равна уровню значимости q.

Проверка статистической гипотезы сводится к выяснению, попадает или нет значение используемой статистики в критическую область: если нет, гипотеза принимается как не противоречащая результатам наблюдений, если да, то гипотеза отвергается.

Проверка статистической гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению $[M(x) = C]$. Это одна из наиболее распространенных задач проверки статистических гипотез, аналогичная сравнению центров распределения двух нормально распределенных величин x и y. Такого рода предположение называется *«нулевой» гипотезой* и обозначается символом H_0. Если *конкурирующей гипотезы* нет, то критической областью при проверке «нулевой» гипотезы является область больших по абсолютному значению отклонений.

В качестве критерия проверки берется величина

$$t = \sqrt{n}\left(\frac{\bar{x} - C}{s}\right), \qquad (10.20)$$

называемая также t-критерием и распределенная по закону Стьюдента с $\nu = n-1$ степенями свободы, где n — объем выборки (если x распределено нормально).

Если вычисленное значение t-критерия не превышает критического $t_{кр} = t_{q\nu}$, найденного в табл. 10.2 по заданным q и ν, то исходная нуль-гипотеза принимается, в противном случае она отвергается с принятым уровнем значимости.

Пример. Проверить гипотезу о равенстве нулю $M(x)$ с 5%-ным уровнем значимости, если при обработке выборки из 10 элементов получено

$$\bar{x} = 1{,}38; \quad s = 1{,}23.$$

Значение t-критерия в данном случае будет:

$$t = \frac{1{,}38\cdot\sqrt{10}}{1{,}23} = 3{,}55,$$

что превышает значение $t_{кр} = 2{,}262$, найденное по табл. 10.2, при $q = 5\%$ и $\nu = n-1 = 9$. Таким образом, нуль-гипотеза должна быть отвергнута.

Проверка гипотезы о равенстве двух генеральных дисперсий. Пусть по данным двух независимых выборок получены оценки дисперсий s_1^2 и s_2^2 со степенями свободы соответственно $\nu_1 = n_1 - 1$ и $\nu_2 = n_2 - 1$. Требуется выяснить, взяты ли данные выборки из генеральных совокупностей, имеющих одинаковые дисперсии: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (или из одной и той же генеральной совокупности).

Таблица 10.4

2,5-процентные верхние пределы для величины F в зависимости от чисел степеней свободы ν_1 и ν_2

ν_2	ν_1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	647,8	799,5	864,1	899,5	921,8	937,1	948,2	956,6	963,2	968,6	976,6	984,8	993,1	997,2	1001,4	1005,6	1009,8	1014,0	1018,3
2	38,50	39,00	39,16	39,24	39,29	39,33	39,35	39,37	39,38	39,39	39,41	39,43	39,44	39,45	39,46	39,47	39,48	39,49	39,49
3	17,44	16,04	15,43	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,41	14,33	14,25	14,16	14,12	14,08	14,08	13,99	13,94	13,90
4	12,21	10,64	9,979	9,604	9,364	9,197	9,074	8,979	8,904	8,843	8,751	8,655	8,559	8,510	8,461	8,411	8,360	8,309	8,257
5	10,01	8,433	7,763	7,387	7,146	6,977	6,853	6,757	6,681	6,619	6,524	6,422	6,328	6,278	6,226	6,175	6,122	6,069	6,015
6	8,813	7,259	6,598	6,227	6,987	5,819	5,695	5,599	5,523	5,461	5,366	5,268	5,168	5,117	5,065	5,012	4,958	4,904	4,849
7	8,072	6,541	5,889	5,522	5,285	5,118	4,994	4,899	4,823	4,761	4,665	4,567	4,466	4,415	4,362	4,308	4,254	4,198	4,142
8	7,570	6,059	5,416	5,052	4,817	4,651	4,528	4,433	4,357	4,295	4,199	4,101	3,999	3,947	3,894	3,839	3,784	3,727	3,670
9	7,209	5,714	5,078	4,718	4,484	4,319	4,197	4,102	4,026	3,963	3,868	3,769	3,666	3,614	3,560	3,505	3,449	3,391	3,332
10	6,936	5,456	4,825	4,468	4,236	4,072	3,949	3,854	3,779	3,716	3,620	3,521	3,418	3,365	3,311	3,255	3,198	3,139	3,079
11	6,724	5,255	4,630	4,275	4,044	3,880	3,758	3,663	3,587	3,525	3,429	3,329	3,226	3,172	3,117	3,061	3,003	2,944	2,882
12	6,553	5,095	4,474	4,121	3,891	3,728	3,606	3,511	3,435	3,373	3,277	3,177	3,072	3,018	2,963	2,906	2,847	2,787	2,724
13	6,411	4,965	4,347	3,995	3,766	3,604	3,482	3,388	3,312	3,294	3,153	3,052	2,947	2,893	2,837	2,779	2,720	2,659	2,595
14	6,297	4,856	4,241	3,891	3,683	3,501	3,379	3,285	3,209	4,146	3,050	2,949	2,843	2,788	2,732	2,673	2,614	2,651	2,487
15	6,199	4,765	4,152	3,804	3,576	3,414	3,293	3,198	3,122	3,060	2,963	2,862	2,755	2,700	2,643	2,585	2,524	2,461	2,395
16	6,155	4,686	4,076	3,729	3,502	3,340	3,219	3,124	3,048	2,986	2,889	2,787	2,680	2,625	2,567	2,508	2,447	2,383	2,316
17	6,042	4,618	4,012	3,664	3,437	3,276	3,155	3,061	2,984	2,922	2,824	2,723	2,615	2,559	2,502	2,442	2,380	2,315	2,247
18	5,978	4,559	3,953	3,608	3,382	3,220	3,099	3,005	2,929	2,866	2,786	2,666	2,559	2,502	2,444	2,384	2,321	2,255	2,185
19	5,921	4,507	3,903	3,558	3,332	3,171	3,050	2,956	2,880	2,817	2,719	2,617	2,508	2,452	2,393	2,332	2,269	2,203	2,133
20	5,871	4,461	3,858	3,514	3,289	3,128	3,007	2,912	2,836	2,773	2,675	2,573	2,464	2,407	2,348	2,287	2,223	2,156	2,085
21	5,826	4,419	3,818	3,474	3,250	3,089	2,968	2,874	2,797	2,734	2,636	2,533	2,424	2,367	2,306	2,246	2,181	2,114	2,042
22	5,786	4,382	3,782	3,440	3,215	3,054	2,933	2,839	2,762	2,699	2,601	2,498	2,389	2,331	2,271	2,209	2,144	2,076	2,033
23	5,749	4,349	3,750	3,408	3,183	3,023	2,902	2,807	2,731	2,668	2,569	2,466	2,356	2,298	2,238	2,176	2,110	2,041	1,967
24	5,716	4,318	3,721	3,379	3,154	2,994	2,873	2,779	2,702	2,639	2,541	2,437	2,327	2,269	2,209	2,146	2,079	2,009	1,935
25	5,686	4,290	3,694	3,353	3,128	2,968	2,847	2,753	2,676	2,613	2,514	2,411	2,300	2,242	2,181	2,118	2,051	1,981	1,905
26	5,658	4,265	3,669	3,328	3,104	2,944	2,824	2,729	2,652	2,589	2,490	2,386	2,275	2,217	2,156	2,092	2,025	1,954	1,878
27	5,633	4,242	3,647	3,306	3,082	2,922	2,802	2,707	2,630	2,567	2,468	2,364	2,253	2,194	2,133	2,069	2,001	1,929	1,852
28	5,609	4,220	3,626	3,286	3,062	2,902	2,782	2,687	2,610	2,547	2,448	2,343	2,232	2,173	2,112	2,047	1,979	1,907	1,829
29	5,587	4,200	3,607	3,267	3,043	2,884	2,763	2,668	2,591	2,529	2,429	2,324	2,213	2,154	2,092	2,027	1,959	1,886	1,807
30	5,567	4,182	3,589	3,249	3,026	2,866	2,746	2,651	2,574	2,511	2,412	2,307	2,195	2,135	2,073	2,009	2,940	1,866	1,786
40	5,423	4,051	3,463	3,126	2,903	2,744	2,623	2,528	2,451	2,388	2,288	2,181	2,067	2,006	1,942	1,875	1,802	1,724	1,637
60	5,258	3,925	3,342	3,007	2,786	2,627	2,506	2,411	2,334	2,270	2,160	1,061	1,944	1,881	1,845	1,744	1,666	1,581	1,482
120	5,152	3,804	3,227	2,894	2,567	2,675	2,394	2,299	2,221	2,157	2,054	1,945	1,824	1,759	1,689	1,614	1,529	1,432	1,310

Таблица 10.5

5-процентные верхние пределы для величины F в зависимости от чисел степеней свободы ν_1 и ν_2

ν_2	ν_1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	16	20	24	30	40	75	100	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	253	253	254
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,41	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,74	8,69	8,66	8,64	8,62	8,60	8,57	8,56	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,84	5,80	5,77	5,74	5,71	5,68	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,68	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	4,42	4,40	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,92	3,87	3,84	3,81	3,77	3,72	3,71	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,57	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,29	3,28	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,28	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,00	2,98	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,07	2,98	2,93	2,90	2,86	2,82	2,77	2,76	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,91	2,82	2,77	2,74	2,70	2,67	2,61	2,59	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,79	2,70	2,65	2,61	2,57	2,53	2,47	2,45	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,69	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,36	2,35	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,60	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,28	2,26	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,53	2,44	2,39	2,35	2,31	2,27	2,21	2,19	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,48	2,39	2,33	2,29	2,25	2,21	2,15	2,12	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,33	2,28	2,24	2,20	2,16	2,09	2,07	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,38	2,29	2,23	2,19	2,15	2,11	2,04	2,02	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,25	2,19	2,15	2,11	2,07	2,00	1,98	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,31	2,21	2,15	2,11	2,07	2,02	1,96	1,94	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,28	2,18	2,12	2,08	2,04	1,99	1,92	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,15	2,09	2,05	2,00	1,96	1,89	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35	2,30	2,23	2,13	2,07	2,03	1,98	1,93	1,87	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,20	2,10	2,04	2,00	1,96	1,91	1,84	1,82	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,18	2,09	2,02	1,98	1,94	1,89	1,82	1,80	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28	2,24	2,16	2,06	2,00	1,96	1,92	1,87	1,80	1,77	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,05	1,99	1,95	1,90	1,85	1,78	1,76	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,30	2,25	2,20	2,13	2,03	1,97	1,93	1,88	1,84	1,76	1,74	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,02	1,96	1,91	1,87	1,81	1,75	1,72	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,00	1,94	1,90	1,85	1,80	1,73	1,71	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,16	2,09	1,99	1,93	1,89	1,84	1,79	1,72	1,69	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2,00	1,90	1,84	1,79	1,74	1,69	1,61	1,59	1,52
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,81	1,75	1,70	1,65	1,59	1,50	1,48	1,39
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,08	2,01	1,95	1,90	1,83	1,72	1,65	1,60	1,55	1,49	1,39	1,36	1,25

Для проверки указанной гипотезы применяется F-критерий (дисперсионное отношение)

$$F = s_1^2/s_2^2, \qquad (10.21)$$

распределение которого (*F-распределение Фишера*) зависит лишь от числа степеней свободы $\nu_1 = n_1 - 1$ и $\nu_2 = n_2 - 1$. При проверке нуль-гипотезы ($\sigma_1^2 - \sigma_2^2 = 0$) о равенстве двух генеральных дисперсий нужно различать два случая.

1. Когда с нулевой гипотезой конкурирует *альтернативная гипотеза* $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$, то в качестве критической области выбирается область больших положительных отклонений. Для выбранного уровня значимости q граница критической области находится из таблиц F-распределения (табл. 10.4 и 10.5).

Если найденное из наблюдений значение F-критерия оказывается меньше табличного $F_q(\nu_1, \nu_2)$, то нуль-гипотеза о равенстве двух генеральных дисперсий не отвергается, и наоборот.

2. Когда с нулевой гипотезой конкурирует альтернативная гипотеза $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, то критическая область для F-критерия состоит из двух интервалов: интервала «больших» значений, удовлетворяющего неравенству $F > F_2$, и интервала «малых» значений $0 < F < F_1$, причем границы области F_1 и F_2 подбираются так, что при уровне значимости q

$$P\{F > F_2\} = \frac{q}{2};$$

$$P\{F < F_1\} = \frac{q}{2}. \qquad (10.22)$$

Поскольку левая критическая точка F-распределения соответствует правой критической точке $F' = 1/F$-распределения, то для определения F_1 и F_2 необходимо найти только правые точки для F и F'. Ввиду указанного свойства табулированы только правые критические точки F-распределения (см. табл. 10.4 и 10.5).

Принято отбрасывать гипотезу, когда $F (F > 1)$ превосходит верхнее критическое значение для уровня значимости $1/2\,\frac{q}{100}$, при этом вся критическая область критерия будет отвечать уровню $q/100$.

Процедура проверки гипотезы о равенстве дисперсий аналогична рассмотренному выше случаю.

Пример. Имеются две выборки объемом $n_1 = 17$ и $n_2 = 13$, для которых рассчитаны оценки $s_2^1 = 0{,}0295$ и $s_2^2 = 0{,}0139$ ($\nu_1 = 16$, $\nu_2 = 12$). Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при 5%-ном уровне значимости.

Находим дисперсионное отношение:

$$F = s_1^2/s_2^2 = 0{,}0295/0{,}0139 = 2{,}12.$$

По табл. 10.4 для $\nu_1 = 15$ и $\nu_2 = 12$

$$F_{q/2} = F_{2{,}5\%} = 3{,}18; \quad F = 2{,}12 < F_{q/2} = 3{,}18,$$

следовательно, данные выборки не противоречат принятой выше гипотезе.

Рассмотренные в настоящем параграфе методы позволяют решать широкий спектр задач, связанных со статистической обработкой данных теплофизического эксперимента: вычисление среднего значения, дисперсии, построение доверительных интервалов, проверка статистических гипотез и т. д. Все эти методы повышают достоверность и надежность выводов, делают сопоставимыми результаты отдельных исследований.

Типовые статистические методы обработки опытных данных имеют самостоятельное значение, а также широко используются при планировании эксперимента.

10.2. ЭЛЕМЕНТЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

10.2.1. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЪЕКТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ И РЕШАЕМЫХ ЗАДАЧ

Планирование эксперимента — это процедура выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью [1, 2].

Планирование эксперимента обеспечивает оптимальное исследование разнообразных объектов в смысле:

1) минимизации числа опытов и, следовательно, времени и затрат;

2) реализации специальных планов эксперимента, предусматривающих одновременное варьирование всеми переменными;

3) использование аппарата математической статистики, позволяющего формализовать многие действия экспериментатора и принимать обоснованные решения после каждой серии экспериментов.

Методы планирования эксперимента могут быть применены для объектов, процессов, теплотехнических установок различного типа (см. разд. 8 и 9). Однако эффективность этих методов существенно повышается в случае, если характеристики объекта исследования удовлетворяют определенным требованиям. Все множество факторов, определяющих работу исследуемого объекта, можно разделить на (рис. 10.4, *а*):

а) контролируемые управляемые переменные $x_1, x_2, \ldots, x_n$, которые в процессе экспериментирования могут изменяться в соответствии с некоторым планом. Будем в дальнейшем считать, что эти переменные взаимно независимы и точность их установки достаточно высока;

б) контролируемые неуправляемые переменные $z_1, z_2, \ldots, z_m$;

в) неконтролируемые возмущения $k_1, k_2, \ldots, k_d$;

г) выходные переменные, целевые функции $y_1, y_2, \ldots, y_l$.

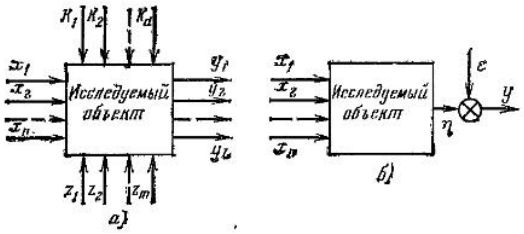


Рис. 10.4. Структурное представление объекта исследования.

На рис. 10.4, *б* дана преобразованная схема объекта исследования с одной целевой функцией $y_i=\eta_i+\varepsilon_i$, где η_i — истинное значение выхода при i-м эксперименте; ε_i — аддитивная помеха, соответствующая i-му эксперименту, образованная за счет суммарного действия неуправляемых переменных.

Предполагается, что зависимость $\eta=\varphi(\mathbf{x})$ — «гладкая», т. е. дифференцируема и может быть представлена разложением в ряд Тейлора.

Помехи ε_i — независимые случайные числа, подчиняющиеся нормальному распределению с параметрами $M(\varepsilon)=0$ и $\sigma_\varepsilon^2=\text{const}$ для каждой фиксированной комбинации уровней составляющих вектора $\mathbf{x}$.

Этим условиям удовлетворяет широкий класс объектов: промышленные агрегаты, полупромышленные и лабораторные установки.

Планирование эксперимента применяется при решении следующих типовых исследовательских задач:

1) определение (отсеивание) наиболее значимых факторов;

2) количественная оценка эффектов влияния отдельных факторов и их взаимодействий на целевую функцию;

3) поиск оптимальных условий;

4) построение математической модели исследуемого объекта;

5) уточнение коэффициентов, констант, теоретических моделей, описывающих механизм явлений, и выбор наилучшей модели из ряда конкурирующих.

10.2.2. ПОЛНЫЙ И ДРОБНЫЙ ФАКТОРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Целью полного и дробного факторного эксперимента является получение линейной и неполной квадратичной статической модели исследуемого объекта, так называемого *уравнения регрессии*.

Так, для трехфакторной задачи вид модели (теоретического уравнения регрессии) будет иметь вид:

$$\mu(y)=\eta=\beta_0+\sum_{1=1}^{3}\beta_i x_i+\sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{3}\beta_{ij}x_i x_j+\beta_{123}x_1x_2x_3, \qquad (10.23)$$

где β_1, β_2, β_3 — коэффициенты, характеризующие эффекты влияния управляемых переменных на целевую функцию; β_{ij}, β_{123} — коэффициенты, характеризующие эффекты влияния парных взаимодействий переменных и тройного взаимодействия соответственно.

Из-за действия помехи ε результат измерения y при фиксированных значениях управляемых переменных является случайной величиной, следовательно, по результатам эксперимента мы можем вычислить лишь оценки b_i — истинных генеральных значений коэффициентов β_i. Введя фиктивную переменную $x_0=1$ и перейдя к переменным z, запишем уравнение (10.23) в виде

$$y=\sum_{i=0}^{7}b_i z_i. \qquad (10.24)$$

Нахождение математической модели вида (10.24) состоит из ряда последовательных этапов.

I. Планирование эксперимента. На этом этапе выбирается экспериментальный план, позволяющий решить поставленную задачу — вычислить наилучшие оценки коэффициентов уравнения (10.24). Экспериментальный план — это некоторая совокупность экспериментов, каждый из которых характеризуется набором фиксированных значений управляемых переменных. В данном случае наилучшим планом является *полный факторный эксперимент* (ПФЭ), реализующий все возможные неповторяющиеся комбинации уровней n независимых переменных, каждая из которых принудительно варьируется на двух уровнях. Число этих комбинаций $n=2^n$. При планировании эксперимента проводят преобразование независимых переменных x_i в безразмерные переменные:

$$x_{\delta i}=\frac{x_i-x_i^*}{\Delta x_i}, \qquad (10.25)$$

где x_i^* — значение управляемой переменной, соответствующее начальному базовому режиму; Δx_i — шаг варьирования.

Переход к безразмерным переменным значительно облегчает дальнейшие расчеты, так как в этом случае верхние и нижние уровни варьирования $x_{\text{в}i}$ и $x_{\text{н}i}$ в относительных единицах будут равны соответственно $x_{\text{в}i}=+1$, $x_{\text{н}i}=-1$. ПФЭ для $n=3$ представлен в табл. 10.6.

Три столбца управляемых переменных образуют *план эксперимента*, а остальные столбцы матрицы получаются перемножением соответствующих значений управляемых переменных. *Матрицу планирования* для $n=4$ можно построить на базе планирования 2^3, повторив этот способ дважды: первый раз при значениях x_4, находящихся на

Таблица 10.6

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) типа 2^3

N	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$
1	+	−	−	−	+	+	+	−
2	+	+	−	−	−	−	+	+
3	+	−	+	−	−	+	−	+
4	+	+	+	−	+	−	−	−
5	+	−	−	+	+	−	−	+
6	+	+	−	+	−	+	−	−
7	+	−	+	+	−	−	+	−
8	+	+	+	+	+	+	+	+

нижнем уровне, второй раз — на верхнем. Аналогично могут быть получены планы для сколь угодно большого числа n независимых переменных. Матрица планирования для ПФЭ является ортогональной с линейно-независимыми вектор-столбцами:

$$\sum_{i=1}^{N} z_{p,i}\, z_{l,i} = 0, \quad p,\ l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ k; \quad p \neq l, \tag{10.26}$$

где $k+1$ — число неизависимо оцениваемых коэффициентов (в случае $n=3$ $k+1=8$).

II. Проведение эксперимента. С целью усреднения выходной величины y каждая строка экспериментального плана дублируется несколько раз. В случае m параллельных опытов

$$\bar{y}_g = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} y_{g,i}, \quad g = 1,2,\ \ldots\ ,\ N. \tag{10.27}$$

Если $m=3$, эксперимеит делится на три серии опытов, в каждой из которых полностью реализуется ПФЭ. Для исключения систематических ошибок при вычислении оценок коэффициентов регрессии необходимо рандомизировать варианты варьирования в каждой из трех серий, т. е. с помощью таблицы равномерио распределеиных случайных чисел определить последовательность реализации вариантов варьирования переменных в каждой серии опытов. *Рандомизация* проводится следующим образом. Из таблицы равномерно распределенных чисел (табл. 10.7) выбираются числа от 1 до 8 (каждое число берется только один раз). Числа эти выбираются в том порядке, в котором они встречаются при последовательном обходе столбцов таблицы, начиная с первого. При рандомизации второй серии экспериментов за первый столбец таблицы принимается столбец, следующий за последним столбцом, использованным в предыдущей серии. Аналогичным образом осуществляется рандомизация третьей серии экспериментов.

Так, последовательность реализации первой серии ПФЭ будет 8,4; 1,6; 5,7; 2,3.

III. Вычисление коэффициентов уравнения регрессии. Для вычисления оценок b_i используется *метод наименьших квадратов* (МНК) (см. § 4.9 [13]), минимизирующий сумму квадратов отклонений наблюденных $y_{\text{набл}}$ и предсказанных по модели $\hat{y}$ значений выхода:

$$\min \sum_{i=1}^{N} \left(y_{\text{набл}\,i} - \hat{y}_i\right)^2. \tag{10.28}$$

Ортогональность экспернментального плана приводит к ортогональности матрицы коэффициентов системы нормальных уравнений, что в свою очередь обеспечивает взаимную независимость оценок коэффициентов уравнения регрессии b_i и их вычисление по простым формулам:

$$b_i = \frac{1}{N}\sum_{g=1}^{N} z_{gi}\, y_g, \quad i = 0,$$

$$1,\ 2,\ \ldots,\ 2^{n-1}. \tag{10.29}$$

Таким образом, для вычисления b_i необходимо определить среднее арифметическое усредненных значений выхода с учетом знаков соответствующего столбца матрицы планирования.

IV. Статистический анализ полученных результатов. Статистический анализ включает проверку гипотезы о значимости коэффициентов b_i (проверка нуль-гипотезы: $\beta_i=0$). Проверка гипотезы проводится с помощью *критерия Стьюдента*, который в данном случае формируется как

$$t_i = |b_i|/s^2(b_i), \tag{10.30}$$

где $s^2(b_i)$ — дисперсия ошибки определения коэффициента b_i:

$$s^2(b_i) = s^2(y)/(Nm), \tag{10.31}$$

где $s^2(y)$ — так называемая дисперсия воспроизводимости:

$$s^2(y) = \frac{1}{N}\sum_{g=1}^{N} s_g^2(y) =$$

$$= \frac{1}{(m-1)N}\sum_{g=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} (y_{gi} - y_g)^2. \tag{10.32}$$

Если найденное значение параметра t_i превышает значение t_{qv}, определенное по табл. 10.2 для числа степеней свободы

$$v = N(m-1) \tag{10.33}$$

при заданном уровне значимости q (обычно 5%), т. е.

$$\operatorname{sign}(t_i - t_{\text{кр}}) = +1,$$

то нуль-гипотеза отвергается и коэффициент b_i признается значимым. В противном слу-

Таблица 10.7

Равномерно распределенные случайные числа

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
10	09	73	25	33	76	52	01	35	86	34	67	35	48	76	80	95	90	91	17	39	29	27	49	45
37	54	20	48	05	64	89	47	42	96	24	80	52	40	37	20	63	61	04	02	00	82	29	16	65
08	42	26	89	53	19	64	50	93	03	23	20	90	25	60	15	95	33	47	64	35	08	03	36	06
99	01	90	25	29	09	37	67	07	15	38	31	13	11	65	88	67	67	43	97	04	43	62	76	59
12	80	79	99	70	80	15	73	61	47	64	03	23	66	53	98	95	11	68	77	12	17	17	68	33
66	06	57	47	17	34	07	27	68	50	36	69	73	61	70	65	81	33	98	85	11	19	92	91	70
31	06	01	08	05	45	57	18	24	06	35	30	34	26	14	86	79	90	74	39	23	40	30	97	32
85	26	97	76	02	02	05	16	56	92	68	66	57	48	18	73	05	38	52	47	18	62	38	85	79
63	57	33	21	35	05	32	54	70	48	90	55	35	75	48	28	46	82	87	09	83	49	12	56	24
73	79	64	57	53	03	52	96	47	78	35	80	83	42	82	60	93	52	03	44	35	27	38	84	35
98	52	01	77	67	14	90	56	86	07	22	10	94	05	58	60	97	09	34	33	50	50	07	37	98
11	80	50	54	31	39	80	82	77	32	50	72	56	82	48	29	40	52	42	01	52	77	56	78	51
83	45	20	96	34	06	28	89	80	83	13	74	67	00	78	18	47	54	06	10	68	71	17	78	17
88	68	54	02	00	86	50	75	84	01	36	76	66	79	51	90	36	47	64	93	29	60	91	10	62
99	59	45	73	48	37	51	76	49	69	91	82	60	89	28	93	78	56	13	68	23	47	83	41	13
65	48	11	76	74	17	46	85	09	50	58	04	77	69	74	73	03	95	71	86	40	31	81	65	44
80	12	43	56	35	17	72	70	70	15	45	31	82	23	74	21	11	57	82	53	14	38	55	37	63
74	35	09	98	17	77	45	27	72	14	43	23	60	02	10	45	52	16	42	37	96	40	60	26	55
69	91	62	68	03	66	25	22	91	48	36	93	68	72	03	76	62	11	39	90	94	40	05	64	18
09	89	32	05	05	14	22	66	85	14	46	42	75	67	88	96	29	77	88	22	54	38	21	45	98
91	49	91	45	23	68	47	92	76	86	46	16	28	35	54	94	75	08	99	23	37	08	92	00	48
80	33	69	45	98	26	94	03	68	58	70	29	73	41	35	53	14	03	33	40	42	05	08	23	41
44	10	48	19	49	85	15	74	79	54	32	97	92	65	75	57	50	04	08	81	22	22	20	64	13
12	55	07	37	42	11	10	00	20	40	12	86	07	46	97	96	64	48	94	39	28	70	72	58	15
63	60	64	93	29	16	50	53	44	84	40	21	95	25	63	43	65	17	70	82	07	20	73	17	90
61	19	69	04	46	26	45	74	77	74	61	92	43	37	29	65	39	45	95	93	42	58	26	05	27
15	47	44	52	66	95	27	07	99	53	59	36	78	38	48	82	39	61	01	18	33	21	15	94	66
94	55	72	85	73	67	89	75	43	87	54	62	24	44	31	91	19	04	25	92	92	92	74	69	73
42	48	11	62	13	97	34	40	87	21	16	86	84	87	67	03	07	11	20	59	25	70	14	66	70
23	52	37	83	18	73	20	88	98	37	68	93	69	14	16	26	26	22	96	63	05	52	28	25	62
04	49	35	24	94	75	24	63	38	24	45	86	25	10	25	61	96	27	93	35	68	73	71	24	72
00	54	99	76	54	64	05	18	81	69	96	11	96	38	96	54	69	28	23	91	23	28	72	95	29
35	96	31	53	07	26	89	08	93	54	33	35	13	54	52	77	97	45	00	24	90	10	33	93	33
59	80	80	83	91	45	42	72	68	42	83	60	94	97	00	13	02	12	48	92	78	56	52	01	06
46	05	88	52	36	01	39	09	22	86	77	28	14	04	77	93	91	08	36	47	70	61	74	29	41
32	17	90	05	97	87	37	92	52	41	05	56	70	70	07	86	74	81	71	57	95	39	41	18	38
69	23	46	14	06	20	11	74	52	04	15	95	68	00	00	18	74	39	24	23	97	11	89	63	38
19	56	54	14	30	01	75	87	53	79	40	41	52	15	85	66	67	43	68	05	84	95	28	52	07
45	15	51	49	38	19	47	60	72	46	43	66	79	45	43	59	04	79	00	33	20	82	66	95	41
94	86	43	19	94	36	16	91	08	51	34	88	88	15	53	01	44	03	54	56	05	51	45	11	76

чае [т. е. при $\operatorname{sign}(t_i - t_{кр}) = -1$] нуль-гипотеза принимается и коэффициент b_i считают статистически незначимым (т. е. β_i равно нулю) и соответствующий член $b_i z_i$ может быть исключен из математической модели.

Статистическая незначимость коэффициента b_i может быть обусловлена следующими причинами:

1) уровень базового режима $\mathbf{x}^*$ близок к точке частного экстремума по переменной x_i:

$$b_i \cong \frac{\partial y(\mathbf{x}^*)}{\partial x_i} = 0;$$

2) шаг варьирования Δx_i выбран малым;

3) данная переменная (произведение переменных) не имеет функциональной связи с выходным параметром y, т. е. $\beta_i = 0$;

4) велика погрешность воспроизводимости эксперимента вследствие наличия неуправляемых и некоитролируемых переменных.

Если какой-либо из коэффициентов b_i окажется незначимым, он может быть отброшен без пересчета всех остальных.

Чтобы проверить гипотезу об адекватности представления результатов эксперимента найденным уравнениям регрессии, достаточно оценить отклонение предсказанной уравнением регрессии выходной функции $\hat{y}_g$ от результатов эксперимента $\bar{y}_g$ в тех же точках $\mathbf{z}_g$ факторного пространства. Рассеяние результатов эксперимента вблизи уравнения регрессии, аппроксимирующего искомую функциональную зависимость, можно охарактеризовать с помощью *дисперсии неадекватности* $\sigma^2_{ад}$, оценка которой находится по формуле

$$s^2_{ад} = \frac{1}{N-d} \sum_{g=1}^{N} \left(\bar{y}_g - \hat{y}_g\right)^2, \qquad (10.34)$$

где d — число членов *аппроксимирующего полинома*.

Дисперсия неадекватности определяется числом степеней свободы:

$$\nu_{ад} = N - d. \qquad (10.35)$$

Проверка гипотезы об адекватности проводится с использованием *F-критерия Фишера*. Критерий Фишера позволяет проверить нуль-гипотезу о равенстве двух генеральных дисперсий $\sigma^2_{ад}$ и $\sigma^2(y)$. Если выборочные дисперсии $s^2_{ад} > s^2(y)$, то F-критерий формируется как отношение:

$$F = s^2_{ад} / s^2(y). \qquad (10.36)$$

Если вычисленное значение критерия меньше $F_{кр}$, найденного по табл. 10.4 и 10.5 для соответствующих степеней свободы

$$\nu_{ад} = N - d; \quad \nu = N(m-1)$$

при заданном уровне значимости $q_{ад}$, то нуль-гипотеза принимается. В противном случае [при $\operatorname{sign}(F - F_{кр}) = +1$] гипотеза отвергается и описание признается неадекватным объекту.

Проверка адекватности возможна при $\nu_{ад} > 0$. Если гипотеза адекватности отвергается, необходимо переходить к более сложной форме уравнения регрессии либо, если это возможно, проводить эксперимент с меньшим шагом варьирования Δx_i.

Во многих практических задачах взаимодействия второго и высших порядков отсутствуют или пренебрежимо малы. Кроме того, на первых этапах исследования часто нужно получить в первом приближении лишь линейную аппроксимацию изучаемого уравнения связи при минимальном количестве экспериментов. Поэтому использовать ПФЭ для определения коэффициентов лишь при линейных членах неэффективно из-за реализации большого числа вариантов варьирования 2^n, особенно при большом числе факторов n.

Дробным факторным экспериментом (ДФЭ) называется эксперимент, реализующий часть *(дробную реплику)* ПФЭ. ДФЭ позволяет получить линейное приближение искомой функциональной зависимости в некоторой небольшой окрестности точки базового режима при минимуме опытов.

Первый этап «планирования эксперимента» в случае ДФЭ для трехфакторной задачи приведен в табл. 10.8. Здесь произведение x_1x_2 выбирается таким же, как и третья независимая переменная. Такое планирование позволяет оценить свободный член b_0 и три коэффициента регрессии при линейных членах b_1, b_2, b_3 (при четырех опытах нельзя получить более четырех коэффициентов).

Таблица 10.8

Дробный факторный эксперимент (ДФЭ)

N_0	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$
1	+	−	−	+	+	−	−	+
2	+	+	−	−	−	−	+	+
3	+	−	+	−	−	+	−	+
4	+	+	+	+	+	+	+	+

Применение ДФЭ всегда связано со смешиванием, т. е. с совместной оценкой нескольких теоретических коэффициентов уравнения регрессии. В нашем примере, если коэффициенты регрессии при парных произведениях отличны от нуля, то каждый из найденных коэффициентов b_i будет совместной смешанной оценкой двух теоретических коэффициентов:

$$b_0 \to \beta_0 + \beta_{123};$$
$$b_1 \to \beta_1 + \beta_{23};$$
$$b_2 \to \beta_2 + \beta_{13};$$
$$b_3 \to \beta_3 + \beta_{12}.$$

Действительно, указанные коэффициенты в таком планировании не могут быть оценены раздельно, поскольку столбцы матрицы для линейных членов и соответствующих парных произведений совпадают. Рассмотренный план ДФЭ представляет половину плана ПФЭ типа 2^2 и называется *«полурепликой»* от ПФЭ типа 2^3, или планированием типа $N=2^{3-1}$.

При большом числе переменных для получения линейного приближения можно построить дробные реплики высокой степени дробности. Так, при $n=7$ можно составить дробную реплику на основе ПФЭ тина 2^3 (см. табл. 10.6), приравняв четыре линейные переменные к взаимодействиям первого и второго порядков. В этом случае мы получим ДФЭ, представляющий 1/16 от ПФЭ типа 2^7, или планирование типа $N=2^{7-4}$. В случае, если число факторов $3<n<7$, при построении ДФЭ для оценки лишь линейных факторов следует руководствоваться следующими соображениями:

а) число строк матрицы планирования должно быть равно $N=8$;

б) в качестве переменных x_1, x_2, x_3 должны быть выбраны те эффекты, взаимодействия которых (β_{12} β_{13}, β_{23}, β_{123}) из физических соображений равны нулю или малы;

в) изменение остальных перемеиных производится таким образом, чтобы соответствующие им столбцы матрицы планирования совпадали со столбцами произведений переменных x_1, x_2, x_3, эффекты взаимодействия которых отсутствуют или наименьшие.

Последующие этапы, связанные с проведением эксперимента, вычислением коэффициентов уравнения регрессии, статистическим анализом полученных результатов для ДФЭ, ничем не отличаются от этапов ПФЭ.

10.2.3. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Планирование экстремальных экспериментов позволяет решать задачу оптимизации объекта исследования, которая сводится к отысканию таких значений управляемых переменных x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0, при которых целевая функция достигает экстремума. При экспериментальном поиске стационарной точки $\mathbf{x}^0$ в факторном пространстве переменных $\mathbf{X}$ осуществляется локальное изучение поверхности отклика по результатам ряда экспериментов, специально спланированных вблизи текущей точки. Экстремальное значение отклика достигается с помощью многократной последовательной процедуры изучения поверхности и продвижения в факторном пространстве [3].

Ниже рассмотрены два типовых метода планирования экстремальных экспериментов, отличающихся способом определения направления движения к экстремуму и организацией самого движения.

I. **Метод крутого восхождения (метод Бокса — Уилсона).** Планирование эксперимента в соответствии с этим методом, состоящее из двух взаимосвязанных частей — пробных движений, предназначенных для выяснения направления и скорости движения, и рабочих, осуществляющих продвижение или «крутое восхождение», к экстремуму, производится в следующей последовательности:

1. С центром в начальной точке $\mathbf{x}_1$ проводится ПФЭ или ДФЭ с целью оценки градиента функции $\operatorname{grad} y(\mathbf{x}_1)$. Поскольку координатами вектора градиента

$$\operatorname{grad} y(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}, \frac{\partial y}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial y}{\partial x_n}\right) \tag{10.37}$$

служат, как известно, коэффициенты при линейных членах разложения функции $y(\mathbf{x})$ в ряд Тейлора по степеням x_i $(i=1, 2, ..., n)$, то соответствующие компоненты вектора градиента могут быть получены как коэффициенты b_1, b_2, ..., b_n линейной аппроксимации поверхности отклика вблизи исходной точки $\mathbf{x}_1$:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_n x_n. \tag{10.38}$$

Проведение эксперимента, вычисление коэффициентов линейной модели и статистический анализ результатов проводят в соответствии с рекомендациями, приведенными в п. 10.2.2.

2. Вычисляются произведения $b_i \Delta x_i$, где Δx_i — шаг варьирования параметра x_i при проведении ПФЭ, и фактор, для которого это произведение максимально, принимается за базовый, т. е.

$$\max (b_i \Delta x_i) = b_\delta \Delta x_\delta . \tag{10.39}$$

3. Для базового фактора выбирается шаг варьирования при крутом восхождении $\lambda_{кв}=\Delta x_\delta$ или вводится более мелкий.

4. Определяются размеры $\lambda_{кв}$ по остальным переменным процесса x_f $(f \neq i)$. Поскольку при движении по градиенту варьируемые параметры должны изменяться пропорционально коэффициентам $b_f=\Delta y/\Delta x_f$ [компонентам вектора $\operatorname{grad} y(\mathbf{x})$], то соответствующие $\lambda_{fкв}$ находятся по формуле

$$\lambda_{fкв} = \frac{b_f \Delta x_f}{|b_\delta \Delta x_\delta|} \lambda_{кв}, \tag{10.40}$$

где $\lambda_{кв}$ и Δx_f всегда положительны, а коэффициент b_f берется со своим знаком.

5. Производятся так называемые мысленные опыты, которые заключаются в вычислении «предсказанных» значений выхода $\hat{y}_{прh}(\mathbf{x}_h)$ в определенных точках $\mathbf{x}_h$ факторного пространства (рис. 10.5, *а*). Для этого независимые переменные линейной модели объекта изменяются с учетом (10.40) таким образом, чтобы изображающая точка $\mathbf{x}$ совершала шаговое движение в направлении вектора $\operatorname{grad} y(\mathbf{x})$, полученного выше, занимая последовательно положения

$$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_m.$$

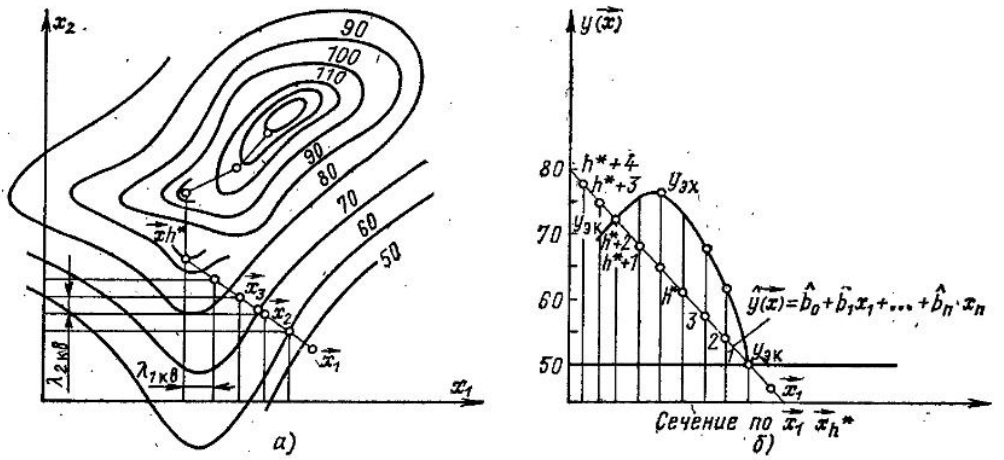


Рис. 10.5. Метод крутого восхождения.

а — иллюстрация движения к экстремуму; *б* — сравнение предсказанных $y(\vec{x})$ и наблюденных значений $y_{экс}(\vec{x})$.

Очевидно, f-я координата h-й точки будет:

$$x_{hf} = x_{1f} + h\lambda_{fкв};\quad f = 1, 2, \ldots, n, \tag{10.41}$$

тогда

$$\hat{y}_{прh} = b_0 + h\sum_{f=1}^{n} b_f \frac{\lambda_{fкв}}{\Delta x_f},\quad h=1, 2, \ldots, m. \tag{10.42}$$

Вычисления по формуле (10.42) можно упростить, заменив (10.42) выражением

$$\hat{y}_{прh} = h\,\hat{y}_{пр1} - (h-1)\,b_0,\ h = 1, 2, \ldots, m, \tag{10.43}$$

или еще более удобным рекуррентным соотношением

$$\hat{y}_{прh} = \hat{y}_{прh-1} + \left(\hat{y}_{пр1} - b_0\right),\quad h = 1, 2, \ldots, m. \tag{10.44}$$

6. Мысленные опыты продолжаются до тех пор, пока выполняется неравенство

$$\hat{y}_{прk} \leqslant (1 \div 2)\, y_{макс}, \tag{10.45}$$

где $y_{макс}$ — максимально возможный выход, определяемый из физических соображений.

Если условие (10.45) нарушается при $k \leqslant 3$, то шаг $\lambda_{кв}$ следует уменьшить, и, наоборот, когда k слишком велико, надо шаг увеличить. Таким образом, мысленные опыты помогают подобрать подходящий шаг $\lambda_{кв}$.

7. Некоторые из мысленных опытов (обычно через каждые два-три мысленных шага) реализуются на объекте для проверки соответствия аппроксимации объекта гиперплоскостью. Наблюдаемые значения $y_{экспер}$ сравниваются с предсказанными $\hat{y}_{пр}$ (рис. 10.5, *б*).

8. Точка x, где в реальном опыте получено максимальное значение выхода, принимается за новую начальную точку, в окрестности которой снова проводятся ПФЭ и ДФЭ, и цикл крутого восхождения, описанный выше, повторяется.

9. Поскольку каждый цикл крутого восхождения приближает нас к области экстремума $y(x)$, где крутизна поверхности отклика меньше, то для каждого последующего цикла $\lambda_{кв}$ выбирается равным или меньшим, чем для предыдущего.

10. Поиск прекращается, когда все коэффициенты b_i ($i=1, 2, \ldots, n$) линейной модели объекта получаются незначимыми. Это свидетельствует о выходе в область экстремума целевой функции.

II. Симплексный метод оптимизации. Основной особенностью симплексного метода поиска является совмещение процессов изучения поверхности отклика и перемещения по ней. Это достигается тем, что эксперименты ставят только в точках факторного пространства, соответствующих вершинам симплексов. n-мерный симплекс — это выпуклая фигура, образования $n+1$ точками (вершинами). Так на плоскости симплексом является треугольник, в трехмерном пространстве — тетраэдр и т. д. Симплекс называется регулярным, если все расстояния между его вершинами равны.

В основе использования симплекса для целей оптимизации лежит следующее его важное свойство: из любого симплекса можно, отбросив одну из вершин и использовав оставшуюся грань, получить новый симплекс, добавив всего лишь одну точку. Путем последовательного отбрасывания вер-

шин можно осуществлять перемещение симплекса в факторном пространстве, причем это перемещение будет происходить с каждым экспериментом.

Если произвести эксперименты в вершинах симплекса, то очевидно, что направление максимального подъема поверхности отклика, определенное на основании сделанных замеров, будет проходить из центра симплекса через грань, противолежащую вершине с минимальным значением выхода y. Поэтому для продвижения к экстремуму естественно перейти от исходного симплекса к симплексу, находящемуся в области более высокого значения отклика, путем отбрасывания вершины с минимальным выходом y и построения регулярного симплекса с новой вершиной, являющейся в силу симметрии зеркальным отображением отброшенной. Затем процесс отбрасывания вершины с минимальным откликом и построения нового симплекса повторяется, в результате чего формируется цепочка симплексов, перемещающихся в факторном пространстве к точке экстремума (рис. 10.6).

Симплексный метод оптимизации осуществляется в следующей последовательности:

1. Из априорных сведений о процессе задается шаг варьирования Δx_i $(i=1, 2, ..., n)$ по каждому фактору x_i.

2. Задается размер симплекса ρ, т. е. расстояние между двумя вершинами в единицах (шагах) варьирования соответствующих факторов.

3. Производится ориентация первоначального симплекса. Для этого одна из вершин C_1^0 помещается в исходную точку x_1. Положение остальных вершин начального симплекса определяется с помощью векторов:

$$\left.\begin{aligned} C_2^0 &= x_1 + \rho\,(p\Delta x_1,\ q\Delta x_2,\ \ldots \\ &\quad \ldots,\ q\Delta x_n); \\ C_3^0 &= x_1 + \rho\,(q\Delta x_1,\ p\Delta x_2,\ \ldots \\ &\quad \ldots,\ q\Delta x_n); \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_{n+1}^0 &= x_1 + \rho\,(q\Delta x_1, \\ &\quad q\Delta x_2,\ \ldots,\ p\Delta x_n), \end{aligned}\right\} \quad (10.46)$$

где

$$p = \frac{1}{n\sqrt{2}}\left(n - 1 + \sqrt{n+1}\right);$$

$$q = \frac{1}{n\sqrt{2}}\left(\sqrt{n+1} - 1\right). \quad (10.47)$$

Для двухфакторной задачи координаты вершин C_1^0, C_2^0, C_3^0 начального симплекса при $\rho=1$ приведены в табл. 10.9. Положение начального симплекса в факторном пространстве для этого случая дано на рис. 10.7.

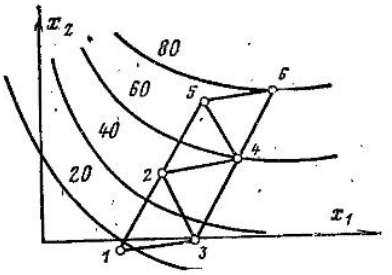


Рис. 10.6. Оптимизация симплексным методом.

Таблица 10.9

Координаты вершин симплекса

Вершины	Оси	
	x_1	x_2
C_1^0	x_{11}	x_{12}
C_2^0	$x_{11}+p\Delta x_1$	$x_{12}+q\Delta x_2$
C_3^0	$x_{11}+q\Delta x_1$	$x_{12}+p\Delta x_2$

4. Реализуется эксперимент в вершинах симплекса, т. е. при значениях варьируемых параметров x_i, соответствующих координатам вершин C_1, C_2, ..., C_{n+1}. Наблюденные значения выхода в соответствующих точках будем обозначать y_{li}, где l — номер симплекса, а i — номер вершины i-го симплекса.

5. Точка C_f, в которой наблюдается минимальный отклик, т. е. выполняется условие

$$y_{lf} = \min_i y_{li},$$

отбрасывается и находится вершина $C_{(l+1)f}$ следующего симплекса — зеркальное отображение C_{lf} относительно оставшейся грани. Координаты x_i $(i = 1, 2, ..., n)$ точки

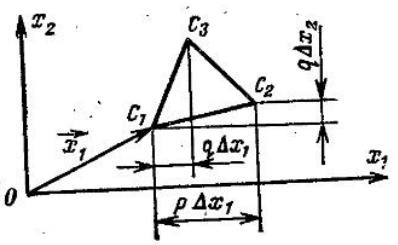


Рис. 10.7. Определение координат вершин регулярного симплекса.

C_{lf} обозначим x_{lfi}, тогда для $C_{(l+1)f}$ имеем:

$$x_{(l+1)fi} = \frac{2}{n}(x_{l1i} + x_{l2i} + \ldots + x_{l(f-1)i} + x_{l(n+1)i}) - x_{lfi},\ i = 1, 2, \ldots, n. \quad (10.48)$$

Если в результате эксперимента в двух вершинах симплекса окажется одинаковое минимальное значение выхода, т. е.

$$y_{lf} = y_{lk} \min y_{li}, \quad (10.49)$$

то решение о дальнейшем движении симплекса принимается случайным образом (например, бросанием монеты).

6. Производится эксперимент в вершине $C_{(l+1)f}$ нового симплекса $C_{(l+1)1}$; $C_{(l+1)2}$; $C_{(l+1)3}$; ...; $C_{(l+1)(n+1)}$ и его результаты y_{l+1} сопоставляются со значениями выхода в остальных вершинах. Затем повторяется процедура отбрасывания вершины с минимальным выходом.

Если значение выхода $y_{(l+1)f}$ во вновь определенной вершине снова окажется минимальным, то осуществляют возврат к исходному симплексу и отбрасывание вершины со следующим по порядку минимальности значением выхода.

7. Критерием выхода в район оптимума служит прекращение поступательного движения симплекса. Он начинает вращение вокруг одной из вершин (т. е. одна и та же точка встречается более чем в $n+1$ последовательных симплексах). Подобная ситуация может возникнуть в двух случаях:

а) более высокий отклик в указанной точке получился в результате влияния ошибок эксперимента. В этом случае повторный эксперимент проясняет картину и поиск точки экстремума продолжается в прежней последовательности;

б) если повторный эксперимент в сомнительной точке вновь даст самое большое значение отклика, то, очевидно, данная вершина находится в непосредственной близости от точки экстремума и поиск прекращается.

Для $n = 3$ и $n = 7$ эксперименты в вершинах регулярного симплекса образуют при соответствующей ориентации план, совпадающий с ДФЭ типов 2^{3-1} и 2^{7-4}, отсюда следует, что по данным этих экспериментов легко могут быть вычислены коэффициенты линейной модели.

Симплексный метод оптимизации целесообразно применять в ситуациях, когда дисперсия помехи велика и нет априорной информации о характере поверхности отклика.

10.2.4. ПЛАНИРОВАНИЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Планированием эксперимента второго порядка называется такое планирование, которое позволяет получить математическую модель исследуемого объекта в виде полного полинома второго порядка

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i x_i + \sum_{\substack{i,f=1 \\ i \neq f}}^{n} b_{if} x_i x_f + \sum_{i=1}^{n} b_{ii} x_i^2 \quad (10.50)$$

и аппроксимация ее плоскостью не обеспечивает требуемую точность.

Планы второго порядка отличаются от линейных планов тем, что факторы варьируются на нескольких уровнях, минимум на трех.

Экспериментальные планы второго порядка являются, как правило, *композиционными*, т. е. состоящими из нескольких блоков, реализуемых последовательно: а) ПФЭ или ДФЭ; б) центральные точки, расположенные в начале координат факторного пространства безразмерных переменных; в) так называемые звездные точки, координаты которых соответственно равны нулю, за исключением одной, которая принимает значения $+\alpha$ и $-\alpha$, где α — звездное плечо.

Экспериментальные планы второго порядка могут быть классифицированы с точки зрения заложенных в них критериев оптимальности. Выбор соответствующего плана решается исследователем до проведения эксперимента.

Ортогональное центральное композиционное планирование (ОЦКП). В ОЦКП критерием оптимальности плана является ортогональность столбцов матрицы планирования. В силу ортогональности планирования все коэффициенты модели определяются независимо друг от друга.

Преимущество такого планирования заключается в простоте вычисления коэффициентов модели методом наименьших квадратов.

В табл. 10.10 приведены параметры ортогонального плана, где α — звездное плечо; N_Φ — число точек ПФЭ (ДФЭ); N_0, N_α — число центральных и звездных точек соответственно; N — общее число точек.

Звездные точки определяются значением α, характеризующим уровень варьирования одной из переменных при нулевых значениях других переменных. Значение α рассчитывается из условия ортогональности столбцов матрицы планирования.

Матрица планирования для $n = 3$ приведена в табл. 10.11. В табл. 10.11 ортогонализация столбцов x_0 и x_i^2 проводится путем преобразования

$$\tilde{x}_i^2 = x_i^2 - \frac{1}{N}\sum_{g=1}^{N} x_{gi}^2 = x_i^2 - \overline{x_i^2} = x_i^2 - 0{,}73. \quad (10.51)$$

Проведение эксперимента. Точно так же, как и при проведении ПФЭ,

Таблица 10.10

Параметры ортогонального плана

n	α	$N_ф$	N_α	N_0	N
2	1,0	4	4	1	9
3	1,215	8	6	1	15
4	1,414	16	8	1	25

из-за случайного характера изменения выходной величины y в каждой точке x_g приходится проделывать m параллельных опытов и результаты наблюдений усреднять:

$$\bar{y}_g = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} y_{gi}. \qquad (10.52)$$

Рандомизация порядка проведения опытов в каждой серии испытаний проводится по методике, изложенной в п. 10.3.1.

Вычисление коэффициентов уравнения регрессии. Оценки коэффициентов уравнения регрессии определяются по формуле

$$b_i = \frac{\sum_{g=1}^{N} z_{gi}\bar{y}_g}{\sum_{g=1}^{N} z_{gi}^2}. \qquad (10.53)$$

Свободный член уравнения регрессии после преобразования переменных (перехода от $\tilde{x}_i^1$ к x_i^2) должен быть скорректирован по формуле

$$b_{0\text{скор}} = b_0 - \sum_{i=1}^{n} b_{ii}\bar{x}_i^2. \qquad (10.54)$$

Статистический анализ полученных результатов. Проверка значимости коэффициентов регрессии проводится по t-критерию Стьюдента, так же как описано в п. 10.2.2. Дисперсия коэффициентов вычисляется по формулам

$$s^2(b_i) = \frac{s^2(y)}{m\sum_{g=1}^{N} z_{gi}^2}; \qquad (10.55)$$

$$s^2(b_{0\text{скор}}) = s^2(b_0) + \sum_{i=1}^{n} s^2(b_{ii})(\bar{x}^2)^2. \qquad (10.56)$$

Проверка адекватности уравнения регрессии производится так же, как описано в 10.2.2.

II. Ротатабельное центральное композиционное планирование (РЦКП). Критерием оптимальности в РЦКП является условие

$$\sigma^2\left(\hat{y}\right) = \text{const при } R = \text{const}, \qquad (10.57)$$

где R — радиус-вектор в факторном пространстве, т. е. дисперсия (точность) пред-

Таблица 10.11

Ортогональный центральный композиционный план для $n=3$

Параметры плана	N	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9
		x_0	x_1	x_2	x_3	$\tilde{x}_1^2$	$\tilde{x}_2^2$	$\tilde{x}_3^2$	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3
Полный факторный эксперимент	1	+1	−1	−1	−1	0,27	0,27	0,27	+1	+1	+1
	2	+1	+1	−1	−1	0,27	0,27	0,27	−1	−1	+1
	3	+1	−1	+1	−1	0,27	0,27	0,27	−1	−1	−1
	4	+1	+1	+1	−1	0,27	0,27	0,27	+1	−1	−1
	5	+1	−1	−1	+1	0,27	0,27	0,27	+1	−1	−1
	6	+1	−1	+1	+1	0,27	0,27	0,27	−1	+1	−1
	7	+1	−1	+1	+1	0,27	0,27	0,27	−1	−1	+1
	8	+1	+1	+1	+1	0,27	0,27	0,27	+1	+1	+1
Звездные точки	9	+1	−1,215	0	0	0,75	−0,73	−0,73	0	0	0
	10	+1	+1,215	0	0	0,75	−0,73	−0,73	0	0	0
	11	+1	0	−1,215	0	−0,73	0,75	−0,73	0	0	0
	12	+1	0	+1,215	0	−0,73	0,75	−0,73	0	0	0
	13	+1	0	0	−1,215	−0,73	−0,73	0,75	0	0	0
	14	+1	0	0	+1,215	−0,73	−0,73	0,75	0	0	0
Центральная точка	15	+1	0	0	0	−0,73	−0,73	−0,73	0	0	0

сказания выхода по найденному уравнению регрессии постоянна в различных направлениях факторного пространства в точках, расположенных на одинаковых расстояниях от центра планирования.

Кроме того, при РЦКП обеспечивается равная точность предсказания выхода внутри области планирования. В табл. 10.12 даны характеристики РЦКП для $n = 2, 3, 4$.

Звездные точки для каждого значения n вычислены при условии выполнения критерия ротатабельности.

В табл. 10.13 приведена матрица РЦКП для трехфакторной задачи.

Таблица 10.12

Параметры РЦКП

n	α	$N_ф$	N_α	N_0	N
2	1,414	4	4	5	13
3	1,682	8	6	6	20
4	2,000	16	8	7	31

Проведение эксперимента. Эксперимент проводится точно так же, как и при ПФЭ и ОЦКП.

Вычисление коэффициентов уравнения регрессии. В отличие от ортогональных планов коэффициенты уравнения регрессии для ротатабельных планов вычисляются методом наименьших квадратов по более сложным формулам:

$$b_0 = \frac{A}{N}\left\{2\lambda_4^2 (n+2) \sum_{g=1}^{N} x_{g0}\bar{y}_g - 2\lambda_4 C \sum_{i=1}^{n}\sum_{g=1}^{N} x_{ig}^2 \bar{y}_g\right\}; \quad (10.58)$$

$$b_i = \frac{C}{N}\sum_{g=1}^{N} x_{ig}\bar{y}_g; \quad (10.59)$$

$$b_{ij} = \frac{C^2}{N\lambda_4}\sum_{g=1}^{N} x_{ig}x_{jg}\bar{y}_g; \quad (10.60)$$

$$b_{ii} = \frac{A}{N}\left\{C^2[(n+2)\lambda_4 - n]\sum_{g=1}^{N} x_{ig}^2 \bar{y}_g +\right.$$

Таблица 10.13

Ротатабельный центральный композиционный план для $n=3$

Параметры плана	N	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9
		x_0	x_1	x_2	x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3
Полный факторный эксперимент	1	+1	−1	−1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
	2	+1	+1	−1	−1	+1	+1	+1	−1	−1	−1
	3	+1	−1	+1	−1	+1	+1	+1	−1	+1	−1
	4	+1	+1	+1	−1	+1	+1	+1	+1	−1	−1
	5	+1	−1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	−1
	6	+1	+1	−1	+1	+1	+1	+1	−1	+1	−1
	7	+1	−1	+1	+1	+1	+1	+1	−1	−1	+1
	8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Звездные точки	9	+1	−1,682	0	0	2,828	0	0	0	0	0
	10	+1	+1,682	0	0	2,828	0	0	0	0	0
	11	+1	0	−1,682	0	0	2,828	0	0	0	0
	12	+1	0	+1,682	0	0	2,828	0	0	0	0
	13	+1	0	0	−1,682	0	0	2,828	0	0	0
	14	+1	0	0	+1,682	0	0	2,828	0	0	0
Центральные точки	15	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	16	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	17	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	18	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	19	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$+C^2(1-\lambda_4)\sum_{i=1}^{n}\sum_{g=1}^{N}x_{ig}^2\bar{y}_g - \left.-2\lambda_4 C\sum_{g=1}^{N}\bar{y}_g\right\}, \qquad (10.61)$$

где

$$\lambda_4 = \frac{N\sum_{g=1}^{N}x_{ig}^2x_{jg}^2}{\sum_{g=1}^{N}x_{ig}^2}; \quad C = \frac{N}{\sum_{g=1}^{N}x_{ig}^2};$$

$$A = \frac{1}{2\lambda_4[(n+2)\lambda - n]}.$$

Статистический анализ результатов. Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии и адекватности полученного описания производится по методике, изложенной в п. 10.2.2, при этом оценки дисперсии коэффициентов модели определяются по формулам

$$s^2(b_0) = \frac{2A\lambda_4^2(n+2)}{Nm}s^2(y); \qquad (10.62)$$

$$s^2(b_i) = \frac{C}{Nm}s^2(y); \qquad (10.63)$$

$$s^2(b_{ii}) = \frac{A[(n+1)\lambda_4 - (n-1)]C^2s^2(y)}{Nm}; \qquad (10.64)$$

$$s^2(b_{ij}) = \frac{C^2s^2(y)}{\lambda_4 Nm}. \qquad (10.65)$$

Число степеней свободы при использовании t-критерия равно $\nu = N(m-1)$. Найденные уравнения регрессии могут быть использованы:

а) для предсказания выхода во всей области варьирования переменных;

б) для количественной оценки влияния каждой переменной и их взаимодействий на выход;

в) для аналитического отыскания по модели экстремального значения выхода и соответствующих ему значений переменных.

Кроме наиболее распространенных методов планирования эксперимента, рассмотренных выше, существует большое число специальных методов, позволяющих исследователю решать задачи поиска экстремума и построения математической модели в особых условиях, которые характеризуются [4, 5]:

а) временным дрейфом характеристик объекта;

б) качественным или целочисленным характером варьируемых независимых переменных;

в) большим числом независимых переменных, что требует предварительного ранжирования их и выделения наиболее значимых;

г) нелинейным видом математической модели относительно оцениваемых коэффициентов.

10.3. СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

10.3.1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Условия проведения научного эксперимента, связанного с исследованием механизма физико-химических явлений, свойств веществ, техиических материалов, эксплуатационных характеристик машин и агрегатов, требуют все большего объема измерений различных по своей природе параметров.

Усложнение задач экспериментального исследования приводит к необходимости применения достаточно сложных алгоритмов обработки результатов измерений, управления экспериментом в ходе исследования, повышения требований к точности, достоверности и скорости измерений.

Возможны три уровня организации САЭИ, отражающие тенденции их развития (рис. 10.8).

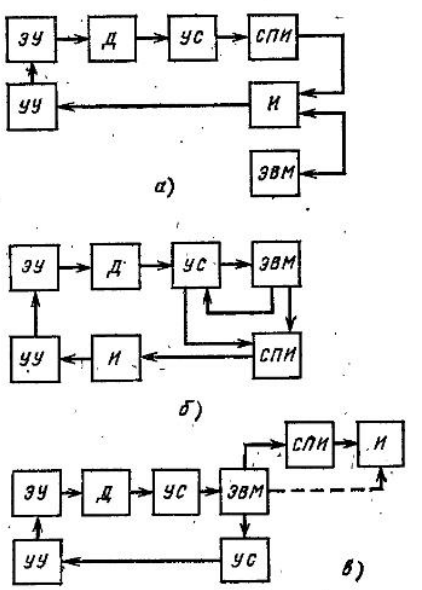


Рис. 10.8. Возможные структуры систем автоматизации экспериментальных исследований.

а, б, в — системы первого, второго и третьего соответственно уровней; *ЭУ* — экспериментальная установка; *Д* — датчик; *УС* — устройство сопряжения; *СПИ* — средства представления информации; *И* — исследователь; *ЭВМ* — электронная вычислительная машина; *УУ* — управляющее устройство.

В системе первого уровня ЭВМ, используемая для обработки экспериментальной информации, непосредственно в нее не включена, в силу чего возможности такой свстемы ограничены.

САЭИ второго уровня предполагает использованне ЭВМ в автономном режиме обработки экспериментальных данных, при котором ЭВМ осуществляет управление устройствами сопряжения.

На третьем уровне весь комплекс аппаратуры стронтся как замкиутая автоматическая снстема, объединяемая общей программой функционирования. В такой системе в задачу исследователя входит контроль за выполнением программы эксперимента, ее текущая корректировка и физическая нитерпретация результатов, получаемых с блока СПИ.

Основные части САЭИ следующие:

1) *экспериментальная установка* (ЭУ) — предназначена для проведения опытов над объектом нсследования в определенных условиях, а также при необходимости — для изменения этих условий в соответствин с выбранным планом экспериментирования, т. е. для реализации управления экспернментом. Одиако обязательным является иаличие первичных измерительных преобразователей — датчиков, реагирующнх своим чувствнтельным элементом на изменения того или иного физического параметра и преобразующего этн изменения в форму, удобную для последующего нспользования (обычно в электрический сигнал). Ясно, что данная часть САЭИ всегда специализирована и должна строиться с учетом конкретных особенностей нсследуемого объекта н способа экспернментнрования;

2) *средства представления информации* (СПИ) — включают в себя стандартные измерительные регнстрирующне приборы, различного рода световые табло, пульты и т. п. В системах, использующих ЭВМ, функции отображения, регистрацин н накопления информацнн возложены, как правило, на стандартные устройства ввода-вывода, запоминающне устройства, входящие в состав вычислительной машины;

3) *устройства сопряжения (преобразования информации)* (УС) — предназначены для обеспечення стыковки всех составных частей системы и осуществляют такие операции, как усиление н преобразованне масштабов аналоговых сигналов, аналого-цифровые н цифро-аналоговые преобразования, временное хранение данных и сигналов управления, снихронизацию объема даиных и т. д. В САЭИ, базирующихся на ЭВМ, подобные устройства составляют то, что называют электронным интерфейсом, осуществляющим связь между ЭВМ, с одной стороны, н экспериментальной установкой, а также дополнительнымн средствами отображения, регистрации, накопления — с другой. Вследствие промежуточного положения, занимаемого устройствами сопряжения в общей структуре САЭИ, к ним предъявляются особые требования в частн сочетания свойств специализацни н универсальности;

4) *ЭВМ — центральный элемент систем автоматизации экспериментальных исследований.* В настоящее время в САЭИ различного назначения используются ЭВМ многих типов — от простейших настольных или встроенных непосредственно в измернтельную аппаратуру до крупных вычислнтельных комплексов. В качестве базовых ЭВМ для САЭИ в настоящее время принята серня малых ЭВМ (§ 5.1 [13]).

Алгоритмическое и программное обеспечение ЭВМ, входящих в САЭИ, состонт из базовой н прикладной частей. В базовое программное обеспечение входят операционные системы, управляющие ходом вычислений, вводом н выводом данных в реальном масштабе времени. В базовое программное обеспечение входят также трансляторы, позволяющие общенне с ЭВМ на языке высокого уровня (ФОРТРАН, АЛГОЛ и др.) (см. разд. 5 [13]).

10.3.2. ТРЕБОВАНИЯ К УСТРОЙСТВАМ СОПРЯЖЕНИЯ

Под устройствами сопряжения (или, как еще называют, *электронным интерфейсом*) понимают технические средства, обеспечнвающие совместную работу различной аппаратуры. Фактически нитерфейс реализует идею совместимости различных приборов, блоков, машин, делая возможным их объединение и последующее использование как единого целого — в данном случае в виде системы автоматизацин эксперимента.

Выделяют информационную, электрическую н конструктнвную совместимость отдельных составных частей системы. Важнейшей нз них является *информационная совместимость*, позволяющая отдельным устройствам обмениваться нформацней в соответствин с заданным алгоритмом функционированя, а также различными служебными сигналами (командами, адресами и т. п.). Требование информационной совместимости является обязательным для любого интерфейса, в то время как обеспечение электрической и конструктивной совместимости не обязательно. Известно весьма большое число стандартов на интерфейс, отличающихся сферой основного приложения, различной степенью универсальности, техническими характеристикамн н т. д. В современных системах обработки информации, базирующихся на ЭВМ, преобладает цифровая форма представления информацни. Даже для чисто аналоговых функцнональных устройств цифровые сигналы используются при управлении этими устройствами, анализе их состояния и других вспомогательных операциях. Именно поэтому в большинстве стандартов на интерфейс главное внимание обращено на обеспечение совместимости именно цифровых элементов, обмен информацией между

которыми происходит с помощью дискретных сигналов, кодов того или иного типа.

Специфика систем автоматизации экспернментальных исследований накладывает свой отпечаток на характер требований, предъявляемых к электронному интерфейсу. Он должен, в первую очередь, обеспечивать гибкость системы, т. е. возможность ее быстрой перестройкн, замены отдельных устройств, оперативного изменения их характеристикн, подключения новых блоков. Для реализации этих требований современные стандарты на нитерфейс, ориентированные для целей преимущественного нспользования в САЭИ, строятся с учетом принципов модульности, программной управляемости и магистральности.

Модульность предусматривает выполнение отдельных элементов интерфейса, осуществляющих определенные функцнональные преобразования, в виде законченных функциональных модулей фиксированного назначения. Совокупность таких модулей должна покрывать основную часть задач сопряжения экспериментального оборудования н измерительной аппаратуры со всеми остальными частями САЭИ, включая ЭВМ.

Программная управляемость модулей или автономных устройств САЭИ озиачает такую нх схемную реализацию, которая дает возможность программным путем, с помощью определенного набора команд, подаваемых от специального управляющего блока или ЭВМ, изменять их конфигурацию, техинческие характеристикн и алгоритм функционирования. Тем самым программная управляемость элементов САЭИ позволяет оперативно изменять возможности всей системы в зависимости от конкретных требований эксперимента.

Магистральный принцип организации предусматривает наличие общей системы шин — магистрали, к которой подключаются отдельные модули, устройства, а также, быть может, ЭВМ. Обращение к тому или иному из устройств системы осуществляется путем адресации точно так же, как это делается в ЭВМ при обращении к оперативному запоминающему устройству. Естественно, что каждому устройству должеи соответствовать свой индивидуальный адрес. Наличие общей магистрали упрощает подключение новых модулей, дополнительных блоков, т. е. обеспечивает гибкость и мобильность САЭИ.

10.3.3. СТАНДАРТНЫЙ ИНТЕРФЕЙС КАМАК

Стандартный интерфейс КАМАК[1] [6, 12] предназиачен для широкого класса систем автоматизации эксперимента, обеспечивает решение задач измерения, обработки и управления экспериментальным оборудованием самого различного типа. Аппаратура на базе стандарта КАМАК широко применяется в исследовательских центрах как Западной Европы и США, так и СССР.

Стандартом КАМАК гарантируется полная совместимость отдельных составиых частей: конструктивная, энергетическая, нформационная.

Конструктивная совместимость обеспечивается заданием всех размеров каждо-

[1] Стандарт КАМАК (CAMAC) разработан представителями ряда ядерных лабораторий Евратома под эгидой Европейского комитета по стаидартизации в ядерной электроннке (ESONE) (1969).

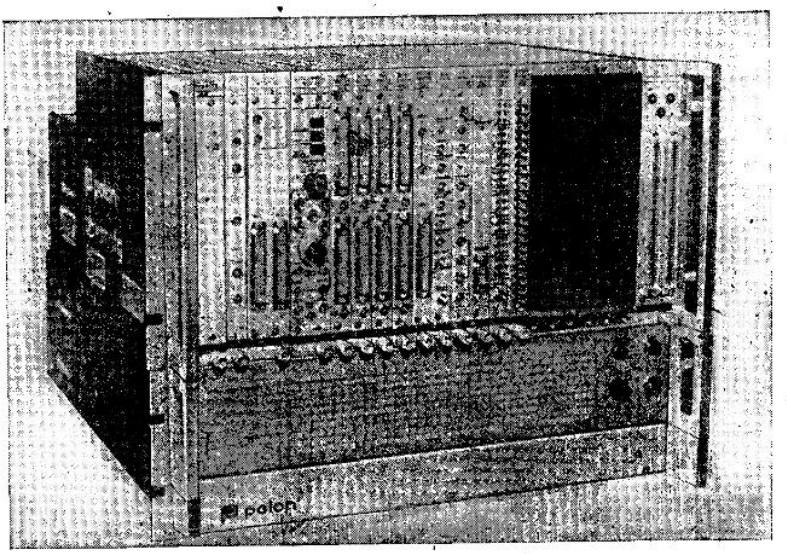


Рис. 10.9. Внешний вид крейта КАМАК

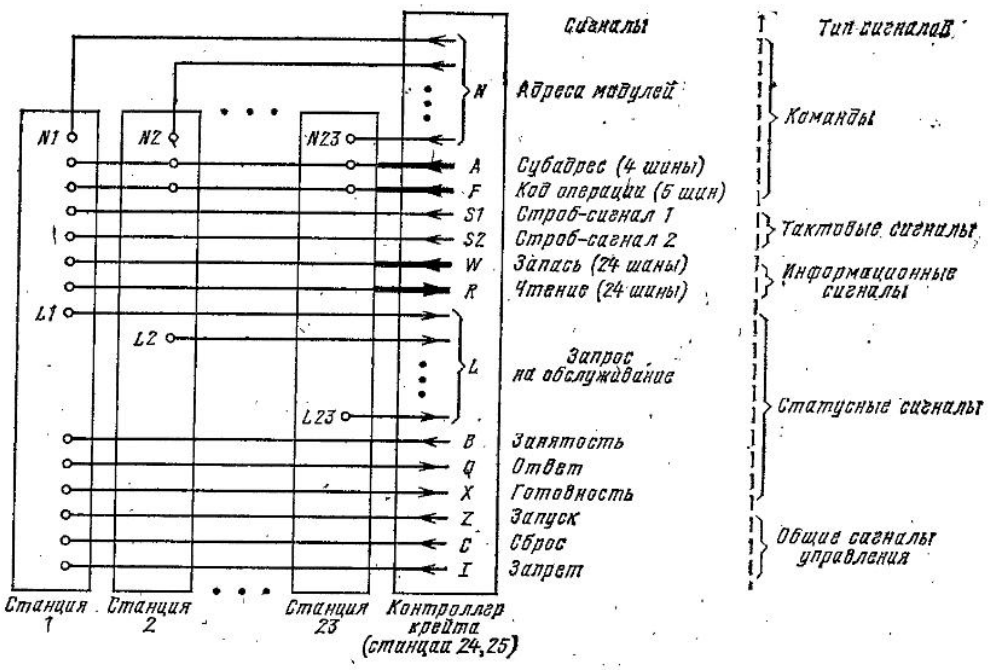


Рис. 10.10. Распределение шин в магистрали крейта КАМАК.

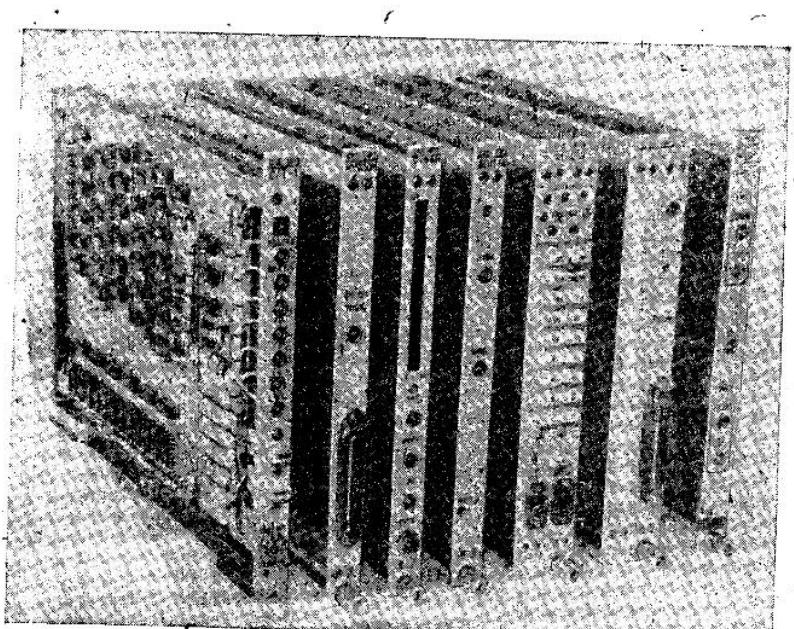


Рис. 10.11. Интерфейсные модули в стандарте КАМАК.

го из конструктивных элементов. Основными конструктивными составляющими в стандарте КАМАК являются каркас (*крейт*) и вставной модуль.

Крейт (рис. 10.9) содержит направляющие для размещения вставных модулей. Общее число таких направляющих 25. В тыльной части крейта размещены 25 штепсельных частей, соединяющих 86-контактных разъемов, служащих для подключения модулей. Положение направляющих и разъемов строго оговорено в стандарте. Сочетание «пара направляющих — разъем» образует так называемую установочную станцию. Общее число установочных станций также равно 25. 24 левые станции (со стороны лицевой части) называются нормальными, последняя, 25-я (крайняя справа) — управляющей. Разъемы крейта соединяются друг с другом магистральной линией — магистралью крейта. Магистраль содержит (рис. 10.10):

33 сквозные шины, соединяющие одноименные контакты всех 25 станций;

48 сквозных шин, соединяющих одноименные контакты только 24 нормальных станций;

48 индивидуальных шин, соединяющих некоторые контакты нормальных станций (по два на каждую станцию) с определенными контактами управляющей станции.

Вставные модули, типичный вид которых представлен на рис. 10.11, служат для выполнения определенных технических функций. У каждого модуля оговариваются размеры лицевой панели, размеры и размещение платы и элементов 86-контактного разъема («вилки»), а также всех крепежных деталей. Ширина каждого модуля крейта H кратна некоторой базовой величине h: $H=lh$, где $h=17{,}2$ мм, $l\geqslant 1$. Модули, занимающие более чем одну установочную станцию ($l\geqslant 1$), могут иметь более чем один разъем.

Монтажная плата каждого модуля условно делится на две части: функциональную, реализующую некоторое функциональное преобразование информации, характерное для данного модуля, и системную, где сигналы функциональной части приводятся к стандартному виду, необходимому для связи с магистралью, где реализуются вспомогательные служебные операции.

Всю совокупность модулей можно разбить на две группы: нормальные (функциональные) и управляющие (контроллеры).

Функциональные модули реализуют операции, необходимые для работы САЭИ. Типичными являются модули преобразования информации (регистры, счетчики, преобразователи кодов, цифро-аналоговые и аналого-цифровые преобразователи и т. п.), модули сопряжения (с измерительными приборами, специальными устройствами, с графопостроителями или дисплеями, а также коммутаторы аналоговых сигналов, аналоговые усилители и т. п.), времязадающие модули (таймеры), модули памяти, сигнализации и т. п. В настоящее время известны функциональные модули многих сотен наименований. Предполагается, что весь спектр задач, характерных для устройств сопряжения в САЭИ, может быть решен с помощью соответствующего набора функциональных модулей. При необходимости их номенклатура, конечно, может быть расширена за счет разработки новых функциональных модулей с нужными характеристиками.

Управляющий модуль — контроллер (один в каждом крейте) занимает управляющую станцию и, по крайней мере, одну нормальную станцию. Он осуществляет управление всеми функциональными модулями крейта, организуя обмен сигналами с этими модулями на магистрали. Контроллер через два 132-контактных угловых разъема, размещенных на лицевой панели, соединяется с центральной ЭВМ. В принципе каждому типу вычислительной машины должен соответствовать свой контроллер, учитывающий ее конкретные технические особенности. Функциональные модели при этом не зависят от типа применяемой ЭВМ. Более того, каждый из них может занимать в крейте любое положение (кроме места, предназначенного для контроллера).

Модули КАМАК строятся в настоящее время, как правило, с использованием интегральных микросхем в основном среднего уровня интеграции и печатного монтажа, причем вилка разъема также изготовляется печатным способом, составляя единое целое со всей монтажной платой.

Для сложных САЭИ может оказаться необходимым использование более чем одного крейта. В этом случае они обычно размещаются в стойке — до семи крейтов в одной стойке. Для подобных мультикрейтных систем характерно использование дополнительных контроллеров, являющихся по своей сути групповыми управляющими устройствами, осуществляющими функции управления над несколькими крейтами одновременно, входящими в так называемую ветвь (до семи крейтов). Крейты данной ветви соединяются между собой и с системным контроллером магистральной ветви; с ЭВМ связан только системный контроллер данной ветви. Возможны и САЭИ, содержащие несколько ветвей.

Энергетическая совместимость отдельных элементов, выполненных в стандарте КАМАК, обеспечивается путем введения унифицированных значений питающих напряжений модулей (основные ± 6 В и ± 24 В; дополнительные ± 12 В, $+200$ В, ~ 127 В), ограничений на допустимые изменения этих напряжений, а также на максимальное токопотребление каждого модуля (станции) и всего крейта в целом. Кроме того, в стандарте оговаривается максимально допустимая рассеиваемая мощность (для каждой станции не более 8 Вт или 25 Вт в особых случаях). Практически

каждый крейт снабжается своим блоком питания, размещаемым либо снизу от основной части, либо в тыльной части крейта; 14 сквозных шин питания, входящих в магистраль крейта, обеспечивают подачу соответствующих напряжений на все станции.

Информационная совместимость в стандарте КАМАК осуществляется:

1) путем стандартизации назначения каждой из шин магистрали, предназначенных для внутрикрейного обмена информацией. При обращении контроллера к тому или иному функциональному модулю им вырабатывается команда NAF, включающая в себя сигнал на соответствующей индивидуальной шине N (см. рис. 10.10), отвечающей вызываемому модулю, код субадреса, передаваемый по четырем шинам A (A1, A2, A4, A8) и служащий для указаний той части модуля, к которой идет обращение (всего в модуле может быть 16 автономных частей), и код команды, транслируемый по пяти шинам F (F1, F2, F4, F8, F16) и определяющий, какая именно операция должна осуществляться в модуле (всего возможно 32 различные команды). Контроллер, вырабатывая сигнал NAF, реализует тем самым принцип программной управляемости функциональных модулей; при этом, конечно, сами эти модули должны быть построены так, чтобы этот принцип был практически осуществим. Индивидуальные шины L — по одной от каждого модуля — служат для передачи в контроллер сигнала запроса на обслуживание, когда в функциональном модуле вырабатывается информация, подлежащая последующей пересылке в контроллер и ЭВМ. Для передачи информации предназначены 48 информационных шин, причем линии записи и чтения разделены и между модулями могут передаваться до 24 бит информации параллельно. Назначение других шин ясно из рис. 10.10;

2) путем введения рекомендаций по используемым кодам команд (операций);

3) путем стандартизации взаимодействия всех передаваемых по магистрали сигналов и их воздействия на модули, стандартизации временных диаграмм трансляции информации, а также всего рабочего цикла обмена информации, общая длительность которого составляет примерно 1 мкс;

4) путем задания параметров электрических сигналов, как амплитудных, так и временных, включая ограничения на максимальную длительность фронтов сигнальных импульсов.

Аналогичным образом осуществляется и стандартизация сигналов для междукрейтного обмена информацией в мультикрейтных системах и для связи с ЭВМ.

В стандарте КАМАК, кроме того, оговорены общие условия эксплуатации устройств сопряжения.

Рассматриваемый интерфейс обладает и определенными недостатками, главными из которых являются:

1) высокий уровень затрат на первоначальную разработку модулей;

2) большая аппаратурная избыточность, а также наличие сложной системной части практически в каждом модуле;

3) сравнительно высокая стоимость модулей и всего интерфейсного оборудования в целом.

Все это приводит к тому, что аппаратуру в стандарте КАМАК оказывается целесообразным использовать в основном при создании весьма сложных универсальных комплексных САЭИ в крупных научных центрах. Для простых систем автоматизации эксперимента, используемых на уровне отдельных установок, небольших исследовательских лабораторий и т. п., разумнее применять более простую интерфейсную аппаратуру. Именно к такого типа аппаратуре относится аппаратура, базирующаяся на стандарте МЭК[1].

10.3.4. ПРИБОРНЫЙ ИНТЕРФЕЙС

Стандарт на интерфейс — он известен под наименованиями: 480-1975 ИИЭР; стандарт HP фирмы «Хьюлит — Паккарт» (Hewlett—Packard) [21] — ориентирован на организацию измерительных систем с использованием серийных промышленных приборов. Стандарт не содержит каких-либо ограничений на конструкцию отдельных приборов. Из конструктивных элементов в нем оговариваются лишь вид используемого разъема и максимальная длина соединительных линий (до 20 м). Полагается, что каждый отдельный прибор может использоваться автономно вне системы. Поэтому в данном стандарте нет необходимости рассматривать вопросы не только конструктивной, но и энергетической совместимости.

Предполагается, что автономные приборы в данном случае могут объединяться в систему простым подключением к единой стандартной информационной магистрали, по которой циркулируют информационные сигналы в виде цифровых кодов, а также сигналы управления и адресации. Полностью определяются при этом уровни напряжений передаваемых сигналов и способ подключения каждой сигнальной линии.

Приборная информационная магистраль в соответствии со стандартом МЭК содержит 16 линий (шин), функции которых строго оговорены. Для каждой шины указаны ее назначение, способы использования, порядок работы и взаимодействия с другими шинами, а также временные ограничения на передачу сообщений. Все шины можно разделить на:

1) шины данных (8 линий DI01 — DI08), по которым параллельным 8-раз-

[1] МЭК — Международная электротехническая комиссия.

рядным кодом передаются цифровые информационные сигналы (байт информации), а также интерфейсные команды и адреса. Для передачи рекомендуется использовать код ASC11[1] (в СССР применяется аналогичный стандартный код для передачи данных — ГОСТ 13052-74). Смена данных на шинах DI01 — DI08 — асинхронная, что дает возможность объединения приборов, обладающих самым разным быстродействием, при этом общая скорость обмена лимитируется наиболее медленно действующим устройством. Для правильного функционирования всей системы необходимо, чтобы каждый обмен заканчивался до момента начала следующего. Максимальная скорость передачи данных 10^6 байт/с, средняя скорость $250 \cdot 10^3$ байт/с;

2) шины согласования передачи приема (3 линии: DAV — «данные выданы на шину», NRFD — «не готов к приему», NDAC — «нет приема данных»). С помощью этих шин непосредственно организуется передача данных по линиям DI01—DI08 путем выработки в определенной последовательности сигналов на указанных шинах);

3) шины управления (5 шин: IFC — «сброс интерфейса», ATN — «внимание», REN — «разрешить дистанционное управление», SRQ — «запрос обслуживания», EOI — «конец» или «идентификация»). Линия ATN используется для обозначения типа данных. Наличие сигнала на этой линии совместно с информационными сигналами на DI01—DI08 говорит о том, что по информационным шинам передается либо адрес, либо команда (программные данные на включение прибора, изменение его конфигурации, характеристик), либо затребованные данные о состоянии устройства. Отсутствие сигнала ATN при наличии сигналов на DI01 — DI08 означает, что по этим линиям передается байт информации о результатах измерения. Совместное появление сигналов на линиях ATN и EOI означает проведение операции идентификации, когда осуществляется параллельный опрос всех подключенных к магистрали приборов. В зависимости от состояния данного прибора на одной из линий DI01 — DI08, закрепленной за этим прибором при параллельном опросе, вырабатывается ответный сигнал 0 или 1. Сигнал на линии EOI (без сигнала ATN) используется при передаче многобайтных сообщений для обозначения последней группы этого сообщения (последнего байта). Линия SRQ служит для передачи суммарной информации о состоянии устройств, линия REN — для перехода с местного управления от тумблеров и переключателей прибора к дистанционному (со стороны магистрали); по линии IFC подается сигнал на сброс интерфейса.

Комбинируя различные состояния линий DIO, ATN, SRQ, можно организовать передачу самой разной информации — основной и вспомогательной — по приборной магистрали от одного прибора к другому. Всего в стандарте МЭК задано 47 кодов дистанционных сообщений различных типов.

Всем автономным устройствам, объединяемым в систему в соответствии с данным стандартом, может быть предписан тот или иной вид активности. Выделяют приборы-источники (передатчики, дикторы), являющиеся устройствами, где образуется измерительная информация того или иного рода (например цифровые вольтметры, аналого-цифровые преобразователи и т. п.), приборы-приемники (слушатели), воспринимающие указанную информацию для последующей переработки (например, перфораторы, цифрово-аналоговые преобразователи, индикаторы и т. д.), и приборы-контроллеры, осуществляющие управление работой интерфейса.

Один и тот же функциональный элемент (прибор) может обладать сразу несколькими видами активности, т. е. быть одновременно, например, прибором-источником и прибором приемником-контроллером и т. д. Минимально возможное число приборов в системе — два: один источник и один приемник, контроллер в таком простейшем варианте не обязателен. В максимальном варианте возможно подключение (без дополнительной аппаратуры, расширяющей эти возможности) до 15 приборов, в числе которых обязательно должны быть источники и приемники. В качестве контроллеров могут использоваться как специализированные устройства, так и ЭВМ, которая также может подключаться к магистрали.

В стандарте МЭК реализуется идея разделения функций любого физического прибора или устройства. Выделяются его конкретные функции, соответствующие его основному назначению, и интерфейсные функции, определяющие возможности данного прибора в осуществлении приема, передачи и интерпретации сообщений магистрали, его реакцию на эти сообщения. Всего рассматривается 10 интерфейсных функций, являющихся основными, типичными для большинства реальных приборных систем. К указанным интерфейсным функциям относятся:

1. Интерфейсная функция согласования приема данных. Схема, реализующая эту функцию, входит в любой приемник и обеспечивает синхронный побайтный прием данных по линиям DI01—DI08. Кроме того, она воспринимает сигнал по линии DAV и вырабатывает сигналы на линиях NFRD и NDAC.

2. Интерфейсная функция согласования передачи данных. Соответствующая схема является частью любого передатчика и организует (совместно со схемой, выполняющей предыдущую интерфейсную функцию в приемнике) асинхронную побайтную передачу данных по DI01—DI08; одновремен-

[1] *American Standard Code for Information Interdrange.*

но эта схема вырабатывает сигнал на линии DAV и воспринимает сигналы с линий NFRD и NDAC.

3. Интерфейсная функция прибора-источника. Она заключается в обеспечении собственно передачи данных, в том числе информации о состоянии прибора, в магистраль. Эта функция обязательна для любого прибора-источника. Для ее выполнения соответствующая схема должна осуществлять промежуточное хранение передаваемой цифровой информации, иметь вентильную часть, разрешающую пропуск информации на магистраль, узлы, дешифрирующие команды и адрес данного прибора. Управление данной схемой производится сигналами от устройства, выполняющего интерфейсную функцию согласования передачи данных. При многобайтной передаче данных рассматриваемая схема должна также вырабатывать сигнал «последний байт» по линии EOI.

4. Интерфейсная функция прибора-приемника. Она состоит в проведении собственно приема данных из магистрали от приборов-источников, для чего необходимы схемы, осуществляющие промежуточное хранение данных, их пропуск в функциональную часть прибора, дешифрацию команд и адреса данного приемника, а также восприятие сигналов управления от схемы, выполняющей интерфейсную функцию согласования приема данных. Интерфейсная функция прибора-приемника обязательна для каждого такого прибора.

5. Интерфейсная функция запроса на обслуживание. Основное ее назначение — выработка сообщения контроллеру о необходимости обслуживания данного прибора. При последовательном опросе приборов со стороны контроллера для выявления конкретного прибора, пославшего запрос на обслуживание, схема, реализующая рассматриваемую интерфейсную функцию, должна при обращении к данному устройству выработать ответный сигнал (в соответствии со стандартом — импульс на шине DI07).

6. Интерфейсная функция параллельного опроса. Она предназначена для выработки ответного сигнала по запросу от контроллера о состоянии группы приборов (до 8). При появлении запроса такого типа (импульсы на линиях *ATN* и EOI) схема, выполняющая эту интерфейсную функцию, формирует на одной из линий DI01 — DI08 ответный сигнал 0 или 1 в зависимости от состояния прибора; при этом каждому прибору соответствует одна линия, заранее за ним закрепленная.

7. Интерфейсная функция очистки прибора — приведение прибора в исходное состояние.

8. Интерфейсная функция запуска прибора — инициация работы прибора.

9. Интерфейсная функция выбора вида управления «дистанционные — местные» — реализует переход от местного управления со стороны панели прибора к управлению от магистрали.

Интерфейсные функции 5—9 могут быть присущи как приборам-источникам, так и приборам-приемникам.

10. Интерфейсная функция контроллера — осуществление управления интерфейсом, т. е. выработка адресов, команд, служебной информации, сигналов управления, причем и интерпретация сигналов состояния и информационных сигналов с магистрали. Максимальное число вырабатываемых контроллером адресов — 31 адрес приборов-источников и 31 адрес приборов-приемников. Одному и тому же прибору могут отвечать несколько адресов, что дает возможность обращаться не только к данному устройству как к единому целому, но и к его отдельным частям. Каждый прибор-источник (или его самостоятельная часть) обязательно имеет свой индивидуальный адрес; в противоположность этому несколько различных приемников могут иметь одинаковые адреса.

Любые интерфейсные функции в произвольной комбинации могут включаться в состав интерфейса того или иного конкретного прибора, при этом существует некоторый минимальный набор таких функций, обеспечивающих существование системы.

Выделение определенных стандартных интерфейсных функций позволяет унифицировать их схемную реализацию и в целом удешевить и упростить организацию интерфейса. В перспективе представляется, что каждый из выпускаемых промышленностью приборов будет содержать интерфейсную часть в стандарте МЭК, что сделает возможным их простое объединение для построения достаточно сложных информационных систем, о том числе и САЭИ.

10.3.5. ИЗМЕРИТЕЛЬНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ КОМПЛЕКСЫ (ИВК)

Современные тенденции развития экспериментальных исследований фундаментального и прикладного характера привели к созданию человеко-машинных систем, включающих развитые ИВК.

Под ИВК следует понимать [10] автоматизированное средство измерения и обработки опытных данных и управления ходом эксперимента, предназначенное для исследования сложных объектов и процессов и представляющее собой совокупность программных и технических средств, имеющих блочно-модульную структуру.

Типовой измерительно-вычислительный комплекс, использующий устройства отражения в стандарте КАМАК, показан на рис. 10.12. Серийно выпускаемый комплекс ИВК-2, включающий процессор СМ-4 и два крейта КАМАК, имеет набор периферийных средств, обеспечивающих пользователю широкие возможности для ввода, вывода и представления информации.

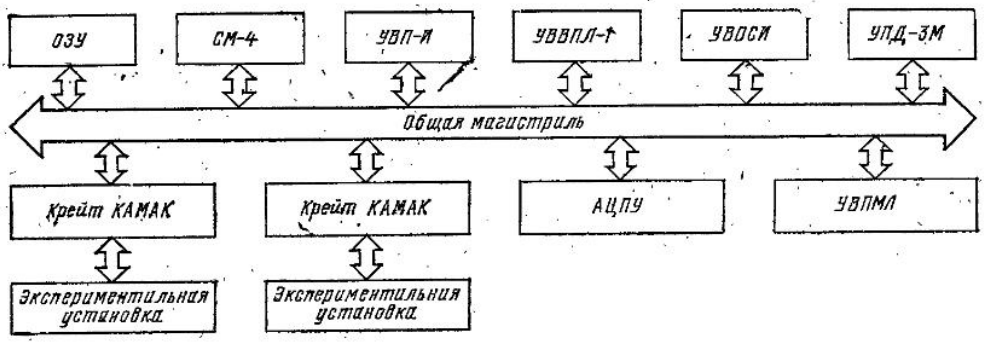


Рис. 10.12. Измерительно-вычислительный комплекс для автоматизации иаучиых исследоваиий ИВК-2 на базе процессора СМ-4.

УВП-И — устройство внешней памяти на магнитном диске ИЗОТ-1370; *УВВПЛ-1* — устройство ввода-вывода с перфоленты СПТП-3; *УВОСИ* — устройство ввода и отображения символьной информации на базе «Видеотона-340»; *УПД-3М* — устройство подготовки данных; *УВПМЛ* — устройство внешней памяти на базе накопителя на магнитной ленте; *АЦПУ* — устройство вывода на базе автоматического цифрового печатающего устройства; *ОЗУ* — оперативное запоминающее устройство.

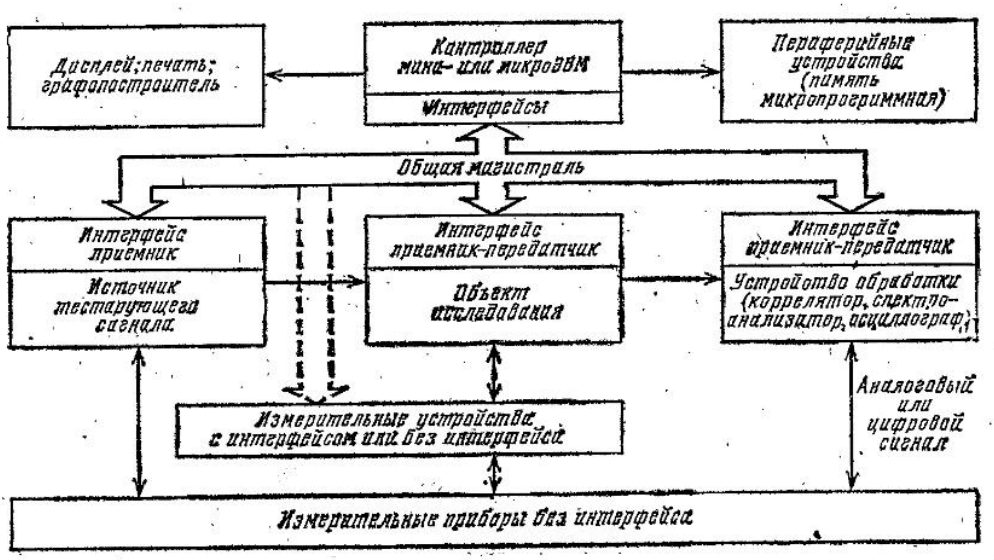


Рис. 10.13. Основиые компоненты системы, построенной с использованием приборного интерфейса.

На рис. 10.13 представлены осиовные компоненты типичной автоматической измерительиой системы, построеиной с использованием приборного иитерфейса. Эта система состоит из магистрали, к которой подключеиы контроллер мини- или микроЭВМ и периферийные устройства типа микропрограммной памяти, дисплея, печатающего устройства, графопостроителя. К общей магистрали через соответствующие иитерфейсы подключены приборы с программным управлением, обеспечивающие экспериментальное исследование объекта (источиик тестирующего сигнала, устройства обработки информации типа коррелятора, спектроанализатора и осциллографа). Система включает также измерительные приборы и устройства без программного управления и интерфейса.

Оптимизация и автоматизация экспериментальных исследований теплотехнических процессов и объектов требуют системного подхода, поскольку включают в себя широкий круг вопросов [7, 11]; важнейшие из них следующие:

1) формулировка цели экспериментального исследования;

2) обеспечение средствами измерения (датчиками) осиовных физических параметров (см. разд. 7);

3) выбор плана проведения исследования [1];

4) выбор ЭВМ требуемой мощности с необходимыми периферийными устройствами (§ 5.1 [13]);

5) разработка или выбор (из числа существующих) устройств сопряжения [6, 8, 9;]

6) разработка прикладного алгоритмического и программного обеспечения, включающего, как правило, типовые статистические методы обработки экспериментальных данных [12].

В настоящее время еще не существует научно обоснованной методики системного проектирования САЭИ. В то же время достигнутый уровень технических и программных средств, а также разработанные методы оптимального планирования эксперимента, получившие освещение в настоящем разделе, а также в § 5.1 [13], позволяют существенно повысить эффективность экспериментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. Программное введение в планирование эксперимента. — М.: Наука, 1971. — 288 с. 2-е изд., перераб. и доп., 1976. — 280 с.

2. **Иванов А. З., Круг Г. К., Филаретов Г. Ф.** Статистические методы в инженерных исследованиях. Учебное пособие. — Ч.1. — М.: МЭИ, 1976.—85 с. Ч. 2, 1978.— 77 с.

3. **Горский В. Г., Адлер Ю. П.** Планирование промышленных экспериментов. — М.: Металлургия, 1974.—264 с.

4. **Налимов В. В.** Теория эксперимента. — М.: Наука, 1971. — 207 с.

5. **Проблемы** планирования эксперимента/Под ред. Г. К. Круга. — М.: Наука, 1969.—396 с.

6. **Хазанов Б. И.** Интерфейсы измерительных систем. — М.: Энергия, 1979.— 120 с.

7. **Виноградов В. И.** Дискретные информационные системы в научных исследованиях. — М.: Атомиздат, 1976. — 280 с.

8. **Лискин В. А., Ситников Л. С.** Магистральные принципы организации измерительных информационных систем. — Автоматика и вычислительная техника, 1978, № 6, с. 32—37.

9. **Универсальный** интерфейс к приборной магистрали по стандарту МЭК/ В. А. Лискин, Л. С. Ситников, Н. И. Гореликов, А. Н. Домарацкий, Р. С. Лачнов. — Приборы и системы управления, 1978, № 4, с. 18—21.

10. **Ковалеров Г. И.** Измерительно-вычислительные комплексы. — Приборы и системы управления, 1977, № 11, с. 23—27.

11. **Кабанов В. А., Круг Г. К., Фомин Г. А.** Техническое и математическое обеспечение систем автоматизации научных исследований. — М.: МЭИ, 1979.— 80 с.

12. **Жуковский В. Д., Филаретов Г. Ф.** Системы автоматизации научных исследований. — М.: Медицина, 1980. — 180 с.

13. **Теплоэнергетика** и теплотехника. Общие вопросы/Под общей ред. В. А. Григорьева и В. М. Зорина. — М.: Энергия, 1980.—590 с.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абсолютно прозрачное тело 192
— отражающая оболочка 192
— черное тело 192
Аналогия диффузионно-тепловая 405
— тепломассообмена 210
— электрогидродинамическая 45, 403
— электротепловая 399
Анемометр диффузионный 405
— лазерный 414

Барометры 357
Баротропность 17, 22

Вакуумметры 357
— ионизационные 370
— Мак Леода 369
— термокондуктометрические 369
Вариационный ряд 471
Вентиляция аксиальная, аксиально-радиальная, вытяжная, нагнетательная, радиальная, тангенциальная 261
— естественная, принудительная 260
Вихренсточник 44
Вихрь 20
Волна уединенная на поверхности жидкости 94
Волновое число 92
Волны бесконечно малые 92, 93
— гравитационные 92
— капиллярные 93
— конечной амплитуды 94
— на границе двух потоков 93
— прогрессивные 92
— стоячие 92
Время схлопывания кавитационной полости 98
Высота подъема жидкости в капиллярах 87
Вязкость 12
— методы определения 456

Газ идеальный 12, 60
Газоанализаторы 389
— магнитные, оптико-акустические, оптические, термокондуктометрические, фотоколориметрические 392
— химические 389
Гелий газообразный 229
— жидкий 223
— — сверхтекучий 223, 228
Гипотеза альтернативная 478
Гипотеза конкурирующая, нулевая 475
— обобщенная Ньютона 19
— статистическая 475
Гипотезы о турбулентных напряжениях 55
Гистограмма 471
Глубина проникновения электромагнитной волны 316
Голограмма 418
Гомогенная модель двухфазного потока 105
Градиент температуры 115

Давление абсолютное 17
— вакуумметрическое, весовое, внешнее, избыточное 17
— высокое, измерение 465
— критическое 223
— на входе в патрубок истечении 111
— на срезе патрубка истечения 112
— насыщенных паров, методы определения 446
— полное, измерение 411
— статическое, измерение 411
Датчики теплового потока 424
Движение безвихревое, вихревое 15
— неустановившееся 14
— относительное 22
— плавноизменяющееся 25
— потенциальное 15, 91
— установившееся 14
Диаграмма накопленных частот 471
— режимов течения 103
Диатермическая среда 192
Дисперсия воспроизводимости 480
— неадекватности 482
Дифманометры-расходомеры 373
— колокольные 374
— мембранные 376
— поплавковые 375
— пределы измерения 373
— сильфонные 376
Диффузионный излучатель 195
Диффузоры 33
Доверительный интервал 473
Дробление капель 98
Дробная реплика 482
Дробный факториый эксперимент 482

Жидкая частица 13
Жидкость вязкая 12

Жидкость идеальная 16, 91

Закон Бугера 200
— Вина 195
— гидравлического сопротивления 28, 29
— Кирхгофа 195
— корня седьмой степени 31
— Ламберта 195
— переноса лучистой энергии 200
— распределения давления гидростатический 17
— Стефана — Больцмана 192
— Фика 207
— Фурье 116
Зонды температурные 407

Излучение тепловое 115, 279, 291
— — результирующее 102
— — собственное, эффективное 192
Изотерма 115
Интеграл Бернулли 22
— Лагранжа 22
Интенсивность вихревой трубки 15
Интерфейс приборный 494
— стандартный КАМАК 491
— электронный 490
Интерферометр Маха — Цендера 417
Инфракрасные лампы накаливания 326
Истечение вскипающей жидкости 111
— из резервуаров 34, 35
— критическое 66, 111

Кавитация 98, 99
Калорические свойства, методы определения 440
Капиллярная постоянная 87, 93, 98
Касательное напряжение на стенке, измерение 406, 428
Кипение 178
— «беспленочное» 246
— в большом объеме 179
Класс точности 334
Компонент гелия нормальный, сверхтекучий 228
Конвекция 115, 287
— вынужденная, естественная 151
Конденсация капельная, пленочная 188
Контактный угол 88
Концентратомеры 394
— кондуктометры 394
— солемеры, pH-метры, фотоколориметрические, электрохимические 396
Корни характеристического уравнения 138
Косвенные измерения 336
Коэффициент бародиффузии 206
— вязкости динамический, кинематический 12
— гидравлического трения 26, 28, 29
Коэффициент давления 45
— диффузии 206
— запаса мощности 311
— заполнения аппаратуры 297, 303
— кинетической энергии 26
— корреляции 472
— массоотдачи, измерение 430
— облучения 322
— объемного расширения 12
— оребрения 135
— отражения 192
— — электронов 330
— поверхностного натяжения 83, 85, 439
— поглощения 192
— потерь на внезапное расширение 32
— — по длине 28
— пропускания 192
— расхода через насадку, отверстия 34, 35
— самодиффузии 206
— сжатия струи 35
— сжимаемости 12
— сопротивления клапана 46
— — местного 32, 106
— — пластины 46
— — трения 52, 57, 105, 428
— — — на межфазной границе 106
— температуропроводности 116
— теплового излучения 195, 200
— — — методы определения 460, 461
— теплопередачи 128
— теплопроводности 116
— — Не-II эффективный 246
— теплоотдачи 152, 427
— — стенки печи 312
— термодиффузии 206
— турбулентной вязкости 56
— формы 149
— эффективности ребра 135
Краевой угол 85
Крейт 493
Кривизна поверхности 85
Кризис кипения 183
Критерии подобия 24, 95
Критическая точка 223
Критические параметры газа 62
Критический тепловой поток, измерение 428
Критическое число Рейнольдса 31, 52
Круговая частота 92

Линия вихревая 15
— пьезометрическая 26
— тока 14
— энергии 26
Логометры 351

Маяометры 356

Манометры жидкостные 356
— мембранные 362
— поршневые 465
— сильфонные 364
— с трубчатой пружиной 357
— тензометрические 466
— U-образные 356
— электрическне манганиновые 466
Матрица планирования 479
Международная практическая температурная школа 338
Метод аналогий 46, 399
— крутого восхождений 483
— наименьших квадратов 480
— Либмана 402
— нормативный гидравлического расчета 37, 106
— оптимизации симплексный 484
— тепловых схем замещения 269
— толстостенной трубы 423
— эквивалентных греющих потерь 269
Методы создания низких температур 462
— измерений радиоизотопные 418
Микромаиометры 357
Милливольтметры 352
Моделирования правила 399
Модели световые 406
— электрические 399, 402
Модули функциональные 493
Модуль расхода 37
— упругости жидкости 12
Мосты уравновешенные автоматические 352

Нагрев диэлектрический 316
— инфракрасный 326
— плазменный 330
— электронно-лучевой 329, 423
Нагреватель электропечи сопротивления 321
Надежность радноэлектроииой аппаратуры 276, 281
Напор гидродинамнческий, пьезометрический, скоростной 26
— инерционный 39
Напряжение вязкостное 13
— касательное 16, 105, 106
— нормальное, поверхностных сил 16
— турбулентное 21
Насадки 36
Начальный участок гидродинамический, термический 29, 163, 164
Неравновесность термодинамическая 107, 111
Неустойчивость Гельмгольца 95
— ламинарных течений 31, 52
— Тейлора 95

Обогрев жидкостный 422
— электрический 420
Обратная задача теплопроводности 128
Обтеканне круглого цилиндра 43
— пластины 45
Одномерная модель 25, 60, 105
Одномерное течение газа 60
— — вязкой жидкости 25
Определяющий размер 162, 284
Ортогональное центральное композиционное планирование 486
Отрыв паровых пузырьков 100
— пограничного слоя 52
Охлаждение непосредственное, косвенное 261
Оценка несмещенная, состоятельная, эффективная 472
Оценки погрешности 334, 472

Параметр распределения в двухфазном потоке 103
Параметры торможения газа 61
Паросодержание балансовое 107, 427
— измерение 419
— истинное объемное 101, 103
— — в неравновесных потоках 108
— массовое расходное 100, 107
— объемное расходное 100
Печь руднотермическая 308
Пирометры 349
Плазмотрон дуговой 331
План эксперимента 479
Планирование второго порядка 486
Плотность веществ, методы определения 433, 449
— потока излучения 191
— смеси истинная, расходная 101, 105
— теплового потока 115
— — — критическая 179, 183, 185, 187, 238, 243, 248
— — — минимальная 249
Поверхностная закалка 316
— мощность нагревателя удельная 321
— — на нагреваемом изделии реальная 308
Поверхность изотермическая 115
— непроницаемая, проницаемая 212
— осесимметричная равновесная 87, 88
— раздела фаз 83, 86, 91
— — — максимальные участки устойчивости 89
— свободная 92
— эквипотенциальная 15
Пограничный слой ламинарный 50
— — струйный 53
— — турбулентный 57
Погрешности измерений 334
Подобие динамическое, кинематическое 24
Подслой вязкий 162
— тепловой 163

Поле температурное 115, 277
— рассеяния 472
Полный факторный эксперимент 479
Потенциал комплексный 43
— массовых сил 17, 86
— скорости 15, 92
Потенциометры автоматические 352
Потери напора (энергии) 21, 26, 32
— тепловые, измерения 421
Поток дозвуковой 64, 71, 76
— излучения 191
— тепловой 115, 420, 425
— сверхзвуковой 71, 77
Предельный объем пузырька (капли) 91, 100
Принцип сложения потерь 27
— суперпозиции потенциальных течений 42
Проводимость Капицы 247
Профиль скорости в трубе 28, 31
Пульсация скорости, давления 21, 54
Путь перемешивания 56

Радиоэлектронная аппаратура 276, 294, 303
Равновесие газа, жидкости 17
Рандомизация 480
Распределение вероятностей нормальное 470
— Пирсона 474
— Стьюдента 473
— Фишера 478
Расход массовый, объемный 14, 100
Расходомеры 370
— переменного перепада давления 370
— постоянного перепада давления 376
— тахометрические 383
— электромагнитные 380
Режим кипения 179
— охлаждения, нагрева 148
— тепловой регулярный 148, 425
Режимы течения 101, 184
Ротаметры 380
Ротатабельное центральное композиционное планирование 487

Сверхпроводники 222
Сверхтекучесть 228
Свойство взаимности, замыкаемости 197
Сетка гидродинамическая 15
Сжатие струи 34
Сила архимедова 19
— внутреннего трения (вязкости) 12
— подъемная Жуковского 45
Система обеспечения теплового режима 276, 280
Системы охлаждения трансформаторов 266
— — электрических машин 260
Скачок давлений лапласовский 85, 92
— уплотнения прямой 64
Скачок уплотнения косой 73
Скорость витания капли 98
— волны гидравлического удара 40
— — фазовая 92
— всплытия пузырька 96
— деформации 14
— динамическая 31
— звука 61, 111
— истинная, приведенная 101
— местная, мгновенная 13
— потока, измерение 412, 414
— роста парового пузырька 99, 100
— смеси 101, 105
— схлопывания полости 98
— сопряженная 43
— угловая 15
— усредненная 21
— циркуляции 101
Смачиваемость 85, 86
Солевой метод 430
Соотношение интегральное пограничного слоя 51
Сопло Лаваля 64, 83
Сопротивление гидравлическое 26, 268
— — двухфазного потока 105, 109
— Капицы 246
— термическое 134, 282
— электрическое идеальное, остаточное 234, 235
Спектральная оптическая толщина слоя газа 200
Средства представления информации 490
Стабилизированное течение 28
Степень свободы 473
Сток 44, 48
Струи затопленные турбулентные 59
Сужающие устройства 370
Сферичность пузырька (капли) 96
Схема охлаждения замкнутая, разомкнутая 260
Счетчики количества 383

Тело давления 19
— абсолютно черное 192
— серое 195
Темп охлаждения (нагрева) 148
Температура адиабатная, равновесная, собственная 177
— Дебая 230
— критическая 223
— начала кипения 107
— потока, измерение 407
— псевдокритическая 229
— среднемассовая, расчет 426
— твердых тел, измерение 409
Температурные шкалы 338

Теневые методы 415
Тепломассообмен 115
Теорема Жуковского 45
— Кондратьева 148
— Коши-Гельмгольца 14
— перемножения решений 148
Теплоемкость 230
— замороженная 208
— удельная 23, 61
Тепловая модель РЭА 276, 299
Тепловой режим РЭА 276
— коэффициент 282, 294
Тепловые мосты 255
— трубы 423
Теплообмен конвективный 115
— сложный 115, 205
Теплоотдача 115
Теплопередача 115
Теплопроводность 115, 232
— методы определения 450
— турбулентная 153
Теплота плавления, методы определения 448
— парообразования, методы определения. 449
Термоанемометр 412
Термодиффузия 206
Термометры 338
— манометрические 340
— сопротивления 343
— стеклянные 339
— термоэлектрические (термопары) 345, 463
Течение вязкостное, вязкостно-гравитационное, вязкостно-инерционное 163
— газа адиабатное 22, 60
— — изотермическое 69
— — изоэнтропийное 61
— ламинарное 13, 46, 290
— Куэтта 49
— ползущее 46
— турбулентное 13, 291
Течения безвихревые осесимметричные 48
— — плоские 44, 45
Толщина вытеснения 50
— пограничного слоя 50
— потери импульса 51
Точность тепловых измерений 334
Трубка вихревая 15
— тока 14

Угловой коэффициент излучения 196, 406
— — — свойство взаимности, замыкаемости 197
Удар гидравлический 40, 41
Удельное электросопротивление 234
Уравнение Бернулли адиабатного течения газа 22, 61
Уравнение Бернулли потока вязкой жидкости 26
— — струйки вязкой жидкости 20
— Видемана — Фланца — Лоренца 233
— количества движения 22
— Навье — Стокса 19
— подобия для движения пузырьков 96
— равновесия поверхности раздела фаз 86
— регрессии 479
— Рэлея для схлопывающейся (расширяющейся) полости 98
— сохранения импульса в двухфазиом потоке 105, 109
— теплопроводности 116
— Эленбааса — Геллера 330
— энергетического баланса печи 310
— энергии 23
Уравнения Прандтля ламинарного пограничного слоя 50
— Рейнольдса турбулентного течения 21
— цепные гидравлического удара 41
— Эйлера идеальной жидкости 21
— — покоящейся жидкости 17
Уровень значимости 473
Уровнемеры 386
Ускорение жидкой частицы 14
Условия граничные 126, 128
— краевые, однозначности 126
— совместности 210
Устройства для создания высоких давлений 464

Фактор скольжения 101
Формула Арманда для истинного объемного паросодержания 103
— Блоха — Грюнайзена 235
— Лапласа для скачка давлений 85
— Паскье 314
— Стокса для скорости движения сферы 96
— Тимофеева 326
— Фритца для предотрывного размера пузырька (капли) 91
— Юнга для краевого угла смачивания 85
Функция давления 17
— Лапласа 470
— тока плоского течения 15
— — осесимметричного течения 47
Футеровка электропечей 312

Характеристики сверхзвукового потока 77

Центр давления 18
Циркуляция скорости 15, 404

Число Бонда 87, 95
— Вебера 96, 97, 98
— Лоренца 233
— Рейнольдса 96, 97, 106

Число Стаитона 109
— Струхаля 24
— Фруда 24, 96
— Эйлера 24
— Якоба 100

Шероховатость абсолютная 26, 27
— относительная 28
— равиозериистая 28
— эквивалеитная 26

Экран тепловой 197
Экспериментальная установка 490
Энергия внутренняя 61
— Гельмгольца поверхности раздела фаз 83
— киистическая 21
Эитальпия 61
— отиосительная двухфазного потока 107, 108
— средиемассовая 106, 426
Эитропия 61
Эффект Мейсиера 223

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие к справочной серии «Теплоэнергетика и теплотехника» . . 7
Предисловие 9

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ.
МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

1.1. Основные физические свойства жидкостей и газов 12
1.1.1. Объемные свойства . . . 12
1.1.2. Вязкость жидкостей и газов 12
1.2. Кинематика жидкой среды . . 13
1.3. Напряженное состояние жидкой среды 16
1.4. Статика жидкостей и газов . . 17
1.5. Общие уравнения динамики жидкостей и газов 19
1.5.1. Уравнения движения вязких жидкостей и газов . . . 19
1.5.2. Уравнения движения идеальных (невязких) жидкостей и газов 21
1.5.3. Уравнения количества движения, момента количества движения и энергии . . 22
1.5.4. Основы теории подобия гидромеханических процессов . 22
1.6. Одномерные течения вязкой жидкости 25
1.6.1. Уравнение Бернулли для потока несжимаемой жидкости 25
1.6.2. Гидравлические сопротивления . . . . . .
1.6.3. Истечение несжимаемой жидкости 34
1.6.4. Гидравлический расчет трубопроводных систем . . . 37
1.6.5. Силовое воздействие потока на твердые поверхности . 38
1.6.6. Неустановившееся движение в напорном трубопроводе . 39
1.7. Потенциальные течения несжимаемой жидкости 42
1.7.1. Общие свойства потенциальных течений 42
1.7.2. Примеры плоских потенциальных течений 43
1.7.3. Приближенные методы построения плоских потенциальных течений 45
1.7.4. Струйные потенциальные течения 46
1.7.5. Пространственные потенциальные течения 47
1.8. Ламинарные течения несжимаемой жидкости 48
1.8.1. Течения в ограниченных пространствах 48
1.8.2. Ламинарный пограничный слой 50
1.9. Турбулентные течения 54
1.9.1. Турбулентные напряжения и некоторые гипотезы . . 54
1.9.2. Универсальные законы распределения скоростей . . 56
1.9.3. Турбулентный пограничный слой 57
1.9.4. Турбулентные струи несжимаемой жидкости 59
1.10. Одномерные течения газа . . 60
1.10.1. Основные расчетные зависимости для адиабатного течения невязкого идеального газа. Изоэнтропийные формулы 60
1.10.2. Газодинамические функции 62
1.10.3. Изменение параметров одномерного адиабатного потока газа вдоль трубы переменного сечения . . 64
1.10.4. Прямой скачок уплотнения 64
1.10.5. Истечение газа через сужающееся сопло. Формула Сен-Венана — Ваицеля . . . 65
1.10.6. Адиабатное течение идеального газа с трением в трубе постоянного сечения . 68
1.10.7. Изотермическое течение в трубе 69
1.10.8. Одномерное течение при различных внешних воздействиях 70
1.11. Плоские и осесимметричные течения невязкого газа 70
1.11.1. Общие уравнения потенциального движения баротропной невязкой среды 70
1.11.2. Распространение малых возмущений. Обтекание тел при малых возмущениях 71
1.11.3. Косые скачки уплотнения 73
1.11.4. Основы методов расчета плоских дозвуковых течений газа 76
1.11.5. Сверхзвуковые течения. Метод характеристик . . . 77
1.11.6. Простые волны. Сверхзвуковые течения в криволинейных плоских каналах 81
1.12. Гидростатика двухфазных систем 83
1.12.1. Поверхностная энергия и поверхностное натяжение 83
1.12.2. Условия смачивания жидкостью твердой поверхности 85

1.12.3. Уравнение равновесия поверхности раздела фаз . 86
1.12.4. Высота подъема жидкости в капиллярах 87
1.12.5. Осесимметричные равновесные поверхности раздела 87
1.13. Волновые движения жидкости . 91
1.13.1. Математическое описание волновых движений идеальной жидкости . . 91
1.13.2. Стоячие и прогрессивные гравитационные волны . 92
1.13.3. Капиллярные и капиллярно-гравитационные волны 93
1.13.4. Волны конечной амплитуды 94
1.13.5. Неустойчивость границы раздела двух фаз . . 94
1.14. Движение одиночных капель и пузырьков 95
1.14.1. Методы подобия и размерностей 95
1.14.2. Скорость движения капли и пузырька при $Re \ll 1$ . . 96
1.14.3. Скорость всплытия газового пузырька в жидкости 96
1.14.4. Особенности движения капель в газовых потоках 97
1.14.5. Схлопывание (расширение) полости в жидкости . . 98
1.14.6. Рост паровых пузырьков в объеме перегретой жидкости и на твердой поверхности . 99
1.14.7. Условия отрыва паровых пузырьков от твердой поверхности при кипении . 100
1.15. Адиабатные газожидкостные потоки в каналах 100
1.15.1. Основные определения . 100
1.15.2. Режимы течения двухфазных потоков 101
1.15.3. Истинное объемное паросодержание адиабатных двухфазных потоков . . . 103
1.15.4. Гидравлическое сопротивление двухфазных потоков 105
1.16. Парожидкостные потоки в условиях теплообмена 106
1.16.1. Изменение параметров потока по длине обогреваемого канала 106
1.16.2. Паросодержание неадиабатных потоков 108
1.16.3. Гидравлическое сопротивление двухфазных потоков в условиях теплообмена . 109
1.17. Критические истечения двухфазных смесей 111
Список литературы 113

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

ОСНОВЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

2.1. Основные определения . . . 115

Теплопроводность

2.2. Основные положения 115
2.2.1. Температурное поле. Тепловой поток 115
2.2.2. Закон Фурье. Коэффициент теплопроводности . . . 116
2.2.3. Дифференциальное уравнение теплопроводности. Краевые условия 116
2.3. Стационарная теплопроводность . 128
2.3.1. Теплопроводность однородной стенки при отсутствии внутренних источников теплоты 128
2.3.2. Многослойные стенки . . 133
2.3.3. Интенсификация процесса теплопередачи 134
2.3.4. Теплопроводность стержня . 134
2.3.5. Теплопередача через оребренную стенку 135
2.3.6. Теплопроводность при наличии внутренних источников теплоты 136
2.4. Нестационарная теплопроводность 137
2.4.1. Классификация процессов . 137
2.4.2. Переходные процессы . . 137
2.4.3. Регулярный режим охлаждения (нагрева) 148
2.4.4. Процессы непрерывного нагрева (охлаждения) . . 149
2.4.5. Периодические процессы. Тепловые волны в полуограниченном теле 150

Конвективный теплообмен в однофазной среде

2.5. Основные положения 151
2.5.1. Определяющий размер, определяющая температура . . 162
2.5.2. Гидродинамическая аналогия теплообмена при турбулентном течении 162
2.6. Теплоотдача при течении жидкости (газа) в трубах 163
2.6.1. Вязкостный режим . . . 164
2.6.2. Вязкостно-гравитационный режим 165
2.6.3. Турбулентный режим . . 165
2.7. Теплоотдача при внешнем обтекании тел 173
2.8. Теплообмен при высокой скорости газового потока 177
2.9. Теплоотдача при свободном движении жидкости 177

Конвективный теплообмен при изменении агрегатного состояния

2.10. Теплообмен при кипении жидкостей 178
2.10.1. Общие сведения . . . 178
2.10.2. Кипение в большом объеме 179
2.10.3. Кипение при вынужденном течении в трубах . . . 184
2.11. Теплоотдача при конденсации пара 188
2.11.1. Общие сведения . . . 188
2.11.2. Пленочная конденсация неподвижного пара . . . 188
2.11.3. Пленочная конденсация движущегося пара . . . 189
2.11.4. Капельная конденсации пара 190

Тепловое излучение

2.12. Общие положения 191
2.12.1. Основные понятия . . 191
2.12.2. Законы теплового излучения 192
2.13. Теплообмен между телами, разделенными прозрачной средой . . 195
2.13.1. Постановка задачи и общий метод расчета 195
2.13.2. Угловые коэффициенты . 197
2.14. Теплообмен между газом и поверхностью твердого тела . . . 199
2.14.1. Особенности излучения и поглощения газов 199
2.14.2. Основной закон переноса лучистой энергии в излучающе-поглощающей среде . 200
2.14.3. Собственное излучение газового объема 200
2.14.4. Методы расчета теплообмена 203

Совместные процессы тепло- и массообмена

2.15. Общие сведения 205
2.15.1. Классификация процессов . 205
2.15.2. Основные понятия и соотношения 206
2.15.3. Диффузионные потоки. Коэффициент диффузии . . 206
2.16. Перенос энергии и импульса в бинарной смеси 208
2.16.1. Поток энергии 208
2.16.2. Поток импульса . . . 209
2.17. Система дифференциальных уравнений 209
2.18. Условия совместности на проницаемой межфазной границе . . . 210
2.18.1. Общее понятие 210
2.18.2. Универсальные условия . . 211
2.18.3. Специальные условия . . 212
2.18.4. Характерные случаи . . 213
2.19. Аналогия процессов тепло- и массообмена 213
2.19.1. Умеренная интенсивность массообмена 213
2.19.2. Высокая интенсивность массообмена 215
Список литературы 218

РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

ТЕПЛООБМЕН В ЭЛЕМЕНТАХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ СИСТЕМ

3.1. Сверхпроводимость. Применение сверхпроводников в технике . . . 222
3.2. Свойства гелия 223
3.3. Свойства конструкционных материалов при низких температурах . . 230
3.3.1. Теплоемкость 230
3.3.2. Теплопроводность . . . 232
3.3.3. Электропроводность . . . 234
3.4. Кипение гелия в большом объеме . 237
3.4.1. Пузырьковое кипение . . . 237
3.4.2. Пленочное кипение . . . 240
3.5. Течение гелия в каналах . . . 241
3.5.1. Теплоотдача к кипящему гелию 241
3.5.2. Кризис теплоотдачи . . . 242
3.5.3. Гидравлическое сопротивление 244
3.5.4. Теплоотдача к сверхкритическому гелию 245
3.6. Теплообмен в He-II 245
3.6.1. Общие закономерности теплопередачи в He-II 245
3.6.2. Режим сопротивления Капицы 247
3.6.3. Критические тепловые потоки 248
3.6.4. Пленочное кипение . . . 249
3.7. Расчет расхода криоагента для охлаждения 250
3.8. Особенности расчета теплопритоков в криостаты 251
3.8.1. Приток теплоты через теплоизоляцию 251
3.8.2. Приток теплоты по тепловым мостам 255
3.8.3. Приток теплоты по токовводам 256
Список литературы 257

РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

ОХЛАЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН И ТРАНСФОРМАТОРОВ

4.1. Схема охлаждения электрических машин и трансформаторов . . . 260
4.2. Вентиляционный и гидравлический расчет схемы охлаждения электрических машин и трансформаторов 267
4.3. Тепловой расчет элементов электрических машин и трансформаторов . . 269
4.4. Теплообменники электрических машин и трансформаторов 270
Список литературы 275

РАЗДЕЛ ПЯТЫЙ

ТЕПЛООБМЕН В РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЕ

5.1. Общие положения и терминология 276
5.1.1. Понятие о тепловом режиме РЭА 276
5.1.2. Общая характеристика тепловых моделей РЭА 276
5.2. Способы охлаждения РЭА . . . 277
5.2.1. Системы охлаждения РЭА на основе конвекции 277
5.2.2. Кондуктивная и комбинированная системы охлаждения . . 279
5.2.3. Системы охлаждения и термостабилизации РЭА с использованием различных физических эффектов 280
5.3. Методы расчета стационарного и нестационарного теплообмена в РЭА 282
5.3.1. Расчет стационарного теплообмена в РЭА с использованием тепловых коэффициентов и термических сопротивлений . 282
5.3.2. Метод тепловых характеристик 291
5.3.3. Метод расчета стационарных температурных полей в РЭА с использованием коэффициентов 294
5.3.4. Приближенные расчеты нестационарных температурных полей в РЭА 294

5.4. Применение коэффициентных методов для расчета стационарного теплообмена в различных конструкциях РЭА 295
5.4.1. Коэффициентные методы расчета температурных полей в РЭА с герметичным корпусом 295
5.4.2. Температурное поле аппаратуры кассетной конструкции с герметичным корпусом . . . 297
5.4.3. Коэффициентные методы расчета температурных полей в РЭА с перфорированным корпусом 301
5.4.4. Температурное поле в радиоэлектроиной аппаратуре при общей принудительной вентиляции 303
5.4.5. Принудительно вентилируемые радиоэлектронные стойки . . 304
Список литературы 306

РАЗДЕЛ ШЕСТОЙ

ТЕПЛООБМЕН В ЭЛЕКТРОТЕРМИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ (ЭТУ)

6.1. Основные положения 307
6.1.1. Классификация и основные характеристики 307
6.1.2. Основные задачи тепловых расчетов ЭТУ 307
6.1.3. Энергетический баланс . . . 307
6.2. Определение полезной и установленной мощности 311
6.3. Тепловые потери в ЭТУ . . . 311
6.3.1. Потери через футеровку и экранную теплоизоляцию . 311
6.3.2. Потери через тепловые короткие замыкания 313
6.3.3. Прочие виды потерь . . 314
6.4. Нагрев изделий 315
6.4.1. Температура и время индукционного сквозного нагрева изделий 315
6.4.2. Время нагрева и удельная поверхностная мощность при индукционной поверхностной закалке 315
6.4.3. Время нагрева заготовки в установке электроконтактного нагрева 315
6.4.4. Характеристика печных загрузок 315
6.5. Теплообмен между нагревателем и нагреваемым изделием в электропечах сопротивления 321
6.5.1. Теплообмен излучением . 321
6.5.2. Теплообмен конвекцией . 324
6.5.3. Теплообмен теплопроводностью 325
6.6. Инфракрасный нагрев . . . 326
6.6.1. Определение и основные области применения . . . 326
6.6.2. Характеристика ИК-излучателей 326
6.6.3. Оптические характеристики материалов 327
6.6.4. Расчет процесса ИК-нагрева 327
6.7. Электронно-лучевой нагрев . . 329
6.7.1. Определение и осиовные области применения 329
6.7.2. Теплообмен при электронно-лучевом нагреве . . . 329
6.8. Плазменный нагрев 330
6.8.1. Общие вопросы 330
6.8.2. Энергетический балаис дугового плазмотроиа . . . 330
6.8.3. Теплообмен на электродах . 332
Список литературы 332

РАЗДЕЛ СЕДЬМОЙ

ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

7.1. Общие сведения об измерениях и погрешностях 334
7.2. Измерение температуры . . . 338
7.2.1. Основные сведеиия о температурных шкалах . . . 338
7.2.2. Стеклянные термометры расширения 339
7.2.3. Манометрические термометры 341
7.2.4. Термометры сопротивления. 343
7.2.5. Термоэлектрические термометры 345
7.2.6. Средства измерения температуры по излучению . . . 349
7.2.7. Вторичиые измерительные приборы для термометров . 351
7.2.8. Особеиности измерения температуры 355
7.3. Измерение давления и вакуума . 356
7.3.1. Общие сведения об измерении давления 356
7.3.2. Жидкостные приборы для измерения давлеиия . . 356
7.3.3. Приборы для измерения давления с упругимн чувствительными элементами . . 357
7.3.4. Приборы для измерения вакуума 369
7.3.5. Методы измерения давления и вакуума 370
7.4. Измерение расхода 370
7.4.1. Общие сведения об измерении расхода 370
7.4.2. Измерение расхода по перепаду давлеиия в сужающем устройстве 370
7.4.3. Дифференциальные маиометры-расходомеры . . . 373
7.4.4. Расходомеры постоянного перепада давления . . . 376
7.4.5. Электромагиитные расходомеры 380
7.4.6. Тахометрические расходомеры и счетчики количества . 383
7.5. Измереиие уровия жидкостей . . 386
7.5.1. Методы измереиия уровня . 386
7.5.2. Гидростатические уровнемеры 387
7.5.3. Поплавковые, емкостные и другие уровнемеры . . . 388

7.6. Измерение состава газовых смесей и концентрации растворов . 389
7.6.1. Методы измерения состава газовых смесей и концентрации растворов 389
7.6.2. Газоанализаторы 389
7.6.3. Концентратомеры 394
Список литературы 398

РАЗДЕЛ ВОСЬМОЙ
МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

8.1. Методы моделирования 399
8.1.1. Классификация методов экспериментальных исследований 399
8.1.2. Электротепловая аналогия (ЭТА) для задач теплопроводности 399
8.1.3. Электротепловая аналогия для задач конвективного теплообмена в трубах . . . 402
8.1.4. Электрогидродинамическая аналогия (ЭГДА) . . . 403
8.1.5. Диффузионное моделирование 404
8.1.6. Моделирование радиационного теплообмена . . . 406
8.2. Методы экспериментального исследования полей температуры, давления, скорости, плотности и концентрации 407
8.2.1. Измерение полей температуры в потоках жидкости и газа 407
8.2.2. Измерение температуры твердых тел 409
8.2.3. Зондовые методы измерения полей давления в потоках жидкости и газа 411
8.2.4. Зондовые методы измерения полей скорости 412
8.2.5. Бесконтактные методы измерения полей скорости . . 414
8.2.6. Методы исследования полей плотностей и концентрации в потоках жидкости и газа и структуры двухфазных потоков 415
8.3. Методы экспериментального исследования конвективного тепло- и массообмена 420
8.3.1. Создание и измерение стационарных тепловых потоков при электрическом обогреве 420
8.3.2. Создание и измерение стационарных тепловых потоков при жидкостном обогреве . 422
8.3.3. Электронный обогрев . . 423
8.3.4. Определение тепловых потоков по измеренным температурам в стенке трубы . . 423
8.3.5. Тепломеры и датчики тепловых потоков 424
8.3.6. Определение тепловых потоков по измеренным полям температуры и скорости . 424
8.3.7. Методы регулярного теплового режима 425
8.3.8. Измерение нестационарных тепловых потоков . . 425
8.3.9. Методы определения среднемассовых энтальпий, температуры и паросодержания при течении жидкости в трубах 426
8.3.10. Методы определения коэффициентов теплоотдачи . . 427
8.3.11. Методы исследования критических тепловых потоков при кипении жидкости . . 428
8.3.12. Методы определения местных и средних коэффициентов сопротивления трения . . 428
8.3.13. Методы определения характеристик массообмена . . 430
Список литературы 430

РАЗДЕЛ ДЕВЯТЫЙ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ

9.1. Классификация теплофизических свойств 433
9.2. Методы изучения термических свойств веществ 433
9.2.1. Определение плотности твердых тел 433
9.2.2. Определение плотности жидкостей и газов 435
9.2.3. Определение поверхностного натяжения 439
9.3. Методы определения калорических свойств веществ 440
9.3.1. Определение калорических свойств твердых тел . . 440
9.3.2. Определение калорических свойств жидкостей . . . 443
9.3.3. Определение калорических свойств газов и паров . . 444
9.4. Методы изучения термодинамических свойств при фазовом равновесии 446
9.4.1. Определение давления насыщенных паров 446
9.4.2. Определение температур и теплот плавления . . . 448
9.4.3. Определение теплоты парообразования 449
9.4.4. Определение плотности на линии насыщения 449
9.5. Методы изучения транспортных свойств веществ 450
9.5.1. Определение теплопроводности 450
9.5.2. Определение вязкости . . 456
9.6. Методы изучения оптических свойств веществ 460
9.6.1. Определение интегрального коэффициента теплового излучения 460
9.6.2. Определение спектрального коэффициента теплового излучения 461
9.7. Особенности исследования теплофизических свойств при низких температурах 462

9.7.1. Создание и поддержание низких температур 462
9.7.2. Измерение низких температур 462
9.8. Особенности исследования теплофизических свойств при высоких давлениях 464
9.8.1. Устройства для создания высоких давлений 464
9.8.2. Измерение высокнх давлений 465
Список литературы 466

РАЗДЕЛ ДЕСЯТЫЙ

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

10.1. Типовые статистические методы обработки опытных данных 470
10.1.1. Экспериментальный анализ случайных величин . . 470
10.1.2. Свойства статистических оценок 472
10.1.3. Проверка статистических гипотез 475
10.2. Элементы планирования эксперимента 478
10.2.1. Характеристики объектов исследования и решаемых задач 478
10.2.2. Полный и дробный факторные эксперименты . . . 479
10.2.3. Планирование экстремальных экспериментов . . . 483
10.2.4. Планирование второго порядка 486
10.3. Системы автоматизации экспериментальных исследований . . 489
10.3.1. Общие принципы построения систем автоматизации экспериментальных исследований 489
10.3.2. Требования к устройствам сопряжения 490
10.3.3. Стандартный интерфейс КАМАК 491
10.3.4. Приборный интерфейс . 494
10.3.5. Измерительно - вычислительные комплексы (ИВК) . 496
Список литературы 498
Предметный указатель 499

ПОПРАВКА

В книге «Теплоэнергетика и теплотехника. Общие вопросы» по техническим причинам оказались пропущенными названия граф в продолжении табл. 9.19 на с. 417

Рабочее тело, элементы МГД-установки	Параметры МГД-установки	Страна, фирма, название установки, год запуска												
		Япония			ФРГ		ПНР	СССР						
		ETL, Mark II, 1976	ETL, Mark V, 1975	ETL, Mark VI	VEGAS	IPP, 1971	Технический университет	ЭНИН-II, 1968	МФТИ, 1964	У-02, 1965	У-25, 1971	«Памир-0»	«Памир-1»

Поправка к табл. 2.25

На с. 170 в колонке «Пределы измерения параметров» условие $10^4 < Re < 5 \cdot 10^6$ и $0{,}6 < Pr < 2{,}5 \cdot 10^2$ относится к формуле $Nu = 0{,}021\, Re^{0{,}8} Pr^{0{,}43}\, (Pr/Pr_c)^{0{,}25}\, \varepsilon_l'\, \varepsilon_n$; $Re > 2 \cdot 10^3$ к формуле $\xi = (1{,}82 \lg Re - 1{,}64)^{-2}$; $10^4 \leqslant Re < 10^5$ к формуле $\xi = (100\, Re)^{-0{,}25}$; $2 < Pr < 140$ и $5 \cdot 10^2 < Re < 1{,}5 \cdot 10^5$ к формуле $\varepsilon_l = (\mu/\mu_c)^n$.

На с. 171 условие $x/d_э > 15$ к формуле $\varepsilon_l = 1$; $15 < l/d_э < 60$ к формуле $\varepsilon_l = 0{,}86 + 0{,}90\, (d/l)^{0{,}4}$; $l/d_э > 60$ к формуле $\varepsilon_l = 1$.

Условия $l/d_э < 50$ и $l/d_э > 50$ относятся к формулам для ε_l' на с. 172 соответственно.

СПИСОК ОПЕЧАТОК

Страница	Колонка	Строка	Напечатано	Должно быть
4	Список авторов	4 сверху	Созиев, Е. Е. Тоцкий	Созиев, Л. Г. Ткачев, Е. Е. Тоцкий
41	правая	4 сверху	$\alpha = \Omega/\Omega_{\text{макс}}$	$\alpha = \Omega/\Omega_m$
49	правая	8 снизу	$u_{\text{макс}} = \frac{h^2}{4\mu}\frac{dp}{dx}$	$u_{\text{макс}} = -\frac{h^2}{8\mu}\frac{dp}{dx}$
51	правая	10 снизу	$\tau_0 = \mu\,(du/dy)\ y = 0$	$\tau_0 = \mu\,(du/dy);\ \ y = 0$
53	правая	3 сверху	$u_x = 0{,}4543\left(\frac{k^2}{\nu x}\right)^{1/3}(1 - \text{th}\,\xi)$	$u_x = 0{,}4543\left(\frac{k^2}{\nu x}\right)^{1/3}(1 - \text{th}^2\,\xi)$
65	правая	11 сверху	$= \lambda_1^2\left(\frac{1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2}{1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_2^2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}$	$= \lambda_1^2\left(\frac{1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^2}{1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_1^{-2}}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}$
75	правая	12 снизу	полярной	полярой
92	левая	8 сверху	совместимости	совместности
100	левая	21 снизу	$G'' - G'$	$G^*,\ G'$
104	правая	2 сверху	$= \beta\frac{w_{\text{см}}}{w'} =$	$= \beta\frac{w_{\text{см}}}{w''}$
112	левая	1 сверху	$\beta_{\text{ср}} = p_0/p_{\text{ср}}$	$\beta_{\text{ср}} = p_{\text{ср}}/p_0$
121	Табл. 2, 4 1-я графа	6 сверху	25Л, 35Л,	25Л, 30Л, 35Л
127	Табл. 2, 8 3-я графа	4 сверху	$-0{,}251\cdot10-3$	$-0{,}251\cdot10^{-3}\ T$
174	2-я слева графа	6 сверху	$\overline{\text{Nu}} = 0{,}37\ \text{Re}^{08}\ldots$	$\overline{\text{Nu}} = 0{,}037\text{Re}^{0,8}\ldots$
174	2-я слева графа	1 снизу	$\overline{\text{Nu}} = \ldots$	$\text{Nu} = \ldots$
177	левая	27 снизу	$d_\Phi = (6V/\Pi)^{1/3}$	$d_\Phi = (6V/\pi)^{1/3}$
282	левая	29 сверху	2	2—10
282	левая	31 сверху	10	10—100
282	правая	16 сверху	$\Pi_{ij} = \frac{1}{Q}\int_{l_i}^{l_j}\frac{Q\,(l)\,dl}{\lambda F\,(l)}$	$\Pi_{ij} = \frac{1}{Q_i}\int_{l_j}^{l_i}\frac{Q\,(l)\,dl}{\lambda F\,(l)}$
284	левая	9 сверху	$\delta_{xi} = \delta_{yi} = \delta_{zi}$	$\delta_{xi} = \delta_{yi} = \delta_{zi} = \delta$
284	Табл. 5,3 графы 2—4	пропущена 2-я строка	10^4—$3{,}5\cdot10^7$ 0,55	$0{,}25\cdot10^4$—$3{,}5\cdot10^7$ 0,55 0,25 $3{,}5\cdot10^7$—10^{12} 0,13 0,33
317	левая	3 снизу	выше 110° С	выше 1100° С
317	левая	6 снизу	Для стали	Для стали при нагреве выше 1100° С
325	правая	14, 15 сверху	определяемые	определяется
325	правая	23 сверху	$\text{Nu} = \alpha\sqrt{f}/\varkappa$	$\text{Nu} = \alpha\sqrt{f}/\lambda$
331	правая	18 снизу	$\text{St} = (8{,}87 - \ldots$	$\text{St} = (6{,}87 - \ldots$
332	левая	3 сверху	$\times\,(G/d)^{0,265}\ \ldots$	$\times\,(G/d)^{-0,265}\,(\ldots$
496	правая	7 снизу	опра-	вопра-